

Physique

7emeC

Les Auteurs :

Dah Ould Mohamed El moctar *Inspecteur de physique*

Mohamed Ould Levdal *Inspecteur de physique*

Institut Pédagogique National

Institut Pédagogique National

Sommaire

Avant-propos	5
Première partie : Mécanique	
- Chapitre I : Cinématique	11
- Chapitre II : Applications de la cinématique à quelques mouvements simples	29
- Chapitre III : Rappels sur les énergies	47
- Chapitre IV : Relation fondamentale de la dynamique	55
Deuxième partie : Electricité	
- Chapitre I : Champ magnétique	91
- Chapitre II : Action d'un champ magnétique sur une particule chargée	107
- Chapitre III : Action d'un champ magnétique sur un conducteur parcouru par un courant	123
- Chapitre IV : Induction électromagnétique	133
- Chapitre V : Auto-induction électromagnétique	147
- Chapitre VI : Circuit LC	157
- Chapitre VII : Circuits en régime sinusoïdal forcé	169
Troisième partie : Vibrations-Propagation	
- Chapitre I : Les phénomènes périodiques	187
- Chapitre II : Propagation d'un mouvement vibratoire	201
Quatrième partie : Phénomènes corpusculaires	
- Chapitre I : Effet photoélectrique	223
- Chapitre II : Niveaux d'énergie d'un atome : Etude de l'atome d'hydrogène	233
- Chapitre III : La radioactivité	241
Bibliographie	255

Institut Pédagogique National

Préface

Institut Pédagogique National

Institut Pédagogique National

Avant propos

Cet ouvrage est conforme au nouveau programme de 7^{ème} C, proposé dans le curriculum paru le 1/10/2009.

La rédaction a été simplifiée de manière à souligner l'essentiel tout en restant soucieux de la rigueur dans la démarche.

Notre ambition est de donner des bases scientifiques solides à nos élèves ainsi que des méthodes de travail et d'analyse.

A cette fin nous avons choisi de :

- Favoriser une progression particulièrement adaptée pour développer le sens physique;
- Faire appel aux faits expérimentaux .
- Privilégier le raisonnement physique qui précède l'exploitation mathématique réduite à l'indispensable .

Un soin tout particulier a été apporté pour favoriser une souplesse pédagogique ainsi qu'une bonne maîtrise des connaissances.

Nous avons apporté des applications résolues qui permettent à l'élève d'assurer progressivement l'assimilation des notions qu'il rencontre . Une rubrique "l'essentiel du cours" en fin de chaque chapitre permet à l'élève de dégager les notions essentielles qu'il doit retenir .

Une série d'exercices a été proposée à la fin de chaque chapitre .

En électricité, comme le prévoit le nouveau programme nous avons ajouté le circuit LC. En mécanique la rotation a été supprimée. L'effet photo électrique a été ramené dans la partie "phénomènes corpusculaires".

Nous espérons que cet ouvrage permettra à de très nombreux élèves de préparer avec succès le baccalauréat.

Nous remercions par avance tous les collègues qui voudront bien nous faire part de leurs remarques et suggestions.

Les auteurs

Institut Pédagogique National

PREMIERE PARTIE : MECANIQUE

Chapitre I: Cinématique

Chapitre II: Applications de la Cinématique

Chapitre III: Rappels sur les énergies

Chapitre IV: Relation fondamentale de la dynamique

Institut Pédagogique National

CHAPITRE I :

Cinématique

Objectifs:

- * Comprendre la nécessité d'un référentiel et d'un repère pour étudier un mouvement.
- * Savoir comment calculer une grandeur d'évolution telle que: le vecteur position, le vecteur vitesse ou le vecteur accélération.
- * Savoir comment exploiter un enregistrement pour calculer la vitesse et l'accélération d'un mobile.

Institut Pédagogique National

1- Introduction :

La cinématique est l'étude des mouvements indépendamment des causes qui les produisent ; les causes des mouvements (les forces) sont du ressort de la dynamique.

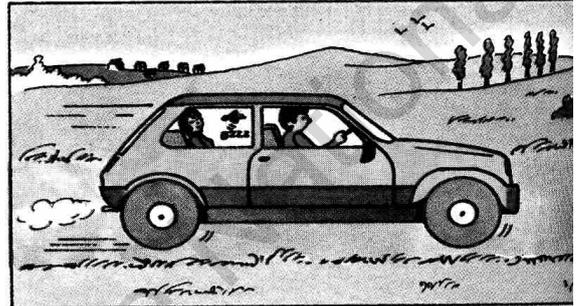
2- Relativité du mouvement:

Un objet est en mouvement par rapport à un autre objet qui sert de référence si sa position change par rapport à cet objet. C'est à dire s'il :

- * se rapproche de lui
- * s'éloigne de lui
- * tourne au tour de lui
- * se rapproche ou s'éloigne en tournant autour de lui.

Exemple 1 : Observons le dessin ci-contre.

La voiture est en mouvement par rapport à la route, aux arbres aux maisons,... Maimouna, la passagère, endormie est en mouvement par rapport à la route ; mais elle est immobile par rapport à la carrosserie de la voiture .



Exemple 2 : Deux voyageurs A et B sont assis dans un wagon en mouvement

Le voyageur A observe B. il conclut : « B est immobile »

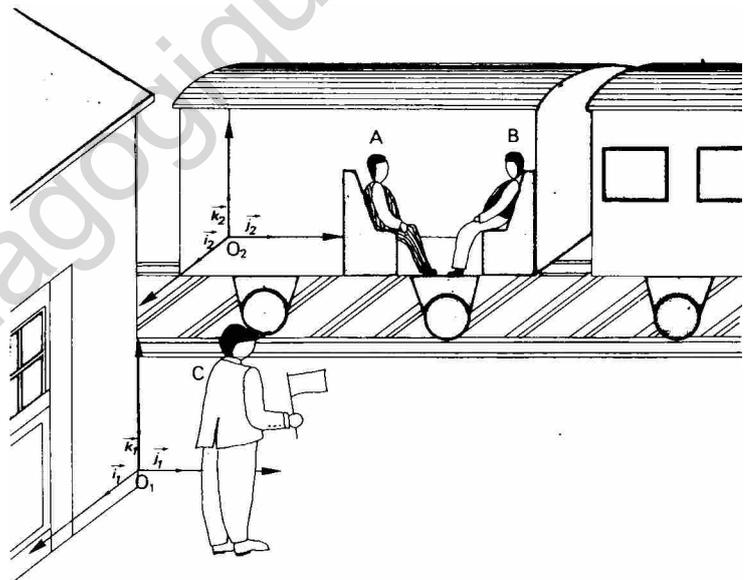
La chef de gare C observe B il conclut « B est en mouvement »

Ces deux observations sont elles contradictoires ? Non elles ne le sont pas car elles sont faites dans deux référentiels différents :

A fait ses observations dans le référentiel du wagon.

C fait ses observations dans le référentiel de la terre.

Ces expériences montrent que les notions de mouvement ou de repos sont relatives à un référentiel choisi



3 -Notion de Référentiel:

Le référentiel est l'objet ou le solide de référence par rapport auquel on étudie le mouvement. Il n'est pas toujours matérialisé par un seul corps comme le train ou la terre.

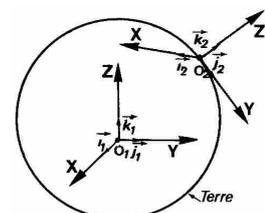
Il peut être constitué par un ensemble de corps qui restent à distance constante les uns des autres.

Exemples de référentiels :

3.1- Référentiel terrestre : également appelé référentiel local ou encore référentiel du laboratoire.

Un point lié à la surface de la terre est immobile dans ce repère.

Le système d'axes $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est lié au point de la surface de la terre, où l'étude est faite.

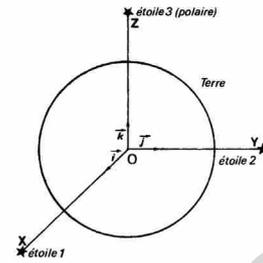


Le référentiel terrestre est bien adapté pour l'étude locale de tout mouvement se produisant à la surface de la terre : déplacement de train, expériences faites au laboratoire.

3.2- Référentiel géocentrique (ou de Coriolis) :

Le référentiel géocentrique, est constitué par le centre de la terre et trois étoiles très éloignées quasiment fixes dont l'une est l'étoile polaire.

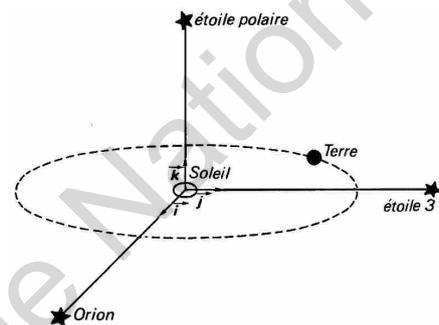
C'est dans ce référentiel que l'on étudie le mouvement des satellites, des avions, de tout ce qui évolue autour de la terre, d'une manière générale.



3.3- Référentiel de Copernic :

Le référentiel de Copernic est formé par le centre d'inertie, G du système solaire, (presque confondu avec celui du soleil) et par trois étoiles très lointaines

Ce référentiel est utilisé pour étudier le mouvement des planètes, des étoiles, des comètes.



Remarque : Quel référentiel choisir?

Dans la vie courante, la terre et tout ce qui s'y rattache (routes, arbres, maisons) constituent notre référentiel.

Lorsque nous parlons de mouvement sans préciser par rapport à quoi c'est qu'il s'agit implicitement de référentiel terrestre (local)

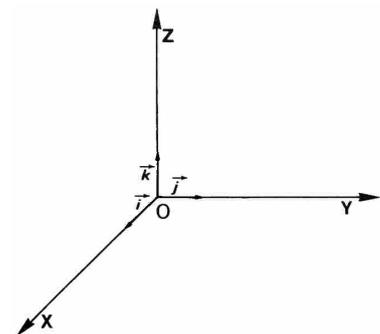
Un oiseau qui vole est en mouvement par rapport à la terre et aussi par rapport aux nuages. Ceux-ci qui se déforment au grés des vents ne peuvent servir de référentiel ; on choisit pour référentiel des systèmes qu'on peut considérer comme indéformables ou « solide de référence ».

4 – Notion de repères :

4.1- Repère d'espace :

Pour décrire mathématiquement les caractéristiques d'un mouvement un observateur utilise un repère lié au référentiel d'observation.

Un repère est généralement déterminé par une origine O, liée au référentiel d'observation et par une base (O, \vec{i}) ou (O, \vec{i}, \vec{j}) ou $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, le plus souvent orthonormé.



Les vecteurs \vec{i}, \vec{j} et \vec{k} sont unitaires : $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = \|\vec{k}\| = 1$

Le repère d'espace est donc la base (O, \vec{i}) ou (O, \vec{i}, \vec{j}) ou $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ dont on munit le référentiel, pour positionner un corps mobile au cours du temps.

Exemple : Un oiseau en vol est mouvement par rapport au référentiel terrestre. Sa position par rapport à un point O situé sur la terre change à chaque instant. Pour situer l'oiseau à un instant donné, on associe un repère d'espace, orthonormé, au point O, situé sur la terre, et choisi arbitrairement.

Ce repère comporte, en plus de l'originel O trois axes, ox, oy, oz perpendiculaires et orientés par les vecteurs \vec{i}, \vec{j} et \vec{k} . L'ensemble constitue le repère $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

4.2- Repère de temps

Il permet d'associer une date à chaque position d'un point en mouvement.

Il se définit par le choix d'une origine des dates et d'une unité de temps.

L'origine des dates peut-être choisie par exemple à l'instant du début du mouvement. Elle se note $t=0$ et correspond à l'instant où on met en marche un chronomètre ou une horloge électronique Elle peut-être donnée aussi par une horloge parlante :

« Au quatrième top, il sera ».....

Quant à l'unité des temps c'est la seconde(s) qui est adoptée dans le système, international d'unités (S.I)



Conventions

- Tous les instants qui suivent l'origine des temps sont comptés positivement.

Exemples : t_1, t_2, t_3, \dots

- Tous les instants qui précèdent l'origine des temps sont comptés négativement.

Exemple cas précédent : Une horloge permet d'associer une date t à chaque position de l'oiseau par rapport au repère \mathcal{R}

Conclusion : Un repère d'espace et un repère de temps permettent de situer un point, dans l'espace et dans le temps.

5 -Le Mobile:

Dans notre étude, nous considérons que tout corps en mouvement par rapport à un référentiel donné est un mobile, noté M . C'est le cas, par exemple d'une voiture roulant sur une route, par rapport au référentiel terrestre. Le cas également d'un avion en vol, d'un ballon mis en mouvement, par un joueur par rapport au même référentiel précédent.

Pour la définition de quelques grandeurs cinématiques, tel que le vecteur position, le vecteur vitesse, nous utiliserons « la notion de » point matériel mobile dans le souci de simplifier.

6- Notion de point matériel :

Une goutte de pluie, un grain de poussière sont des corps de faibles dimensions.

Une idée plus précise du point matériel, est donnée par les particules élémentaires : neutron, proton et électron. Ce qui précède peut faire croire que seuls les corps « petits » peuvent constituer des points matériels.

Cette notion de petitesse est relative. Ainsi un ballon de football est « petit » quand on le compare aux dimensions du stade sur le quel il roule, mais ce même ballon est gros dans les mains d'un jeune enfant, il est alors comparé à la taille de cet enfant et aux courts trajets que celui-ci peut lui imposer en le frappant du pied.

Nous voyons à travers cet exemple dans quelles conditions un corps est considéré comme un point matériel.

Il faut que ses dimensions soient petites par rapport aux dimensions qui caractérisent sa trajectoire, Ainsi le ballon de football est un point matériel quand il évolue sur un stade, un avion Foker peut aussi être considéré comme un point matériel dans un vol entre Nouakchott et Nema, de même la lune est un point matériel dans son mouvement autour de la terre et la terre elle même est un point matériel évoluant autour du soleil,

Donc « un point matériel est un corps pesant dont les dimensions sont petites devant celles de sa trajectoire. »

7 -Trajectoire :

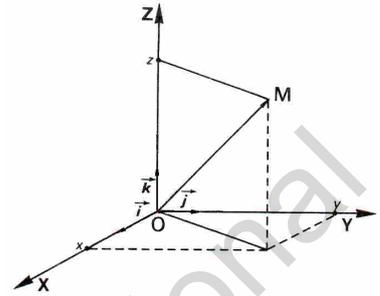
C'est l'ensemble des positions occupées par le mobile au cours du temps. Si la trajectoire est une droite le mouvement est rectiligne. Il sera dit curviligne dans tous les autres cas.

8 -Vecteur position ou vecteur espace:

Il donne la position d'un mobile a un instant donné.

Soit M le point mobile et $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ le repère choisi, la position de M à chaque instant est donnée par les composantes ou les coordonnées cartésiennes x, y z du vecteur

position $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$



S'il y a un mouvement, au moins l'une des coordonnées x,y, z varie en fonction du temps. Dans le cas général, on a :

$$\begin{cases} x = f(t) & (1) \\ y = g(t) & (2) \\ z = h(t) & (3) \end{cases}$$

Les équations (1) ; (2) et (3) sont appelées équations horaires ou équations paramétriques du mouvement.

Application :

Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ La position d'un point M est définie à chaque instant par :

$$\vec{OM} \begin{cases} x = 2t \\ y = 4t + 3 \\ z = 0 \end{cases}$$

Donner les positions respectives du point M aux instants 0s ; 1 s ; 2 s ; 3s ; 4s ;

Solution : z=0 quel que soit t , le mouvement a donc lieu dans le plan x O y .

Portons les valeurs successives des coordonnées de M dans un tableau :

t	0	1	2	3	4
x	0	2	4	6	8
y	3	7	11	15	19

Le vecteur position : $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

$$(\vec{OM})^2 = (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})^2$$

$$(\vec{OM})^2 = \vec{OM} \cdot \vec{OM} = OM^2$$

$$(x\vec{i})^2 = x\vec{i} \cdot x\vec{i} = x^2 \text{ de même } (y\vec{j})^2 = y^2 \text{ et } (z\vec{k})^2 = z^2$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{i}^2 = 1 \\ \vec{j}^2 = 1 \\ \vec{k}^2 = 1 \end{array} \right\} \text{Vecteurs unitaires} \quad \left. \begin{array}{l} \vec{i} \cdot \vec{j} = 0 \\ \vec{j} \cdot \vec{k} = 0 \\ \vec{k} \cdot \vec{i} = 0 \end{array} \right\} \text{Vecteurs orthogonaux}$$

Donc :

$$OM^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$\text{d'où } OM = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

OM représente à un instant donné, la distance qui sépare le point mobil M au point origine O.

Exemple : à $t = 2$ on a d'après le tableau précédent $\overline{OM} \begin{cases} x = 4 \\ y = 11 \\ z = 0 \end{cases}$ ou $\overline{OM} = 4\vec{i} + 11\vec{j} + 0\vec{k}$

$$OM = \sqrt{4^2 + 11^2} = \sqrt{137} = 11,7$$

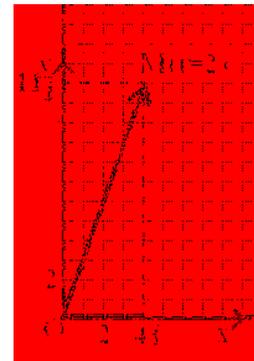
Si les coordonnées $x ; y ; z$ sont exprimées en mètre, OM est exprimée également en mètre

La construction de \overline{OM} se fait en sommant géométriquement les trois vecteurs $x\vec{i}$; $y\vec{j}$ et $z\vec{k}$

Exemple cas précédent : $\overline{OM} = 4\vec{i} + 11\vec{j} + 0\vec{k}$

Donc la construction de \overline{OM} donne :
l'origine du vecteur position ;
sa direction et son sens.

La norme OM du vecteur position \overline{OM} donne la distance qui sépare le mobile à l'instant considéré de l'origine O, choisie .



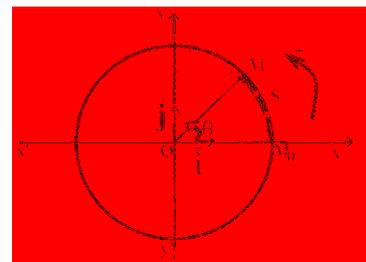
Notation et vocabulaire : l'intensité d'un vecteur \vec{V} est notée V.

Exemple : l'intensité du vecteur position \overline{OM} est notée OM ; l'intensité du vecteur vitesse \vec{V} sera notée V ; celle du vecteur accélération \vec{a} sera notée a.

Les termes : intensité, module ou norme d'un vecteur sont équivalents.

Remarque 1 :

L'abscisse curviligne : si la trajectoire d'un point est connue ; on peut l'orienter et choisir un point origine M_0 ; La valeur algébrique de l'arc $\overline{M_0M}$ est l'abscisse curviligne S du point M:



L'abscisse curviligne est liée au temps par le relation $S = f(t)$ appelée équation horaire du mouvement.

Exemple : Sur une carte routière les écarts entre les villes sont déterminés à partir des abscisses curvilignes de ces dernières.

Si l'origine M_0 est choisie à NKTT l'abscisse d'un mobile M (une voiture par exemple) qui part de NKTT et arrive à Rosso est $S= 204\text{km}$.

Remarque 2 : Considérons les deux exemples suivants :

Exemple 1 : (cas d'une course de 100 m sur un chemin bien droit, mouvement d'une voiture sur une route goudronnée bien droite) le vecteur position s'écrit :

$$\vec{OM} = x\vec{i} \Leftrightarrow \|\vec{OM}\| = OM = x$$

O: origine choisie sur l'axe considéré ; M le mobile, en effet $y=0$ et $z=0$

Exemple 2 : Considérons le cas d'une mouche qui se déplace sur une table sans qu'elle vole ;

le vecteur position $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} \Leftrightarrow \|\vec{OM}\| = OM = \sqrt{x^2 + y^2}$

O: un point origine choisi sur la table ;OX et OY sont deux axes orthogonaux choisis sur la table.

En effet, tant que la mouche ne vole pas elle est dans le plan de la table $z=0$.

Quand la mouche vole pour repérer sa position à un instant t donné. On aura besoin d'une troisième coordonnée supplémentaire (la côte z) et le vecteur position s'écrit alors :

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

9 -Le vecteur vitesse :

9.1 -L'accroissement du vecteur position:

Soit M_1 la position du point mobile M à l'instant t_1 et M_2 sa position à l'instant t_2 .

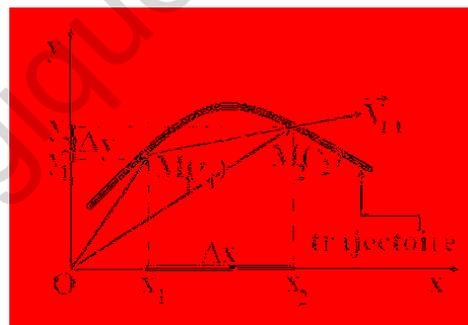
Le vecteur position à l'instant t_1 est :

$$\vec{OM}_1 = x_1\vec{i} + y_1\vec{j}$$

Le vecteur position à l'instant t_2 est

$$\vec{OM}_2 = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} = (x_1 + \Delta x)\vec{i} + (y_1 + \Delta y)\vec{j}$$

$$\text{avec } \begin{cases} x_2 = (x_1 + \Delta x) \\ y_2 = (y_1 + \Delta y) \end{cases}$$



L'accroissement du vecteur position est le vecteur

$$\begin{aligned} \Delta\vec{OM} &= \vec{OM}_2 - \vec{OM}_1 = [(x_1 + \Delta x)\vec{i} + (y_1 + \Delta y)\vec{j}] - (x_1\vec{i} + y_1\vec{j}) \\ &= \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} \end{aligned}$$

9.2 - Le vecteur vitesse moyenne \vec{V}_m :

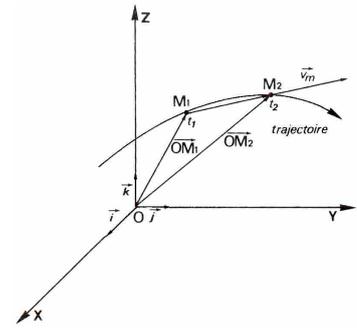
Le vecteur vitesse moyenne du point mobile entre les instants t_1 et t_2 est par définition le rapport de l'accroissement du vecteur position à la durée $\Delta t = t_2 - t_1$

$$\Delta\vec{OM} = \vec{OM}_2 - \vec{OM}_1 = \vec{OM}_2 + \vec{M}_1\vec{O} = \vec{M}_1\vec{O} + \vec{OM}_2 = \vec{M}_1\vec{M}_2$$

$$\text{Donc } \overline{V}_m = \frac{\overline{M_1 M_2}}{\Delta t} = \left(\frac{1}{\Delta t} \right) \cdot \overline{M_1 M_2}$$

Comme $\frac{1}{\Delta t} > 0$ (car $t_2 > t_1 \Rightarrow \Delta t > 0$) alors les vecteurs \overline{V}_m et $\overline{M_1 M_2}$ ont même direction et même sens.

Le vecteur vitesse moyenne est donc porté par la sécante ($M_1 M_2$).



9.3 -Le vecteur vitesse instantanée :

Le vecteur vitesse instantanée ou vecteur vitesse \overline{V} donne des renseignements plus précis que \overline{V}_m . Il définit la vitesse d'un mobile à chaque instant.

Le « compteur de vitesse d'une automobile indique la valeur de la vitesse instantanée

Il est obtenu en réduisant l'intervalle de temps de mesure, c'est - à - dire en faisant tendre t_2

$$\text{vers } t_1 \quad \overline{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \overline{V}_m = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \overline{V}_m = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{\Delta \overline{OM}}{\Delta t}$$

On reconnaît dans cette limite l'expression mathématique de la dérivée, notée $\frac{d\overline{OM}}{dt}$ du

vecteur position \overline{OM} par rapport au temps : $\overline{V} = \frac{d\overline{OM}}{dt}$

Le vecteur vitesse est donc la dérivée par rapport au temps du vecteur position $\overline{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

Soit :

$$\begin{aligned} \overline{V} &= \frac{d}{dt} (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} \\ &= V_x\vec{i} + V_y\vec{j} + V_z\vec{k} \\ &= x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k} \end{aligned}$$

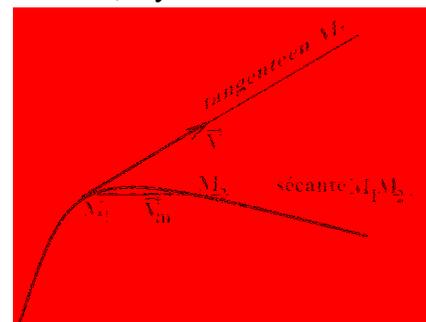
$$V_x = \frac{dx}{dt} = x'; V_y = \frac{dy}{dt} = y'; V_z = \frac{dz}{dt} = z'$$

sont respectivement les composantes du vecteur vitesse sur les axes Ox ; Oy et Oz.

* **Conséquence géométrique :** lorsque $t_2 \rightarrow t_1$ le point M_2 se rapproche indéfiniment de M_1 . La sécante ($M_1 M_2$) tend vers la tangente à la trajectoire au point M_1 .

Donc le vecteur vitesse (ou vecteur vitesse instantanée) est à chaque instant tangent à la trajectoire.

Son sens est celui du mouvement.



* **Calcul de l'intensité V du vecteur vitesse :**

$$\vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k}$$

$$(\vec{V})^2 = (V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k})^2 \Rightarrow V^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2 \text{ d'où } V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$$

En résumé :

Vecteur vitesse: {

- Origine: le point considéré de la trajectoire
- Direction: la tangente à la trajectoire au point considéré
- Sens: celui du mouvement
- Intensité: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$

- **unités :** Dans le système international, l'intensité de la vitesse s'exprime en mètre par seconde m/s ou $m.s^{-1}$

Application : la position d'un point mobile M est donnée à chaque instant, dans le

repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ par $\overline{OM} \begin{cases} x = 2t \\ y = t^2 + 3 \\ z = 0 \end{cases}$

Calculer les composantes et l'intensité du vecteur vitesse du point M aux instants $t=0$, $t = 1s$; $t=2s$; $t=3s$ et $t=4s$

Solution :

$$\vec{V} = \frac{d\overline{OM}}{dt}; \vec{V} \begin{cases} V_x = \frac{dx}{dt} = 2 \\ V_y = \frac{dy}{dt} = 2t \\ V_z = \frac{dz}{dt} = 0 \end{cases} \quad V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$$

Rassemblons les résultats dans le tableau ci-dessous

t	0	1	2	3	4
v_x	2	2	2	2	2
v_y	0	2	4	6	8
V (m/s)	2	2.82	4.47	6.32	8.24

10 -Les enregistrements :

S'il est assez facile de déterminer la position d'un objet immobile, il est beaucoup plus difficile de déterminer la position d'un point M en mouvement et déterminer en même temps l'instant de passage de ce point en cette position.

Cependant les méthodes expérimentales suivantes vont nous montrer que ce problème peut-être résolu de façon satisfaisante.

10-1-L'aérotable et l'appareil de photographie stroboscopique :

L'aérotable est une grande caisse dont la partie supérieure est un plan percé de nombreux trous de très faible diamètre.

De l'air émis par une soufflerie sort par ces trous, suivant des jets verticaux qui soutiennent la base d'un objet assez léger. Cet objet que nous appelons dans la suite, le palet peut dès lors glisser

sur la table sans rencontrer de résistance appréciable. On réalise ainsi un contact qui est pratiquement sans frottements.

Pour étudier le mouvement d'un point de ce palet on colle sur celui-ci un petit cercle de papier. Il suffit alors de prendre une série de photographies successives de ce point pour mettre en mémoire le mouvement.

On utilise pour cela un appareil de photographie à pellicule très sensible et un stroboscope ; celui-ci est une source lumineuse qui émet une série d'éclairs très brefs séparés par des intervalles d'obscurité d'égale durées.

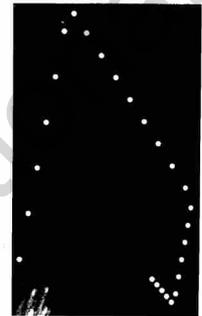
Si l'appareil émet par exemple, 50 éclairs par seconde, on enregistre ainsi sur la photographie, les positions successives du mobile aux instants : 0s ; 0.02s. 0.04s etc.

L'instant où l'un des éclairs s'est produit, peut être choisi comme origine des temps.

La figure ci-contre représente un exemple d'enregistrement ainsi effectué.

Il s'agit du mouvement d'un palet lancé sur la table horizontale et qui rebondit à plusieurs reprises sur les parois.

Le mouvement du point mobile est ainsi mis en mémoire et nous aurons tout le temps nécessaire pour l'étudier.



10.2 - Le palet autoporteur :

C'est un solide généralement de forme cylindrique en contact par sa base plane avec une table elle-même bien plane, il renferme sa propre soufflerie qui émet des jets d'air par des trous de faible diamètre, percés dans sa base, on obtient ainsi comme ci-dessus un contact pratiquement sans frottements.

Au centre du cercle de base, un dispositif électronique produit des étincelles qui laissent une trace ponctuelle sur un papier intercalé entre la table et le palet.

Ces étincelles sont périodiques, elles se produisent aux temps successifs : 0s ; Δs ; $2 \Delta s$; la période Δt des enregistrements peut-être 0.02s ou 0.04s ou 0.06s selon le réglage choisi.

C'est ce dispositif que nous utiliserons de préférence dans la suite de ce cours, il a l'avantage de représenter le mouvement en vraie grandeur, alors qu'une photographie n'en donne qu'une représentation réduite.

10.3- Calcul de la vitesse :

10.3.1- Cas des mouvements rectilignes :

L'intervalle de temps τ ou θ étant assez petit par rapport à la durée totale du mouvement la vitesse instantanée d'un point mobile à l'instant t est égale à sa vitesse moyenne entre les instants $t - \Delta t$ et $t + \Delta t$

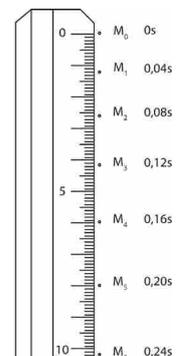
En un point M_i la vitesse du point mobile lors de son passage par M_i est :

$$\vec{V}_i = \frac{\vec{M}_{i-1}M_{i+1}}{2\tau}$$

Exemple : Sur la figure ci-contre : la vitesse du point mobile lors de son passage

au point M_4 est $V_4 = \frac{M_3M_5}{2\tau}$ soit $V_4 = 47,5 \text{ cm/s}$ On peut calculer de même

les vitesses du mobile en tous les points de cet enregistrement (à l'exception des deux points extrêmes).

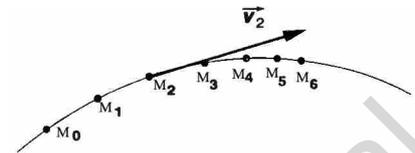


10.3.2- Cas des mouvements curvilignes :

La définition est la même que dans le cas d'une trajectoire rectiligne ; « l'intervalle de temps Δt étant suffisamment petit la vitesse à l'instant t d'un point mobile sur une trajectoire quelconque est égale à sa vitesse moyenne entre les instants $t-\Delta t$ et $t+\Delta t$.

Dans le cas d'une automobile, par exemple, c'est l'indication donnée par le compteur de vitesse quelle que soit la forme de la trajectoire.

Si les points $M_1 ; M_2 ; M_3 \dots$ sont assez rapprochés les uns des autres, ce qui est le cas de la figure ci-contre : la longueur M_1M_3 mesurée sur la trajectoire est très voisine de la longueur du segment rectiligne $M_1 M_3$ la vitesse au point M_2



Échelle :
1 cm représente $10 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$
 $M_1M_3 \approx \overline{M_1M_3} = 1,6 \text{ cm}$
 $\Delta t = 0,04 \text{ s}$
 $v_2 = 20 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$

par exemple est $\vec{V}_2 = \frac{\overline{M_1M_3}}{2\Delta t}$

$V_2=20\text{cm/s} ; M_1M_3=1,6\text{cm} : \Delta t=0,04\text{s}$

11-L'accélération :

L'accélération, tout comme la vitesse est une grandeur d'évolution. L'accélération caractérise la variation du vecteur vitesse pendant une durée donnée.

Exemple : Deux véhicules partent du repos et acquièrent respectivement les vitesses de 10m/s et 20m/s, en 10secondes.

Intuitivement, nous disons que le deuxième véhicule accélère davantage que le premier ; ce qui revient à comparer le rapport:

$$a = \frac{\text{variation de la vitesse}}{\text{durée de la variation}}$$

Pour le 1^{er} véhicule : $a=1\text{m/s}^2$

Pour le 2^{eme} véhicule : $a = 2\text{m/s}^2$.

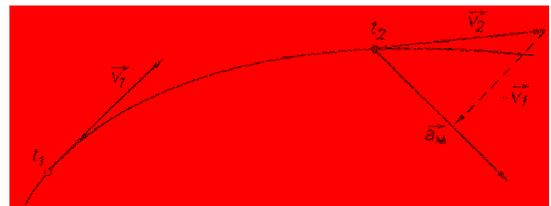
La valeur a est l'intensité de l'accélération moyenne.

11.1 – Accélération moyenne:

Considérons deux instants t_1 et t_2 correspondant aux positions respectives M_1 et M_2 d'un point M .

Les vecteurs vitesses instantanées du point mobile M à ces instants sont \vec{V}_1 et \vec{V}_2

Par définition, l'accélération moyenne du point mobile M est



$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{\Delta t} = \left(\frac{1}{\Delta t} \right) \cdot \Delta \vec{V}$$

Construction de \vec{a}_m : Comme $\frac{1}{\Delta t} > 0$ (car $t_2 > t_1 \Rightarrow \Delta t > 0$) alors les vecteurs \vec{a}_m et $\Delta \vec{V}$ ont même direction et même sens $\Delta \vec{V} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1 = -\vec{V}_1 + \vec{V}_2$

On construit d'abord $\Delta \vec{V}$ puis \vec{a}_m ; \vec{a}_m est toujours dirigé vers le centre de la concavité de la trajectoire.

11.2 - Vecteur accélération instantanée \vec{a}

Comme pour la vitesse, on fait tendre t_2 vers t_1 , l'accélération moyenne tend vers

$$\text{l'accélération instantanée : } \vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{a}_m = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{\Delta t} = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$$

On reconnaît l'expression mathématique de la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\vec{OM}}{dt} \right) = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2}$$

L'accélération instantanée ou accélération est la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse. C'est aussi la dérivée seconde par rapport au temps du vecteur position.

\vec{a} caractérise les variations au cours du temps du vecteur vitesse \vec{V}

* Si $\vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \vec{V} = \text{cte}$. Le vecteur vitesse ne varie, ni en sens ni en direction ni en intensité

* Si $\vec{a} \neq \vec{0} \Rightarrow \frac{d\vec{V}}{dt} \neq \vec{0} \Rightarrow \vec{V}$ varie.

Cette variation de \vec{V} peut résulter d'une variation de direction ou d'une variation de sens de \vec{V} ou encore d'une variation de l'intensité V de \vec{V} .

11.3 - Expression du vecteur accélération:

Dans la base cartésienne (\vec{i} , \vec{j} , \vec{k})

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \text{ avec } \vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k}$$

$$\text{donc } \vec{a} = \frac{d}{dt} (V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k}) = \frac{dV_x}{dt} \vec{i} + \frac{dV_y}{dt} \vec{j} + \frac{dV_z}{dt} \vec{k}$$

$$\text{soit } \begin{cases} \frac{dV_x}{dt} = a_x \\ \frac{dV_y}{dt} = a_y \\ \frac{dV_z}{dt} = a_z \end{cases} \text{ ou } \vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

Lorsqu'on remplace V_x , V_y et V_z par leurs valeurs $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$ et $\frac{dz}{dt}$ il vient

$$\vec{a} = \begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = a_x \\ \frac{d^2y}{dt^2} = a_y \\ \frac{d^2z}{dt^2} = a_z \end{cases} \text{ d'où } \vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2}$$

Intensité :

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} \Leftrightarrow a^2 = (a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k})^2$$

$$\text{alors } a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Unité : Dans le système international d'unités l'intensité du vecteur accélération s'exprime m/s² ou m.s⁻²

Application : Dans le repère d'espace, la position d'un point mobile M est défini à chaque

$$\text{instant par } \overline{OM} \begin{cases} x = 2t \\ y = -0,4t^3 \\ z = 0 \end{cases}$$

Calculer les composantes et l'intensité du vecteur accélération du point M aux instants t=0; t = 1s; t = 2s.

Solution : Déterminons d'abord les composantes du vecteur vitesse $\vec{V} = \frac{d\overline{OM}}{dt}$;

$$\vec{V} \begin{cases} V_x = \frac{dx}{dt} = 2 \\ V_y = \frac{dy}{dt} = -1,2t^2 \\ V_z = \frac{dz}{dt} = 0 \end{cases}$$

Les composantes du vecteur accélération sont obtenues en dérivant les composantes du

$$\text{vecteur vitesse : } \vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = 2 \\ a_y = \frac{d^2y}{dt^2} = -2,4t \\ a_z = \frac{d^2z}{dt^2} = 0 \end{cases}$$

L'intensité du vecteur accélération est: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

Les valeurs numériques sont regroupées dans le tableau:

t	0	1	2
a _x	0	0	0
a _y	0	-2.4	-4.8
a (m/s ²)	0	2.4	4.8

Dans cet exemple : $a = \sqrt{a_y^2} = |a_y|$

Dans la base curviligne : ($\vec{\tau}$, \vec{n})

Considérons une trajectoire plane:

Soit : M un point quelconque de cette trajectoire

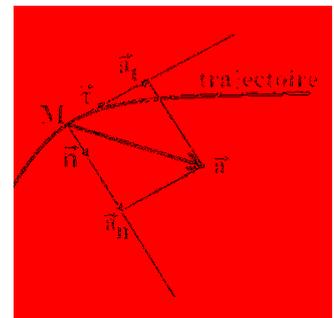
$\vec{\tau}$ un vecteur unitaire tangent à la trajectoire, orienté selon le sens

positif choisi, \vec{n} est le vecteur unitaire perpendiculaire à $\vec{\tau}$ et orienté

vers le centre de la concavité de la trajectoire. $\vec{\tau}$ et \vec{n} déterminent une

base orthonormée.

Dans cette base, le vecteur possède deux composantes : \vec{a}_τ et \vec{a}_n



On montre et nous admettons que:

$$\vec{a} \begin{cases} a_\tau = \frac{dV}{dt} \\ a_n = \frac{V^2}{\rho} \end{cases}$$

- \vec{a}_τ : est la composante tangentielle de l'accélération, elle caractérise les variations du module de la vitesse.
- \vec{a}_n : est la composante normale de l'accélération (accélération normale), elle caractérise les variations de la direction du vecteur vitesse
- V^2 : carré du module de la vitesse.
- ρ : rayon de courbure de la trajectoire.

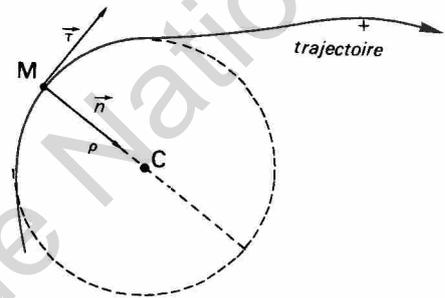
Le rayon de courbure ρ est le rayon du cercle tangent à la trajectoire sur une petite portion autour du point M,

* Si la trajectoire est un cercle de rayon R, $\rho = R$.

* Si la trajectoire est une droite, ρ tend vers l'infini (lorsque le rayon tend vers l'infini; l'arc de cercle correspondant tend vers un segment de droite).

Conséquences : Dans ce dernier cas (Mouvement Rectiligne)

$$\rho \rightarrow \infty \Rightarrow a_n \rightarrow 0 \Rightarrow a = a_\tau$$



Remarque : V^2 est toujours positif, de même que ρ donc a_n toujours positif.

12- Mouvement accéléré - Mouvement retardé :

Le mouvement est accéléré lorsque le module du vecteur vitesse augmente au cours du temps : c'est le cas du démarrage d'une voiture.

Il est retardé dans le cas contraire: c'est le cas de l'arrêt d'une voiture.

Si le mouvement est accéléré, les vecteurs \vec{V} et \vec{a} ont même sens ce qui implique que le produit scalaire $\vec{a} \cdot \vec{V} > 0$.

A l'inverse; le mouvement

est retardé si $\vec{a} \cdot \vec{V} < 0$

Remarque : Si $\vec{a} \cdot \vec{V} = 0$ deux possibilités

- $\vec{V} \neq \vec{0}$ Le mouvement est uniforme $\begin{cases} a = 0 \Leftrightarrow m.r.u \\ a \neq 0 \Leftrightarrow m.c.u \end{cases}$
- $\vec{V} = \vec{0}$ Le mobile est au repos.

13-Les enregistrements :

Les méthodes expérimentales d'enregistrement ont été exposées au paragraphe 10.

Si $\vec{V}_0, \vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3, \dots, \vec{V}_{i-1}, \vec{V}_{i+1}, \dots, \vec{V}_n$ sont respectivement les vecteurs vitesse aux points $M_0, M_1, M_2, \dots, M_{i-1}, M_{i+1}, \dots, M_n$.

Le vecteur accélération: \vec{a} en un point quelconque M_i est: $\vec{a}_i = \frac{\vec{V}_{i+1} - \vec{V}_{i-1}}{2\tau}$

τ est l'intervalle de temps entre deux marquages consécutifs

Exemple:

$$a_2 = \frac{V_3 - V_1}{2\tau} \quad \text{et} \quad a_3 = \frac{V_4 - V_2}{2\tau}$$

Remarque : Comme dans le cas des vitesses on confond l'accélération moyenne avec une accélération instantanée car la durée de marquage est très petite $a_m \approx a$

Application:

Soit l'enregistrement chronophotographique du mouvement du centre d'inertie d'un anneau décrivant une trajectoire verticale dans son mouvement descendant avec $\tau = 1/10$ de seconde.

L'observateur est un spectateur immobile, lié au référentiel terrestre, muni du repère (O, \vec{j}) l'origine 0 étant choisie au sommet de la trajectoire.

Le chronomètre est déclenché lors du passage par la position G_0 .

A la date t , la position du point G est définie par $y = \overline{OG}$;

à $t=0$ $y_0 = \overline{OG}_0 = 0,45\text{m}$

Déterminons les vitesses de direction verticale.

V_i	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8
m/s	3	4	5	6	7	8

$$a_4 = \frac{V_5 - V_3}{2\tau} = \frac{5-3}{2 \cdot 0,1} = 10\text{m/s}^2$$

L'essentiel :

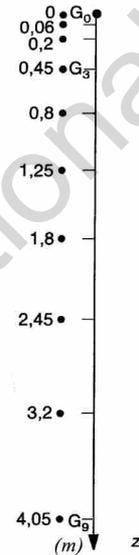
- La notion de mouvement ou de repos est relative à un référentiel.
- Le vecteur position est : $\overline{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$
- O est l'origine du repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ dont on a muni un référentiel donné.

- Le vecteur vitesse est : $\vec{V} = \frac{d\overline{OM}}{dt}$

- Le vecteur accélération est : $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\overline{OM}}{dt} \right) = \frac{d^2\overline{OM}}{dt^2}$

- En un point M_i d'un enregistrement :

$$\begin{cases} \vec{V}_i = \frac{\overline{M_{i-1}M_{i+1}}}{2\tau} \\ \vec{a}_i = \frac{\vec{V}_{i+1} - \vec{V}_{i-1}}{2\tau} \end{cases}$$



Exercices

Exercice 1 :

Un mobile ponctuel se déplace dans un plan muni d'un repère d'espace orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j}) . A chaque instant, $\overline{OM} = (t+2)\vec{i} + (3t^2 + 5t)\vec{j}$.

- 1-Quelles sont les équations horaires du mouvement ?
- 2-Quelle est l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile ?
- 3-Quelles sont les coordonnées du vecteur vitesse ? ce vecteur peut-il s'annuler ?
- 4-Quelle est la position du mobile à la date $t=0$? Quelle est la norme V_0 de la vitesse de M ? quel angle \vec{V}_0 fait-il avec l'axe (o, \vec{i}) ?
- 5-Montrer que le vecteur accélération de M est constant.

Exercice 2 :

Les équations horaires du vecteur vitesse d'un mobile à un instant t sont données par :

$$\begin{cases} V_x = 0,1 \\ V_y = 0,2t \end{cases} \text{ en } ms^{-1}$$

- 1-Déterminer les équations horaires du mobile à l'instant t sachant qu'à $t=0$ le mobile se trouve en un point de coordonnées (x_0, y_0) .

$$\begin{cases} x_0 = 0,1m \\ y_0 = 0,1m \end{cases}$$

- 2-Donner l'équation de la trajectoire

Exercice 3

Un mobile ponctuel se déplace dans un repère (o, \vec{i}, \vec{j}) ; son mouvement débute à l'instant $t = 0$ son vecteur vitesse est $\vec{V} = \vec{i} + 2t\vec{j}$.

A l'instant $t = 4$ s il passe par le point A de coordonnées $x_A = 2$ m ; $y_A = 0$ m .

1°) Etablir les lois horaires du mouvement.

2°) a – Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire.

b – Construire la courbe de la trajectoire dans le repère (o, \vec{i}, \vec{j}) entre les instant $t_0 = 0$ s et $t = 5$ s

Echelle 1 cm correspond à 1 m.

c – Déterminer la durée Δt du mouvement entre le sommet de la trajectoire et le point A.

3°) a – Déterminer le vecteur accélération .

b – Déterminer les caractéristiques du vecteur vitesse \vec{V}_A lorsque le mobile passe par le point A .

c – Représenter sans échelle en A le vecteur vitesse \vec{V}_A et le vecteur accélération .

d – En déduire les composantes tangentielle et normale du vecteur accélération en A.

Exercice 4 :

On donne l'équation horaire d'un mobile M par rapport au repère (o, \vec{i}, \vec{j})

$$\overline{OM} \begin{cases} x = A \cos \omega t \\ y = A \sin \omega t \end{cases} \text{ avec } A = 10 \text{ cm et } \omega = 10 \text{ rad/s}$$

- 1-Montrer que la valeur de la vitesse du mobile est constante et la calculer
- 2-Montrer que la valeur de son accélération est constante et la calculer
- 3- Quelle est la trajectoire du mobile ? que représente A ?

4-Quels sont la direction et le sens du vecteur accélération ?

Exercice 5 :

Un mobile M est animé dans le plan d'un mouvement circulaire. Ses coordonnées sont :

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = 2 \cos \omega t \\ y = 2 \sin \omega t \end{cases}$$

1-Déterminer l'équation de la trajectoire et en déduire que le mouvement du mobile est circulaire uniforme.

2-Déterminer les coordonnées du vecteur accélération.

3-Quelle est l'expression de l'abscisse curviligne s. L'origine des abscisses curvilignes sera prise au point A(2,0)

Exercice 6 :

Les équations horaires des coordonnées du point mobile M sont données par :

$$\begin{cases} x = A \cos \omega t \\ y = A \sin \omega t \end{cases}$$

1-Donner les expressions de \vec{V} et de \vec{a} . Montrer que \vec{a} est colinéaire à \overrightarrow{OM} .

2-Quelle est l'équation de la trajectoire de M dans le repère cartésien ?

3-Donner également l'équation horaire de l'abscisse curviligne du point M en prenant comme origine M_0 , position du mobile à l'instant $t=0$.

CHAPITRE II :

Applications de la cinématique à quelques mouvements simples

Objectifs

- * Savoir l'équation horaire de chacun des mouvements étudiés
- * Pouvoir établir l'équation horaire d'un mouvement à partir d'un diagramme des espaces ou des vitesses par exemple.

1- Les mouvements rectilignes

1.1-Les grandeurs cinématiques

1.1.1 -La trajectoire :

La trajectoire d'un point M animé d'un mouvement rectiligne est une droite ou une portion de droite .

Exemple : Au cours d'une course de 100m, le coureur peut avoir un mouvement rectiligne, il en est de même pour une voiture sur une route goudronnée dont le support est droit ;...

1.1.2 -Vecteur position :

Choisissons un repère tel qu'un de ses axes (par exemple l'axe x' x soit confondu avec la trajectoire, le mouvement d'un point M est entièrement déterminé à chaque instant par la valeur de son abscisse $x=f(t)$.

Les coordonnées y et z sont constamment nulles le vecteur position s'écrit alors : $\vec{OM} = x\vec{i}$



1.1.3 Le vecteur Vitesse : \vec{V}

$$\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{d(x\vec{i})}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} = V_x\vec{i} = x'\vec{i}$$
$$(\vec{V})^2 = (V_x\vec{i})^2 \Rightarrow V^2 = V_x^2 \text{ car } \vec{i}^2 = 1 \text{ d'où } V = V_x$$

(Les autres composantes \vec{V}_y et \vec{V}_z sont constamment nulles)

Caractéristiques du vecteur vitesse :

- * La trajectoire est la tangente à la trajectoire sont confondues donc la direction du vecteur vitesse est celle de la trajectoire
- * Le sens du vecteur vitesse est celui du mouvement (il est déterminé par le signe de V_x)
- * L'intensité du vecteur vitesse est : $V = |V_x|$
- * L'origine de \vec{V} est la position M du mobile à l'instant considéré.



1.1.4- Le vecteur accélération \vec{a}

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d(V_x\vec{i})}{dt} = \frac{dV_x}{dt}\vec{i}$$

Les vecteurs \vec{V} et \vec{a} sont donc colinéaires à \vec{i} Donc

$$\vec{a} = a_x\vec{i} \text{ avec } a_x = \frac{dV_x}{dt}$$

Caractéristiques du vecteur \vec{a} :

- * origine : la position M du la mobile à l'instant considéré
- * direction : celle de la trajectoire
- * sens : donné par le signe de a_x
- * intensité $a = |\mathbf{a}_x|$

Remarque : Dans un mouvement, rectiligne : le rayon de courbure $\rho \rightarrow \infty \Rightarrow \mathbf{a}_n \rightarrow 0$

$$\text{Donc : } \vec{a} = \vec{a}_\tau = \frac{d\vec{V}}{dt}$$

1.2 -Le mouvement rectiligne uniforme

1.2.1- Définition :

Dans un repère donné un point est animé d'un mouvement rectiligne uniforme (M ; R ; U) si et seulement si son vecteur vitesse reste constant en direction, sens et intensité

$$\vec{V} = \vec{cte} \Rightarrow V = V_x = \frac{dx}{dt} = cte$$

1.2.2- L'équation horaire :

C'est la relation qui donne l'abscisse du mobile à chaque instant.

$$V = \frac{dx}{dt} \Leftrightarrow dx = V \cdot dt \Leftrightarrow \int dx = \int V \cdot dt \text{ Soit } x = Vt + k ; \text{ la constante } k \text{ représente l'abscisse}$$

du mobile à l'instant initial $t = 0$ on la note x_0 .

L'équation horaire du mouvement s'écrit :

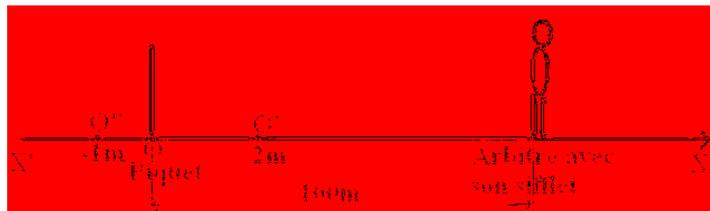
$$x = V \cdot t + x_0$$

↑ ↑

(m) (m/s)(s) (m)

Bien faire la différence, entre x et x_0 , x est l'abscisse ou élongation du mobile à un instant t quelconque alors x_0 est l'abscisse ou l'élongation du mobile à l'instant initial $t=0$. La détermination de x_0 dépend des conditions initiales.

Exemple:



On considère une course de 100m, l'origine de l'axe $X' X$ est choisie au point situé sur un piquet pris comme référence.

Pour un élève « sérieux » se trouvant à genoux au piquet origine, la course commence quand l'arbitre donne un coup de sifflet.

Ce dernier déclenche en même temps son chronomètre ($t = 0$).

Dans ces conditions $x_0=0$ car le mobile (l'élève) se trouvait à l'origine des abscisses à $t=0$.

* Pour un élève « malin » qui avance un peu avant que l'arbitre donne un coup de sifflet et déclenche le chronomètre, la course commence de O' .

Quand l'arbitre donne le coup de sifflet et déclenche en même temps son chronomètre ($t=0$) l'abscisse de cet élève est alors $x_0=2m$ à $t=0$.

*Pour un troisième élève qui voulait prendre son élan, il recule et commence sa course de O'' .

Lorsque l'arbitre déclenche son chronomètre et donne le coup de sifflet l'abscisse de l'élève est alors $x_0=-1m$.

Remarques :

- Lorsque $x_0 = 0$, alors l'équation horaire s'écrit : $x = Vt$
- Dans le cas de l'exemple précédent, on s'était intéressé à la définition de x_0 même si le mouvement peut ne pas être rectiligne uniforme.

1.2.3- L'accélération du mobile :

Dans un M.R.U

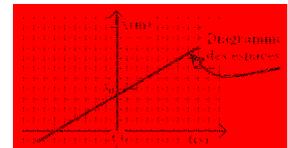
$$a = \frac{dV}{dt} = 0 \text{ car } V = \text{cte}$$

1.2.4- Diagrammes :

1.2.4.1 - Des espaces :

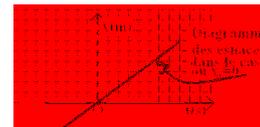
C'est la représentation graphique de x en fonction du temps

Dans un M.R. U, le diagramme des espaces est une droite qui ne passe pas en général par l'origine.



Si $x_0=0$ alors $x=Vt$

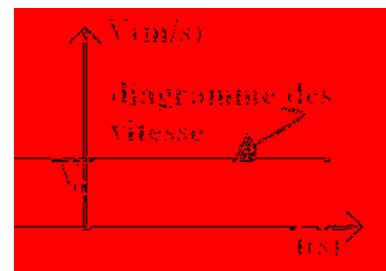
Le diagramme, est une droite qui passe par l'origine.



1.2.4.2-Des vitesses :

C'est la représentation graphique de V en fonction du temps

Dans un M.R. U ; le diagramme des vitesses est une droite parallèle à l'axe des temps .



1. 2.5- Application:

Un mobile M est animé d'un M. R.U. A l'instant $t_1 = 2s$ son abscisse est $x_1=2m$. A l'instant $t_2 = 4s$ son abscisse est $x_2= 6m$. Donner son équation horaire.

Solution:

$$\begin{cases} x_1 = Vt_1 + x_0 \\ x_2 = Vt_2 + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = V \cdot 2 + x_0 \\ 6 = V \cdot 4 + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V = 2 \text{ m/s} \\ x_0 = -2 \text{ m} \end{cases}$$

Donc l'équation horaire est : $x=2t-2$



1.3-Le mouvement rectiligne uniformément varié

1.3.1 -Définition :

Dans un repère donné un point est animé d'un M.R. U. V, si son vecteur accélération \vec{a} reste constant, en direction, sens et intensité

$$\vec{a} = \overline{cte} = \vec{a}_x \cdot \vec{i} \text{ avec } a_x = \frac{dV_x}{dt} = cte$$

$$\|\vec{a}\| = |a_x| \cdot \|\vec{i}\| = a_x \text{ car } \|\vec{i}\| = 1$$

1.3.2- Le vecteur vitesse:

$$a_x = \frac{dV}{dt} \Leftrightarrow dV = a_x \cdot dt \Leftrightarrow \int dV = a_x \int dt$$

La fonction dont la dérivée, par rapport au temps reste constante est une fonction du 1^{er} degré de t, du type $V_x = a_x \cdot t + k$

La constante k représente la vitesse du mobile à l'instant initial t=0, on l'appelle vitesse initiale et on la note V₀; donc

$$V_x = a_x \cdot t + V_0 \text{ ou } V = a \cdot t + V_0 \quad (1) \text{ car } a_x = a \text{ puisque } a_y = a_z = 0$$

Si à l'instant t = 0, V₀=0 alors V= a t

Il faut bien faire la différence entre V et V₀

V : la vitesse du mobile à un instant t quelconque alors que V₀ est sa vitesse à l'instant origine t = 0 ; la valeur de V₀ dépend des conditions initiales, Voici un exemple.

Reprenons l'exemple de la course 100m (paragraphe 2.2)

Lorsque l'arbitre donne un coup de sifflet et déclenche son chronomètre (t=0), l'élève « sérieux » qui était à genoux donc était immobile, commence son mouvement sans vitesse initiale (V₀=0)

Lorsque l'élève qui voulait prendre son élan passe devant le piquet origine, O ; l'arbitre déclenche son chronomètre (t = 0)

A cet instant t = 0 l'élève a déjà acquis une certaine vitesse, grâce à son élan, cette vitesse représente une vitesse initiale pour cet élève.

1.3.3- L'équation horaire :

$$V_x = V = \frac{dx}{dt} \Leftrightarrow dx = V \cdot dt \Leftrightarrow \int dx = \int V \cdot dt \text{ or } V = at + V_0$$

$$\text{d'où } \int dx = \int (at + V_0) \cdot dt \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + k$$

La constante k représente l'abscisse du mobile à l'instant initial $t = 0$; on l'appelle abscisse initiale x_0 .

Donc l'équation horaire du mobile est $x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0$ (2)

1.3.4 -Relation indépendante du temps :

De l'équation (1)

$$V = at + V_0 \Rightarrow t = \frac{V - V_0}{a} \text{ en remplaçant dans (2)}$$

$$x - x_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{V - V_0}{a} \right)^2 + V_0 \left(\frac{V - V_0}{a} \right)$$

D'où $V^2 - V_0^2 = 2a(x - x_0)$ (3)

L'équation (3) est appelée relation indépendante du temps.

Applications :

1 - A l'instant initial $t=0$, une moto démarre. Son mouvement est R. U.V.

Elle atteint la vitesse de 72km/h en 10s, calculer la valeur de l'accélération de cette moto.

Solution :

Prenons un axe $X'X$ confondu avec la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement

$$V=72\text{km/h}=72 \times 1000/3600=20\text{m/s} : V=at+V_0 \Rightarrow a = \frac{V - V_0}{t} = 2\text{m/s}^2$$

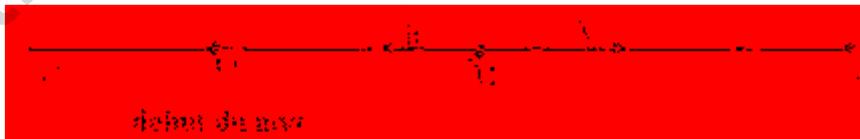
2 - Une voiture roulant en ligne droite à la vitesse 36km/h , s'arrête en 5s.

Déterminer les caractéristiques de l'accélération supposée constante, au cours du mouvement.

Solution:

Vitesse finale $V = 0$ car il y a arrêt ; vitesse initiale $V_0=10\text{m/s}$ $V - V_0 = at$

$$a = \frac{V - V_0}{t} = -2\text{m/s}^2$$



1.3.5- Une propriété caractéristique du M. R.U.V

« Les espaces parcourus pendant des intervalles de temps successifs et égaux, forment une progression arithmétique de raison « $r=a \cdot \theta^2$ »

Démonstration : Considérons des intervalles de temps successifs égaux : $t ; t+\theta ; t+2\theta ; \dots ; t+k\theta$. $k \in \mathbb{N}$

Le mobile occupe les positions successives : x ; x_1 ; x_2 ; x_k

Les espaces parcourus pendant les intervalles de temps successifs θ sont :

$$e_1 = x_1 - x ; e_2 = x_2 - x_1 \dots \dots \dots e_k = x_k - x_{k-1}$$

$$e_k = [\frac{1}{2}a(t+k\theta)^2 + V_0(t+k\theta) + x_0 - [\frac{1}{2}a(t+(k-1)\theta)^2 + V_0(t+(k-1)\theta) + x_0]$$

$$e_1 = x_1 - x = \frac{1}{2}a(t+\theta)^2 + V_0(t+\theta) + x_0 - [\frac{1}{2}a.t^2 + V_0.t + x_0]$$

$$e_2 = x_2 - x_1 = \frac{1}{2}a(t+2\theta)^2 + V_0(t+2\theta) + x_0 - [\frac{1}{2}a(t+\theta)^2 + V_0(t+\theta) + x_0]$$

$$e_2 - e_1 = e_3 - e_2 = \dots \dots = e_k - e_{k-1} = a\theta^2$$

Réciproquement si les espaces parcourus au cours d'un M.R. pendant des durées successives égales à θ croissent en progression arithmétique de raison r , le mouvement est uniformément varié d'accélération $a = r/\theta^2$

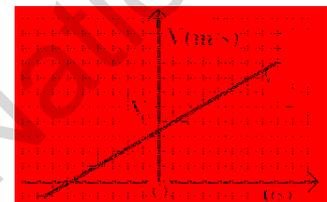
1.3.6- Diagrammes :

1.3.6.1- des vitesses :

C'est la courbe représentative de la fonction $V(t) = at + V_0$

Dans le cas général c'est une droite qui coupe l'axe des vitesses au point de coordonnées $(0, V_0)$.

Dans le cas où V_0 est nulle la droite passe par l'origine

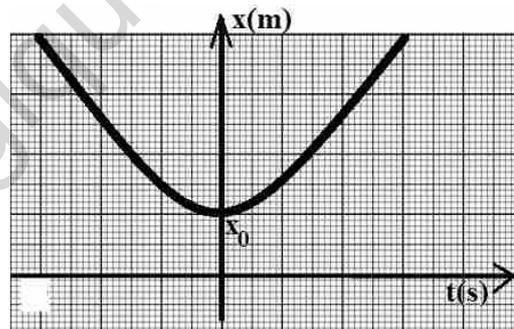


1.3.6.2 -des espaces :

La courbe représentative de la fonction

$x = f(t)$ est appelée diagramme des espaces.

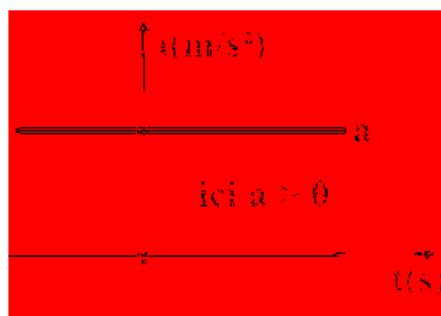
Ici le diagramme des espaces est une parabole car la fonction $x = f(t)$ est une fonction du 2^{ème} degré de temps.



1.3.6.3-des accélérations :

c'est la représentations de $a = f(t)$.

C'est une droite horizontale



Remarque : il ne faut pas confondre trajectoire du mouvement qui est un droite et le diagramme des espaces qui est ici une parabole.

1.3.7- Phases du mouvement :

1.3.7.1-phase accélérée :

Si la vitesse augmente les vecteurs \vec{V} et \vec{a} ont même sens. Les valeurs algébriques V et a ont même signe le produits $aV > 0$.

Exemple : Le démarrage d'une voiture est une phase accélérée



1.3.7.2 - Phase retardée ou décélérée :

Si le module de la vitesse diminue, les vecteurs \vec{V} et \vec{a} sont de sens contraires : donc $aV < 0$.

Exemple : Au cours de l'arrêt d'une voiture on a une phase décélérée



Application : L'accélération d'un mobile en M.R.U.V. est $a = 8 \text{ m/s}^2$.

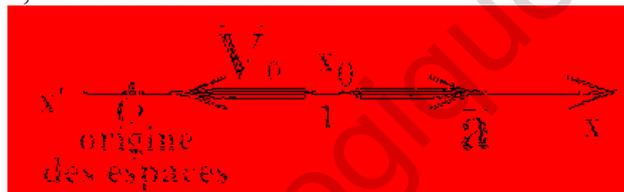
A l'instant $t = 0 \text{ s}$ sa vitesse est $V_0 = -5 \text{ m/s}$ et son élongation est $x_0 = 1 \text{ m}$

- 1- Etablir l'équation horaire du mouvement
- 2- Quelles sont les différentes phases du mouvement ?
- 3- Quelle est l'élongation du mobile lorsque sa vitesse s'annule ?
- 4- Tracer le diagramme des espaces et celui des vitesses

Solution:

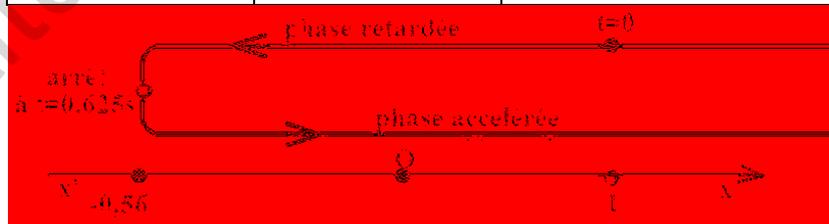
a, V_0, x_0 sont des valeurs algébriques, si les valeurs algébriques a, V_0, x_0 sont positives alors les vecteurs \vec{V}_0 et \vec{a} ont même sens positif choisi sur l'axe.

Dans le cas contraire, ils ont le sens contraire



- 1) L'équation horaire est $x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0$ soit $x = 4t^2 - 5t + 1$
- 2) Les phases du mouvement : $V = 8t - 5 \Rightarrow V = 0 \Rightarrow t = 5/8 \text{ s}$

t	0	5/8=0,625	$+\infty$
V	-	+	
a	+	+	
aV	-	+	
Phase	retardée		accélérée



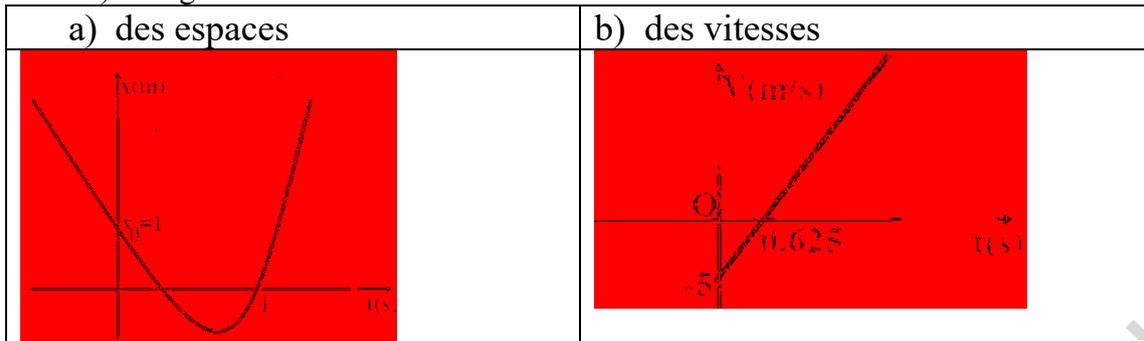
Le mobile est donc en mouvement retardé pour $t < 0,625 \text{ s}$

Il rebrousse chemin à $t = 0,625 \text{ s}$ et prend ensuite un mouvement accéléré.

L'élongation lorsque la vitesse s'annule :

$$V^2 - V_0^2 = 2a(x - x_0) \text{ si } V = 0 \quad x = \frac{-V_0^2}{2a} + x_0 = -0,56 \text{ m}$$

3) Diagrammes



1.4- Le mouvement rectiligne sinusoïdal

1.4.1- Définition :

Le mouvement d'un point M est rectiligne sinusoïdal, si sa trajectoire est un segment de droite et son abscisse est une fonction sinusoïdale du temps

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi) \quad (1)$$

- x : abscisse ou élongation à un instant t quelconque
- x_m : abscisse ou élongation maximale, on l'appelle amplitude du mouvement ; (x_m est toujours positive) x et x_m sont exprimées en mètre (m)
- $\omega t + \varphi$: est appelée phase du mouvement, elle s'exprime en radian (rad)
- φ : est la phase initiale ou phase à l'origine des temps elle s'exprime en radian et dépend des conditions initiales
- ω : est appelée pulsation du mouvement, elle s'exprime en rad / s

Les valeurs extrêmes de x sont donc $+x_m$ et $-x_m$. Le mobile se déplace sur le segment de droite $(-x_m; +x_m)$ de centre O , de longueur $2x_m$; le mobile a un mouvement de va et vient entre les points d'abscisse $-x_m$ et x_m .

La relation (1) est l'équation horaire du mouvement.

Si la phase initiale φ est nulle alors l'équation horaire s'écrit $x = x_m \cos \omega t$.



Exemple : Mouvement d'un solide (S) attaché à l'extrémité libre d'un ressort (pendule élastique).

1.4.2- la vitesse du mobile :

Le mouvement étant rectiligne ; on peut écrire

$$\vec{V} = V \vec{i} \text{ avec } V = V_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d(x_m \cos(\omega t + \varphi))}{dt}$$

$$\text{soit } V = -\omega x_m \sin(\omega t + \varphi)$$

La valeur maximale de V est $V_{\max} = \omega x_m$

1.4.3- L'accélération du mobile :

$$\vec{a} = a\vec{i} \text{ avec } a = a_x = \frac{dV}{dt} = \frac{d(-\omega x_m \sin(\omega t + \varphi))}{dt}$$

$$\text{soit } a = -\omega^2 x_m \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$$

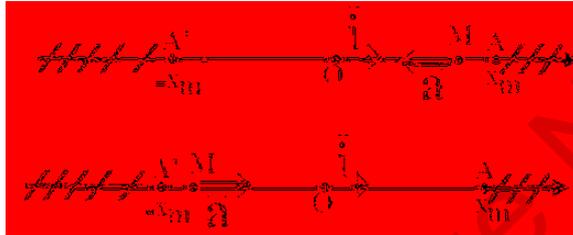
$$a = -\omega^2 x \Rightarrow \vec{a} = -\omega^2 \cdot x\vec{i} \Leftrightarrow \vec{a} = -\omega^2 \overline{OM} \quad (2)$$

\overline{OM} : Vecteur position

Cette relation (2) montre que pour $x=0$; $a=0$

Pour toutes autres valeurs de x , les vecteurs \vec{a} et \overline{OM} sont de sens contraires

Le vecteur accélération est toujours dirigé vers le centre O de la trajectoire: on dit que l'accélération est centripète.



L'accélération est donc proportionnelle à l'élongation et de signe contraire.

1.4.4 -L'équation différentielle du mouvement:

$$a = -\omega^2 x \Leftrightarrow a + \omega^2 x = 0 \text{ Soit } \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \text{ ou } x'' + \omega^2 x = 0$$

Cette relation qui fait intervenir la variable x et sa dérivée seconde x'' est l'équation différentielle du mouvement.

Cette équation a pour solution générale $x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$

1.4.5- Période et fréquence du mouvement:

Le M. R. S, se répète identique à lui-même : C'est donc un mouvement périodique.

La période T est l'intervalle de temps constant qui sépare deux passages consécutifs du mobile en un même point et dans le même sens. C'est la durée d'une oscillation complète

Une fonction du temps est périodique et a pour période T si :

$$x(t+kT) = x(t) \quad \forall t \in \mathbb{Z} ; \forall k \in \mathbb{Z}$$

La fonction $x(t) = x_m \cos(\omega t + \varphi)$ est périodique sa période est : $T = \frac{2\pi}{\omega}$ T en seconde (s). En

effet si k est un entier

$$\begin{aligned} x(t+kT) &= x_m \cos\left[\omega\left(t+k\frac{2\pi}{\omega}\right) + \varphi\right] \\ &= x_m \cos\left[\omega t + \omega k\frac{2\pi}{\omega} + \varphi\right] = x_m \cos(\omega t + \varphi) = x(t) \end{aligned}$$

Le nombre d'oscillations en une seconde est la fréquence N du mouvement

$$N = \frac{1}{T}$$

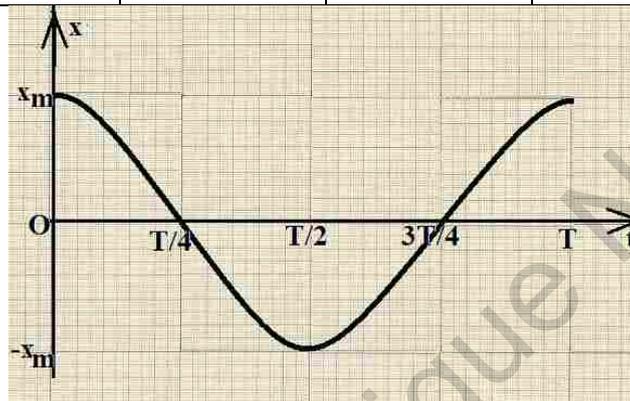
N en hertz .

1.4.6- Diagrammes:

1.4.6.1- des espaces : C'est une sinusoïde

Exemple : $x = x_m \cos \omega t$ ($\varphi = 0$)

t	0	T/4	T/2	3T/4	T
x	x_m	0	$-x_m$	0	x_m



Remarque : il ne faut confondre le diagramme des espaces (qui est une sinusoïde) avec la trajectoire qui est un segment de droite.

1.4.6.2- des vitesses et des accélérations :

Les diagrammes des vitesses et des accélérations sont également des sinusoïdes.

1.4.7- Relation indépendante du temps :

Soit un mobile, animé d'un M, R, S,

$$\begin{cases} x = x_m \cos(\omega t + \varphi) \\ v = -\omega x_m \sin(\omega t + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = x_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi) \\ v^2 = \omega^2 x_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 = x_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi) & (1) \\ \frac{v^2}{\omega^2} = x_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi) & (2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{v^2}{\omega^2} + x^2 = x_m^2 \Leftrightarrow v^2 = \omega^2 (x_m^2 - x^2) \quad (3)$$

La relation (3) est appelée relation indépendante du temps

En utilisant cette relation, on peut montrer que :

Si x est maximale c'est-à-dire $x = x_m$ ou minimale $x = -x_m$ alors $v = 0$.

En effet si $x = x_m$ ou $x = -x_m$ alors $x^2 = x_m^2$ la relation (3) s'écrit alors

$$v^2 = \omega^2 (x_m^2 - x^2) = 0$$

Expérimentalement, le mobile s'arrête aux points extrêmes A et A' avant de changer le sens de son mouvement.

La relation (3) montre également que si $x=0$ (position origine) alors

$$V = \pm \omega x_m$$

$V = +\omega x_m$: dans le sens positif .

$V = -\omega x_m$: dans le sens négatif .

Donc, retenons : dans un M ; R ; S ;

* Si $x=0$ alors la vitesse est maximale en valeur absolue

* Si $v=0$ alors x est maximale en valeur absolue

Application : un mobile M, est animé d'un M.R.S, de période $T=2s$.

- 1) Ecrire son équation horaire sachant qu'à l'instant $t=0$, on l'a ramené à la position $x=2cm$, et on l'a lâché sous vitesse initiale
- 2) Calculer sa vitesse lorsqu'il passe par le point d'abscisse $x=1cm$

Solution:

1- L'équation horaire :

$$\begin{cases} x = x_m \cos(\omega t + \varphi) \\ V = -\omega x_m \sin(\omega t + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = x_m \cos \varphi = 2 \cdot 10^{-2} \\ V_0 = -\omega x_m \sin \varphi = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sin \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0 \text{ où } \varphi = \pi$$

$$\text{comme } x_0 > 0 \text{ alors } \varphi = 0 \Rightarrow x_m = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{1} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ (rad/s)}$$

D'où $x = 2 \cdot 10^{-2} \cos \pi t$

2 - Calcul de V

$$V^2 = \omega^2 (x_m^2 - x^2) \text{ or } x = 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{alors V serait : } V = 5,43 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

2- Le mouvement circulaire uniforme

2.1-Définition :

Le mouvement d'un point M est circulaire uniforme, si ce point se déplace sur un cercle avec une vitesse constante en module.

Remarque : la direction et le sens du vecteur vitesse, changent.

Exemple : les extrémités des aiguilles d'une montre sont animées de M.C.U.

2.2- Repérage du mobile M:

Soit O le centre de la trajectoire circulaire de rayon R, $x'Ox$ et $y'Oy$, sont les axes d'un repère orthonormé du plan de la trajectoire : \vec{i} et \vec{j} sont les vecteurs unitaires de ces axes.

Soit A_0 : l'origine des arcs, fig. suivante.

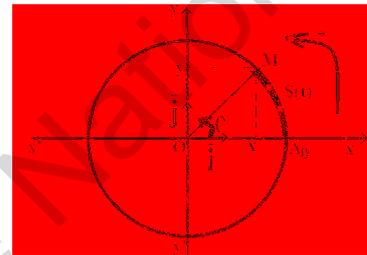
La position du mobile peut-être déterminée soit par :

- * ses coordonnées cartésiennes : x et y $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$
- * une mesure de l'angle polaire $\theta = (\vec{OA}_0; \vec{OM})$, $\theta(t)$ est appelée abscisse ou élongation angulaire.
- * une mesure $s(t)$ de l'arc, $\overset{\frown}{A_0}M$; $s(t)$ est appelée abscisse curviligne

Relations entre les trois modes de repérage:

$$\begin{cases} x = R\cos\theta \\ y = R\sin\theta \end{cases} \quad \text{et} \quad s = R\theta$$

Avec $\begin{cases} x = R\cos\theta \\ y = R\sin\theta \end{cases} \Leftrightarrow x^2 + y^2 = R^2 \Rightarrow R = \sqrt{x^2 + y^2}$



Nous supposons, dans ce qui suit que les fonctions $\theta(t)$ et $s(t)$ sont dérivables par rapport au temps.

2.3- Vitesse linéaire – vitesse angulaire :

$$\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\vec{i} + y\vec{j}) = \frac{d}{dt}(R\cos\theta\vec{i} + R\sin\theta\vec{j}) = -R\sin\theta \frac{d\theta}{dt}\vec{i} + R\cos\theta \frac{d\theta}{dt}\vec{j}$$

$$\vec{V} = (-R\sin\theta\vec{i} + R\cos\theta\vec{j}) \frac{d\theta}{dt} \Leftrightarrow (\vec{V})^2 = (-R\sin\theta\vec{i} + R\cos\theta\vec{j})^2 \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$$

$$(\vec{V})^2 = V^2 \quad \text{et} \quad (-R\sin\theta\vec{i} + R\cos\theta\vec{j})^2 = R^2 \quad \text{donc} \quad V^2 = R^2 \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$$

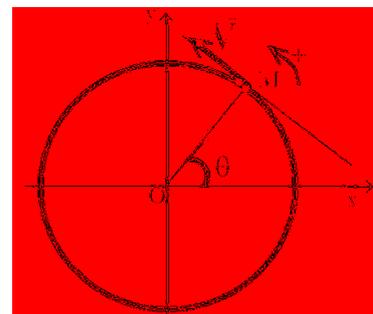
$$V = R \frac{d\theta}{dt}$$

$$\theta' = \frac{d\theta}{dt} = \omega \quad \text{S'appelle vitesse angulaire du point M à}$$

l'instant t.

V. s'appelle vitesse linéaire du mobile M $V = R\omega$

$$V \longrightarrow \text{m/s} ; R \longrightarrow \text{m} ; \quad \omega \longrightarrow \text{rad/s}$$



Remarque : autre méthode : $S = R\theta$ Dérivons les deux membres par rapport au temps, il vient :

$$\frac{dS}{dt} = R \frac{d\theta}{dt} \quad \text{d'où} \quad V = R\omega$$

2.4- L'accélération du point M:

Le M . C . U ; est un mouvement curviligne.

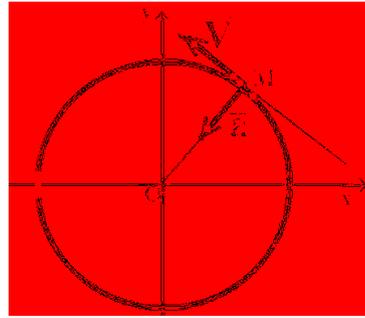
$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

a_τ = accélération tangentielle

a_n = accélération normale

Ici $a_\tau = 0$ car $\vec{a}_\tau = \frac{dV}{dt}$ et $V = cte$

et $\vec{a} = \vec{a}_n$ soit $a = a_n = \frac{V^2}{R} = R\omega^2$ car $V = R\omega$



Donc dans un M. C . U $\vec{a} = \vec{a}_n = \frac{V^2}{R} = R\omega^2$

Dans un M. C . U, l'accélération est donc radiale et centripète

Remarque : on aurait pu procéder comme précédemment en dérivant la vitesse :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt} [(-R\sin\theta\vec{i} + R\cos\theta\vec{j}) \frac{d\theta}{dt}]$$

et on trouve $\vec{a} = -\omega^2 \vec{OM}$

Avec la norme $a = R\omega^2$ puisque $OM=R$

2.5 - L'équation horaire :

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \Leftrightarrow d\theta = \omega dt$$

$\omega = cte$ puisque $\omega = \frac{V}{R}$; V et R étant constants

donc $\int d\theta = \omega \int dt \Leftrightarrow \theta = \omega t + k$

La constant k représente l'élongation ou l'abscisse angulaire initiale, on la note θ_0 .

Donc l'équation horaire du mouvement est : $\theta(t) = \omega t + \theta_0$

θ : abscisse ou élongation angulaire à un instant t quelconque ; θ s'exprime en rad

θ_0 : l'abscisse ou élongation angulaire initiale θ_0 en rad (voir fig ci-après)

* ω : vitesse angulaire en rad/s

* t : temps en seconde(s)

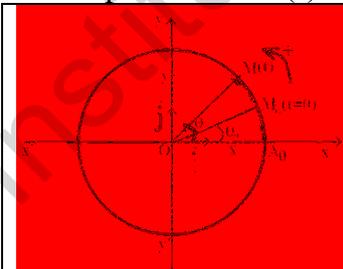


fig a

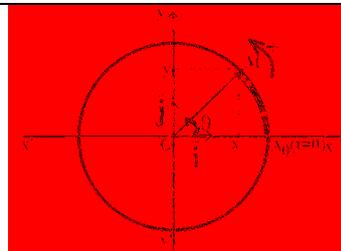


fig b

Si le mobile part de l'origine des arcs A_0 à $t=0$ alors $\theta_0=0$ et l'équation horaire s'écrit $\theta(t) = \omega t$

Remarque : Il est possible d'établir une autre équation horaire, si on repère M par la mesure de l'arc : $S = \overset{\frown}{A_0M}$

$$S(t) = R\theta(t) = R\omega t + R\theta_0 \text{ or } R\omega = V \text{ et } R\theta_0 = S_0 = \text{abscisse curviligne du point M à } t=0$$

$$d'où : S = Vt + S_0$$

2.6 - Période et fréquence du mouvement :

Le M.C.U ; est périodique : il se répète identique à lui même

La période T est la durée d'un tour. Considérons le cas où le mobile part de l'origine des arcs à $t=0$, l'équation horaire s'écrit : $\theta = \omega t$

Si $t=T$ alors $\theta = 1 \text{tr} = 2\pi$

Donc $2\pi = \omega T$ d'où $T = 2\pi/\omega$

$T \longrightarrow (s) \quad \omega \longrightarrow \text{rad/s}$

Autre démonstration : pour $1 \text{tr} = 2\pi$ le mobile parcourt la circonférence du cercle de rayon R

Soit $d = 2\pi R$ avec $d =$ distance parcourue par M

Comme $d = Vt$ ici $t=T$ donc $2\pi R = VT$ d'où $T = 2\pi R/V = 2\pi/\omega$

La fréquence $N = 1/T = \omega/2\pi$

Remarque : la fréquence représente ici le nombre de tours effectués par le mobile en une seconde.

Application :

Un point M animé d'un M.C.U, effectue 10 tr en 5s, le rayon de sa trajectoire est $R = 0.4\text{m}$, son abscisse angulaire initiale est $\theta_0 = \pi/4 \text{rd}$.

- 1 - Calculer la période et la fréquence du mouvement
- 2 - Calculer les vitesses linéaire et angulaire de M
- 3 - Calculer les élongations angulaires de M aux instants $t_1 = 0.125\text{s}$; $t_2 = 0.625\text{s}$.

Solution :

1 - la période T est la durée d'un seul tour. soit $T = 5/10 = 0,5\text{s}$

La fréquence N est le nombre de tour par seconde soit $N = 10/5 = 2\text{Hz}$ ou bien $N = 1/T = 1/0,5 = 2\text{Hz}$

2 - $V = R\omega$ or $\omega = 2\pi/T = 12,56 \text{rad/s}$ soit $V = 0,4\text{m/s}$.

3 - L'équation horaire s'écrit : $\theta = \omega t + \theta_0 = 12,56t + \pi/4$

- Pour $t=t_1$, on a $\theta_1 = 12,56t_1 + \pi/4$ soit $\theta_1 = 12,56 \times 0,125 + \pi/4 = 2,35 \text{rad}$
- Pour $t=t_2$, on a $\theta_2 = 12,56t_2 + \pi/4$ soit $\theta_2 = 12,56 \times 0,625 + \pi/4 = 8,63 \text{rad}$.

L'essentiel

Exemples de mouvements	Equation horaire	Trajectoire	Vitesse	Accélération
M.R.U	$X = Vt + X_0$	Une droite	Le vecteur vitesse est constant	$a = 0$
M.R.U.V	$X = 1/2at^2 + v_0t + X_0$	Une droite	$V = dx/dt$	$a = dv/dt$
M.R.S	$X = X_m \cos(\omega t + \varphi)$	Un segment de droite	$V = -\omega X_m \sin(\omega t + \varphi)$	$a = -\omega^2 X$
M.C.U	$\theta = \omega t + \theta_0$	Un cercle	$V = R \omega$	$a = a_n = V^2/R = R\omega^2$

Exercices

Exercice 1

Une automobile de longueur $\ell = 5\text{m}$, roulant à la vitesse $v_a = 90\text{km.h}^{-1}$ arrive derrière un camion de longueur $L=10\text{m}$ roulant à une vitesse $v_c = 72\text{km.h}^{-1}$. Les deux véhicules conservent des vitesses constantes. L'automobile va donc doubler le camion. En admettant que le dépassement commence quand l'avant de l'automobile est à la distance $d_1 = 20\text{m}$ de l'arrière du camion et se termine quand l'arrière de l'automobile est à la distance $d_2 = 30\text{m}$ de l'avant du camion.

1-Calculer la durée du dépassement

2—Montrer que la distance parcourue sur la route par la voiture pendant le dépassement est de 325m.

Exercice 2 :

Deux automobiles A et B considérés comme ponctuels se suivent à la même vitesse constante $v_0 = 72\text{km.h}^{-1}$ à la distance $d=25\text{m}$. A $t=0\text{s}$ l'automobile A prend une accélération $a = 1\text{m.s}^{-2}$ dépasse B et se rabat devant elle lorsqu'elle en est à une distance $d'=30\text{m}$.

1-Donner les équations horaires des mouvements de A et de B.

2-Quel espace a parcouru l'automobile B pendant cette manœuvre.

Exercice 3

Deux voitures M_1 et M_2 se suivent à une distance d à la même vitesse constante $v_0 = 108\text{km.h}^{-1}$. A un certain moment correspondant à l'origine des temps ($t=0\text{s}$), la voiture M_1 commence à freiner avec une décélération $a_1 = 6\text{m.s}^{-2}$; La voiture M_2 ne commence à freiner qu'avec un retard d'une seconde et une décélération $a_2 = 5\text{m.s}^{-2}$.

1- Quelle condition doit satisfaire d pour que la voiture M_2 s'arrête sans heurter M_1 .

2- Si $d=30\text{m}$ la voiture M_2 heurte M_1 . A quel instant aura lieu le choc. Déterminer les vitesses respectives de M_1 et M_2 au moment du choc.

3- Si $d=55\text{m}$ la collision n'aura pas lieu. Déterminer la distance D séparant les deux voitures lorsqu'elles s'arrêtent.

Exercice 4 :

Une automobile démarre lorsque le feu passe au vert avec une accélération $a = 2,5\text{m.s}^{-2}$ pendant une durée de $t=6\text{s}$; Ensuite le conducteur maintient sa vitesse constante. Lorsque le feu passe au vert un camion, roulant à la vitesse $V = 45\text{Km.h}^{-1}$, est situé à une distance $d=20\text{m}$ du feu, avant celui-ci. Il maintient sa vitesse constante. Dans un premier temps, le camion va doubler l'automobile, puis dans une deuxième phase, celle-ci va le dépasser. En choisissant comme origine des dates, l'instant où le feu passe au vert, comme origine des espaces, la position du feu tricolore, déterminer :

1-Les dates des dépassements.

2-Les abscisses des dépassements.

3-Les vitesses de l'automobile à ces instants.

Exercice 5:

Un voyageur arrive sur le quai de la gare à l'instant où son train démarre ;le voyageur qui se trouve à une distance $d=25\text{m}$ de la portière court à la vitesse constant $V=24\text{Km/h}$. Le train est animé d'un mouvement rectiligne d'accélération $a=1,2\text{m/s}^2$

1-Le voyageur pourra-il rattraper le train ?

2-Dans le cas contraire à quelle distance ℓ minimale de la portière parviendra-il ?

Exercice 6

Un automobiliste roule sur un tronçon d'autoroute rectiligne à la vitesse de 144Km/h. Soudain un obstacle fixe apparaît sur la voie à une distance $D=130m$. Le conducteur freine immédiatement et réduit sa vitesse à 108Km/h au bout d'une durée $\theta = 1s$

1-Calculer la valeur de la décélération supposée constante .

2-Si on suppose que la décélération du mobile reste constante, à quelle distance d de l'obstacle la voiture va-elle s'arrêter ?

3-On envisage maintenant cette éventualité : le conducteur ne réagit pas tout de suite et commence à freiner 1,5s après l'apparition de l'obstacle. Il impose alors au véhicule la décélération calculée à la 1^{ère} question. A quelle distance de l'obstacle l'automobile va-elle s'arrêter ?

Exercice 7

1-Une automobile décrit une trajectoire rectiligne dans repère (o, \vec{i}) .Son accélération est constante.

A l'instant $t_0 = 0s$ l'automobile part d'un point M_0 A l'instant $t_1 = 3s$ l'automobile passe par le point M_1 d'abscisse $x_1 = 59m$ à la vitesse $V_1 = 6ms^{-1}$. Elle arrive en suite au point M_2 d'abscisse $x_2 = 150m$ à la vitesse $V_2 = 20ms^{-1}$

a-Etablir l'équation horaire du mouvement de l'automobile

b-A quel instant l'automobile passe-t-elle par le point M_2 ?

c-Calculer la longueur ℓ du trajet effectué par l'automobile pendant la phase d'accélération dont la durée est fixée à 20s.

2-A la date $t=1s$;une moto se déplaçant sur la même droite à la vitesse constante $V=20m/s$ passe par le point M' d'abscisse $x'=-5m$. Pendant toute la durée du mouvement fixée à 20s, la moto va d'abord dépasser l'automobile ; en suite l'automobile va rattraper la moto. Déterminer :

a-L'équation horaire du mouvement de la moto dans le repère (o, \vec{i}) .

b- Les dates des dépassements

c- Les abscisses des dépassements

d- La vitesse de l'automobile au moment où elle rattrape la moto.

e- La distance d parcourue par la moto entre les dates $t=1s$ et la date où elle dépasse l'automobile

Exercice 8

On donne une route rectiligne AOB.OA=1Km OB=3Km. Une voiture M immobile en O démarre sans vitesse se dirige vers B au moment où une voiture M'roulant à la vitesse constante de 144Km/h passe en A se dirigeant vers B. Le mouvement de M est d'abord uniformément accéléré sur 180m au bout desquels elle atteint sa vitesse limite de 108Km/h quelle conserve par la suite.

1-Ecrire les équations horaires des mouvements des deux véhicules

2-La voiture M' rattrapera-t-elle la voiture M avant le passage en B ?si oui à quelle date et en quel point.

Exercice 9

Une particule a un mouvement rectiligne sinusoïdal tel que son accélération à la fin de sa trajectoire ait une norme de $800ms^{-2}$ et que sa vitesse au passage par la position d'équilibre soit $4ms^{-1}$ en valeur absolue.

1-Trouver pour ce mouvement la fréquence N et l'amplitude X_m

2-Ecrire l'équation horaire du mouvement sachant qu'à $t=0$ le mobile passe par l'abscisse $\frac{-X_m}{2}$ en allant dans le sens négatif.

Exercice 10

Un mobile M se déplace sur un axe $x'ox$ d'origine O. La loi horaire de son mouvement est :

$$x = 210^{-2} \cos(40\pi t + \frac{\pi}{6})$$

1-De quel mouvement s'agit-il ?

- 2-Préciser l'amplitude, la pulsation, la période, la fréquence et la phase initiale φ du mouvement.
- 3-Quelle est la longueur du segment décrit par M
- 4-Quelle est la vitesse du point M à la date t ? En déduire :
- a-La vitesse maximale de M
- b-La vitesse de M à la date $t=1s$
- 5-Déterminer la date du 1^{er} passage du mobile M à la position $x = 10^{-2} m$
- 6-Déterminer la phase à l'instant $t=2s$ du mouvement de M
- 7-Quelle est son accélération lorsqu'il passe par le point d'abscisse $x = 10^{-2} m$

Exercice 11

Un mobile se déplace sur un axe xx' de telle façon qu'il passe par les positions A, B, C, D, E, F et G. Le tableau ci-dessous donne les différentes abscisses de ces positions et les instants de passages respectifs correspondants.

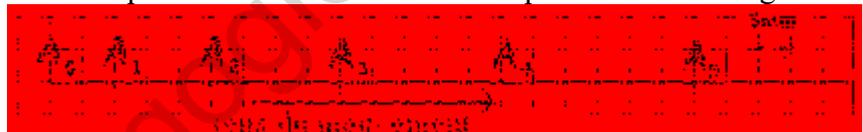
Positions	A	B	C	D	E	F	G
x(cm)	-4	-2,5	0	3,5	8	13,5	20
t(ms)	0	40	80	120	160	200	240

- Déterminer la nature du mouvement et calculer son accélération.
- Déterminer les vitesses du mobile aux points B, C, D, E, et F.
- Calculer les vitesses aux points A et G.
- Ecrire les équations horaires du mouvement.

Exercice 12

Un mobile parcourt les distances suivantes pendant des intervalles de temps successifs et égaux $\theta=20ms$

- Compléter le tableau ci-contre et déterminer la nature du mouvement.



- En considérant le point A_1 comme origine du repère des espaces et l'instant d'enregistrement du point A_3 comme origine des temps ; trouver l'équation horaire du mouvement puis calculer par deux méthodes différentes la vitesse au point A_5 .

t	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
V_i (m/s)						
a_i (m/s ²)						

CHAPITRE III:

Rappels sur les énergies

Objectifs

Savoir appliquer :

- *Le théorème de l'énergie cinétique
- *Le théorème de l'énergie mécanique

1 -Théorème de l'énergie cinétique:

1.1- Energie cinétique :

C'est l'énergie que possède un corps en mouvement. Elle se calcule par la formule :

$$E_c = \frac{1}{2} mV^2$$

E_c : énergie cinétique (J)

m : masse (kg)

V : vitesse (m /s).

1.2- Travail d'une force constante :

On considère un solide de masse m soumis à l'action d'une force constante \vec{F} et se déplaçant en translation sur une trajectoire rectiligne.

Le travail de la force \vec{F} pour un déplacement $AB=\ell$ est

$$W_{\vec{F}} = \vec{F} \cdot \vec{\ell} = F \cdot \ell \cos \alpha$$

W : travail en joule (j) F : intensité de la force (N)

ℓ : longueur du déplacement (m)



- cas particuliers :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Si } \vec{F} \text{ et } \vec{\ell} \text{ sont de même direction et de même sens} \\ \text{alors } W_{\vec{F}} = F \cdot \ell \\ \text{Si } \vec{F} \text{ et } \vec{\ell} \text{ sont perpendiculaires alors } W_{\vec{F}} = 0 \end{array} \right.$$

1.3- Travail de quelques forces :

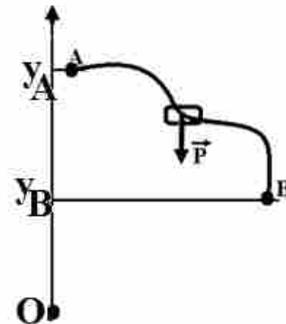
1.3.1- Travail du poids :

Soit \vec{Oy} un axe vertical es dirigé vers le haut et on note :

y_A : l'altitude du point départ A.

y_B : l'altitude du point d'arrivée.

La formule générale est : $W_{\vec{P}} = P(y_A - y_B)$



Remarque :

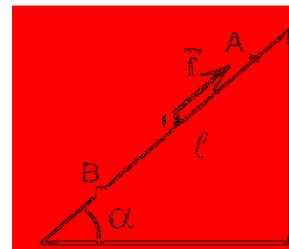
- Si $y_A > y_B$: $W_M > 0$ (le corps descend)
- Si $y_A < y_B$: $W_R < 0$ (le corps monte)

1.3.2- Travail de la force de frottement :

- Cas d'un déplacement rectiligne :

Considérons un solide glissant avec frottement- sur un plan incliné.

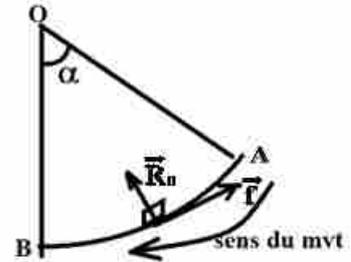
$$W_{\vec{f}} = \vec{f} \cdot \vec{\ell} = W_{\vec{f}} = - f \cdot \ell$$



- Cas d'un déplacement curviligne :

Considérons un solide glissant avec frottement sur une piste circulaire.

$$W_f = -f \cdot \overline{AB} = -f \cdot r\alpha \quad \text{avec } OA = OB = r.$$



1.3.3 - Travail de la force électrique :

La charge q supposée positive se déplace de A à B sur une trajectoire quelconque dans un champ électrique uniforme \vec{E} . Elle part de A (potentiel V_A) au voisinage d'une des armatures du condensateur et arrive en B (potentiel V_B) au voisinage de la deuxième armature, lorsque la charge passe de M à M' infiniment voisin le travail élémentaire de la force

\vec{F} vaut $\vec{F} \cdot \overline{MM'} = q\vec{E} \cdot \overline{MM'}$ et le travail total sur le trajet AB :

$$W_{F_e} = \sum_A^B \vec{F} \cdot \overline{MM'} = \sum_A^B q\vec{E} \cdot \overline{MM'} = q\vec{E} \cdot \sum_A^B \overline{MM'} \quad \text{or}$$

$$\sum_A^B \overline{MM'} = \overline{AB} \quad \text{donc } W_{F_e} = q\vec{E} \cdot \overline{AB} = qE \cdot AB \cdot \cos \alpha \quad \text{avec } AB \cdot \cos \alpha = d$$

$$W_{F_e} = q \cdot E \cdot d = qU_{AB} \quad \text{car } E = \frac{U_{AB}}{d}$$

On voit que le travail est indépendant du chemin suivi. Ce résultat se généralise à un champ électrique quelconque.

On retiendra la formule : $W_{\vec{F}} = qU_{AB} = q(V_A - V_B)$

$W_{\vec{F}}$: en joule (J)

q : en coulomb (C)

U_{AB} : en volte (V).

1.4- Enoncé du théorème de l'énergie cinétique :

Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un solide entre deux instants t_1 et t_2 est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces appliquées au solide entre ces deux instants.

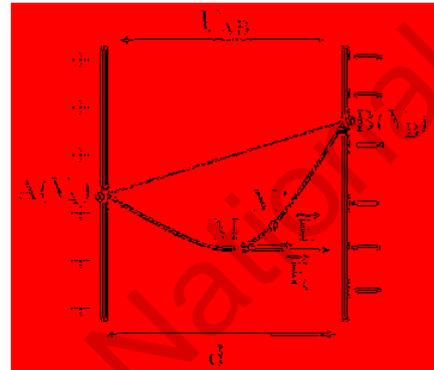
Pour un solide en translation : $\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}}$

1.5- Puissance d'une force :

Soit le travail d'une force constante \vec{F} effectué pendant un temps t , la puissance moyenne

reçue par le solide en translation est : $P_m = \frac{W}{t} \quad \text{ou} \quad P_m = \frac{\vec{F} \cdot \vec{\ell}}{t}$

Pen watt (W) ; W en joule (J) ; t en seconde(s)



En faisant tendre t vers 0 le rapport de la distance ℓ sur le temps t tend vers la vitesse instantanée \vec{V} .

La puissance moyenne P_m tend alors vers la puissance instantanée $P = \vec{F} \cdot \vec{V}$

Dans le cas particulier où les vecteurs \vec{F} et \vec{V} ont même direction et même sens :

$$\alpha = 0 \Leftrightarrow P = F \cdot V$$

2-Energie mécanique

2.1-Définition :

L'énergie mécanique d'un système déformable est par définition la somme de son énergie cinétique et de son énergie potentielle

$$E_m = E_C + E_P$$

E_C : énergie cinétique $E_C = \frac{1}{2} mV^2$

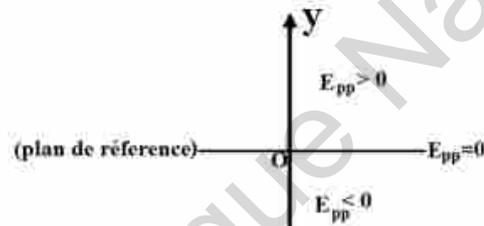
E_P : énergie potentielle {somme de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} et de l'énergie potentielle élastique : E_{pe} }.

- énergie potentielle pesanteur :

$$E_{pp} = mg \cdot y$$

m : masse du solide.

y : altitude du solide S.



- énergie potentielle élastique :



$$E_{pe} = \frac{1}{2} Kx^2.$$

K : raideur du ressort.

x : déformation totale subit par le ressort (R).

2.2- Théorème de l'énergie mécanique :

la variation de l'énergie mécanique d'un système entre deux instants est égale à la somme algébrique des travaux des forces extérieures et des forces intérieures dissipatives qui s'exercent sur le système entre ces deux instants.

$$\Delta E_m = \sum W_{\vec{F}_{ex}} + \sum W_{\vec{F}_{int \text{ dissipatives}}}$$

Remarque: pour un système isolé : $\sum W_{\vec{F}_{ex}} = 0$.

$$\text{Si en plus : } \sum W_{\vec{F}_{int \text{ dissipatives}}} = 0 \quad (\sum W_{int \text{ dissipatives}})$$

$$\Rightarrow \Delta E_m = 0 \Leftrightarrow E = \text{Cste} : \text{le système est conservatif.}$$

L'essentiel:

- La variation de l'énergie cinétique d'un solide entre deux instants est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces appliquées au solide entre ces deux instants :

$$\Delta E_c = \sum W_{\vec{F}}$$

cette relation traduit le théorème de l'énergie cinétique .

-La variation de l'énergie mécanique d'un système entre deux instants est égale à la somme algébrique des travaux des forces extérieures et des forces intérieures dissipatives qui s'exercent sur le système entre ces deux instants :

$$\Delta E_m = \sum W_{\vec{F}_{\text{ex}}} + \sum W_{\vec{F}_{\text{in}}} \text{ (dissipatives)}$$

cette relation traduit le théorème de l'énergie mécanique

Exercices

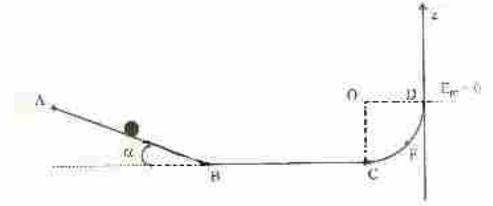
Exercice 1

Une bille est assimilable à un point matériel de masse $m = 100\text{g}$ se déplace sur un rail ABCD situé dans un plan vertical.

la portion AB est rectiligne $AB = 90\text{ cm}$, elle fait avec l'horizontal un angle $\alpha = 30^\circ$.

la portion BC est horizontale $BC = 20\text{ cm}$.

la portion CD est constituée d'un arc de cercle de centre O et de rayon $R = 25\text{ cm}$.



I - La bille quitte le point A sans vitesse initiale et les frottements son négligeables .

1°/ Quelle est la vitesse de la bille lorsqu'elle passe par les points B, C et D .On prend $g = 10\text{ms}^{-2}$.

2°/ Calculer la variation de l'énergie potentielle du système (bille - terre)

Quand la bille passe du point C au point F milieu de l'arc CD .

3°/ La bille étant lâchée sans vitesse initiale d'un point E situé entre A et B elle atteint le point D avec une vitesse nulle . Préciser la position du point E en calculant la distance EB .

II - On admet que les forces de frottements se réduisent à une force \vec{f} de même direction que le vecteur vitesse de la bille mais de sens opposé et de

valeur $f = 0,1\text{ N}$. La bille est lâchée du point A sans vitesse initiale

1°/ Calculer le travail de la force \vec{f} lors du déplacement de la bille du point A au point D .

2°/ Déterminer l'énergie mécanique du système (bille - terre) aux points A et D . que peut-on conclure ?

3°/Que représente la variation de l'énergie mécanique du même système entre A et D .

N.B : On prendra l'énergie potentielle de pesanteur nulle au point D .

Exercice 2

Un solide(S)de masse $m = 200\text{g}$ se déplace sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontal.

Il part du point O origine de l'axe avec une vitesse initiale de valeur V_0 .Au cours de son mouvement ,(S) est

soumis à une force de frottement de valeur constante f opposée au mouvement .Un dispositif approprié permet de mesurer la valeur de la vitesse pour différentes positions .La courbe représentative de $V^2 = f(x)$ est donnée sur la figure suivante :

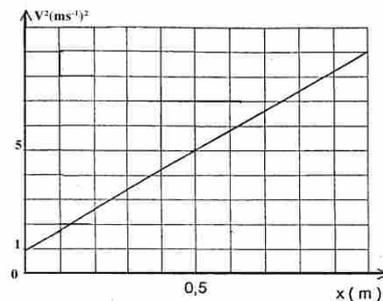
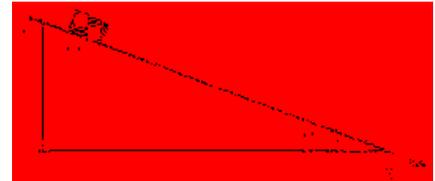
1 - Déterminer graphiquement l'équation : $V^2 = f(x)$

2 - En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au solide entre le point O et un point d'abscisse x quelconque, établir l'expression de $V^2 = f(x)$.

3 - En déduire la valeur de f de la force de frottement et celle de V_0 .

4 - Au point d'abscisse $x = 0,5\text{m}$, l'énergie mécanique E_m du système (solide ,terre) est égale au double de l'énergie cinétique .En déduire la position adoptée pour le plan de référence de l'énergie potentielle de pesanteur .

5 .a- Donner les expressions de E_c et de E_p du système en fonction de x



b-Sur un même graphique représenter les courbes $E_c = f(x)$ et $E_p = g(x)$ pour les valeurs de x telles que $:0 \leq x \leq 1\text{m}$.

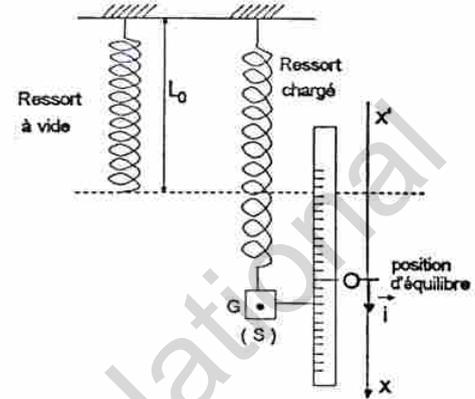
c- En déduire l'expression de E_m en fonction de x puis tracer la courbe $E_m = h(x)$.
On donne $g=10\text{m/s}^2$.

Exercice 3

Les frottements sont négligeables et on prendra $g=10\text{m/s}^2$.
On considère le dispositif représenté sur la figure ci-

contre:

Le solide S de masse m est écarté verticalement vers le bas de sa position d'équilibre d'une distance x_m . On prendra le plan horizontal passant par O comme plan de référence de l'énergie potentielle de pesanteur du système (R,S,terre).



1 - Etablir l'expression de l'allongement ΔL_0 du ressort à l'équilibre en fonction de m , g et K

2 - Exprimer l'énergie potentielle du système à une date t quelconque .

3- a-Montrer que l'énergie mécanique du système se conserve .Donner son expression en fonction de K , ΔL_0 et x_m .

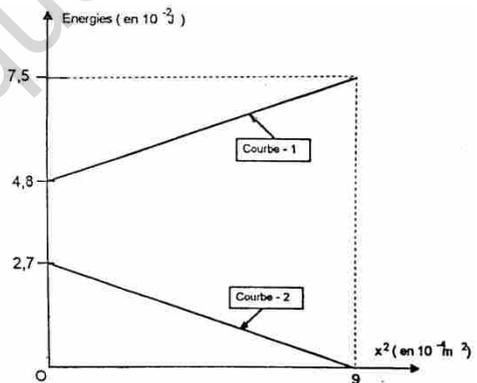
b-Déduire l'expression de E_c en fonction de K , x et x_m .

4 - L'une de deux courbes ci-dessous représente $E_p = f(x^2)$ alors que l'autre représente $E_c = g(x^2)$.

a - Identifier chacune de deux courbes, justifier la réponse.

b - Déterminer à partir des courbes, les valeurs de :

- La raideur K
- L'allongement ΔL_0 et en déduire la valeur de la masse m .
- La distance x_m .

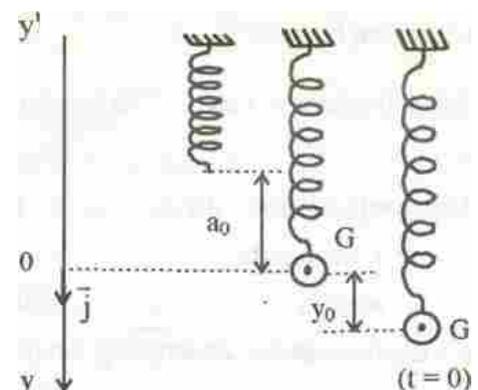


Exercice 4

Un solide S de masse m est attaché à l'une des extrémités d'un ressort vertical parfaitement élastique de constante de raideur K et de masse négligeable.

L'extrémité supérieure du ressort est fixe. A l'équilibre l'allongement du ressort est a_0 . On écarte

le solide S de sa position d'équilibre vers le bas de y_0 à un instant qu'on prend comme origine des dates. On néglige les frottements et on étudie le mouvement du solide S relativement à un repère (O, \vec{j}) d'origine O , la position du centre d'inertie de S à l'équilibre et d'axe Oy vertical dirigé vers le bas (fig 1)



1°/a) A une date t quelconque, le centre d'inertie G de (S) a une élongation y et sa vitesse instantanée est V .

établir l'expression de l'énergie mécanique E du système {solide

ressort, terre } en fonction de y , V , a_0 , K et m .

On prendra comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur celle correspondant à la position du solide dans un plan horizontal passant par O ,

position du centre d'inertie du solide (S) à l'équilibre. On considère nulle l'énergie potentielle élastique du ressort non chargé .

b) Montrer que cette énergie mécanique E est constante. Exprimer sa valeur en fonction de K, y_0 et a_0 .

En déduire que le mouvement de (S) est rectiligne sinusoïdal

2°/ A l'aide d'un dispositif approprié, on mesure la vitesse instantanée V du solide S pour différentes elongations y du centre d'inertie G de S. Les résultats des mesures ont

permis de tracer la courbe $V^2 = f(y^2)$: (fig 2)

a/ Justifier théoriquement l'allure de la courbe en

établissant l'expression de V^2

b) En déduire les valeurs de :

- la pulsation ω_0 et l'amplitude y_0 du mouvement de (S).

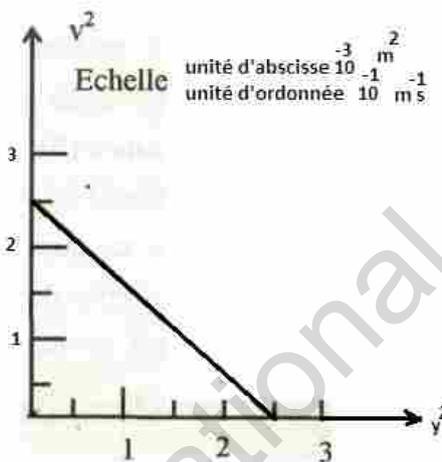
- l'allongement a_0 du ressort à l'équilibre.

On prendra $g = 10 \text{ms}^{-2}$

c) Etablir l'équation horaire du mouvement de (S).

d) Sachant que l'énergie mécanique E du système est égale à

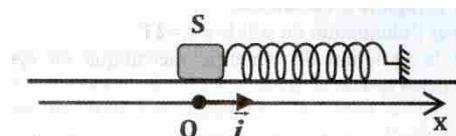
0,625 Joule, calculer les valeurs de la constante de raideur K du ressort et le masse m du solide(S).



Exercice 5

Un solide S de masse m est fixé à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives de masse négligeable et de raideur K. L'ensemble est placé sur un plan horizontal parfaitement lisse (fig. ci-dessous)

A partir de sa position d'équilibre, on communique au solide (S) une vitesse initiale V_0 dans le sens positif des elongations.



1) Montrer que l'énergie mécanique du système {solide, ressort} est constante.

2) La courbe ci-contre donne la variation de l'énergie cinétique du système en fonction de l'élongation x de (S).

a-Justifie l'allure de la courbe en établissant l'expression de l'énergie cinétique E_c en fonction de x, K et E_{c0} ; énergie cinétique initiale du solide

b-Déterminer en utilisant la courbe les valeurs de

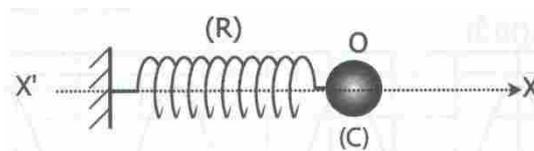
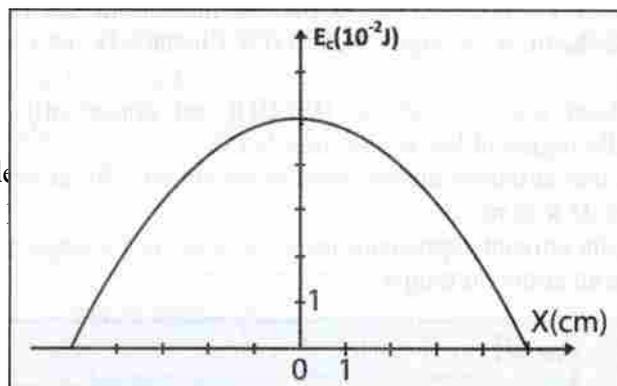
c- En déduire la valeur de la masse m sachant que la valeur $T_0 = 0,4 \text{s}$.

3) Etablir l'équation horaire du mouvement.

Exercice 6

Soit un pendule horizontal constitué d'un ressort (R) de raideur k et de masse

négligeable, enfilé à travers une tige, à l'extrémité duquel est soudé un solide (S) de masse m ponctuel pouvant coulisser **sans frottement** à travers la tige.



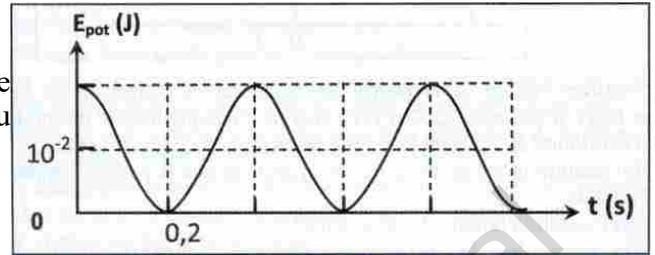
On comprime le ressort de **5 cm** puis on l'abandonne à lui-même **sans vitesse à $t = 0$** .

1) a- Donner l'expression de l'énergie mécanique du pendule élastique en fonction de **k**, **m**, **x** (élongation de (s) à l'instant **t**) et **v** (la vitesse de (s) à l'instant **t**).

b- Sachant que le système {(S), (R)} est conservatif, déduire l'équation différentielle régissant les oscillations de (s),

c- Préciser la nature du mouvement du solide (S) et exprimer sa pulsation en fonction de **k et m**.

2) Le graphe suivant représente les variations de l'énergie potentielle élastique du pendule au cours du temps.



a- Etablir l'expression de l'énergie potentielle élastique en fonction de **k**, X_m , et **t**.

2) Déduire l'expression de l'énergie mécanique en fonction de **k et X_m** : (X_m amplitude des oscillations).

3) En déduire la valeur de la raideur **k** du ressort.

4) Déterminer la période de l'énergie potentielle et en déduire la période des oscillations.

5) Calculer alors la masse **m** du solide (S).

6) Ecrire l'équation horaire du mouvement du solide (S).

7) Déterminer les positions pour lesquelles, la vitesse du solide (S) est réduite à moitié de sa valeur acquise au passage par sa position d'équilibre ?

CHAPITRE IV :

Relation fondamentale de la dynamique

Objectifs

- Donner les lois de la dynamique :
 - *La relation fondamentale de la dynamique
 - *Le principe des actions réciproques
 - *Le principe de l'inertie
- Savoir appliquer la RFD à un système pour déterminer :
 - *La nature du mouvement.
 - *L'expression des intensités des forces telles que : (réaction, tension , force motrice, force de frottement.....)

Institut Pédagogique National

1- Généralités :

1.1-Système dynamique

La dynamique étudie le mouvement d'objets divers :
electrons, satellites, véhicules

On appelle système dynamique tout objet dont on étudie le mouvement.

Tout ce qui n'appartient pas au système fait partie du milieu extérieur.

1.2- Caractéristiques d'un système

1.2.1- Un système est un ensemble de points matériels. Un système peut-être déformable ou indéformable. Si la distance entre deux points quelconques du système reste constante ce système est indéformable : On lui donne alors le nom de solide.

1.2.2- Un système a une masse M

La masse d'un système est la somme des masses de tous les points du système.

$M = \sum_{i=1}^n m_i$. Dans le système international d'unités SI l'unité de masse est le kilogramme (kg)

1.2.3 Un système a un centre d'inertie G

Le centre d'inertie G ou centre de gravité d'un système matériel composé de $M_i(m_i)$;

$M_n(m_n)$ est donné par : $\vec{OG} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot \vec{OM}_i}{M}$;

M : masse totale du système

O: un point quelconque de l'espace

1.3 -Forces intérieures -Forces extérieures

- Une force intérieure est une force exercée par une partie du système sur une autre partie de ce système.

- Une force extérieure est une force exercée par l'extérieur sur le système.

Cette force peut-être une force à distance ou une force de contact.

Le caractère « intérieur » ou « extérieur » d'une force dépend du choix du système.

Exemple :

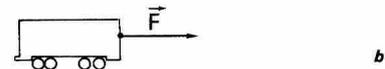
Un camion C tire une remorque R (fig a).

Des forces s'exercent au niveau du crochet d'attelage.

- Si on considère le système constitué par la remorque R :

L'action de C sur R se traduit par la force \vec{F} (fig b) c'est une force extérieure, de même que les forces exercées sur R par l'air, la route, la terre.

- Si on considère le système l'ensemble remorque – camion, \vec{F} est dans ce cas une force intérieure.



Application:

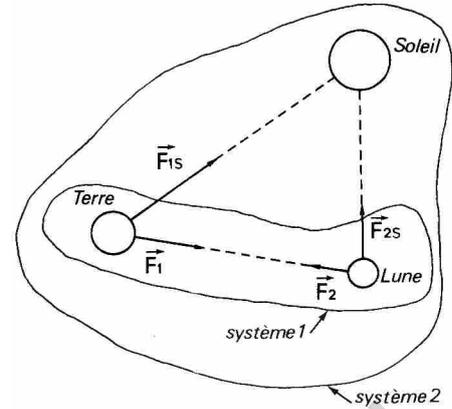
Considérons les forces d'interactions mutuelles \vec{F}_1 et \vec{F}_2 entre la terre et la lune.

Choisissons deux systèmes différents :

Système1 : terre et lune

Système2 : terre, lune et soleil

Quelles sont pour chacun des deux systèmes les forces intérieures et extérieures ?



Solution :

Système1 : les forces \vec{F}_1 et \vec{F}_2 sont intérieures \vec{F}_{1s} et \vec{F}_{2s} sont extérieures

Système2 : toutes les forces sont intérieures

2-Relation fondamentale de la dynamique :

2.1- Enoncé :

Si un ensemble de forces $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ appliquées à un point matériel de masse m provoque une variation de sa vitesse la relation suivante est vérifiée dans tout référentiel galiléen.

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n = \sum \vec{F}_i = m\vec{a}$$

\vec{F} ; est la somme vectorielle de toutes

les forces appliquées au point matériel.

2.2- Repères galiléens

2.2.1-Définition :

Les repères dans lesquels la R.F.D est vérifiée sont dits galiléens

2.2.2-Exemples de repère galiléens :

Le repère de Copernic, le repère de Kepler, le repère géocentrique et le repère terrestre sont des repères galiléens.

2.2.3-Limite de validité de la R.F.D

La relation précédente exprime la relation fondamentale de la mécanique classique. Plus précisément elle reste valable pour tout mouvement dont la vitesse à une valeur inférieure à $3 \cdot 10^7$ m/s.

Mais pour des mouvements à plus grande vitesse cette relation ne s'applique plus il faut alors avoir recours à la mécanique relativiste. Noter que la vitesse limite qu'aucun corps ne peut atteindre est de $3 \cdot 10^8$ m/s

2.2.4-Principe des actions réciproques :

Si un corps A exerce sur un corps B la force $\vec{F}_{A/B}$ (appelée action) le corps B réagit en exerçant sur le corps A la force $\vec{F}_{B/A}$ (appelée réaction) opposée à $\vec{F}_{A/B}$

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$$

Les forces $\vec{F}_{A/B}$ et $\vec{F}_{B/A}$ agissent simultanément: Ce sont des interactions.

Remarque : Si on considère le système formé par l'ensemble des deux corps A et B les forces $\vec{F}_{A/B}$ et $\vec{F}_{B/A}$ sont des forces intérieures. D'où une conséquence très importante :

les forces intérieures d'un système sont opposées deux à deux. La somme des forces intérieures d'un système est nulle. $\sum \vec{F}_{int} = 0$

3- Principe de l'inertie :

3.1- Rappels : Un corps est dit isolé lorsqu'il n'est soumis à aucune force (cas pratiquement impossible à obtenir).

Un corps est dit pseudo- isolé lorsque l'ensemble des forces qui agissent sur lui se

compensent dans ce cas : $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n = \vec{0}$

3.2- Énoncé : dans un référentiel galiléen, le centre d'inertie G d'un système soumis à un ensemble de forces dont la somme est nulle $\sum \vec{F}_{\text{int}} = 0$ est soit au repos, soit

animé d'un mouvement rectiligne uniforme $\vec{V}_G = \text{cte}$

4-Applications de la relation fondamentale de la dynamique

4-1- La chute libre d'un corps abandonné sans vitesse

Étudions le mouvement d'un corps abandonné sans vitesse et soumis à la seule action de la pesanteur.

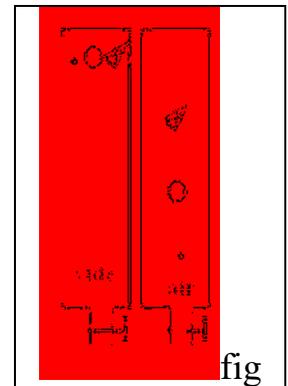
Une bille, une feuille de papier abandonnés sans vitesse ont des mouvements de chute différents : Les résistances de l'air sur les deux corps sont différentes.

4-1.1-La 1^{ère} loi de chute libre

4-1.1.1-Expérience du tube de Newton

Trois objets (plume, bille et boule de sureau) abandonnés simultanément à la partie supérieure d'un long tube de verre tenu verticalement tombent en s'accompagnant dans leur chute si l'on fait le vide.

L'expérience reprise dans l'air montre que la bille tombe plus vite.(fig)



4-1.1.2- Énoncé de la loi

Dans le vide en un même lieu, tous les corps ont le même mouvement de chute libre.

Remarque : pour déterminer la loi de chute libre nous expérimenterons dans l'air avec un corps dense parce qu'il se comporte au début de sa chute comme s'il tombait dans le vide.

4-1-2 - La 2^{ème} loi de chute libre

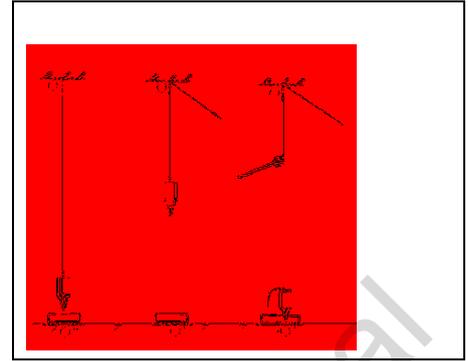
4-1.2.1 -Expérience :

Le fil à plomb, suspendu en O, matérialise la verticale de O.

A son intersection en O'. avec le sol plaçons un petit morceau de craie.

Le fil est remonté puis brûlé lorsqu'il est bien immobile.

Le corps tombe et casse la craie en O'.



4-1.2.2- Conclusion :

Le mouvement de chute libre est caractérisé par :

- la trajectoire rectiligne et verticale.
- le sens du haut vers le bas.

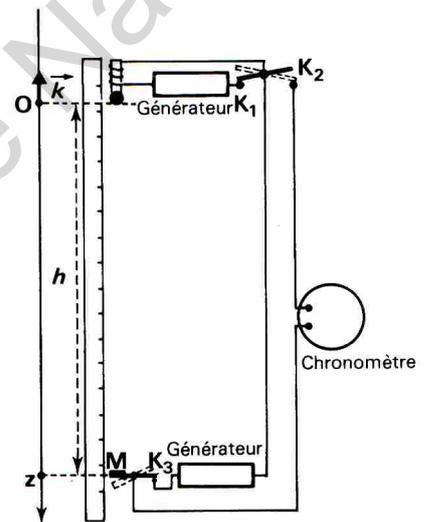
4-1.3 -La 3^{ème} loi de chute libre:

4-1.3.1 - Expérience :

Une bille en acier tombe en chute libre le long d'une règle graduée disposée verticalement. Lorsque la bille en O, quitte l'électro-aimant commandé par l'interrupteur K₁ le chronomètre électrique est déclenché par la fermeture simultanée de K₂. Lorsqu'elle arrive en M, l'interrupteur K₃ bascule et le chronomètre s'arrête.

Il enregistre donc la durée t mise par la bille pour parcourir la hauteur h

Les mesures effectuées sont consignées dans le tableau .



h(m)	t(s)	t ² (s ²)	h/t ² (m/s ²)
0,800	0,404	0,163	4,901
0,900	0,428	0,183	4,913
1,000	0,451	0,203	4,916
1,100	0,473	0,224	4,917
1,200	0,494	0,244	4,917
1,300	0,515	0,265	4,901

Moyenne de $h/t^2 = 4,91 \text{ m/s}^2 = k$

4-1.3.2 - Interprétation

Le quotient h/t^2 est sensiblement constant donc h est proportionnel à t^2 ($h=kt^2$). Donc le mouvement est rectiligne uniformément varié ; donc

$$h = \frac{1}{2} at^2 \text{ d'où } a = 2k = 9,82 \text{ m/s}^2$$

Loi de chute libre : Le mouvement de chute libre est rectiligne uniformément accéléré.

Equations horaires :

Le repère d'espaces lié au référentiel d'étude : $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- Conditions initiales : $\overline{OG} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$ et $\overline{V}_0 \begin{cases} v_{0x} = 0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$

- Étude dynamique.

- Bilan des forces : la balle est soumise à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$.
- La RFD (Théorème du centre d'inertie):

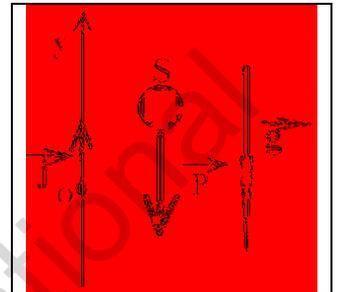
$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

\Leftrightarrow

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \quad \vec{V} \begin{cases} v_x = 0 \\ v_y = -gt \end{cases} \quad \overline{OG} \begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Nous tirons de ces équations la relation indépendante du temps :

$$v^2 = -2gy \text{ avec } h = -y \text{ on obtient: } v^2 = 2gh$$



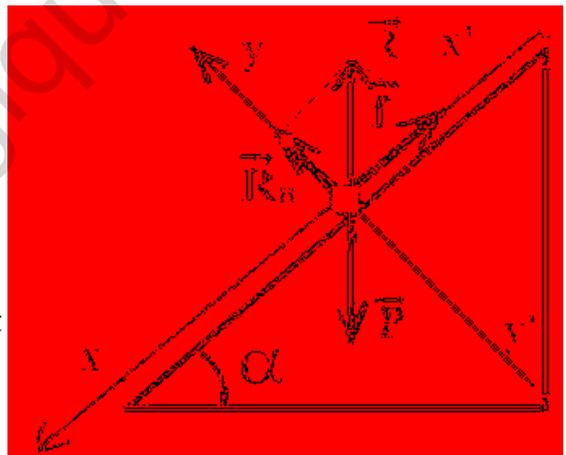
4-2- Mouvement d'un mobile dans le champ de pesanteur terrestre

4-2-1-Mobile glissant sur un plan incliné (avec frottement)

4-2-1-1-Nature du mouvement :

On se propose d'étudier un mobile de centre d'inertie G en translation rectiligne qui descend sur une piste faisant un angle α avec le plan horizontal :

$$\Rightarrow \begin{cases} a_x = g \sin \alpha - \frac{f}{m} \\ a_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \vec{V} \begin{cases} v_x = (g \sin \alpha - \frac{f}{m})t \\ v_y = 0 \end{cases}$$



- Le mouvement suivant l'axe Ox est rectiligne uniformément varié.
- Il n'y a pas de mouvement suivant l'axe Oy.

Remarque : En l'absence de frottement : $f=0$ $a = g \sin \alpha$

4-2.1.2 -Expression de R

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R}_n + \vec{f} = m\vec{a}$$

Par projection sur yy' , on obtient la réaction normale:

$$-mg \cos \alpha + R_n = 0 \Leftrightarrow R_n = mg \cos \alpha$$

La valeur de la réaction R dévient alors : $R = \sqrt{R_n^2 + f^2}$

Remarque: En l'absence de frottement : $R = mg \cos \alpha$

Remarque : on peut retrouver la nature du mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} m V^2 - \frac{1}{2} m V_0^2 = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}_n} + W_{\vec{f}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m V^2 - \frac{1}{2} m V_0^2 = mgx \sin \alpha - fx \Leftrightarrow \frac{1}{2} m (V^2 - V_0^2) = x(mg \sin \alpha - f)$$

Dérivons cette équation par rapport au temps :

$$mV \frac{dV}{dt} = \frac{dx}{dt} (mg \sin \alpha - f) \Leftrightarrow mVa = V(mg \sin \alpha - f) \Rightarrow a = g \sin \alpha - \frac{f}{m}$$

4-2.2 - Mouvement d'un projectile

4-2.2.1- Etude du mouvement

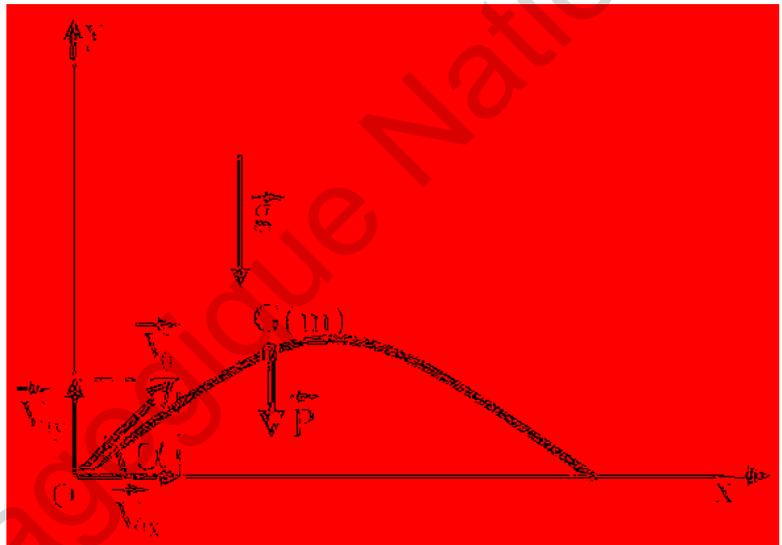
Un solide de masse m et de centre d'inertie G est lancé à une date choisie comme origine des dates d'un point O .

Le vecteur vitesse initiale \vec{V}_0 faisant l'angle α avec l'horizontale.

La seule force appliquée au projectile est le poids \vec{P} . En négligeant les forces de frottements dues à l'air, la relation fondamentale de la dynamique permet d'écrire

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g}$$



L'accélération étant constante, on déduit que le mouvement ne dépend pas de la masse du solide mais uniquement des conditions initiales.

Conditions initiales

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \\ a_z = 0 \end{cases}; \vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cdot \cos \alpha \\ V_{0y} = V_0 \cdot \sin \alpha \\ V_{0z} = 0 \end{cases} \text{ et } \overline{OG}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$$

Ecrivons les coordonnées des vecteurs accélération, vitesse et position à un instant t quelconque :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \quad \vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 \cdot \cos \alpha \\ V_y = -gt + V_0 \cdot \sin \alpha \end{cases} \quad \overline{OG} \begin{cases} x = V_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \cdot \sin \alpha \cdot t \end{cases}$$

- Le mouvement suivant l'axe Ox est rectiligne uniforme.
- Le mouvement suivant l'axe Oy est rectiligne uniformément varié.
- Le mouvement de G est contenu dans le plan $(x'y')$ appelé plan de tir. C'est-à-dire dans le plan vertical qui contient le vecteur \vec{V}_0 , puisque il n'y a pas de mouvement suivant l'axe Oz .

4-2.2.2- Equation de la trajectoire

L'équation cartésienne de la trajectoire est la relation entre x et y

On élimine le temps t pour trouver la relation entre x et y : $y = f(x)$.

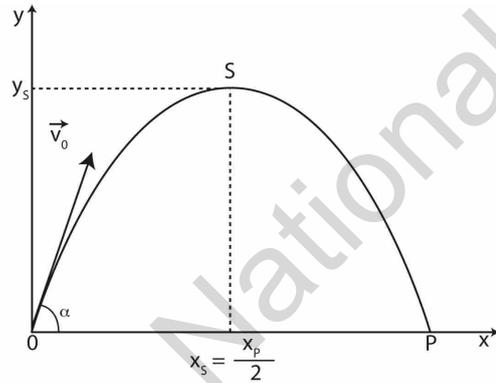
A partir de l'équation x on tire le temps t , on obtient : $t = \frac{x}{V_0 \cdot \cos \alpha}$ on remplace t par

l'expression précédente dans l'équation de y et on obtient ; $y = -\frac{g}{2V_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} x^2 + x \cdot \tan \alpha$

Cette équation, de la forme $y = Ax^2 + Bx$, est celle d'une parabole d'axe verticale

La trajectoire de G est une parabole tangente en O au vecteur vitesse \vec{V}_0 .

S est son sommet. Elle est symétrique par rapport à la verticale de S . La distance OP est la portée du tir.



Remarque : Les chutes réelles dans l'air

Les résultats précédents concernent les chutes libres, ils sont modifiés pour des chutes dans l'air où la résistance de l'air intervient. Celle-ci est une fonction croissante de la vitesse et elle est importante lorsque le projectile est lancé avec une grande vitesse

La figure suivante présente, pour un projectile la trajectoire théorique et la trajectoire réelle compte tenu de la résistance de l'air.



On voit que les deux courbes sont très différentes, la trajectoire réelle n'est pas parabolique et la portée réelle du tir est nettement inférieure à la portée théorique.

4-2.2.3 -Caractéristiques de la trajectoire

4-2.2.3.1- la portée :

C'est l'abscisse du point P d'ordonnée nulle c'est-à-dire dans le même plan horizontal que O . On va calculer la distance OP appelée portée horizontale. En conséquence il faut trouver l'abscisse du point P tel que $y_P = 0$

$$-\frac{g}{2V_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} x^2 + x \cdot \tan \alpha = 0$$

$$\Leftrightarrow x \left(-\frac{g}{2V_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} x + \tan \alpha \right) = 0$$

Deux solutions :

- $x_P=0$ à rejeter
- L'expression littérale générale de la portée est alors :

$$x_P = \frac{2V_0^2 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha}{g} = \frac{V_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

Remarque : Valeur de l'angle : Pour que la portée horizontale soit maximale il faut que :
 $\sin 2\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$

4-2.2.3.2- La flèche :

C'est l'ordonnée du point S, sommet de la parabole.

En ce point, le vecteur vitesse est horizontal, donc sa composante verticale

V_y est nulle. Soit $V_y = (dy/dt) = 0$.

A partir de l'équation précédente, on tire l'expression $t = \frac{V_0 \cdot \sin \alpha}{g}$ et on remplace t par son

expression dans l'équation horaire y, on obtient l'expression y_S déjà trouvée : $y_S = \frac{V_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g}$

Remarque: La flèche est maximale, pour V_0 fixée, si $\sin^2 \alpha = 1$ soit $\alpha = \pi/2$
 C'est-à-dire si le tir est vertical.

Remarque : autre méthode : au point S : $(\frac{dy}{dx})_S = 0$

$$-\frac{g}{2V_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} x_S + \tan \alpha = 0$$

$$x_S = \frac{V_0^2 \cdot \cos \alpha \cdot \tan \alpha}{g} = \frac{V_0^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g}$$

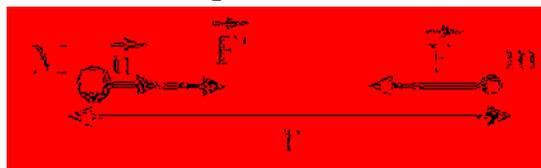
En remplaçant x_S dans l'équation de la trajectoire, on obtient : $y_S = \frac{V_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g}$

4-2.3 -Mouvement d'un satellite autour de la terre

4-2.3.1- Rappel : loi de Newton

Entre deux masses ponctuelles M et m existent des forces d'interaction gravitationnelles \vec{F} et

\vec{F}' données par la relation : $\vec{F} = -\vec{F}' = -\frac{GmM}{r^2} \vec{u}$ avec $F = F' = \frac{GmM}{r^2}$



\vec{F} : Force exercée par M sur m

\vec{F}' : Force exercée par m sur M

r : distance entre les centres d'inertie des deux masses

\vec{u} : Vecteur unitaire

G : constante de gravitation universelle de valeur $6,67 \times 10^{-11}$ SI

Expression de g en fonction de l'altitude:

On admettra que la relation précédente reste applicable à tout corps homogène et présentant une symétrie sphérique.

On suppose que la terre répond à ces conditions. Tout corps situé à l'altitude h subit une force d'attraction exercée par la terre : $\vec{F} = -\frac{GmM}{r^2}\vec{u}$ avec $r=R+h$

R : rayon de la terre

M : masse de la terre

m : masse du corps

Compte tenu du fait que la force d'attraction exercée par la terre sur le corps est son poids

$$\vec{P} = m\vec{g}, \text{ on peut donc écrire : } \vec{g} = -\frac{GM}{r^2}\vec{u}$$

(\vec{g} champ de gravitation terrestre)

$$\text{Au niveau du sol : } h=0 \quad g_0 = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{A l'altitude } h : g = \frac{GM}{r^2} \text{ d'où } g = g_0 \frac{R^2}{r^2} = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

4-2.3.2 -Etude du mouvement

On considère un satellite de masse m qui gravite autour de la terre suivant une trajectoire circulaire à l'altitude h

La seule force appliquée au satellite est la force d'attraction gravitationnelle \vec{F} dirigée suivant la normale à la trajectoire au point considéré :

- **Nature du mouvement :**

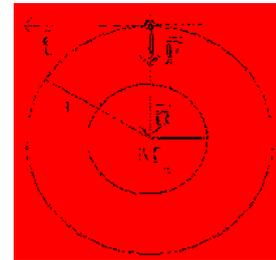
$$\text{En appliquant la R.F.D : } \Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$$

En projetant sur la tangente on obtient :

$$a_t = 0 \Rightarrow v = \text{cte} \Rightarrow \text{mouvement uniforme}$$

En projetant sur la normale on obtient $a_n = F/m$ avec

$$F = GMm/r^2 \text{ et } a_n = v^2/r \Rightarrow r = GM/v^2 = \text{cte} \Rightarrow \text{trajectoire est circulaire} \Leftrightarrow \text{m.c.u}$$



- **Expression de la vitesse orbitale**

$$a_n = v^2/r \text{ et } a_n = F/m \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

Un satellite en orbite circulaire a un mouvement uniforme dont la vitesse est indépendante de sa masse.

- **Autre expression de V**

$$\text{Compte tenu de l'expression } g_0 = \frac{GM}{R^2}, \text{ on a } v = R\sqrt{\frac{g_0}{r}} = R\sqrt{\frac{g_0}{R+h}}$$

- **Période du satellite T**

T est le temps mis par le satellite pour effectuer un tour.

$$\text{Distance parcourue } d = 2\pi(R+h) \text{ or } d = vT \Leftrightarrow T = \frac{d}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}} = 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$$

- **Autre expression de T**

Compte tenu de l'expression $g_0 = \frac{GM}{R^2}$ on a $T = \frac{2\pi}{R} \sqrt{\frac{r^3}{g_0}} = \frac{2\pi}{R} \sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_0}}$

Remarque: Tous les satellites évoluant sur une orbite déterminée ont la même période de révolution.

4-2.3.3- Satellite géostationnaire

Un satellite géostationnaire est un satellite fixe dans le référentiel terrestre. Cela impose qu'il évolue dans le plan de l'équateur terrestre et dans le même sens de rotation de la terre.

Sa période est égale à la période T_0 de révolution de la terre autour d'elle-même, telle que :

$$T_0 = 1 \text{ jour sidéral} = 86140 \text{ S}$$

Un satellite ne peut-être géostationnaire qu'à une altitude bien déterminée H. Calculons cette altitude correspondant à T_0 .

$$T_0 = \frac{2\pi}{R} \sqrt{\frac{(R+H)^3}{g_0}} \Leftrightarrow T_0^2 = \frac{4\pi^2}{R^2} \cdot \frac{(R+H)^3}{g_0} \Rightarrow (R+H)^3 = \frac{T_0^2 \cdot R^2 \cdot g_0}{4\pi^2}$$

$$\Leftrightarrow H = \sqrt[3]{\frac{T_0^2 \cdot R^2 \cdot g_0}{4\pi^2}} - R$$

Application numérique : $R=6370\text{Km}$; $g_0=9.8\text{m/S}^2$ $H \approx 36000\text{km}$

Un satellite géostationnaire évolue en orbite circulaire à une altitude voisine de 36000km

4-2.3.4- Energie mécanique d'un satellite dans le champ de gravitation terrestre

4-2.3.4.1 -Energie cinétique

Dans le repère géocentrique, le satellite de masse m décrit une trajectoire circulaire de rayon r à la vitesse V autour du centre de la terre de masse M

L'énergie cinétique du satellite est $E_c = \frac{1}{2}mV^2$ or $V^2 = \frac{GM}{r}$ soit $E_c = \frac{GmM}{2r}$

4-2.3.4.2- Energie potentielle de pesanteur du système terre-satellite

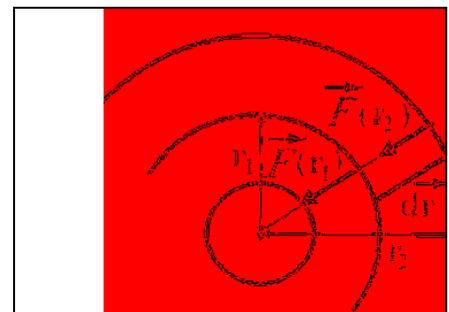
Supposons que le satellite passe de l'orbite de rayon r_1 à la date t_1 à l'orbite de rayon r_2 à la date t_2 .

La force de gravitation \vec{F} appliquée au satellite effectue un travail entre ces deux instants dont l'expression ne peut-être obtenue qu'en recherchant d'abord celle du travail élémentaire dW de la force au cours du déplacement élémentaire de vecteur $d\vec{r}$

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} \Rightarrow dW = -F \cdot dr = -\frac{GmM}{r^2} dr$$

$$\text{or } dW = -dE_p \Rightarrow \int dE_p = \int \frac{GmM}{r^2} dr$$

$$E_p = -\frac{GmM}{r} + \text{cte}$$



L'énergie potentielle de pesanteur est définie à une constante près :

- Si l'origine de l'énergie est choisie à l'infini $E_{P\infty} = 0 \Leftrightarrow cte = 0$ d'où $E_P = -\frac{GmM}{r}$
- Si l'origine de l'énergie est choisie à la surface de la terre :

$$E_{P(R)} = 0 \Leftrightarrow cte = \frac{GmM}{r} \text{ d'où } E_P = -\frac{GmM}{r} + \frac{GmM}{R}$$

En conclusion : $E_m = E_P + E_C = \frac{GmM}{2r} - \frac{GmM}{r} = -\frac{GmM}{2r}$ ou

$$E_m = E_P + E_C = \frac{GmM}{2r} - \frac{GmM}{r} + \frac{GmM}{R} = -\frac{GmM}{2r} + \frac{GmM}{R}$$

4-3- Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme

4-3.1- Rappel : champ électrique uniforme

On obtient un champ électrique uniforme en appliquant une tension constante U entre deux plaques planes et parallèles.

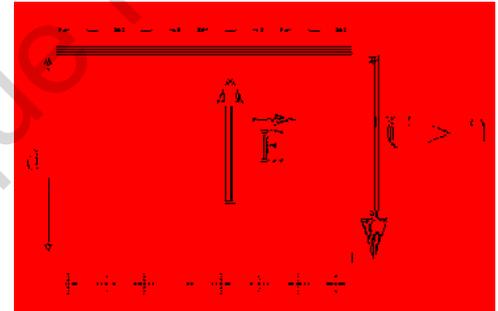
On constitue ainsi un condensateur plan, chargé.

- Le vecteur champ électrique \vec{E} est perpendiculaire aux plaques, dirigé de la plaque positive vers la plaque négative et d'intensité $E = \frac{U}{d}$

E : en (v/m)

U : en (v) d en (m)

- Une charge électrique q placée en tout point de ce champ est soumise à une force électrique $\vec{F} = q\vec{E}$



- Caractéristique de \vec{F} :

- * Direction : parallèle à \vec{E}
- * Sens: même sens que \vec{E} si $q > 0$ et de sens opposé si $q < 0$
- * Intensité : $F = qE$ avec F en (N) q en (C) E en (V/m)

4-3.2-Etude du mouvement

On considère une particule portant une charge électrique q de masse m et pénétrant dans un champ électrique uniforme avec une vitesse

\vec{V}_0 perpendiculaire à \vec{E}

ℓ : longueur des plaques

d : distance entre les plaques

D : distance normale entre l'écran et le point de sortie des plaques.



- Conditions initiales :

$$\vec{OG} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \text{ et } \vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$$

- Le poids de la particule est négligeable devant la force électrique :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

- Le vecteur accélération d'une particule de charge q et de masse m dans un champ électrique \vec{E} uniforme est un vecteur constant.

On obtient les coordonnées du vecteur vitesse \vec{V} par intégration des coordonnées du vecteur accélération.

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{qE}{m} \end{cases} \quad \vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 t \\ V_y = \frac{qE}{m} t \end{cases} \quad \overrightarrow{OG} \begin{cases} x = V_0 \cdot t \\ y = \frac{qE}{2m} t^2 \end{cases}$$

Remarque : $Z=0$ la trajectoire du mouvement est plane.

• Trajectoire

il suffit d'éliminer le temps t pour trouver la relation entre x et y : $y = f(x)$.

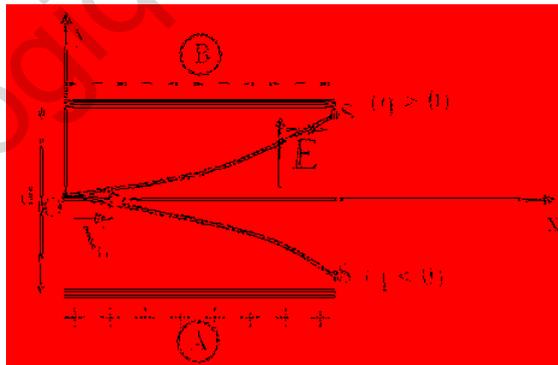
A partir de l'équation x on tire le temps t , on obtient : $t = \frac{x}{V_0}$

on remplace t par l'expression précédente dans l'équation de y et on obtient ;

$$y = \frac{qE}{2mV_0^2} x^2 \quad \text{si } 0 \leq x \leq \ell$$

La trajectoire de G est une portion de parabole contenue dans un plan vertical contenant le vecteur vitesse \vec{V}_0 .

La particule chargée est déviée selon une trajectoire parabolique par le champ électrique uniforme.



si $q < 0$ y_s est négatif, la déviation s 'effectue vers A

si $q > 0$ y_s est positif, la déviation s 'effectue vers B

• Durée du passage entre les plaques :

Lorsque la particule est au point de sortie S : $x_s = \ell = V_0 t_s$, $t_s = \frac{x_s}{V_0}$

• Coordonnée du point de sortie S :

L'abscisse du point S : $x_s = \ell$

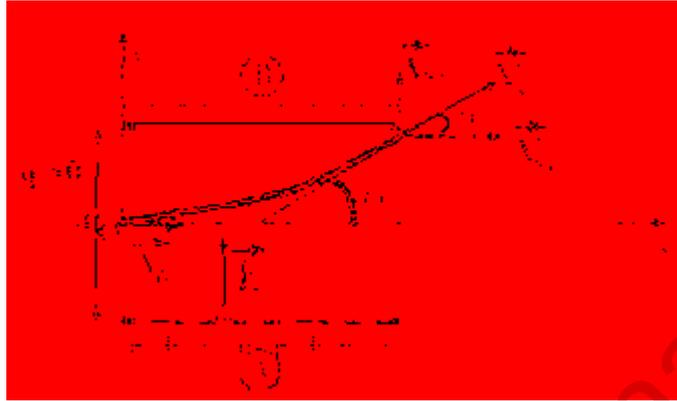
L'équation de la trajectoire donne l'ordonnée de S

$$y_S = \frac{qE}{2mV_0^2} x_S^2 \quad \text{soit : } y_S = \frac{qE}{2mV_0^2} \ell^2$$

- **Caractéristiques du vecteur vitesse \vec{V}_S à la sortie des plaques :**

$$\vec{V}_S \begin{cases} V_{Sx} = V_0 \\ V_{Sy} = \frac{qE}{m} t_S = \frac{qE\ell}{mV_0} \end{cases}$$

$$V_S = \sqrt{V_0^2 + \left(\frac{qE\ell}{mV_0}\right)^2}$$



- **La déviation angulaire électrique**

Le vecteur vitesse \vec{V}_S est tangent à la trajectoire au point S et fait avec l'axe Ox l'angle α appelé déviation électrique et tel que $\tan \alpha = \frac{V_{Sy}}{V_{Sx}} = \frac{qE\ell}{mV_0^2}$

Autre méthode pour le calcul de la déviation électrique : $\tan \alpha = \left(\frac{dy}{dx}\right)_S = \frac{qE\ell}{mV_0^2}$

Remarque: On peut utiliser le théorème de l'énergie cinétique pour calculer V_S

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} m V_S^2 - \frac{1}{2} m V_0^2 = q U_{OS} \text{ or } E = \frac{U_{AB}}{d} = \frac{U_{OS}}{y_S} \Rightarrow U_{OS} = E y_S$$

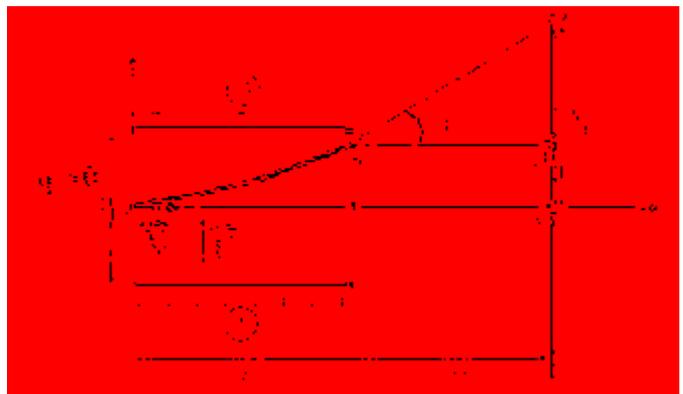
$$\Leftrightarrow \text{avec } y_S = \frac{qE}{2mV_0^2} \ell^2 \text{ soit } V_S = \sqrt{V_0^2 + \left(\frac{qE\ell}{mV_0}\right)^2}$$

4-3.3- Nature du mouvement à la sortie du condensateur : ($x > \ell$)

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

La particule peut être considérée comme un système isolé son mouvement devient rectiligne et uniforme (La masse de la particule étant très faible, l'influence du poids ne provoque qu'une incurvation négligeable de la trajectoire).

La particule continue à l'extérieur des plaques son mouvement en ligne droite à la vitesse V_S .



- **Les coordonnées du point d'impact I sur l'écran :**

$$I \begin{cases} x_I = l + D \\ y_I \end{cases} \quad \text{l'expression de } y_I \text{ étant } y_I = NH + HI$$

$$\text{avec } NH = y_S = \frac{qE}{2mV_0^2} \ell^2 \quad \text{et } HI = SH \cdot \tan \alpha = D \cdot \frac{qE \ell}{mV_0^2} \quad \text{d'où } y_I = \frac{qE}{mV_0^2} \left(D + \frac{\ell}{2} \right)$$

y_I : représente la déviation sur l'écran : elle est proportionnelle à E donc à U_{AB}

Remarque : L'ordonnée du point I est la déviation linéaire (déplacement du spot sur l'écran)

4-4 - Oscillateur mécanique

4-4.1- Définition

Un oscillateur mécanique est tout système animé d'un mouvement périodique.

Exemples:

- pendule élastique horizontal
- pendule élastique vertical

4-4.2- Le pendule élastique horizontal

4-4.2.1 -Description

Un solide S de masse m coulisse sans frottement le long d'une tige horizontale. On écarte le solide S vers la droite et on le lâche.

Il se met à osciller autour du point O : on a constitué un oscillateur mécanique.



Considérons une position du solide S en mouvement, son abscisse est x, sur l'axe (O, \vec{i}) : cela veut dire que l'allongement du ressort vaut également x.

4-4.2.2- Nature du mouvement

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$$

En projetant suivant l'axe (O, \vec{i}) :

$$-T = ma \Leftrightarrow -kx = ma \Rightarrow a + \frac{K}{m}x = 0 \Leftrightarrow x'' + \frac{K}{m}x = 0 \Leftrightarrow x'' + \omega^2 x = 0$$

C'est l'équation différentielle du second ordre sans second membre caractéristique du mouvement rectiligne sinusoïdal et qui admet comme solution $x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$

x_m : amplitude du mouvement (valeur maximale de x)

ω : pulsation (en rad/ s) $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$

φ : phase initiale (à $t = 0$) (en rad)

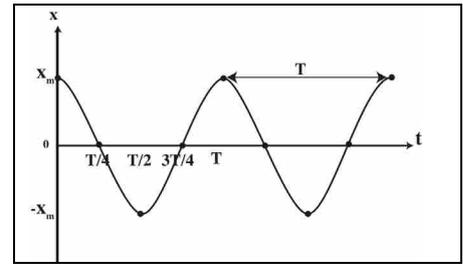
On en déduit la période du mouvement $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$ (T en seconde).

4-4.2.3- Courbe représentative de $x(t)$

La solution de l'équation étant $x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$

Considérons la solution la plus simple: $x = x_m \cos \omega t$

La représentation graphique est une sinusoïde de période T



4-4.2.4 -Etude énergétique

4-4.2.4.1- Expression de l'énergie mécanique

$$E_m = E_c + \underbrace{E_{pp}}_0 + E_{pe} \quad \text{Soit} \quad E_m = \frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} K x^2$$

(L'origine de l'énergie potentielle de pesanteur étant choisie sur le plan horizontal passant par la position d'équilibre.)

Montrons que E_m est constante :

Comme $x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$ et $V = -x_m \omega \sin(\omega t + \varphi)$

L'énergie mécanique serait : $E_m = \frac{1}{2} m x_m^2 \omega^2 \sin^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} K x_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$

Compte tenu de $\omega^2 = \frac{K}{m}$, $E_m = \frac{1}{2} K x_m^2 (\cos^2(\omega t + \varphi) + \sin^2(\omega t + \varphi))$

$$\Leftrightarrow E_m = \frac{1}{2} K x_m^2 \Leftrightarrow E_m = \text{cte}$$

L'énergie E_m de l'oscillateur est constante : le système est conservatif

$$E_m = \text{cte} \Leftrightarrow \begin{cases} E_c \square \Rightarrow E_{pe} \square \\ E_c \square \Rightarrow E_{pe} \square \end{cases}$$

- Si $x = \pm x_m$ $\begin{cases} E_c = 0 \\ E_{pe_{\max}} = \frac{1}{2} K x_m^2 \end{cases}$
- Si $x = 0$ $\begin{cases} E_{c_{\max}} = \frac{1}{2} m V_{\max}^2 \\ E_{pe} = 0 \end{cases}$

La valeur de l'énergie mécanique peut s'exprimer sous les formes :

$$E_m = \frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} K x^2 = \frac{1}{2} K x_{\max}^2 = \frac{1}{2} m V_{\max}^2$$

La nature du mouvement peut être déterminée par la méthode énergétique

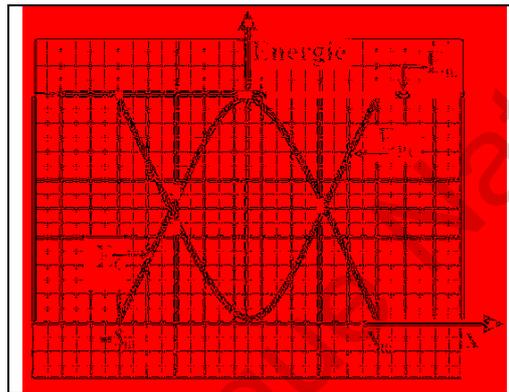
$$E_m = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}Kx^2$$

$$\frac{dE_m}{dt} = mV \frac{dV}{dt} + Kx \frac{dx}{dt}$$

$$\Rightarrow 0 = mVa + KxV \Leftrightarrow 0 = V(ma + Kx)$$

$$a + \frac{K}{m}x = 0 \Rightarrow \text{m.r.s}$$

4-4.2.4.2- Représentation graphiques des énergies:



4-4.3 -Pendule élastique vertical

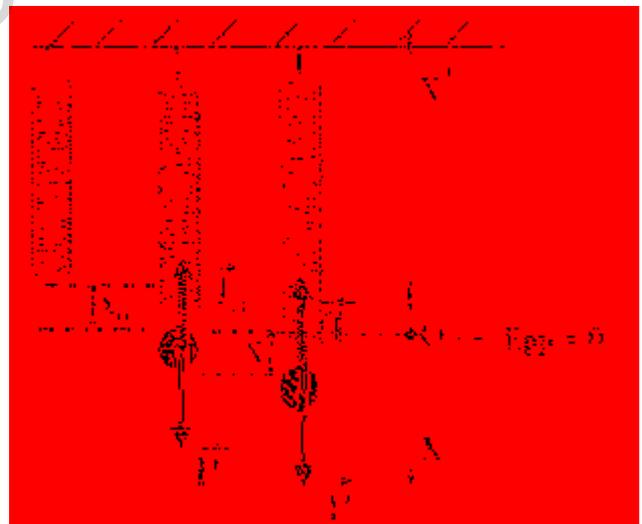
4-4.3.1-Etude dynamique

- **Description**

Le ressort précédent est disposé verticalement. Initialement il n'est pas tendu. On lui accroche le solide S de masse m et l'ensemble est en équilibre l'allongement du ressort prend la valeur x_0 .

On écarte alors le solide S vers le bas et on le lâche.

Il effectue des oscillations autour de la position d'équilibre.



- **Condition d'équilibre**

A l'équilibre : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0} \quad P = T_0 = 0 ; \quad \boxed{Kx_0 = mg}$

- **Etude du mouvement**

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$$

Projections suivant $x'x$: $\mathbf{P}-\mathbf{T}=\mathbf{ma}$ or $\left. \begin{array}{l} \mathbf{P}=\mathbf{mg} \\ \mathbf{T}=\mathbf{K}(x+x_0) \\ \mathbf{a}=\mathbf{x}'' \end{array} \right\}$

$$mg - K(x_0 + x) = mx'' \Leftrightarrow \underbrace{mg - Kx_0}_0 - Kx = mx''$$

$$\Leftrightarrow Kx + mx'' = 0 \Leftrightarrow$$

$$\boxed{x'' + \frac{K}{m}x = 0} \quad \text{m.r.s donc } x=x_m \cos(\omega t + \varphi)$$

4-4.3.2 -Etude énergétique

4-4.3.2.1 -Expression de E_m

$$E_m = E_c + E_{pp} + E_{pe}$$

L'origine des E_{pp} est choisie au plan horizontal passant par la position d'équilibre :

$$E_c = \frac{1}{2}mV^2 ; E_{pp} = -mgx \text{ et } E_{pe} = \frac{1}{2}K(x+x_0)^2$$

$$E_m = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}K(x+x_0)^2 - mgx$$

$$E_m = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}K(x^2 + 2x \cdot x_0 + x_0^2) - mgx$$

$$E_m = \underbrace{\frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}Kx^2}_{\frac{1}{2}Kx_m^2} + \frac{1}{2}Kx_0^2 + x \underbrace{(Kx_0 - mg)}_0$$

$$\boxed{E_m = \frac{1}{2}Kx_m^2 + \frac{1}{2}Kx_0^2}$$

Donc : $E_m = \text{cste}$ L' énergie mécanique du pendule élastique vertical est conservée.

4-4.3.2.2- Nature du mouvement par la méthode énergétique

$$E_m = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}K(x+x_0)^2 - mgx$$

$$\frac{dE_m}{dt} = mV \frac{dV}{dt} + K(x_0 + x) \frac{dx}{dt} - mg \frac{dx}{dt}$$

$$0 = mVa + K(x_0 + x)V - mgV$$

$$0 = V(ma + Kx + \underbrace{Kx_0 - mg}_0)$$

$$\Rightarrow ma + Kx = 0$$

$$\mathbf{a} + \frac{\mathbf{K}}{m} \mathbf{x} = \mathbf{0} \quad \text{m.r.s}$$

L'essentiel

- Un système est un ensemble de points matériels .
- Un système peut être déformable ou indéformable .
- Une force intérieure est une force exercée par une partie du système sur une autre partie de ce système.
- Une force extérieure est une force exercée par l'extérieur sur le système .
- L'ensemble des forces appliquées à un point matériel de masse m provoque une variation de sa vitesse : $\sum \vec{F} = m\vec{a}$, la relation est appelée relation fondamentale de la dynamique.

- **Cas d'un solide qui glisse avec frottement sur un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale :**

- Nature du mouvement: $a = g \sin \alpha - \frac{f}{m}$ (m.r.u.v).

- Expression de R: $R = \sqrt{(mg \cos \alpha)^2 + f^2}$

- Si $f=0$: $a = g \sin \alpha$ et $R = mg \cos \alpha$

Cas d'un projectile :

Equation de la trajectoire: $Y = -\frac{gx^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha$

La portée : C'est la distance entre le point de tir O du projectile et son point de chute P sur le plan horizontal.

$$x_p = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

La flèche : Elle correspond à la hauteur maximale atteinte par le projectile au dessus du plan

horizontal (ordonnée du sommet S de la trajectoire). $Y_s = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$

-Mouvement d'un satellite au tour de la terre :

Expression de g en fonction de l'altitude: $g = \frac{GM}{r^2}$

Au niveau du sol: $g_0 = \frac{GM}{R^2}$

Relation entre g et g₀: $g = \frac{g_0 R^2}{r^2} = \frac{g_0 R^2}{(R+h)^2}$

Nature du mouvement: $\begin{cases} a_r = 0 \Leftrightarrow V = \text{cte} : m u \\ r = \frac{GM}{V^2} = \text{cte} : m c \end{cases} \Leftrightarrow m c u$

Expression de V: $V = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ ou bien $V = R \sqrt{\frac{g_0}{r}}$

Expression de T: $T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$ ou bien $T = \frac{2\pi}{R} \sqrt{\frac{r^3}{g_0}}$

-Satellite géostationnaire: c'est un satellite qui évolue dans le plan de l'équateur terrestre et dans le même sens de rotation de la terre ; la période du satellite géostationnaire est égale à celle de la terre .

- Energie mécanique d'un satellite :

Energie cinétique: $E_c = \frac{1}{2} m V^2 \Leftrightarrow E_c = \frac{GmM}{2r}$

Energie potentiel de pesanteur:

* Si l'origine est choisie à l'infini: $E_p = -\frac{GmM}{r}$

* Si l'origine est choisie à la surface de la terre: $E_p = -\frac{GmM}{r} + \frac{GmM}{R}$

Expression de l'énergie mécanique: $E_m = -\frac{GmM}{2r}$ ou bien $E_m = -\frac{GmM}{2r} + \frac{GmM}{R}$

- **Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme.**

Equation de la trajectoire: $Y = \frac{qEx^2}{2mV_0^2}$

Coordonnées du point de sortie S: x_s=l; $Y_s = \frac{qEl^2}{2mV_0^2}$

Expression de V_s: $V_s = \sqrt{\left(\frac{qEl}{mV_0}\right)^2 + V_0^2}$

Déviation angulaire électrique: $\boxed{\operatorname{tg} \alpha = \left(\frac{dy}{dx}\right)_s \Leftrightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{qEl}{mV_0^2}}$

Nature du mouvement à la sortie du champ : $\boxed{\sum \vec{F} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} = 0 \\ \vec{V} = cte \end{cases} \Leftrightarrow m.r.u}$

Coordonnées du point d'impact I sur l'écran: $\boxed{\begin{cases} x_I = l + D \\ Y_I = \frac{qE}{mV_0^2} \left(D + \frac{l}{2}\right) \end{cases}}$

- Oscillateur mécanique:

Le pendule élastique horizontal:

* Equation différentielle: $\boxed{x'' + \frac{Kx}{m} = 0 \Leftrightarrow x'' + \omega^2 x = 0 : m.r.s}$

* équation horaire: $\boxed{x = x_m \cos(\omega t + \varphi)}$

* Période du mouvement: $\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ or } \omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}}$

* Energie mécanique: $\boxed{E_m = \frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} K x^2 \Leftrightarrow E_m = \frac{1}{2} K x_m^2}$

Le pendule élastique vertical:

* Condition d'équilibre: $\boxed{mg = Kx_0}$

* Equation différentielle: $\boxed{x'' + \frac{Kx}{m} = 0 \Leftrightarrow x'' + \omega^2 x = 0 : m.r.s}$

* Energie mécanique: $\boxed{E_m = \frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} K (x_0 + x)^2 - mgx \Leftrightarrow E_m = \frac{1}{2} K x_m^2 + \frac{1}{2} K x_0^2}$

Exercices

Exercice 1

1-Un dispositif mécanique est constitué d'un projectile de masse $m = 100\text{g}$ assimilé à un point matériel et d'un pendule simple formé d'une bille (B) de masse $m' = 100\text{g}$ et d'un fil de longueur $\ell = 2\text{m}$. Le projectile est lancé d'un point O situé au bas d'un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale (Ox). Le projectile part de O suivant la ligne de plus grande pente du plan incliné avec la vitesse

$$\vec{V}_0 = 7\vec{i} + 7\vec{j}$$

a) Calculer la valeur de l'angle α
 b) Sur le plan incliné le projectile est soumis à des forces de frottement f opposée au mouvement et d'intensité $f = 1\text{N}$. Sachant que le projectile parcourt sur le plan incliné une distance $OA = L = 2\text{m}$, calculer V_A

2-Au point A, le projectile quitte le plan incliné. La résistance de l'air est négligeable.

a) Déterminer dans le repère (o, \vec{i}, \vec{j}) l'équation cartésienne de la trajectoire du projectile

b) Calculer l'altitude maximale atteinte par le projectile.

c) Soit S le point le plus haut atteint par le projectile. Donner au point S les caractéristiques de la vitesse \vec{V}_S

3-Au point S se trouve la bille (B) du pendule. Le projectile arrive sur la bille B du pendule. Il se produit (a) entre le projectile et B un choc au cours duquel ils ont échangé leurs vitesses (juste après le choc le projectile est immobile et B a pris la vitesse \vec{V}_S)

a) Déterminer la vitesse du projectile au point de chute et les coordonnées du point de chute dans le repère (o, \vec{i}, \vec{j})

b) De quel hauteur maximale h la bille B monte-t-elle au dessus du plan horizontal de S.

c) En déduire l'angle maximal β dont le pendule s'écarte de sa position verticale ?

d) Calculer l'intensité T de la tension du fil dans :

-La position correspondante à l'angle maximal β .

-La position d'équilibre

Exercice :2

Un solide ponctuel S de masse $m = 200\text{g}$ se déplace sur la trajectoire ABC (fig 1). Cette trajectoire est formée de deux parties : AB est une droite horizontale, BC est un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. Sur la partie AB, le solide S est soumis à une force de traction horizontale \vec{F} constante qui s'annule lorsque S atteint après 3s le point B et continue son mouvement sur le plan incliné BC. Le diagramme (fig2) donne les variations de la vitesse du solide S en fonction du temps au cours de la 1^{ère} et la 2^{ème} phase du mouvement de A et C.

1-Déduire à partir du diagramme :

a-la nature du mouvement dans chaque phase et calculer son accélération

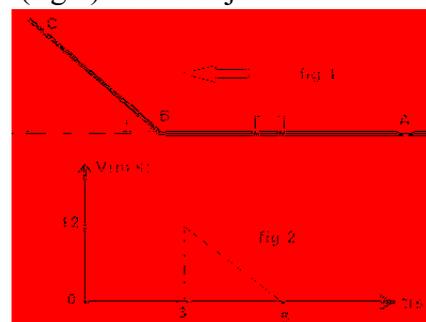
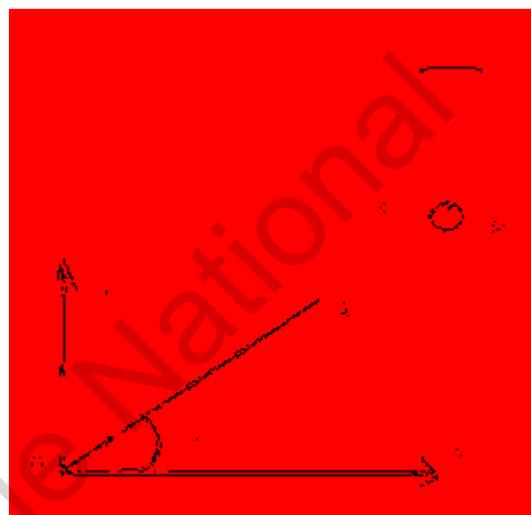
b-la distance BC parcourue pendant la 2^{ème} phase

2-La nature du contact entre le corps et la trajectoire reste constante dans chaque phase

2.1-Déterminer cette nature en s'aidant des résultats de l'étude graphique

2.2- le mouvement de S après son passage par le point C représente la 3^{ème} phase

a-Déterminer le sens du mouvement au cours de cette phase en justifiant la réponse



b-Montrer que : $\sin \alpha = \frac{1}{2g} \left(\frac{V_B^2}{2BC} - a_3 \right)$, V_B étant la vitesse de S à l'instant de son passage par le point B et a_3 l'accélération de la 3^e phase. Calculer α si $a_3 = -4ms^{-2}$; $g = 10ms^{-2}$

c-En déduire l'intensité de la force de traction.

Exercice 3 :

Une bille de masse m , est lancée d'un point O, avec une vitesse \vec{V}_0 faisant un angle α avec l'horizontale.

1. Etablir l'équation de la trajectoire de la bille.

2-1. Calculer la portée OP du tir.

2-2. Pour quelle valeur de α est-elle maximale ?

3. A quelle hauteur maximale, la bille monte-t-elle au dessus du sol ?

4. Le but du tir est d'atteindre une cible ponctuelle c de coordonnées x_c, y_c

Quelle condition doit satisfaire α pour que la cible soit atteinte.

5. Lorsque le projectile se trouve à l'altitude h , le vecteur vitesse V fait avec le plan horizontal un angle β .

5-1. Etablir la relation donnant V en fonction de h, V_0 , et g .

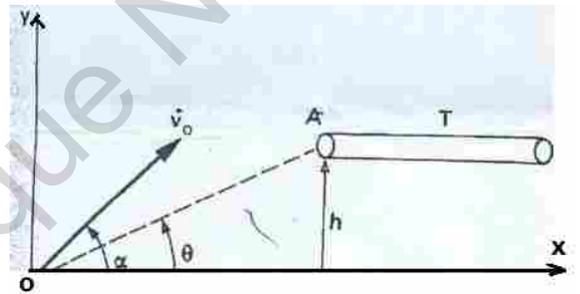
5-2. Etablir la relation qui lie V, V_0, α et β .

5-3. Donner l'expression de h en fonction de V_0, g, α et β .

6. On lance la bille du point O dans des conditions telles qu'elle pénètre dans un tube T, de faible section, horizontal, à l'altitude h au-dessus du point o.

A étant l'entrée du tube, la droite OA fait l'angle θ avec le plan horizontal du point O.

Soit α l'angle de tir (voir figure ci-dessous). Montrer qu'il est possible de réussir cette opération avec un choix convenable de V_0 et α que l'on précisera.



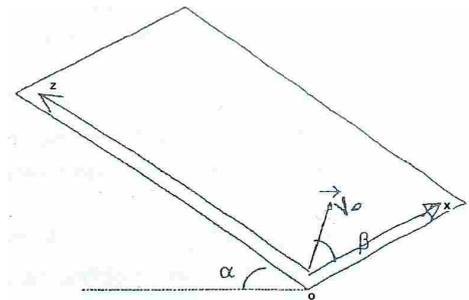
Exercice 4

Un palet de masse $m = 0,2 \text{ kg}$ peut se mouvoir sur une table à coussin dont le plan est incliné d'un angle α par rapport au plan horizontal.

On néglige les frottements.

a) Le palet posé sur la table est lâché sans vitesse initiale. Quelle est la nature du mouvement ?

b) D'un point O situé dans un coin inférieur de la table on maintient le palet en translation vers le haut avec une vitesse V_0 parallèle au plan de la table, suivant une direction faisant un angle β avec l'horizontale Ox.



1- Etablir les équations $X = f(t)$ et $z = g(t)$ du mouvement du centre d'inertie du palet dans le repère

Orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j}) , Oz est parallèle à la ligne de plus grande pente du plan.

2- Montrer que z reprend la même valeur pour deux valeurs différentes du temps.

3- On considère deux couples de points (A,B) et (C,D) de la trajectoire du centre d'inertie ; Les points A et B ont même ordonnée z_1 , les points C et D ont même ordonnée z_2 . On pose $H = z_2 - z_1$ ($z_2 > z_1$).

Soit θ_1 l'intervalle de temps séparant les dates t_1 et t_1' de passage par C et D. Etablir la relation existant entre $\sin \alpha, H, \theta_1, \theta_2$, et l'accélération g de la pesanteur.

Applications numériques : $H = 13 \text{ cm}, \theta_1 = 0,8 \text{ s}, \theta_2 = 0,2 \text{ s}, g = 10 \text{ ms}^{-2}$. Calculer α en degrés.

Exercice 5

On suppose que la Terre a une distribution de masse à symétrie sphérique de centre O. On suppose également que la Lune, satellite naturel de la Terre, est assimilée à un point matériel de masse M_L

Dans le référentiel géocentrique, la lune n'est soumise, en première approximation, qu'à la force de gravitation terrestre et décrit une trajectoire circulaire de centre O.

Soit d la distance du centre de la Terre au centre de la Lune. .

1) Montrer que le mouvement circulaire de la Lune est uniforme.

Exprimer la vitesse v de la Lune en fonction de G , M_T et d

, En déduire la période T_L de révolution de la Lune en

fonction .de G , M_T et d

Montrer que la troisième loi de Kepler $\frac{T_L^2}{d^3} = Cst$, est bien vérifiée dans ce cas. Exprimer cette constante en fonction de G et M_T . **Calculer** sa valeur numérique.

5) Sachant que la période T vaut 27j 7h 30 mn, en déduire une valeur approchée de la distance du centre de la Terre au centre de la Lune. Données : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} SI$, $M_T = 6 \cdot 10^{24} Kg$

Exercice 6

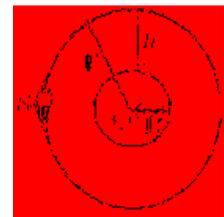
L'énergie potentielle de gravitation du système (satellite-terre) a pour expression $E_p = -\frac{mg_o R^2}{R + H}$ avec m :masse du satellite , R ;rayon de la terre , g_o :accélération du champ de pesanteur à la surface de la terre, H :altitude du satellite.

- Exprimer la vitesse V du satellite en fonction de g_o , R , H .
- Que peut-on dire alors de l'énergie mécanique du système, l'évaluer en fonction de m ; g_o , R , H .A.N : $g_o = 9,8ms^{-2}$, $R = 6,4 \cdot 10^6 m$, $H = 6 \cdot 10^5 m$, $m = 3 \cdot 10^3 Kg$
- Le satellite passe de l'orbite circulaire d'altitude H à une autre orbite circulaire d'orbite $H' > H$.Que peut -on dire de l'énergie mécanique du système ? En déduire le travail W fourni par le moteur. On donne $H' = 8 \cdot 10^5 m$
- Quelle est l'énergie mécanique du système lorsque le satellite est immobile sur le sol terrestre en un point R de l'équateur ?On désigne par ω_T la vitesse angulaire de rotation de la terre dans le repère géocentrique $\omega_T = 7,29 \cdot 10^{-5} rd / s$
- Quelle énergie faut-il donner au satellite pour le mettre en orbite circulaire à l'altitude H ?

Exercice 7

On considère un satellite S de la terre de masse m ayant une orbite circulaire de rayon r dont le centre O est confondu avec le centre de la terre.

- Donner les caractéristiques de la force de gravitation exercée sur ce satellite.
- Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.
- Trouver l'expression de la vitesse du satellite en fonction de l'accélération de la pesanteur g_0 au sol, du rayon R de la terre et du rayon r de l'orbite puis en fonction de la constante de gravitation G , de la masse M de la terre et du rayon r .
- Ce satellite est géostationnaire :
 - Préciser le plan de l'orbite.



- 4.2- A quelle altitude est placé ce satellite.
 4.3 -Calculer sa vitesse angulaire et en déduire sa vitesse linéaire.
 4.4 -Calculer la masse M de la terre.
 A.N : $R=6400\text{km}$; $G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ S.I}$ et $g_0=9,8\text{m/s}^2$.

Exercice 8

Un satellite ponctuel de masse m_s décrit une orbite circulaire d'altitude h autour de la terre assimilée une sphère de rayon R_T .

1-Etablir l'expression de l'intensité g du vecteur champ de gravitation à l'altitude h en fonction de sa valeur g_0 au niveau du sol, de R_T et de h .

2-

2.1.-Déterminer l'expression V_s de la vitesse du satellite, celle de sa période et celle de son énergie cinétique.

2.2-Application numérique : $m_s = 1020\text{kg}$; $g_0 = 9,8\text{ms}^{-2}$; $R_T = 6400\text{km}$; $h = 400\text{km}$

3-L'énergie potentielle de pesanteur dans le champ de gravitation terrestre à l'altitude h est donnée par la relation : $E_p = -\frac{Gm_s M_T}{R_T + h}$; avec G constante de gravitation et M_T

masse de la terre, m_s masse du satellite et en convenant que $E_p = 0$ pour $h = \infty$ Justifier le signe négative et exprimer E_p en fonction de m_s , g_0 , R_T , et h .

Déterminer l'expression de l'énergie mécanique E du satellite, puis comparer E_p à E_c et E à E_c .

4-On fournit au satellite un supplément d'énergie $\Delta E = 5 \cdot 10^8 \text{ J}$. Il prend une nouvelle orbite circulaire. En utilisant les résultats précédents (établis à la question 3) déterminer :

4.1.Sa nouvelle énergie cinétique et sa vitesse

4.2-Sa nouvelle énergie potentielle et son altitude.

Exercice 9

On applique une tension U continue réglable entre la cathode C et l'anode A d'un tube thermoélectrique. (L'anode est trouée en son milieu).

On règle U de façon que la vitesse des électrons, émis en S par la cathode arrive au niveau de la plaque A avec une vitesse $v = 6 \cdot 10^6 \text{ ms}^{-1}$.

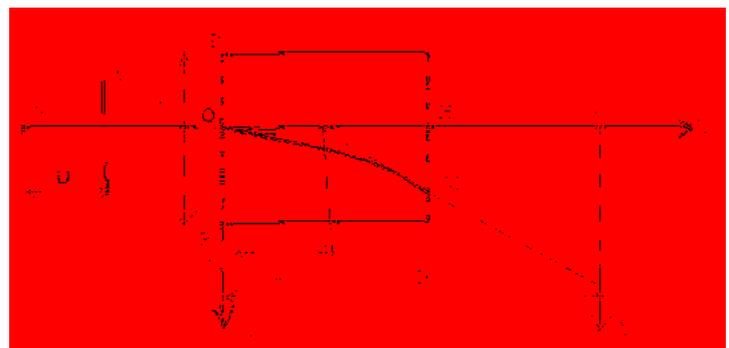
1-Calculer U en se plaçant dans les deux hypothèses suivantes pour la vitesse d'émission v_0 des électrons à la sortie de la cathode : $V_0 = 0$ et $V_0 = 500 \text{ ms}^{-1}$. Conclure.

Les électrons arrivent au point O avec la vitesse \vec{V} colinéaire à \vec{OX} Ils sont alors soumis, sur une distance $\ell = 10\text{cm}$, à l'action d'un champ électrique \vec{E} crée par un condensateur plan dont les armatures P_1 et P_2 sont parallèle au plan xOz , symétriques par rapport à ce dernier et distantes de $d = 5 \text{ cm}$.

2-Déterminer le sens de \vec{E} pour obtenir un point d'impact M' des électrons sur la portion OY. 3-

Quelle est, de P_1 et P_2 la plaque au potentiel le plus élevé ?

Le poids de l'électron est négligeable devant la force électrostatique.



4- Déterminer les équations horaire $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement d'un électron et l'équation cartésienne de sa trajectoire $y = f(x)$.

5-Quelle tension U doit-on appliquer entre les plaques P_1 et P_2 pour obtenir une déviation en M de 20° ? Donner alors les caractéristiques du vecteur vitesse au point M' .

Calculer, dans ces conditions, l'ordonnée y de M et celle Y' de M' , sachant que la distance D du milieu des plaques P_1 et P_2 au plan $Y'OZ'$ vaut 30 cm.

Exercice 10

Un faisceau de protons pénètre dans un champ électrostatique supposé uniforme existant entre les armatures horizontales d'un condensateur. La distance d entre les armatures horizontales d'un condensateur. La distance d entre les armatures supérieures A et inférieures B est

$U > 0$. Les protons pénètrent dans le champ avec une vitesse initiale V_0 qui fait avec le champ électrostatique E un angle de 135° . On donne : $V_0 = 2 \cdot 10^5 \text{ ms}^{-1}$, $E = 10^4 \text{ Vm}^{-1}$

1-Ecrire l'équation de la trajectoire des protons dans le champ électrostatique dans le système d'axe (O, i, j)

2- A Quelle hauteur maximale les protons s'élèvent-ils au dessus de O ?

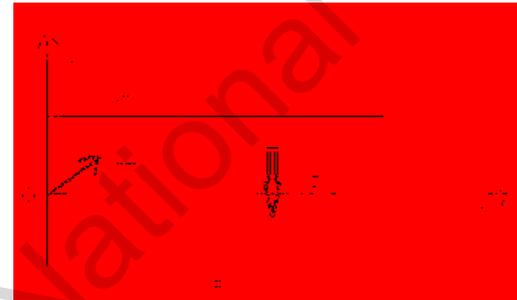
3- La longueur des armatures est $l = 5 \text{ cm}$. Déterminer les coordonnées du point S , point de sortie des protons du champ électrique.

4-Trouver la durée du trajet OS

5-Déterminer les composantes du vecteur \vec{V}_S des protons au moment où il passe en S .

En déduire la norme de la vitesse en S et la déviation des protons. On donne

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$$



Exercice 1

Dans la région d'espace R comprise entre deux plans parallèles P et P' distants de d il existe un champ électrique \vec{E} créé par deux électrodes constituées de fins grillages métalliques disposés suivant P et P' ; \vec{E} sera considéré comme nul à l'extérieur de R . Une particule ponctuelle, de masse m et de charge électrique positive, arrive en O à $t=0$

et pénètre dans la région R . La vitesse à

$t=0$ se trouve dans le plan (O, \vec{i}, \vec{j}) , elle a pour valeur v_0 , et fait un angle α avec l'horizontale

1- Représenter la force électrique s'exerçant sur la particule en O .

2- On néglige le poids de la particule devant la force électrique.

Etablir l'équation de la trajectoire. Quelle est sa nature ?

3- Déterminer la composante V_x de la vitesse en fonction de x (on pourra utiliser le théorème de l'énergie cinétique)

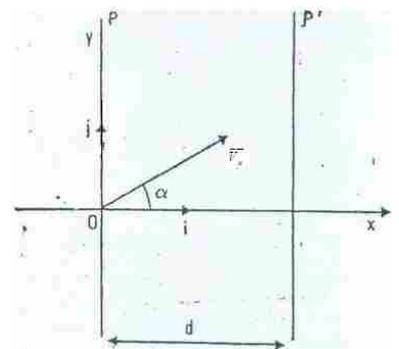
4- Calculer la valeur de la vitesse de la particule et l'angle β qu'elle fait avec l'horizontale au moment où elle arrive dans le plan P' on donne :

$$V_0 = 2 \cdot 10^7 \text{ ms}^{-1}, m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg},$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, d = 10^{-2} \text{ m}, \alpha = 10^\circ, E = 10^2 \text{ V/m}$$

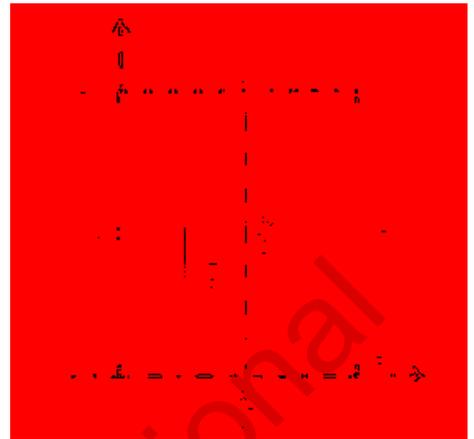
5-Quelle sera la trajectoire de la particule après la traversée du plan P' ? Montrer que le

$$\text{rapport } \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = K (\text{Constante}) \text{ qui sera exprimé en fonction de } E, d, e, m, V_0.$$



Exercice 12

Deux plaques métalliques verticales A et B sont placées dans le vide à une distance d l'une de l'autre et soumises à une tension $V_A - V_B = U_{AB}$ positive. La hauteur des plaques est ℓ . Entre les plaques se superposent deux champs : Le champ de pesanteur \vec{g} et le champ électrique uniforme \vec{E} . Une petite sphère M ponctuelle de masse m portant une charge électrique $q > 0$ est abandonnée sans vitesse initiale à $t=0$ en un point M_0 de coordonnées $x_0 = \frac{d}{2}, y_0 = \ell$.



1-Trouver les deux forces qui agissent sur la sphère, montrer que cette dernière reste dans le plan de figure (xoy).

2-En déduire les coordonnées sur les axes ox et oy du vecteur accélération \vec{a} du mouvement de la sphère.

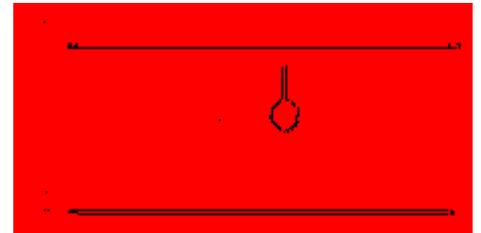
3-Déterminer en fonction du temps, les coordonnées du vecteur vitesse \vec{V} ainsi que celles du vecteur position \vec{OM} . Ecrire l'équation de la trajectoire. Quelle est sa nature.

4-Calculer la date d'arrivée de la charge dans le plan horizontal passant par O.

5-Quelle valeur doit-on donner à U_{AB} pour que la trajectoire de la charge passe par le point P de coordonnées $(d,0)$. On donne : $d = 4\text{cm}, \ell = 1\text{m}, \frac{q}{m} = 10^{-6} \text{C.kg}^{-1}, g = 10\text{ms}^{-2}$

Exercice 13

On prendra $g = 10\text{ms}^{-2}$. Une sphère conductrice M, assimilable à un point matériel de masse $m=2\text{g}$ et portant une charge q positive est suspendue à un point fixe O, par l'intermédiaire d'un fil isolant, inextensible et de longueur $\ell = 10\text{cm}$. Ce pendule ainsi constitué est placé entre deux armatures métalliques A et B planes et horizontales distantes de $d=20\text{cm}$. Le point de suspension O est situé à 5cm au dessous de l'armature supérieure A. On applique entre les deux armatures une tension $U_{AB} = 2000 \text{V}$ créant entre A et B un champ électrique uniforme \vec{E} .



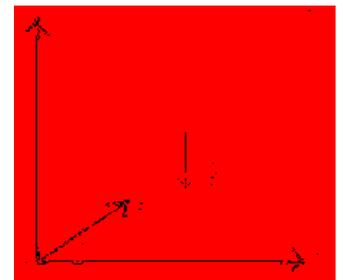
1-Donner les caractéristiques de la force électrostatique et de la force de pesanteur s'exerçant sur la sphère M.

2-La sphère porte une charge électrique $q = 0.2 \cdot 10^{-6} \text{C}$. Le pendule est écarté d'un angle $\alpha = 90^\circ$ et abandonné sans vitesse initiale. Déterminer la vitesse de la sphère M et la tension du fil au passage à la verticale.

3-Au passage à la verticale le fil casse. Déterminer l'équation et la nature de la trajectoire de M après la rupture du fil. Quelle est la durée du mouvement au moment où M touche l'armature B.

Exercice 14

Un solide S ponctuel de masse $m=2\text{g}$ est lancée de l'origine O d'un repère d'axes (ox, oy) à la date $t=0$ avec une vitesse initiale faisant un angle β avec l'horizontale. Dans toutes les expériences la valeur de \vec{V}_0 restera constante et égale à 2ms^{-1} l'angle 2ms^{-1} l'angle β prenant lui des valeurs différentes.



1-le solide S non chargé est soumis à la seule action du champ de pesanteur caractérisé par un vecteur \vec{g} tel que $g = 10\text{ms}^{-2}$

a-Etablir les équations horaires du mouvement de S.

b-lorsque $\beta = 90^\circ$ calculer l'ordonnée Y_M du sommet de la trajectoire.

c-lorsque $\beta = 45^\circ$ montrer que l'ordonnée $Y_{M'} = \frac{1}{2} Y_M$ et donner les coordonnées de M' .

2-On suppose que β prendra la valeur nulle et que S porte maintenant une charge électrique q . On superpose au champ de pesanteur un champ électrique \vec{E} uniforme et constant.

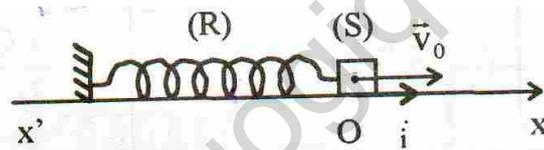
a-Lorsque $q = -210^{-6} C$ le mouvement du solide est rectiligne uniforme. En déduire les caractéristiques de \vec{E} .

b-Lorsque $q = -610^{-6} C$, établir l'équation de la trajectoire de S et montrer qu'elle passe par le point M' défini précédemment.

Exercice 15

Un pendule élastique horizontal est constitué d'un ressort (R) à spires non jointives de raideur $K = 16 N/m$ et d'un solide (S) de dimensions

négligeables de masse $m = 40 g$. Le pendule peut osciller librement sans amortissement sur un banc à coussin d'air. A l'instant $t = 0$, on lance le solide à partir de sa position d'équilibre avec une vitesse \vec{V}_0 suivant l'axe horizontal $(x'x)$ de valeur égale à $1,4 ms^{-1}$; le mouvement du solide (S) est reporté au repère (O, \vec{i}) et la position du centre d'inertie G du solide à une date t est repérée par son abscisse x telque $\vec{OG} = x\vec{i}$



1-Déterminer l'expression de l'énergie mécanique du système (solide-ressort) à une date t quelconque.

2- Déduire l'équation différentielle de cet oscillateur et écrire son équation Horaire.

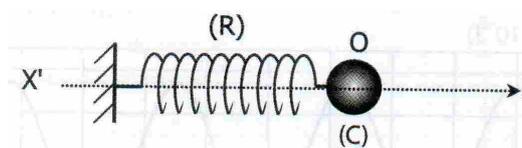
3-Trouver maintenant la valeur de son énergie mécanique

4- Donner l'expression des instants de passage par la position d'abscisse $x = -3,5 cm$ Déduire le premier instant t_1 et la vitesse V_1 correspondante 5-En quelles abscisses l'énergie cinétique E_c est égale à deux fois l'énergie potentielle ($E_c = 2E_p$) du même système

Exercice 16

Un pendule élastique est constitué d'un ressort (R) de raideur K , dont l'une des extrémités est fixée à un support fixe. A l'autre extrémité est attaché un solide (C) supposé ponctuel de masse m .

Le solide (C) peut glisser sans frottement sur un plan horizontal ; sa position est repérée sur un axe $X'OX$ confondu avec l'axe du ressort.



A l'équilibre (C) se trouve au point O : origine des espaces ,on écarte le solide (C) vers un point d'abscisse x_0 et on lui communique une vitesse V_0 à l'origine des temps ($t=0$).

Le corps (C) effectue donc des oscillations. Un enregistrement a permis de tracer la courbe représentant la variation de l'élongation x du temps.

I- 1) a- En appliquant la R.F.D, Etablir l'équation différentielle du mouvement.

b- Vérifier que la solution de cette équation est une fonction sinusoïdale et déterminer sa pulsation propre.

2) a- En exploitant la courbe de la figure (1) ; déterminer :

- la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur.

- L'abscisse initiale x_0 .

- L'amplitude x_m

-La phase initiale φ

b- En déduire l'équation horaire du mouvement

c-Déterminer la valeur de la vitesse V_0

II-Un dispositif approprié a permis de tracer la courbe de la variation de l'énergie potentielle élastique du solide C au cours du temps (fig 2)

1)a-Déterminer l'expression de l'énergie potentielle élastique E_{pe} en fonction du temps et vérifier qu'elle s'écrit sous la forme d'une somme d'un terme constant et d'une fonction sinusoïdale.

b- En déduire la valeur de la période T_{Epe} de

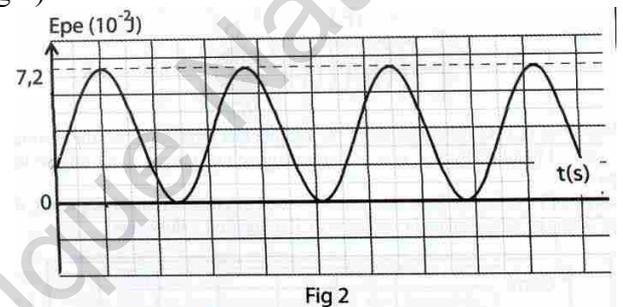
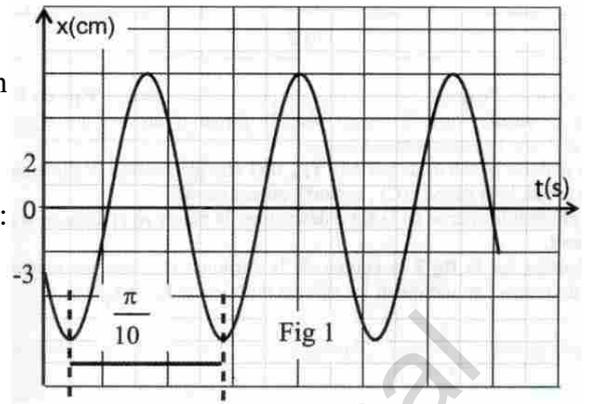
l'énergie potentielle élastique

2-Montrer que le système (C, ressort, terre) est conservatif

3-En exploitant la courbe de la (fig 2) déterminer la masse m et déduire la raideur K du ressort.

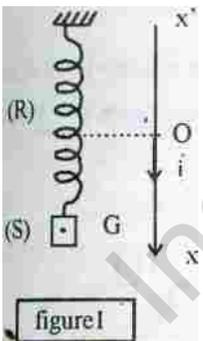
4-Représenter sur la (fig 2) la courbe de la variation de l'énergie cinétique en fonction du temps ; en indiquant les valeurs initiales de

E_c et E_{pe}



Exercice 17

Un pendule élastique vertical est constitué d'un solide (S) de masse m et d'un ressort (R) de raideur K . figure :



La figure (2) donne les variations de l'énergie mécanique E et de l'énergie potentielle E_p du système (solide, ressort, terre) en fonction de l'abscisse x du centre d'inertie G du solide dans le repère $(0, i)$.

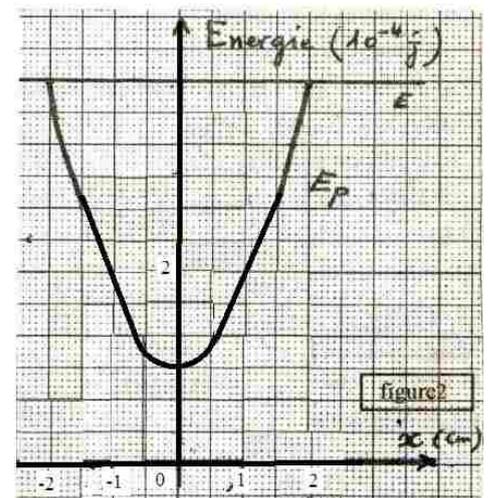
La position d'équilibre du solide coïncide avec l'origine 0 du repère et le plan horizontal passant par 0 est pris comme plan de référence de l'énergie potentielle de pesanteur du système.

1- Montrer que le pendule élastique est un oscillateur harmonique non amorti.

Etablir l'expression de l'énergie potentielle du système en fonction de K , x , x_0 , où x_0 est l'allongement du ressort à l'équilibre.

3-L'énergie mécanique du système est-elle conservée au cours des oscillations?

4-Trouver l'expression de l'énergie mécanique du système en fonction K , X_m et x_0 où X_m est



l'amplitude des oscillations.

5- En se basant sur la courbe. Déterminer :

a- l'amplitude X_m

b-la raideur K du ressort

c-l'allongement initial x_0 du ressort.

6- a) Montrer que l'énergie cinétique E_c du solide peut être exprimée en fonction de K , X_m et X .

b) Quelle est sa valeur pour $X = 0$ et $X = -2$ cm.

c) Tracer dans le même repère d'axes l'allure de la courbe $E_c = f(x)$.

7- Sachant que la période propre T_0 des oscillations est égale à $0,2\pi s$ Déterminer les vitesses du pendule lorsque $X = 1$ cm.

Institut Pédagogique National

Deuxième partie: Electricité

Chapitre I: Champ magnétique

Chapitre II: Force de Lorentz

Chapitre III: Force de Laplace

Chapitre IV: Induction électromagnétique

Chapitre V: Auto-induction

Chapitre VI: Circuit LC

Chapitre VII: Circuit RLC

Institut Pédagogique National

CHAPITRE I :

Champ magnétique

Objectifs

- * Connaître les sources du champ magnétique
- * Réaliser un spectre magnétique
- * Dégager les caractéristiques du champ magnétique crée dans un solénoïde
- * Maîtriser les règles mnémotechniques de détermination du sens du champ magnétique crée dans un solénoïde
- * Pouvoir faire la composition de deux champs magnétiques

1-Les aimants

1.1-Définition :

Un aimant est un objet qui a la propriété d'attirer les petits matériaux en fer (clous, aiguilles etc.)

Un aimant naturel est une pierre présentant cette propriété. D'ailleurs le terme de "magnétisme" vient du nom de l'île grecque de Magnésie où l'on trouve la magnétite, oxyde de fer (Fe_3O_4) qui est une forme d'aimant naturel. Ce minerai de fer ayant la propriété d'attirer les objets en fer ou en acier.



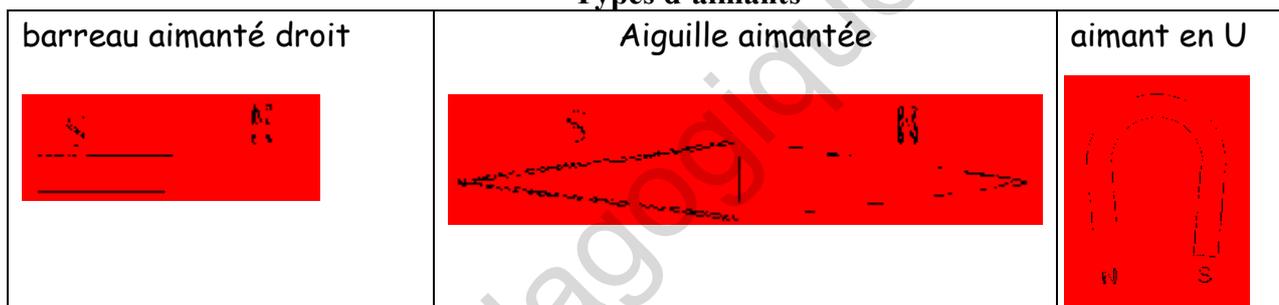
Un aimant artificiel peut être réalisé facilement en frottant (toujours dans le même sens) des barreaux en acier contre un autre aimant naturel.

Cette opération s'appelle l'aimantation ; sa persistance dépend de la durée et de la force de frottement.

1.2-Les types d'aimants :

La forme habituelle des aimants est celle d'un barreau droit, d'une aiguille de boussole ou d'un fer à cheval (aimant en U) mais beaucoup d'autres formes se rencontrent comme les aimants cylindriques de haut-parleurs, par exemple.

Types d'aimants



1.3-Les pôles d'un aimant :

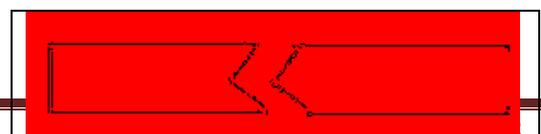
Une aiguille aimantée, mobile autour d'un axe vertical qui est placée dans une région d'espace ne contenant ni aimant, ni circuit électrique ni masse ferreuse s'oriente, de telle façon que l'une des ses extrémités pointe vers le nord alors que l'autre pointe vers le sud. Il en est de même si on suspend un barreau aimanté.

Un aimant possède une dissymétrie ; il possède deux pôles :

- son extrémité dirigée naturellement vers le nord est appelée pôle nord N (généralement de couleur rouge ou noir pour le distinguer du pôle sud)
- son extrémité dirigée naturellement vers le sud est appelée pôle sud S.

1.3.1- L'aimant brisé :

On constate que si l'on vient à briser en deux un aimant ayant un pôle sud et un pôle nord, chacune des parties obtenues aura un pôle sud et un pôle nord. Cette expérience peut-être renouvelée



jusqu'à ce que l'on se trouve en présence de la particule minimale de l'aimant originel ("aimant élémentaire") qui, elle aussi, aura son pôle nord et son pôle sud.

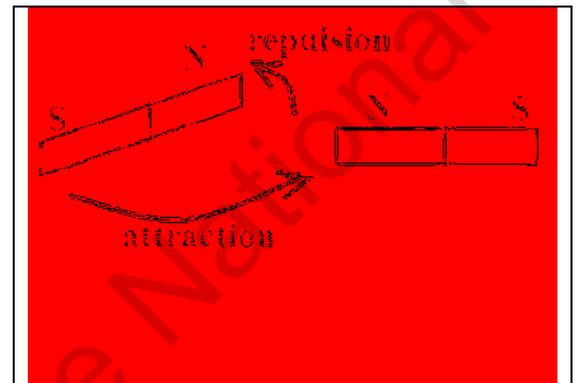
Couper un aimant en deux revient donc à fabriquer deux aimants plus petits.

L'aimantation est une propriété microscopique de la matière. En effet chaque atome se comporte comme une petite boucle de courant. Dans la matière non aimantée, ces boucles s'orientent au hasard et compensent ainsi leurs effets magnétiques. Dans la matière aimantée ces boucles de courant sont orientées dans une position déterminée et leurs effets s'ajoutent.

Il est donc impossible de séparer un pôle nord d'un pôle sud.

1.3.2-Interaction entre aimants :

Un aimant peut attirer un autre aimant. Toutefois cette attraction entre deux aimants ne s'exerce qu'entre deux pôles de noms contraires : un pôle sud attire un pôle nord et réciproquement. Par contre deux pôles de même noms se repoussent.



Deux pôles de nature contraire s'attirent.

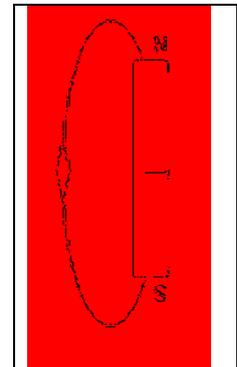
Deux pôles de même nature se repoussent.

2 -Champ magnétique :

2.1 -Mise en évidence du champ magnétique :

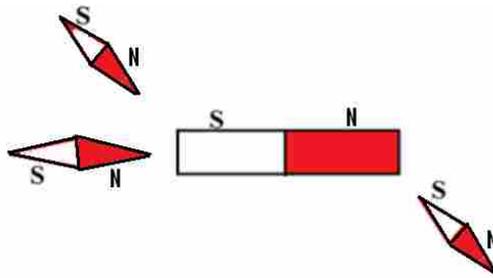
Si l'on place un aimant à proximité d'une aiguille aimantée, on constate que:

- L'aiguille prend une nouvelle direction.
- L'aiguille oriente son pôle nord vers le pôle sud de l'aimant.
- L'aiguille est attirée "plus ou moins fortement" selon sa position et la nature de l'aimant..



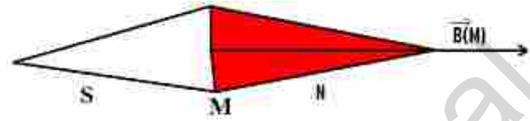
L'aimant provoque une modification des propriétés de l'espace environnant (mouvement de particules chargées, aiguille aimantée). On dit que cet espace est le siège d'un **champ magnétique**.

2.2- Vecteur champ magnétique :



Au voisinage de l'aimant l'aiguille aimantée prend différentes orientations selon l'endroit où elle est placée.

Le champ magnétique en un point M de l'espace est une grandeur vectorielle, notée \vec{B} , il se caractérise donc en son point d'application par une direction, un sens et une norme B .



- Direction: droite SN indiquée par une aiguille aimantée en ce point.
- Sens: Celui allant du pôle sud S au pôle nord N de l'aiguille aimantée.
- Norme: à mesurer à l'aide d'un Teslamètre ou à calculer.
- Unité: T (Tesla)

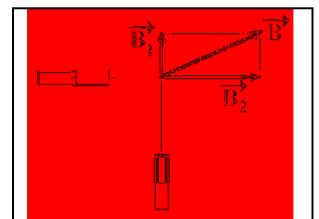
REMARQUE : L'aiguille aimantée est un véritable détecteur de champ magnétique:

- En l'absence de tout autre champ que le champ magnétique terrestre l'aiguille aimantée indique la direction nord-sud appelée méridien magnétique.

- **Superposition de champs magnétiques :** D'une manière générale l'aiguille indique la résultante des champs qu'elle subit.

Soient deux aimants notés 1 et 2. Soit \vec{B}_1 le champ magnétique créé par l'aimant 1 en un point M et soit \vec{B}_2 le champ magnétique créé par l'aimant 2 en ce même point M .

Le champ résultant est égal à la somme vectorielle des champs créés par chaque source au point M . $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$.



2.3 -Les bobines :

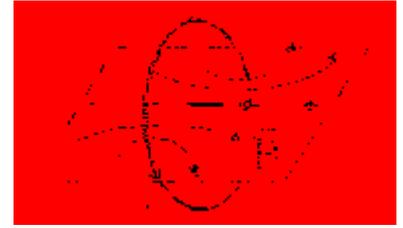
Une bobine est constituée par un fil électrique enroulé régulièrement sur un cylindre de section généralement circulaire. Les extrémités du fil constituent les deux bornes d'une bobine et les extrémités du cylindre ses deux faces.

Une bobine est caractérisée par sa longueur ℓ , son rayon r et le nombre de ses spires N .

- Si $r \gg \ell$, la bobine est dite plate ; elle est caractérisée par r et N

(Fig 1).

Fig. 1



- Si $r \ll \ell$ la bobine est un solénoïde « infini » caractérisé par le nombre de spires par unité de longueur $n=N/\ell$ (Fig 2).

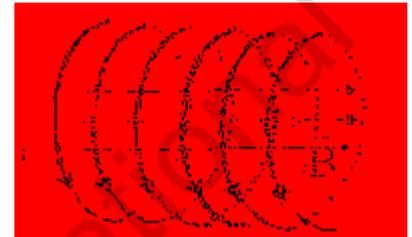


Fig. 2

3 - Autres sources de champ magnétique :

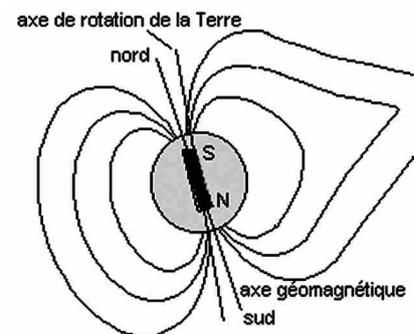
3.1- Champ magnétique terrestre :

Une aiguille aimantée mobile autour d'un axe vertical placée loin de tout autre aimant, de tout circuit électrique et de toute masse ferreuse s'oriente dans la direction géographique Nord-Sud. Cet axe Sud-Nord est appelé le *méridien magnétique*.

L'aiguille est ainsi astreinte à occuper cette position parce qu'elle est soumise à un champ magnétique appelé *champ magnétique terrestre*.

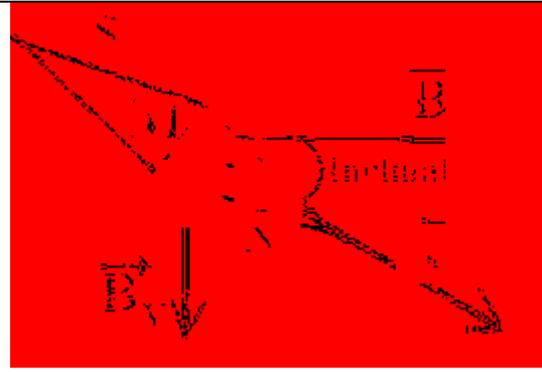
Le champ magnétique terrestre peut-être considéré comme le champ créé par un « grand aimant droit » placé au centre de la terre (en réalité, la magnétosphère est déformée par le vent solaire).

La distribution générale du champ terrestre rappelle celle qui serait due à un aimant situé au centre de la Terre, disposé suivant un diamètre ne coïncidant pas exactement avec la ligne des pôles terrestres.



Le champ magnétique terrestre est la résultante de deux composantes :

- \vec{B}_H : composante horizontale du champ magnétique terrestre au point M.
- \vec{B}_V : composante verticale du champ magnétique terrestre au point M.
- $\vec{B} = \vec{B}_H + \vec{B}_V$



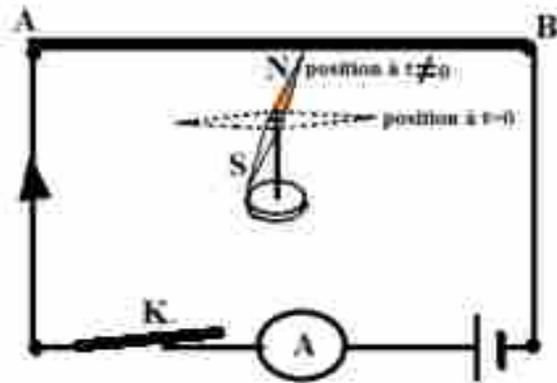
Ch
mp
mag

Champ magnétique créé par un courant :

Si le courant n'est pas établi dans le circuit, l'aiguille aimantée s'oriente suivant le champ magnétique terrestre. On place alors le fil parallèlement à l'aiguille.

Lorsqu'on établit le courant dans le fil, on constate que l'aiguille dévie, ce qui prouve qu'elle a subi un nouveau champ magnétique.

Un fil parcouru par un courant électrique se comporte comme un aimant. Il crée un champ magnétique. Le courant parcourant le circuit électrique crée un champ magnétique propre qui vient modifier localement le champ magnétique total. Le vecteur champ magnétique créé par un courant dépend de l'intensité de ce courant et son sens mais aussi de la forme du circuit.



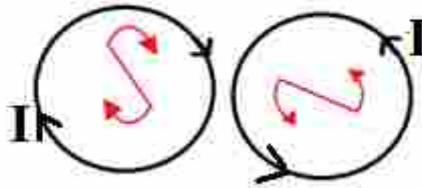
de

Le courant étant un déplacement de charges électriques ; c'est une source de champ magnétique,

Le champ magnétique est une nouvelle propriété de l'espace environnant un circuit électrique. Cette propriété est de nature vectorielle.

Remarque :

- Une bobine (ou un solénoïde) traversée par un courant se comporte comme un aimant. Elle crée un champ magnétique.
- La bobine (ou le solénoïde) parcourue par un courant présente une face nord et une face sud qui s'inversent si on change le sens du courant.
- La face Nord est la face devant laquelle on se place pour voir circuler le courant dans le sens trigonométrique.
- La face Sud est la face devant laquelle on se place pour voir circuler le courant dans le sens contraire du sens trigonométrique.
- Pour reconnaître les faces, on peut utiliser la règle illustrée par le schéma suivant :

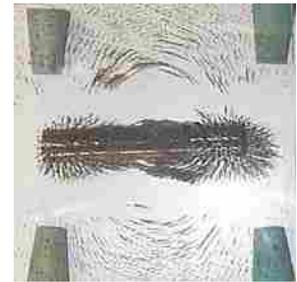


Comme pour les aimants, les faces de même noms se repoussent et les faces de noms différents s'attirent. C'est le champ magnétique qui est responsable de ces interactions.

4- Spectres magnétiques :

4.1 - Mise en évidence :

Si l'on saupoudre de limaille de fer un aimant sur lequel nous avons disposé une feuille, on constate que les grains se disposent de façon bien précise suivant des lignes appelées **lignes de champ**. L'ensemble des lignes constituent le **spectre magnétique**.

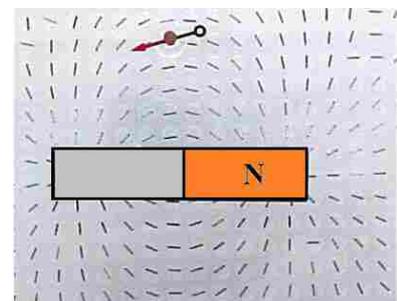


4.2 - Exemples de spectres magnétiques :

4.2.1 - Spectre d'un barreau aimanté :

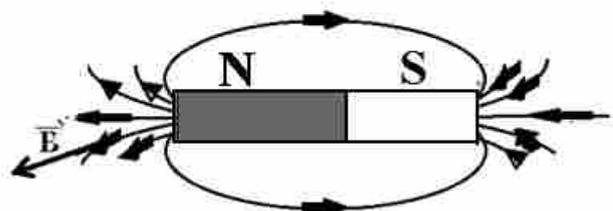
Ces lignes existent dans tout l'espace entourant l'aimant et non pas simplement sur le plan formé par la feuille.

La ligne de champ est une courbe tangente en tout point vecteur \vec{B} . De plus, si l'on place une boussole dans cette zone lignes de champ nous nous apercevons qu'elles sont orientées.



au
de

Par convention nous dirons que ces lignes de champ sortent par le pôle nord pour entrer par le pôle sud. Nous supposons également que chaque ligne de champ se



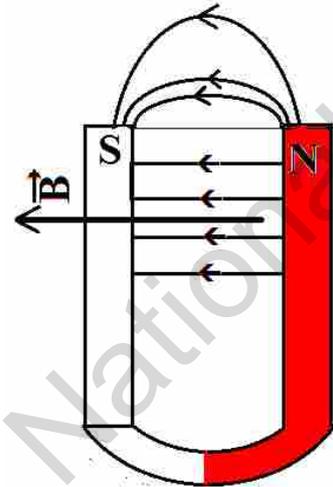
referme à l'intérieur de l'aimant de façon à compléter une boucle.

L'ensemble de ces lignes de champ représenté sur un plan est communément appelé : **Spectre magnétique**.

4.2.2- Spectre d'un aimant en U :

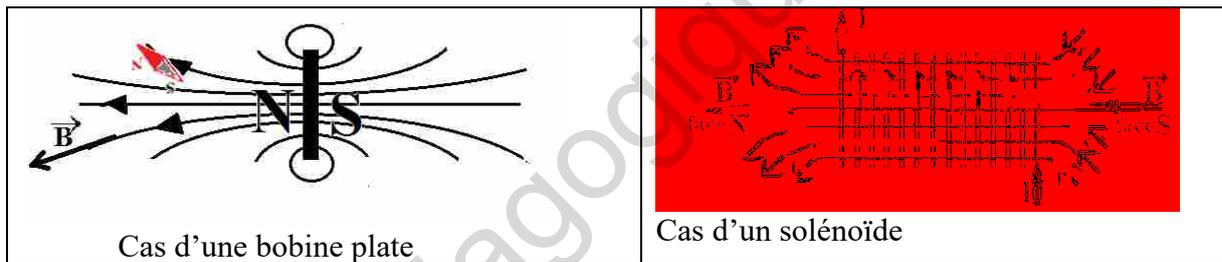
En procédant de la même manière que pour l'aimant droit, on réalise le spectre de l'aimant en U.

Les ligne de champ sont parallèles entre les branches de l'aimant, on dit que le champ est uniforme. Le champ magnétique est plus intense près des pôles.



4.2.3- Spectre d'une bobine :

On procède comme pour les aimants pour réaliser des spectres pour les bobines :



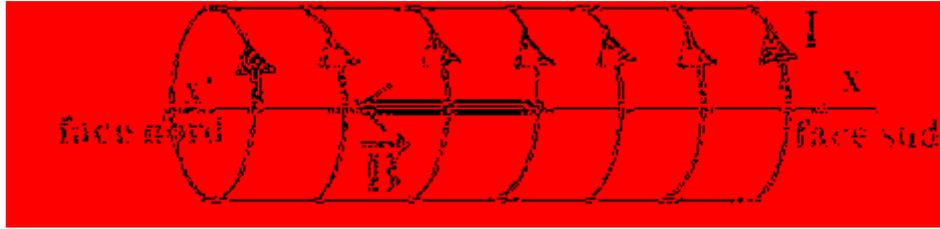
Les lignes de champ entrent dans les bobines par la face Sud et sortent par la face Nord. Leurs sens est donné à partir du sens du courant par des règles mnémotechniques.

Le spectre magnétique donne la topographie d'un champ magnétique.
La forme du spectre dépend de la nature de la source du champ. L'orientation des lignes de champ est déterminée à l'aide d'une aiguille aimantée.

5- Champ magnétique crée au centre d'un solénoïde :

- Les lignes de champ sont parallèles (les vecteurs champs \vec{B} sont colinéaires et de même sens) pas très proche des extrémités.
 - Le champ magnétique conserve la même valeur.
- D'après les deux remarques précédentes, nous pouvons affirmer que:

Dans un solénoïde long, le vecteur champ magnétique \vec{B} est constant. On dit que le champ magnétique est uniforme à l'intérieur du solénoïde.



Ce sens peut être obtenu par l'une des règles mnémotechniques suivantes :

L'observateur d'Ampère : Un bonhomme d'Ampère placé sur une spire du solénoïde, le courant entrant par ses pieds et sortant par sa tête, indique le sens du champ magnétique par son bras gauche lorsqu'il regarde le centre de la spire.

Règle de la main droite : On place la main droite sur une spire de telle manière que le courant sort par les bouts des doigts que la paume soit tournée vers le centre de la spire alors le pouce indique le sens \vec{B}

Application :

Une petite aiguille aimantée tournant librement autour d'un axe vertical est placée au centre O d'un long solénoïde. L'axe xx' du solénoïde est initialement perpendiculaire à l'aiguille aimantée.

On fait passer un courant d'intensité constante $I = 0,5$ A dans le solénoïde ($n = 100$ spires/mètre).

1 - Déterminer le champ créé au centre du solénoïde.

2 - Déterminer l'angle α dont tourne l'aiguille aimantée. (composante horizontale du champ terrestre $2 \cdot 10^{-5}$ T)

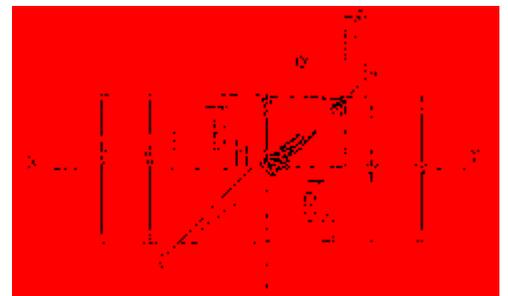
Solution :

1 - Le vecteur champ créé par la bobine en son centre :

- direction : colinéaire à l'axe du solénoïde
- sens : donné par la règle de l'observateur d'Ampère
- norme : $4\pi \cdot 10^{-7} \cdot n \cdot I = 4,3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 100 \cdot 0,5 = 6,28 \cdot 10^{-5}$ T.

2 - L'aiguille aimantée s'oriente suivant la somme vectorielle des champs magnétiques.

$$\tan \alpha = 6,28 \cdot 10^{-5} / 2 \cdot 10^{-5} = 3,14 \quad \text{d'où } \tan \alpha = 63,4^\circ$$



L'essentiel

Un aimant possède deux pôles un pôle nord N et un pôle sud S.

Deux pôles de noms différents s'attirent alors que deux pôles de même noms se repoussent

Un champ magnétique est créé soit par un aimant ou un courant ou la terre.

Le spectre magnétique donne la topographie du champ magnétique \vec{B} , le vecteur \vec{B} est tangent aux lignes de champ le sens de \vec{B} est donné par le bipoint \overrightarrow{SN} d'une petite aiguille aimantée

La valeur de la composante horizontale du champ magnétique terrestre $B_h \approx 2.10^{-5} T$

Un solénoïde est analogue à un aimant droit. Les deux extrémités ou faces se comportent comme les pôles de l'aimant. Les lignes de champ entrent par la face Sud et sortent par la face Nord. A l'intérieur du solénoïde le champ est uniforme et son intensité est donnée par la relation $B = \mu_0 n I$

La règle du « bonhomme d'Ampère » ou de la main droite permettent de lier le sens de \vec{B} au sens du courant.

Les caractéristiques du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde :

Direction : parallèle à l'axe du solénoïde

Intensité :

- B est proportionnel à l'intensité I du courant qui circule dans le solénoïde.
- B est proportionnel à $\frac{n}{l}$ (nombre de spires par mètre du solénoïde).
- B est indépendant du rayon et de la longueur du solénoïde.

On en déduit $B = k.n.I$.

On montre que
magnétique du

$$B = \mu_0 . n I$$

$k = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} S.I.$ (Perméabilité vide), d'où:

avec $\left\{ \begin{array}{l} - \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} S.I. \text{ (perméabilité magnétique du vide)} \\ - n: \text{ nombre de spires par mètre du solénoïde.} \\ - I: \text{ Intensité du courant circulant dans le solénoïde} \\ \text{en ampères (A)} \\ - B: \text{ Champ magnétique à l'intérieur du solénoïde.} \end{array} \right.$

Sens : Il dirige de la face sud vers la face nord

Exercices

Exercice 1

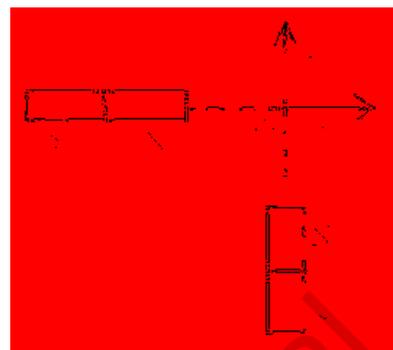
On considère deux aimants droits identiques A_1 et A_2 dont les axes de symétrie sont perpendiculaires. Les deux pôles nord des aimants sont situés à la même distance d'un point O.

Chaque aimant crée en O un champ magnétique de valeur $2,3 \cdot 10^{-2} T$.

1- Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique créé par le montage en O.

2- Même question que précédemment mais maintenant on inverse le sens des pôles de l'aimant A_1 , les axes de symétrie et les distances des aimants au point O restent identiques.

3- Même question que précédemment, seul changement : l'axe de l'aimant A_2 fait avec l'axe de l'aimant A_1 un angle $\alpha = 35^\circ$.



Exercice 2

Une aiguille aimantée dont le centre O est placé sur l'axe de l'aimant(1) s'aligne sur cet axe suivant le vecteur \vec{B}_1 (

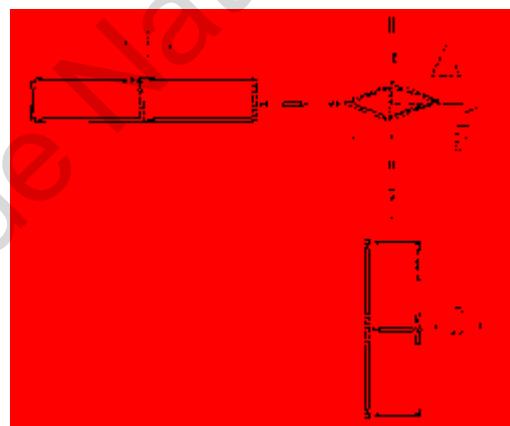
$$B_1 = 510^{-3} T).$$

Lorsqu'on place l'aimant(2) comme le montre la figure, l'aiguille aimantée tourne d'un angle $\theta = 25^\circ$ dans le sens des aiguilles d'une montre.

1- Préciser les polarités de l'aiguille aimantée.

2_ Déterminer les caractéristiques du vecteur champ \vec{B}_2 créé en O par l'aimant(2) et préciser les polarités de cet aimant.

3- Déterminer de quel angle α et dans quel sens il faut faire tourner l'axe Δ de l'aimant(2) autour de O pour que l'angle θ prenne une valeur $\theta' = 20^\circ$.



Exercice 3 :

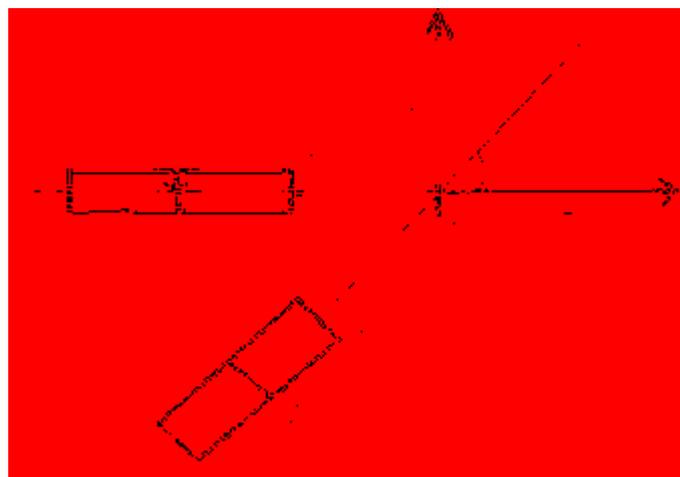
Deux solénoïdes identiques S_1 et S_2 sont disposés comme l'indique la figure ci-dessous. Leurs axes se coupent en O, à la même distance $d = OA_1 = OA_2$ des faces les plus proches font un angle

$\alpha = 45^\circ$. On néglige le champ magnétique terrestre.

1- Le solénoïde S_1 crée en O un champ magnétique \vec{B}_1 de valeur $4 \cdot 10^{-3} T$, lorsqu'il est parcouru par un courant d'intensité I_1 . Préciser la direction et le sens de \vec{B}_1 . La face A_1 est-elle sud ou nord

2- Le solénoïde S_1 fonctionnant dans les conditions précédentes, on fait passer dans le solénoïde S_2 un courant continu d'intensité I_2 pour que le champ magnétique total : $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ créé par les deux solénoïdes en O ait même direction que \vec{j} . Quel est alors le sens du champ \vec{B}_2 . La face A_2 est-elle sud ou nord.

3- Calculer la valeur B du champ magnétique total ainsi que celle de l'intensité I_2 sachant que $I_1 = 1,2 A$.

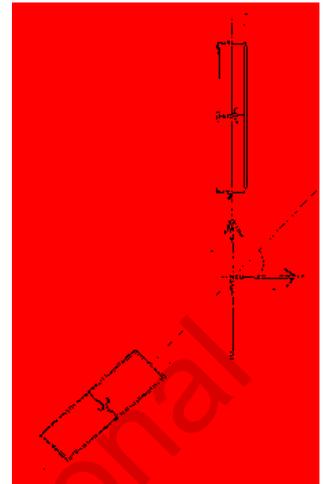


Exercice 4 :

Deux solénoïdes identiques S_1 et S_2 sont placés comme l'indique la figure. Leurs axes se coupent en O de telle façon que l'angle α soit égal à 45° et que les distances OA_1 et OA_2 soient égales. On néglige le champ magnétique terrestre.

1- Les solénoïdes S_1 et S_2 sont parcourus respectivement par les courants continus d'intensités : $I_1 = 2A$ et $I_2 = 5,2A$ dans les sens indiqués sur la figure. On note \vec{B}_1 et \vec{B}_2 les champs magnétiques créés par chaque solénoïde au point O. La valeur de B_1 est égale à $1,8 \cdot 10^{-2} T$. Donner les caractéristiques du champ magnétique \vec{B} total créé par le dispositif au point O.

2- Reprendre la question précédente lorsqu'on inverse le sens de I_2 mais en lui gardant la même intensité.



Exercice 5 :

On considère un solénoïde long comportant 3500 spires par mètre parcouru par un courant d'intensité I dont le sens est indiqué sur la figure.

1-a) Reproduire la figure et représenter le champ magnétique \vec{B}_1 créé par le passage du courant au centre du solénoïde ; indiquer la nature des faces

b) Quelle est la nature du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde.

c) Comment peut-on intensifier ce champ magnétique sans changer la valeur de I.

2- On dispose maintenant l'axe du solénoïde horizontalement dans le plan du méridien magnétique, une aiguille aimantée étant placée en son centre. Le circuit dans lequel est inséré le solénoïde comporte un interrupteur. L'interrupteur étant ouvert on le ferme.



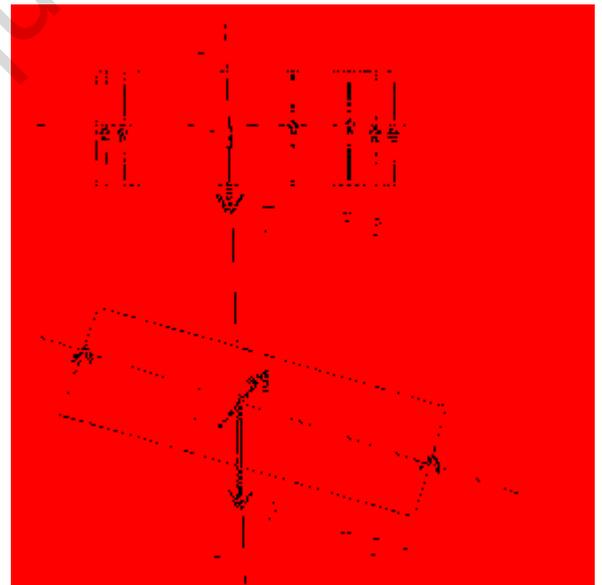
Exercice 6 :

On dispose d'un solénoïde à spires jointives. Le diamètre du fil est $d = 1,25 \text{ mm}$. Le solénoïde est posé de façon que son axe supposé horizontal soit perpendiculaire au plan du méridien magnétique. On place en son centre O une aiguille aimantée horizontale qui peut tourner au tour d'un axe vertical Δ passant par O (fig 1)

1- De quel angle α tourne l'aiguille quand on lance dans le solénoïde un courant d'intensité $I = 10 \text{ mA}$. On

donne $B_h = 2 \cdot 10^{-5} T$; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ SI}$

2- Le courant I étant maintenu, on fait tourner le solénoïde au tour de Δ jusqu'à ce que l'aiguille devienne parallèle aux spires (fig 2) Trouver l'angle β que fait l'aiguille avec le méridien magnétique.



CHAPITRE II :

Action d'un champ magnétique sur une particule chargée

Objectifs

- * Connaître les caractéristiques de la force de Lorentz
- * Etre capable de déterminer la nature du mouvement d'une charge q dans un champ magnétique (vitesse ; rayon)
- * Maîtriser les règles mnémotechniques de détermination du sens du champ magnétique crée dans un solénoïde
- * Connaître quelques applications (déflexion magnétique ; séparation des isotopes)

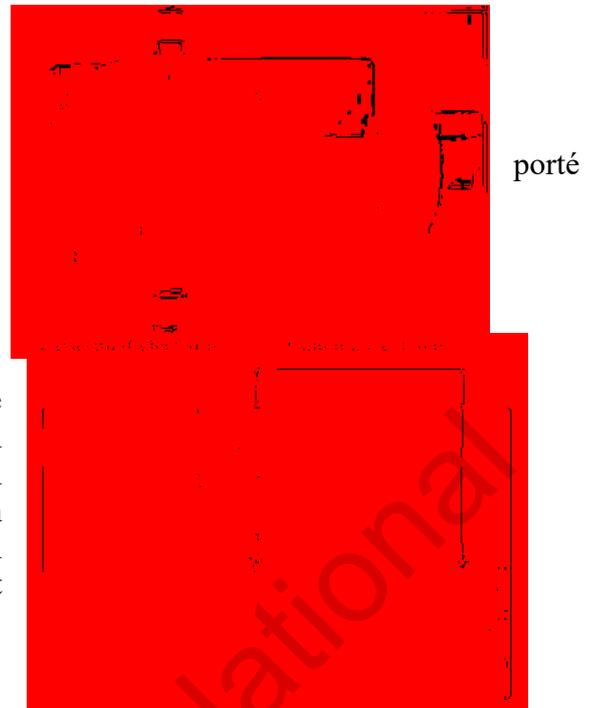
Institut Pédagogique National

1 - Mise en évidence :

1.1 - Expérience 1 :

A l'intérieur d'un tube où règne un vide poussé, se trouve un canon à électrons, constitué d'un filament à incandescence et d'une anode munie d'un trou (fig1). L'anode est portée à une tension accélératrice $U > 0$ par rapport au filament.

Le filament chauffé émet des électrons (effet thermoélectronique) qui acquièrent une vitesse v dans le champ électrique régnant entre le filament et l'anode. Un grand nombre d'électrons passent par le trou et forment un faisceau électronique se dirigeant en ligne droite (en absence de forces) vers l'écran fluorescent (fig2). En heurtant l'écran à grande vitesse les électrons y produisent un spot lumineux.



- Observations

Lorsqu'on approche le pôle nord N d'un aimant droit du tube le spot est dévié sur l'écran, par rapport à sa position initiale, vers le haut.

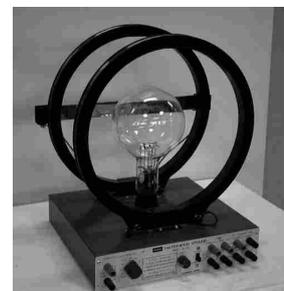


Lorsqu'on approche le pôle sud S d'un aimant droit du tube le spot est dévié sur l'écran, par rapport à sa position initiale, vers le bas



1.2-Expérience 2 :

- Deux bobines de Helmholtz (2 bobines plates disposées parallèlement en regard, à la distance égale au rayon des bobines) créent un champ magnétique \vec{B} uniforme parallèle à l'axe des bobines.



- Un canon à électrons produit un faisceau d'électrons de vitesse \vec{V} à l'intérieur d'une ampoule de verre. Les quelques molécules de gaz, excitées par des chocs avec les électrons, émettent ensuite un rayonnement lumineux permettant de visualiser la trajectoire du faisceau d'électrons.

- L'ampoule peut tourner autour d'un axe, de telle manière que l'angle α entre la vitesse initiale \vec{V} des électrons et le champ puisse être varié.

- Observations :

En l'absence d'un champ \vec{B} la trajectoire des électrons est rectiligne.

En présence d'un champ $\vec{B} \perp \vec{V}$ les électrons décrivent une trajectoire circulaire. Plus le champ est intense, plus le rayon de la trajectoire est petit. Plus la vitesse des électrons est grande, plus le rayon est grand

En présence d'un champ $\vec{B} // \vec{V}$ les électrons décrivent une trajectoire rectiligne.

1.3 - Interprétation des expériences :

En absence d'un champ \vec{B} il n'y a pas de forces s'exerçant sur les électrons.

(Le poids des électrons peut être négligé). En vertu du principe d'inertie le mouvement des électrons est rectiligne et uniforme.

En présence d'un champ \vec{B} une force magnétique s'exerce sur les électrons et dévie constamment leur direction. Cette force est toujours perpendiculaire à la vitesse (elle-même tangente au cercle). En plus la force est perpendiculaire au champ \vec{B} Cette force augmente avec l'intensité du champ \vec{B} et dépend également de la vitesse V des électrons.

Lorsque \vec{V} et \vec{B} sont parallèles il n'y a pas de force magnétique.

2 -La force de Lorentz :

2.1 – Définition :

En un point où le champ magnétique est représenté par un vecteur \vec{B} une particule portant une charge électrique q , animée d'une vitesse \vec{V} est soumise à une force magnétique \vec{F} dite force de Lorentz telle que :

$$\vec{F} = q \vec{V} \wedge \vec{B}$$

2.2- Les caractéristiques de la force \vec{F} de Lorentz :

La force \vec{F} a les caractéristiques suivantes:

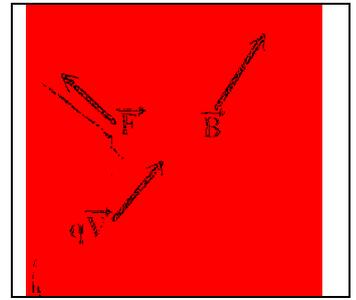
- **Direction:** perpendiculaire à \vec{V} et à \vec{B} donc au plan formé par les vecteurs $q\vec{V}$ et \vec{B}

- **Module:** $F = |q| \cdot V \cdot B \cdot |\sin(\vec{V}, \vec{B})|$

- **Sens:** tel que le trièdre $(q\vec{V}, \vec{B}, \vec{F})$ soit direct. Ce sens peut être déterminé par l'une des règles suivantes si la charge q est positive :

Règle des trois doigts de la main droite :

On place la main droite sur \vec{v} , de telle manière que son bout soit sur la flèche de \vec{v} , l'index indiquant \vec{B} . alors le majeur indique le sens \vec{F} .



Règle de l'observateur d'Ampère :

Un bonhomme d'Ampère se couche sur \vec{v} , sa tête donnant le sens de \vec{v} son bras gauche indique le sens de \vec{F} lorsqu'il regarde le sens indiqué par \vec{B} .

Règle de la main droite :

On place la main droite sur \vec{v} , de telle manière que les bouts des doigts soient sur la flèche de \vec{v} , que la paume soit tournée vers le sens indiqué par \vec{B} alors le pouce indique le sens de \vec{F} .

Remarque : Si la charge q est négative ; le sens de la force de Lorentz est le sens contraire de celui donné par les règles précédentes

Conventions:

Lorsqu'un vecteur est perpendiculaire au plan de la feuille, on utilise les symboles suivants:

- si le vecteur entre dans la feuille



- si le vecteur sort de la feuille



Remarque : La force magnétique n'apparaît que si la particule chargée est en mouvement.
Lorsque $v = 0$ alors $F = 0$

3-Etude du mouvement :

3.1 - Etude énergétique :

Lors d'un déplacement $d\vec{l}$ le travail élémentaire d'une force \vec{F} étant donné par l'expression $dW_{\vec{F}} = \vec{F} \cdot d\vec{l}$; l'expression de la puissance de cette force serait alors $P = \frac{dW}{dt}$ soit $P = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{l}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$.

Comme la force de Lorentz est toujours perpendiculaire à la vitesse alors le produit scalaire est nul. On en déduit alors que : $P=0 \Rightarrow W_{\vec{F}}=0$

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à une particule de masse m et de charge q en mouvement dans un champ magnétique \vec{B} .

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} = 0$$

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 \Leftrightarrow v = v_0$$

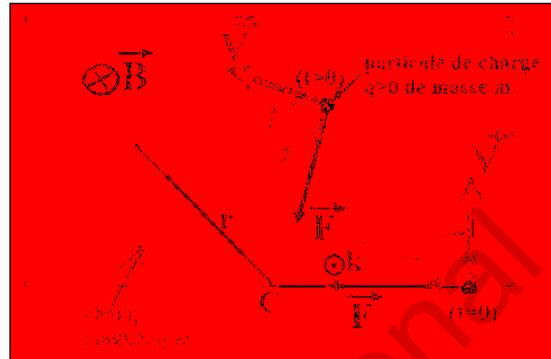
La puissance et le travail de la force de Lorentz sont toujours nuls.

Le champ magnétique uniforme conserve la valeur de la vitesse de la particule chargée. Son mouvement est alors uniforme.

3.2 -Etude dynamique :

- Données et conditions initiales :

- À l'instant $t=0$, une particule de masse m et de charge q pénètre avec une vitesse initiale v_0 dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B} \perp \vec{V}$.



- système : particule chargée
- repère : repère de Frenet $(\vec{M}, \vec{\tau}, \vec{n})$ vecteur unitaire \vec{k} qui est perpendiculaire à $\vec{\tau}$ et \vec{n}

- Inventaire des forces :

- force de Lorentz : $\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$
- le poids \vec{P} est négligeable devant \vec{F} .

- Nature du mouvement :

Appliquons la relation fondamentale de dynamique :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{V} \wedge \vec{B}}{m}$$

Lorsque $\vec{V} // \vec{B} \Rightarrow q\vec{V} \wedge \vec{B} = \vec{0}$ et donc $\vec{a} = \vec{0}$ m.r.u

Conclusion : Lorsque $\vec{V} // \vec{B}$, le mouvement de la particule est rectiligne uniforme.

Supposons maintenant que $\vec{V} \perp \vec{B}$, et projetons la relation précédente sur les directions de $\vec{\tau}$, \vec{n} et \vec{k}

$$a_{\tau} = 0 \quad (1)$$

$$a_n = \frac{|q|VB}{m} \quad (2)$$

$$a_z = 0 \quad (3)$$

-Vitesse et position

$$(1): a_{\tau} = \frac{dV_{\tau}}{dt} = 0 \Rightarrow V_{\tau} = V = \text{cte}$$

Conclusion : Le mouvement est uniforme.

Attention : V est constant en intensité, mais pas en direction : $(\vec{V} \neq \text{cte})$

$$(3): a_z = \frac{dV_z}{dt} = 0 \Rightarrow V_{0z} = \text{cste} = 0$$

Donc il n'y a pas de mouvement suivant \vec{k}

Conclusion : Le mouvement est plan. Il s'effectue dans un plan perpendiculaire à \vec{B} contenant la vitesse initiale \vec{V}_0

Comme la coordonnée normale de l'accélération s'écrit toujours $a_n = \frac{v^2}{r}$

(r = rayon du cercle tangent), on a grâce à (2) : $\frac{v^2}{r} = \frac{|q|VB}{m} \Rightarrow r = \frac{mV}{|q|B}$ m , v , q et B sont constants
 $\Rightarrow r$ est constant : Le mouvement est circulaire.

Conclusion :

Une particule chargée entrant dans un champ magnétique avec une vitesse perpendiculaire au champ décrit un mouvement circulaire et uniforme dans un plan perpendiculaire au champ.

-Vitesse linéaire, vitesse angulaire, période, fréquence

Comme le rayon de la trajectoire est donné par l'expression : $r = \frac{mV}{|q|B}$ (4)

* La vitesse linéaire de la particule se déduit de (4) : $v = \frac{|q|rB}{m}$

* La vitesse angulaire est reliée à la vitesse linéaire par $\omega = \frac{v}{r} \Rightarrow \omega = \frac{|q|B}{m}$

* La période est reliée à la vitesse angulaire par $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{2\pi m}{|q|B}$

* La fréquence est reliée à la période par $f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{|q|B}{2\pi m}$

Remarque: Les expressions précédentes montrent que ω , T et f sont indépendants du rayon r et de la vitesse V .

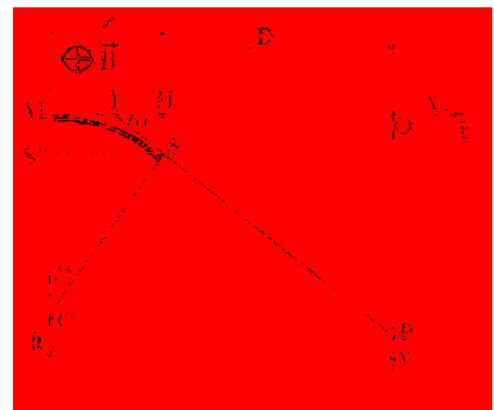
4-Applications de la force de Lorentz :

4.1- Déflexion ou déviation magnétique dans un tube de télévision :

Le but est d'obtenir sur un écran un point lumineux spot qui peut être déplacé par une commande extérieure.

Dans une région de l'espace de largeur ℓ où règne un champ magnétique uniforme \vec{B} , un électron pénètre en M avec la vitesse \vec{V} et en sort au point S avec la vitesse \vec{V}_s

Sous l'action de la force de Lorentz la trajectoire de l'électron est incurvée vers le bas (règle de la main droite).



Comme \vec{V} est perpendiculaire à \vec{B} ; on a montré que la trajectoire est un arc de cercle rayon $r = \frac{mV}{qB}$

Au delà du point S la trajectoire devient rectiligne car l'électron n'est plus soumis à aucune force.

- La déviation angulaire α est l'angle formé par les tangentes à la trajectoire aux points d'entrée M et de sortie S. Dans le triangle rectangle (SS'C), on a :

$$\sin \alpha = \frac{SS'}{CS} = \frac{\ell}{r}$$

- La déviation linéaire OP est la distance verticale correspondante sur l'écran à la déviation angulaire.

Dans le triangle rectangle (IOP), on a :

$$\tan \alpha = \frac{OP}{IO} \Rightarrow OP = IO \cdot \tan \alpha = (IH + HO) \cdot \tan \alpha$$

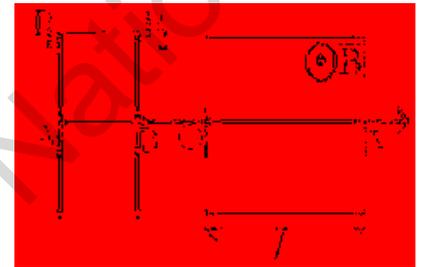
Si α est petit et si $\ell \ll D$ où D est la distance normale entre le point de sortie S et l'écran, nous aurons :

$$OP = D \cdot \alpha = D \cdot \frac{\ell}{r}$$

Application :

Des ions d'hélium ${}^3_2\text{He}^{2+}$ sont produits en un point A avec une vitesse nulle.

Ils sont d'abord accélérés entre les plaques P₁ et P₂ par une tension $U = V_{P1} - V_{P2}$ qui leur permet de traverser le trou B avec une vitesse non nulle puis pénètrent en O dans un champ magnétique uniforme \vec{B} orthogonal au plan de la figure.



Le champ \vec{B} n'existe que dans une zone de largeur $l = 1,5\text{cm}$.

1.1 - Quel doit être le signe de U pour que les ions traversent le trou B ? Pourquoi ?

1.2 - Etablir l'expression de la vitesse V_1 de l'ion ${}^3_2\text{He}^{2+}$ au trou B en fonction de sa masse m_1 , de sa charge q et de la tension U. Calculer V. A.N : $e = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$, $|U| = 100\text{V}$, $m_p = 1,6710 \cdot 10^{-27}\text{kg}$, $B = 3 \cdot 10^{-2}\text{T}$

2 - Les ions ${}^3_2\text{He}^{2+}$ pénètrent en O dans le champ magnétique uniforme \vec{B} avec la vitesse V.

2.1- Quelle est la nature du mouvement de ${}^3_2\text{He}^{2+}$ dans le champ \vec{B} ?

2.2- Trouver l'expression du rayon r de la trajectoire de ${}^3_2\text{He}^{2+}$ en fonction de B, e, m et U. Calculer r.

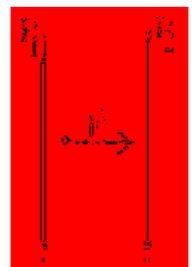
2.3- Soit α l'angle que fait la trajectoire de l'ion ${}^3_2\text{He}^{2+}$ après sa sortie du champ magnétique \vec{B} avec l'axe Ox ; calculer l'angle de déviation α .

Solution :

1.1 - Le signe de $U = V_{P1} - V_{P2}$:

Les ions sont chargés positivement, ils se déplacent de P₁ vers P₂ sous l'action de la force électrique \vec{F} . Les ions sont donc attirés par P₂ qui est chargée négativement ; P₁ est alors chargée positivement c'est-à-dire que $V_{P1} >$

$$V_{P2} \Rightarrow V_{P1} - V_{P2} > 0 \Leftrightarrow U > 0$$



1.2- Expression de V_1 en B en fonction de m_1 , q et U.

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m V^2 = qU$$

$$\Rightarrow V = \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \sqrt{\frac{4eU}{3m_p}} \quad \text{A.N : } V = 1,13 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

2.1 - Nature du mouvement dans le champ magnétique

La seule force qui s'exerce est la force de Lorentz :

$$\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B} \quad \text{car le poids est négligeable.}$$

La RFD permet d'écrire $\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{V} \wedge \vec{B}}{m}$

A tout instant, on a :

- $\vec{a} \perp \vec{V}$ L'accélération tangentielle est donc nulle $\Rightarrow \mathbf{a}_t = \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = \text{Cste}$

\Rightarrow le mouvement est uniforme

- En projetant sur la normale, on trouve $qVB = \frac{mV^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mV}{qB} = \text{cte}$

\Rightarrow le mouvement est circulaire. En définitif le mouvement est circulaire uniforme.

2.2- Expression de r_1 en fonction de B, m_1 , e et U.

$$r = \frac{mV}{qB} \quad \text{avec } V = \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \sqrt{\frac{4eU}{m}} \quad \text{Soit } r = \frac{m\sqrt{\frac{2qU}{m}}}{qB} \Rightarrow r = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{mU}{e}} \quad \text{Soit } r \approx 0,06\text{m.}$$

2.3 -Calcul de α :

$$\sin \alpha = \frac{SS'}{CS} = \frac{\ell}{r} \quad \text{soit } \sin \alpha = 0,25$$

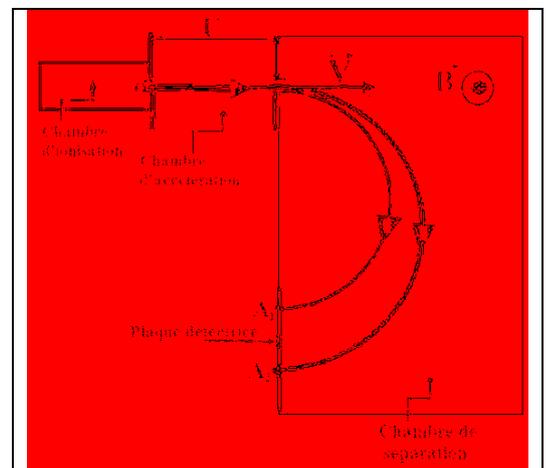
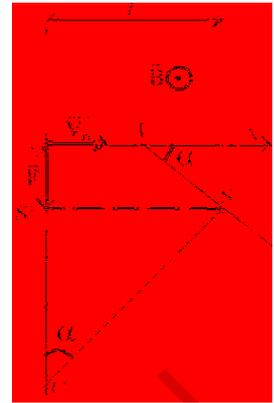
4.2- Spectrographe de masse :

Le spectrographe de masse est constitué d'une chambre d'ionisation, d'une chambre d'accélération et d'une chambre de séparation.

Il permet de séparer des isotopes d'un même élément chimique.

- Les atomes deviennent des ions portant des charges identiques dans la chambre d'ionisation.
- Les ions ainsi formés pénètrent dans la chambre d'accélération où ils acquièrent, sous l'action d'une tension appliquée entre deux électrodes distantes de d , une vitesse V .
- Les ions sont ensuite injectés avec la vitesse précédente dans une chambre de séparation où ils subissent l'action d'un champ magnétique \vec{B} perpendiculaire à la vitesse \vec{V} .

Les particules subissent donc des déviations différentes selon leur masse car, pour une même charge q et un même champ magnétique \vec{B} , les rayons des trajectoires diffèrent en



fonction de la valeur de la masse : $r = \frac{mV}{|q|B}$.

Une plaque détectrice permet donc de les recueillir en différents points C₁ et C₂.

- Phase d'accélération :

En négligeant la vitesse des particules en O et en appliquant le théorème de l'énergie cinétique dans le champ électrique ; on obtient :

$$\Delta E_c = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} mV^2 = |q|U \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2|q|U}{m}}$$

- Phase de déviation :

On a déjà montré que le rayon de la trajectoire dans le champ magnétique est : $r = \frac{mV}{|q|B}$ en

remplaçant la vitesse par son expression précédente on obtient : $r = \frac{m\sqrt{\frac{2|q|U}{m}}}{|q|B} \Leftrightarrow \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{|q|}}$. Si D

et D' sont les diamètres respectifs des deux trajectoires dans le champ magnétique nous aurons:

$$D = 2r = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{2mU}{|q|}} \text{ et } D' = 2r' = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{2m'U}{|q|}}$$

Nous pouvons par exemple déterminer la distance séparant les points d'impacts des deux ions sur la plaque détectrice :

$$C_1C_2 = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{2U(m'-m)}{|q|}} \quad C_1C_2 = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{2Uu}{|q|}} \sqrt{(A'-A)}$$

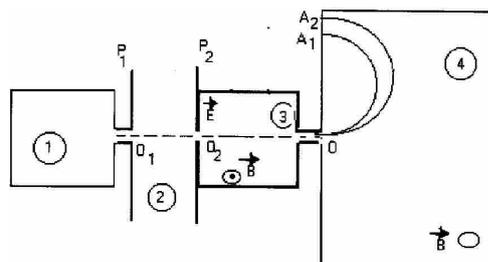
Car $m=A.u$ où $u=1,67.10^{-27}kg$ et A est la masse atomique.

Application :

Dans cet exercice le mouvement des ions se fait dans le vide et on néglige leur poids devant celui des autres forces.

On utilise le spectrographe de masse de la fig pour séparer les isotopes ⁷⁹Br et ⁸¹Br

- 1- Les atomes sont d'abord ionisés dans la chambre d'ionisation 1.



- 2- Les ions formés portent alors la même charge $q = -e$ et sortent de cette chambre en un point O_1 avec une vitesse de valeur négligeable. Puis ils sont accélérés dans la chambre d'accélération 2 par la tension $U = V_{P1} - V_{P2}$ appliquée entre les deux plaques P_1 et P_2 et arrivent en O_2 avec des vitesses de même direction et de même sens mais ayant des valeurs différentes.

Afin de sélectionner une seule vitesse \vec{V}_0 en O , on impose aux ions, dans le filtre de vitesse (chambre 3) un champ magnétique \vec{B} et un champ électrique \vec{E} comme l'indique la figure 3 .

1.1-Montrer que l'énergie cinétique est la même pour tous les ions en O_2 .

1.2- Déterminer le sens de \vec{E} pour que la force électrique, soit opposée à la force magnétique.

1.3 -Montrer que la vitesse V_0 au point O est indépendante de la charge électrique q . Calculer V_0 si $E = 2.10^3$ v/m et $B = 0,05T$.

2- Les ions ainsi sélectionnés arrivent théoriquement avec la vitesse V_0 dans la chambre 4 de déviation où ils sont soumis uniquement au champ magnétique précédent.

2.1- Préciser le sens du vecteur \vec{B} pour que les ions parviennent en A_1 et A_2 ;

2.2- Montrer que le mouvement des ions dans cette chambre est circulaire et uniforme.

En déduire l'expression des rayons R_1 et R_2 des trajectoires en fonction de e , V_0 , B et m_1 ou m_2 .

2.3 -Calculer la distance entre les points A_1 et A_2 .

On précisera à quel ion correspond chaque point.

On donne : $e = 1,6.10^{-19}C$; $m_p = m_n = 1,6.10^{-27}kg$

Solution :

1.1- L'énergie cinétique de la particule :

$\Delta E_c = eU \Rightarrow E_c = eU$ comme la charge q est la même et la tension U est la même, les particules ont la même énergie cinétique $E_c = eU$.

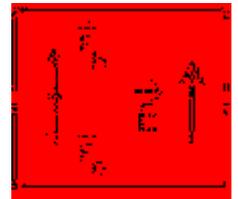
1.2- \vec{F}_e est orientée vers le bas car \vec{F}_b est orientée vers le haut donc le champ \vec{E} est dirigé vers le haut car la charge q est négative.

1.3- Expression de la vitesse V_0

$$F_e = F_b \Leftrightarrow |q|E = |q|V_0B \Rightarrow V_0 = E/B$$

$$A.N : V_0 = 4.10^4 m/s$$

2.1- Le sens de \vec{B} : d'après la règle de l'observateur d'Ampère \vec{B} doit être sortant \odot car \vec{F} est dirigée vers le haut.



2.2- Nature du mouvement :

La seule force qui s'exerce est la force de Lorentz : $\vec{F} = -e\vec{v} \wedge \vec{B}$.

La RFD permet d'écrire $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{-e\vec{v} \wedge \vec{B}}{m} \text{ A tout instant, on a : } \vec{a} \perp \vec{v}.$$

L'accélération tangentielle est donc nulle $\Rightarrow dV/dt = 0$

$\Rightarrow V = Cste \Rightarrow$ le mouvement est uniforme

En projetant sur la normale, on trouve $eV_0B = \frac{mv_0^2}{R}$

$\Rightarrow R = mV_0/eB = Cste \Rightarrow$ le mouvement est circulaire

En définitif le mouvement est circulaire uniforme.



Expression des rayons $R_1 = m_1 V_0 / eB$ et $R_2 = m_2 V_0 / eB$

2.3- Calcul de la distance $A_1 A_2$:

$$A_1 A_2 = 2(R_2 - R_1) = v_0(m_2 - m_1) / eB$$

En A_1 arrive l'isotope $^{79}\text{Br}^-$ et en A_2 l'isotope $^{81}\text{Br}^-$.

L'essentiel

- Lorsqu'une particule de charge q pénètre avec la vitesse \vec{V} dans un champ magnétique uniforme \vec{B} , elle subit une force \vec{F} de Lorentz $\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$ dont l'intensité est $F = |q| \cdot V \cdot B \cdot |\sin(\vec{V}, \vec{B})|$
- Lorsque $q=0$ ou $\vec{B} = \vec{0}$ ou $\vec{V} = \vec{0}$ ou $\vec{B} // \vec{V}$ alors $F=0$
- Lorsque $\vec{B} \perp \vec{V}$ alors $F = |q| \cdot V \cdot B$
- La puissance de la force de Lorentz est nulle car $\vec{F} \cdot \vec{V} = 0$ son travail l'est également alors l'énergie cinétique est conservée
- La particule chargée entrant dans un champ magnétique avec une vitesse perpendiculaire au champ décrit dans un plan perpendiculaire au champ un mouvement circulaire et uniforme (m.c.u) dont la trajectoire a pour rayon $r = \frac{mV}{|q|B}$.

Exercices

Exercice 1 :

1-On produit des ions positifs ${}^{129}_{54}\text{Xe}^{52+}$ et ${}^{129}_{54}\text{Xe}^{54+}$ qui sont émis sans vitesse initiale à partir de O_1 puis accélérés par une tension U entre deux plaques parallèles P_1 et P_2 . La valeur absolue de la tension U est égale à 100KV.

Quel doit être le signe de la tension $U = V_{P_1} - V_{P_2}$ pour que les ions soient accélérés.

Donner l'expression de l'énergie cinétique de ces ions lorsqu'ils sont en O_2 en fonction de q (charge de l'ion) et de

U . En déduire leur vitesse v_o en O_2 . Quel est l'intérêt d'utiliser des ions chargés

Calculer les vitesses v_o et v_o , des ions précédents au point O_2 et calculer leurs énergies cinétiques au point O_2 ,

l'exprimer en MeV. On donne $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ $N = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ $M(\text{Xe}) = 128,9 \text{ gmol}^{-1}$

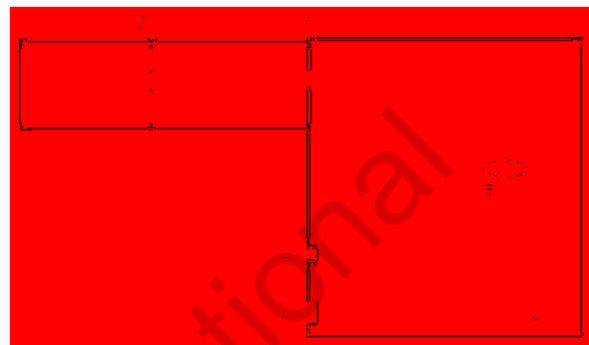
2-Les ions précédents pénètrent avec une vitesse perpendiculaire à la plaque P_2 dans la chambre de déviation D où règne un champ magnétique uniforme \vec{B} perpendiculaire au plan de la figure et d'intensité égale à 1T.

2-1 Quel doit être le sens de \vec{B} pour que les ions parviennent en C_1 et C_2

2-2 Montrer que la trajectoire des ions est plane et que le mouvement est circulaire uniforme. Etablir l'expression du rayon R de la trajectoire en fonction de q, U, m et B

2-3 Quel est l'ion recueilli en C_1

2-4 Calculer numériquement la distance C_1C_2



Exercice 2 :

Le spectrographe de masse est un appareil qui permet la séparation des isotopes d'un même élément chimique. Des ions potassium ${}^39\text{K}^+$ et ${}^41\text{K}^+$ de masses respectives m_1 et m_2 sont produits dans une chambre d'ionisation (I). En O_1 la vitesse des ions est pratiquement nulle, ils sont accélérés par une tension $U = V_{P_1} - V_{P_2}$ établie entre les plaques P_1 et P_2 .

Quel est le signe de la tension U

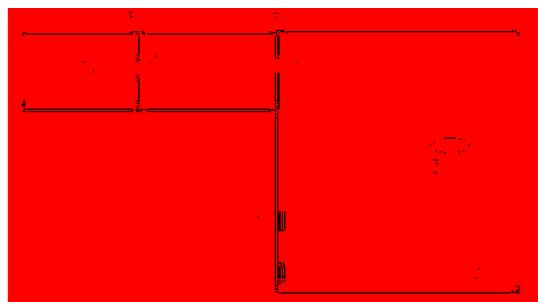
Exprimer les vitesses respectives v_1 et v_2 des deux sortes d'ions au point O_2 en fonction de e (charge élémentaire), U et des masses m_1 et m_2

Les ions pénètrent ensuite dans une chambre de déviation (D) où règne un champ magnétique uniforme \vec{B} orthogonal au plan de la figure.

3-1 Quel doit être le sens de \vec{B} pour que les ions soient déviés vers la plaque sensible.

3-2 Quelle est la nature du mouvement des ions dans cette partie du dispositif

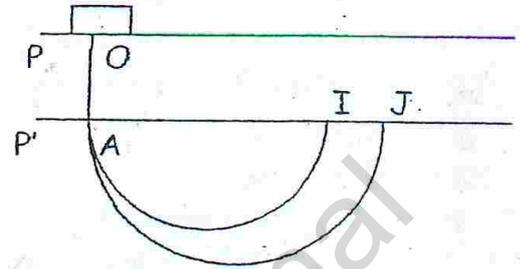
3-3 Montrer que les deux sortes d'ions ont des trajectoires différentes et exprimer le rapport des rayons R_1 et R_2 de leurs trajectoires respectives.



Deux taches T_1 et T_2 se forment sur la plaque sensible. La tache T_1 correspond aux ions de masse m_1 . On donne $O_2T_1 = 102,9 \text{ cm}$ et $O_2T_2 = 106,8 \text{ cm}$. Calculer la valeur de A_2 sachant que $A_1 = 39$

Exercice 3 :

L'uranium naturel contient essentiellement deux isotopes : l'uranium 235 et l'uranium 238. L'un des procédés historiques pour séparer ces isotopes est fondé sur la différence entre les rayons de courbure des trajectoires des atomes ionisés en mouvement dans un champ magnétique uniforme. D'abord les atomes neutres sont injectés dans une source d'ions où ils perdent chacun un électron. Les ions ainsi formés portent donc chacun la même charge électrique $q = e$. Ils sortent de la source d'ions avec une vitesse négligeable puis ils sont accélérés de O à A par la tension $U_0 = V_p - V_{p'}$ appliqués entre les deux plaques P et P'. Les ions pénètrent alors en A avec une vitesse de direction



perpendiculaire à P' dans une région où règne un champ magnétique uniforme \vec{B} perpendiculaire au plan de la figure. On donne :

$$B = 0,1 \text{ T}, U_0 = 4000 \text{ V}, e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, m = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}, M(^{235}\text{U}) = m_1 = 235u, M(^{238}\text{U}) = m_2 = 238u$$

Montrer que l'énergie cinétique est la même pour tous les ions arrivant en A quelque soit l'isotope ionisé. En déduire que les vitesses acquises par les deux espèces d'ions sont différentes. Exprimer les valeurs v_1 et v_2 de leurs vitesses en fonction de la charge, de la masse de l'ion correspondant et de la tension accélératrice

Au-delà de A les ions décrivent des trajectoires circulaires dans le plan de la figure. Préciser sur un schéma le sens de \vec{E} et de \vec{B} pour que les ions parviennent en I et J. Exprimer littéralement R_1 et R_2 en fonction de la charge, la masse de l'ion correspondant, la tension accélératrice et la valeur du champ magnétique. Exprimer littéralement la distance entre les deux traces I et J, puis calculer numériquement cette distance. On précisera quel est l'ion qui correspond à chacune des traces. Le courant d'ions issu de la source correspond à une intensité de $10 \mu\text{A}$. Sachant que l'uranium naturel contient en nombre d'atomes 0,7% d'isotopes légers, quelle est en μg la masse de cet isotope recueilli en 24 h.

Exercice 4 :

Des particules de charge q et de masse m sont émises en un point S avec une vitesse négligeable. Devant S est planée une plaque métallique percée d'un trou O, l'ensemble est placé dans le vide.

On néglige le poids des particules par rapport aux autres forces et les vitesses restent faibles devant la célérité de la lumière.

1- On établit entre S et P une tension

$U_1 = V_s - V_p$ établir l'expression de la vitesse v_0 des particules en fonction de q , m et U_1 .

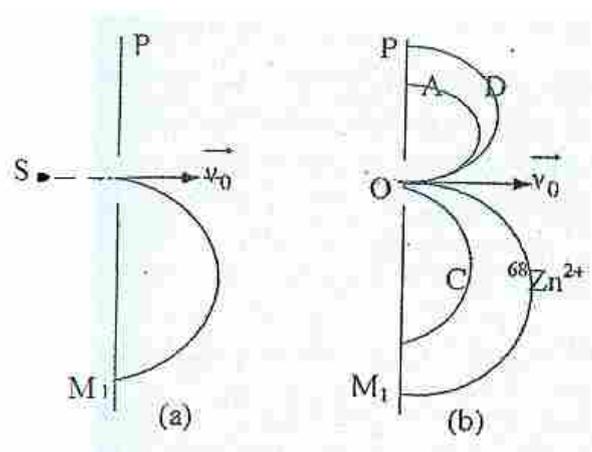
2- Au-delà de P le champ électrostatique est nul et il règne un champ magnétique uniforme

\vec{B} perpendiculaire au plan de la figure.

a) Dans quel sens se déplacent alors les particules

b) Le rayon de la trajectoire circulaire d'une particule étant donné par $R = \frac{mv_0}{|q|B}$ exprimer ce

rayon en fonction de $|q|$, m , B , U_1



- c) Les particules étudiées étant les ions des isotopes du zinc $^{68}\text{Zn}^{2+}$ de masse m_1 et $^{70}\text{Zn}^{2+}$ de masse m_2 , on observe le point d'impact des ions $^{68}\text{Zn}^{2+}$ au point M_1 tel que : $OM_1 = 20Cm$ En déduire le sens de \vec{B} .
- d) M_2 étant le point d'impact sur P des ions $^{70}\text{Zn}^{2+}$ calculer OM_2 .

3-Pour identifier des ions désignés par A, D et C, portant chacun une charge absolue $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$, on les introduit successivement en O avec la même vitesse \vec{v}_0 que les ions $^{68}\text{Zn}^{2+}$. Les trajectoires obtenues sont représentées sur la figure et leurs rayons ont pour valeurs :

$$R_A = 5,59Cm, R_D = 10,30Cm, R_C = 6,76Cm.$$

- a) justifier le signe de la charge portée par chaque ion,
 b) Déterminer les masses m_A, m_D, m_C en unité de masse atomique pour chaque ion.
 c) dans la liste suivante identifier les ions A, D, et C : $^{39}\text{K}^+, ^{23}\text{Na}^+, ^{35}\text{Cl}^-, ^{19}\text{F}^-$

Exercice 5 :

Dans tout l'exercice on suppose que le mouvement des ions a lieu dans le vide et on néglige le poids des ions devant les autres forces

1-On fait arriver avec une vitesse que l'on peut négliger des ions $^{35}\text{Cl}^-$ et $^{37}\text{Cl}^-$ par un trou T_1 percé dans une plaque Q. Ils sont accélérés par la différence de potentielle U_{PQ} de valeur positive U_0 , entre la plaque P et la plaque Q, qui sont parallèles. Calculer les valeurs v_1 et v_2 des vitesses respectives des ions lorsqu'ils arrivent sur la plaque P en fonction de U_0 , des masses respectives m_1 et m_2 de ces ions et de leur charge q. On donne : $U_0 = 100V, e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$

-Masse de l'ion $^{35}\text{Cl}^- = 35 \cdot 10^{-3} \text{ Kg.mol}^{-1}$

-Masse de l'ion $^{37}\text{Cl}^- = 37 \cdot 10^{-3} \text{ Kg.mol}^{-1}$

-Nombre d'Avogadro $N = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

2- En sortant de la plaque P par le trou T_2 avec les vitesses

précédentes, les ions sont soumis à un champ électrique

\vec{E} perpendiculaire à v_1 et v_2 . Ce champ \vec{E} est créé par une tension $U_{P'Q'}$ entre deux plaques parallèles P' et Q' distantes de d. Cette tension est positive et a pour valeur U_1 . Dans la même région de

l'espace on applique un champ magnétique uniforme dont le vecteur \vec{B} est perpendiculaire aux vitesses initiales \vec{v}_1 et \vec{v}_2 et à \vec{E} de manière à que les ions $^{35}\text{Cl}^-$ aient une trajectoire rectiligne et sortent par le

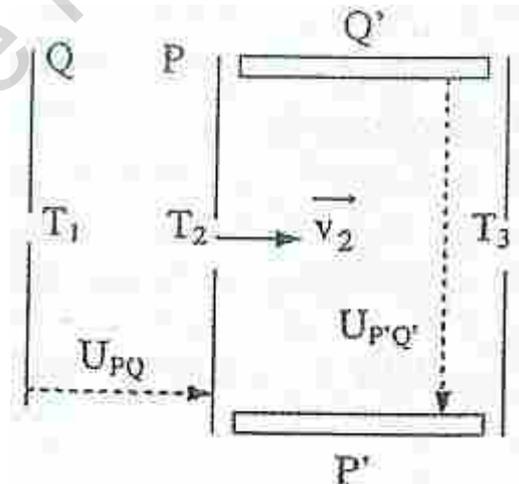
trou T_3 . Représenter sur un schéma les vecteurs \vec{v}_1, \vec{E} et \vec{B} et sur un autre schéma les vecteurs

\vec{v}_1 et \vec{F}_e (force électrostatique) et \vec{F}_m (force magnétique) agissant sur un ion $^{35}\text{Cl}^-$. Donner la valeur de B en fonction de v_1, U_1 et d puis en fonction de U_0, U_1, q, m_1 et d AN : $U_1 = 200V, d = 5cm$

3-On donne à $U_{P'Q'}$ une valeur U_2 de manière à faire sortir maintenant les ions $^{37}\text{Cl}^-$ par le trou T_3 .

Donner l'expression de U_2 en fonction de B, q, U_0, d et m_2 puis en fonction de U_1, m_1 et m_2 . Calculer la valeur numérique de U_2 et déduire de la variation que l'on fait subir à $U_{P'Q'}$ le sens dans lequel étaient déviés les ions $^{37}\text{Cl}^-$ dans la question (2) : vers P ou vers Q' et dans quel sens sont maintenant déviés les ions $^{35}\text{Cl}^-$.

4-On peut obtenir le même résultat (sortie des ions $^{37}\text{Cl}^-$ par le trou T_3) en donnant à U_{PQ} la nouvelle valeur U'_0 mais en maintenant la tension U_1 de $U_{P'Q'}$. Donner l'expression de U'_0 en fonction de m_2, q, B, U_1 et d puis en fonction de U_0, m_1 et m_2 . Calculer la valeur numérique de U'_0 .



Exercice : 6

Des ions Mg^{2+} sortant d'une chambre d'ionisation pénètrent avec une vitesse négligeable par un trou O_1 dans l'espace compris entre deux plaques verticales P_1 et P_2 . Lorsqu'on applique entre ces deux plaques une tension positive U_0 , les ions atteignent le trou O_2 avec la vitesse \vec{v}_0 . Quelle plaque P_1 ou P_2 doit on porter au potentiel le plus élevé ? Pourquoi ?

Donner la valeur de v_0 en fonction de la charge q et de la masse m d'un ion ainsi que U_0 .

b- Calculer la valeur de v_0 pour les ions ${}^{24}_{12}Mg^{2+}$ dans le cas où :

$$U_0 = 4000V, m({}^{24}_{12}Mg^{2+}) = 24u, 1u = 1,67 \cdot 10^{-27} Kg, e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$$

2-A la sortie de O_2 les ions ayant cette vitesse \vec{v}_0 horizontale pénètrent entre les armatures P et Q d'un condensateur. On applique entre ces armatures une différence de potentielle positive U_{PQ} que l'on notera U créant entre elles un champ électrique uniforme vertical orienté vers le haut.

a- Préciser les caractéristiques de la force électrique à laquelle chaque ion est soumis ; exprimer son intensité en fonction de q, U et la distance d entre les plaques P et Q.

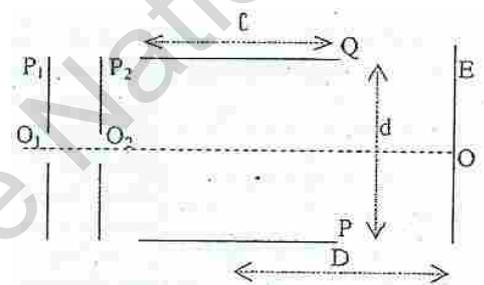
b- Déterminer la nature de la trajectoire d'un ion à l'intérieur de ce condensateur lorsque U garde une valeur constante.

c- On dispose d'un écran vertical E à la distance D du centre des plaques de longueur ℓ , trouver en fonction de q, m, v_0, ℓ, D, U et d , l'expression de la distance $z = OM$, M étant le point d'impact d'un ion sur l'écran. La distance OM dépendra-t-elle des caractéristiques des ions positifs utilisés.

d- Calculer la durée de la traversée du condensateur dans le cas où $\ell = 10cm$

e- On applique entre P et Q une tension sinusoïdale $u = U_m \sin \omega t$, de fréquence

$f = 50Hz$. Montrer qu'avec un pinceau d'ions ${}^{24}_{12}Mg^{2+}$ on obtient sur l'écran E un segment de droite verticale dont on calculera la longueur dans le cas où $U_m = 230V, D = 40cm, d = 4cm$



3-Entre P et Q existent maintenant à la fois un champ électrique uniforme vertical orienté vers le haut créé par l'application de la tension U entre ces plateaux et un champ magnétique \vec{B} horizontal perpendiculaire au plan de la figure

a-Quelle relation doit lier U_0, U, B, q, m et d pour que le mouvement des ions Mg^{2+} dans le condensateur soit rectiligne uniforme et horizontal. Préciser dans ce cas le sens de \vec{B}

b -En réalité le magnésium est formé de trois isotopes ${}^{24}_{12}Mg^{2+}, {}^{42}_{12}Mg^{2+}, {}^{43}_{12}Mg^{2+}$. Lorsque U prend la valeur particulière U_1 seuls les ions ${}^{24}_{12}Mg^{2+}$ ont la trajectoire rectiligne. Lorsque $U = U_2$ ce sont les ions ${}^{42}_{12}Mg^{2+}$ qui ont une trajectoire rectiligne et si $U = U_3$ ce sont les ions ${}^{43}_{12}Mg^{2+}$. On a donc un moyen de les séparer.

Montrer que $\frac{U_2}{U_1}$ ne dépend que du rapport des masses m_1 de ${}^{24}_{12}Mg^{2+}$ et m_2 de ${}^{42}_{12}Mg^{2+}$. Calculer

alors A_2 sachant que $U_1 = 228V$ et $U_2 = 223V$.

Calculer A_3 sachant que $U_1 = 228V$ et $U_3 = 219V$.

CHAPITRE III :

Action d'un champ magnétique sur un conducteur parcouru par un courant

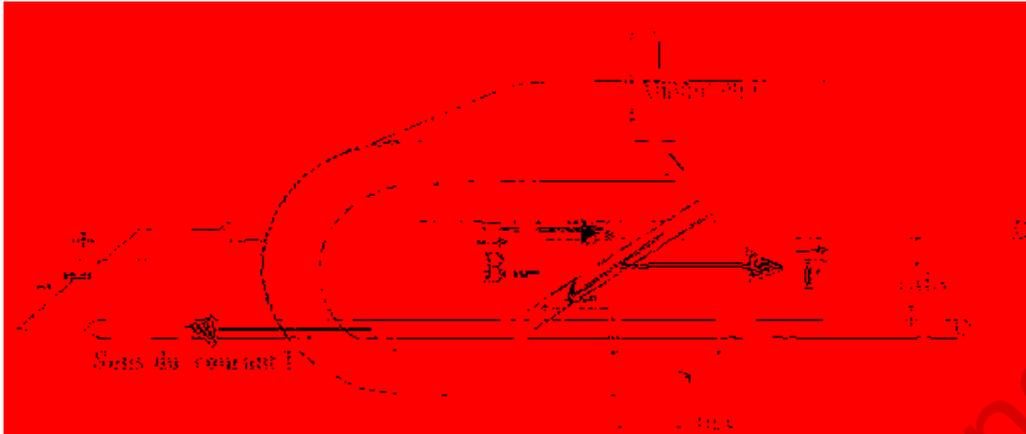
Objectifs

- * Énoncer la loi de Laplace
- * Déterminer les caractéristiques de la force de Laplace
- * Expliquer l'origine microscopique de la force de Laplace
- * Maîtriser les règles mnémotechniques de détermination du sens la force de Laplace
- * Maîtriser quelques applications de la loi de Laplace

Institut Pédagogique National

1- Mise en évidence

1.2 -Les rails de Laplace



Un conducteur mobile est placé sur deux rails horizontaux connectés à un accumulateur, et dans le champ magnétique d'un aimant en U.

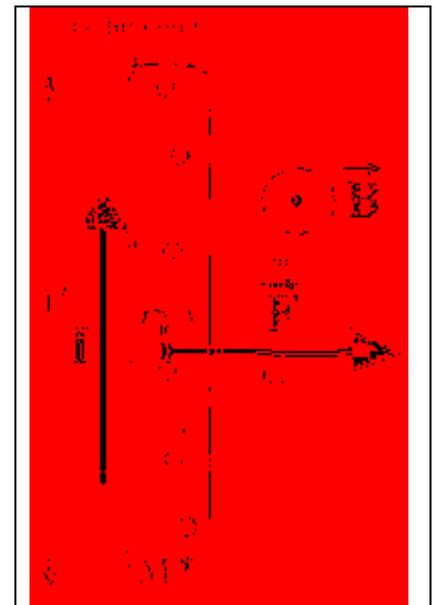
1.2- Observations :

Lorsque le courant passe le conducteur mobile roule vers le gauche ou vers la droite selon le sens du courant et selon le sens du champ magnétique.

1.3- Etude théorique :

D'après un modèle simplifié on peut considérer que le courant électrique est constitué d'innombrables électrons qui se déplacent tous avec la même vitesse \vec{v} dans le sens opposé au sens conventionnel du courant.

Ces électrons se déplacent donc dans un champ magnétique \vec{B} \perp \vec{v} de sorte que chaque électron est soumis à une même force de Lorentz. Comme les électrons sont retenus par les atomes du réseau cristallin constituant le conducteur, c'est finalement le conducteur tout entier qui est sollicité par une force appelée force électromagnétique de Laplace. Cette force est égale à la résultante de toutes les innombrables forces de Lorentz qui s'exercent sur les électrons qui constituent le courant électrique.



- Expression mathématique de la norme de la force de Laplace

On considère un conducteur rectiligne de longueur ℓ parcouru par un courant électrique d'intensité I . Les N électrons contenus dans ce conducteur et constituant le courant subissent une force de Lorentz, dont la résultante est la force électromagnétique de Laplace s'exerçant sur le conducteur tout entier.

Afin de déterminer la résultante \vec{F} des N forces de Lorentz nous raisonnons sur le modèle simplifié du courant électrique où les N électrons libres se déplacent à vitesse constante \vec{v} .

Dans ces conditions les N électrons subissent la même force de Lorentz \vec{f} .

$$\text{Force de Laplace } F = Nf = NeVB. \quad (q = -e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C})$$

- Expression de la force de Laplace

Etablissons une relation entre la vitesse des électrons V et l'intensité I du courant.

Par définition : $I = \frac{|Q|}{\Delta t}$ Q est la charge totale traversant une section quelconque du conducteur pendant la durée Δt .

Si $Q = Ne$ alors Δt est la durée qu'il faut aux N électrons présents dans le conducteur pour s'écouler à travers la section en M (figure ci-dessus)

$\Rightarrow \Delta t = \frac{\ell}{V}$ chacun des électrons a parcouru une distance ℓ avec la vitesse V

Donc : $I = \frac{NeV}{\ell} \Leftrightarrow I\ell = NeV$

Exprimons la force de Laplace: $F = NeVB = IB \ell$

2- La loi de Laplace

2.1- Enoncé

Une portion rectiligne de conducteur de longueur ℓ placé dans un champ magnétique et parcouru par un courant I , est soumis à des forces réparties d'origine électromagnétique équivalentes à une force unique dite force de Laplace appliquée au milieu de cette portion et donnée par la relation $\vec{F} = I\vec{\ell} \wedge \vec{B}$

2.2- Les caractéristiques de la force de Laplace

- **direction** : perpendiculaire au plan formé par le conducteur $\vec{\ell}$ et \vec{B}
- **point d'application** : milieu de la portion du conducteur placée dans le champ magnétique.

- **norme** : $F = I\ell B |\sin\alpha|$

où I est l'intensité du courant (A)

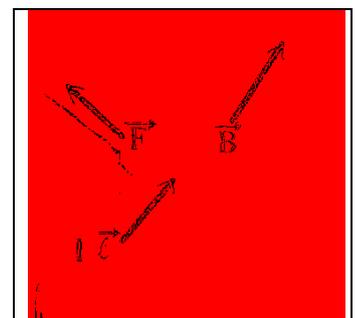
B est l'intensité (la norme) du vecteur champ magnétique (T)

α est l'angle formé par \vec{B} et $\vec{\ell}$.

- **sens** : tel que le trièdre $(\vec{\ell}, \vec{B}, \vec{F})$ soit direct. Ce sens peut être déterminé par l'une des règles suivantes :

Règle des trois doigts de la main droite :

On place le pouce sur le conducteur, de telle manière que son bout indique le sens du courant ($I\vec{\ell}$), l'index indiquant \vec{B} . alors le majeur indique le sens de \vec{F} .

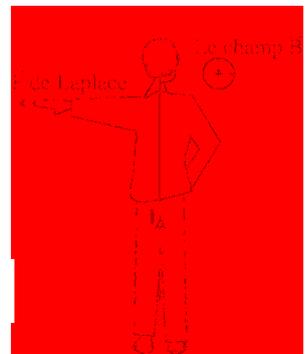


Règle de la main droite :

On place la main droite sur le conducteur, de telle manière que le courant sort par les bouts des doigts, que la paume soit tournée vers le sens indiqué par \vec{B} alors le pouce indique le sens de \vec{F} .

Règle de l'observateur d'Ampère :

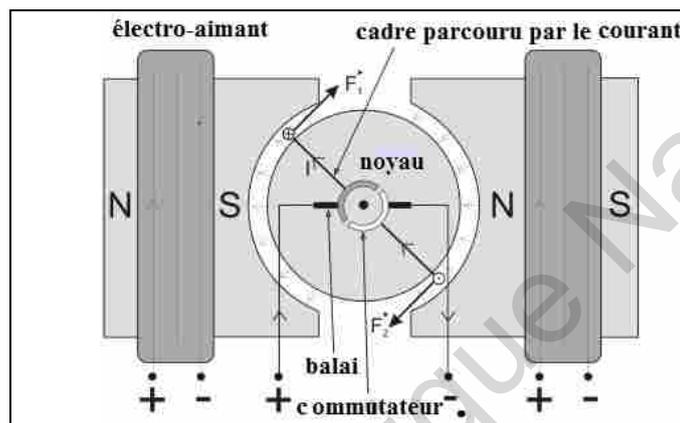
Un bonhomme d'Ampère se couche sur le conducteur le courant entrant par ses pieds et sortant par sa tête, son bras gauche indique le sens de \vec{F} lorsqu'il regarde le sens indiqué par \vec{B} .



Vue de dessus

Remarques : si $\alpha = 90^\circ$ alors $F = IB \ell$ (force maximale)
si $\alpha = 0$ alors $F = 0$

3 -Application :Le moteur électrique

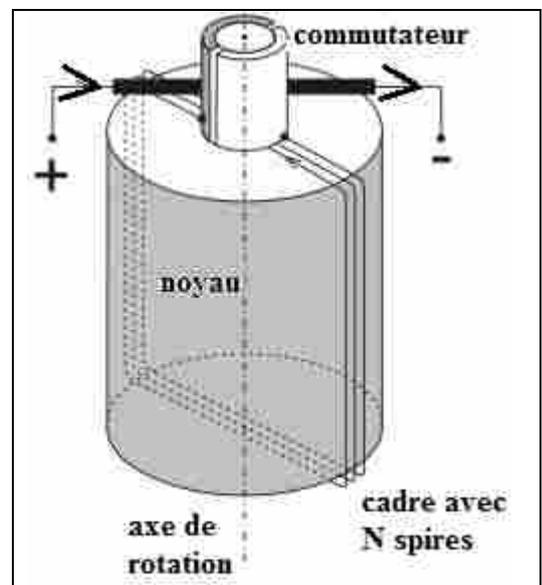


Un cadre rectangulaire est enroulé autour d'un noyau de fer cylindrique mobile autour d'un axe fixe.

Le cadre est alimenté en courant par l'intermédiaire du commutateur : le courant entre et sort par deux balais en graphite fixes qui frottent contre deux demi-cylindres métalliques solidaires du cadre lorsque le moteur tourne ; ces demi-cylindres sont connectés aux extrémités du fil du cadre.

Dans l'entrefer, c'est-à-dire dans l'espace entre les électro-aimants fixes (stator) et la partie mobile (rotor), existe un champ magnétique radial. Placé dans ce champ, le cadre est soumis à un couple de forces de Laplace qui provoquent sa rotation.

A chaque demi-tour, le sens du courant dans le cadre est inversé grâce au commutateur. Ainsi le couple agit toujours dans le même sens, et la continuité du mouvement de rotation est assurée.



L'essentiel

- Lorsqu'un conducteur traversé par un courant d'intensité I subit, sur une portion de longueur l , un champ magnétique \vec{B} , il s'exerce une force \vec{F} électromagnétique dite force de Laplace telle que : $\vec{F} = I \vec{l} \wedge \vec{B}$;
- L'intensité de cette force est $F = I l B |\sin\alpha|$
- Lorsque $\vec{B} = \vec{0}$ ou $I = 0$ ou $\vec{B} // \vec{l}$ alors $F = 0$
- Lorsque $\vec{B} \perp \vec{l}$ alors $F = I.l.B$

Institut Pédagogique National

Exercices

Exercice1 :

Un conducteur indéformable AMNC est composé de trois parties rectilignes de même section formant trois cotés d'un rectangle . Il est mobile sans frottement autour d'un axe fixe horizontal Δ passant par A et C. Des fils très souples réunissant les points A et C à un générateur qui fait circuler un courant I dans le sens AC .

1-Le cadre est en équilibre sous l'action de son poids et de la réaction de l'axe . Quelle est la position dans l'espace du plan AMNC

2-En étudiant les forces de Laplace sur les trois cotés du cadre placé dans un champ magnétique uniforme \vec{B} ,indiquer en justifiant dans lequel des trois cas suivants le cadre quitte sa position d'équilibre initiale :

a- \vec{B} est parallèle à MN et de même sens que le courant MN.

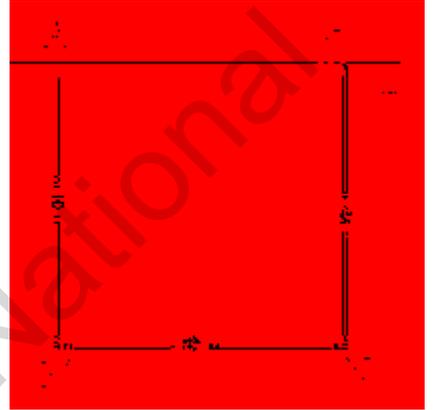
b- \vec{B} a une direction perpendiculaire au plan vertical contenant Δ et dirigé de l'arrière vers l'avant.

c- \vec{B} est vertical ,sens de bas en haut.

2-Dans le cas où le cadre prend une nouvelle position d'équilibre écartée du plan vertical d'un angle α ,déterminer les caractéristiques de la force électromagnétique appliquée sur chacun de ses trois cotés.

4-Faire l'inventaire de toutes les forces appliquées au cadre . Ecrire que la somme algébrique des moments de ces forces par rapport à l'axe est nulle et en déduire α . AN :

$AM = CN = a = 6cm, MN = L = 12cm, I = 1A, B = 0,2T, g = 10N.Kg^{-1}$ Masse du conducteur par unité de longueur : $\mu = 5.10^{-2} Kg.m^{-1}$



Exercice 2 :

Deux rails métalliques CX et DY parallèles et distantes de $\ell = 20cm$ sont dans un plan

horizontal. Un champ magnétique uniforme caractérisé en tout

point par le vecteur ascendant vertical \vec{B} de norme

$B = 0,5T$ traverse ce plan .Cet D sont reliés par un résistor de

résistance $R = 0,1\Omega$.On ferme le circuit à l'aide d'une tige

métallique MN homogène de masse $m = 100g$ pouvant glisser

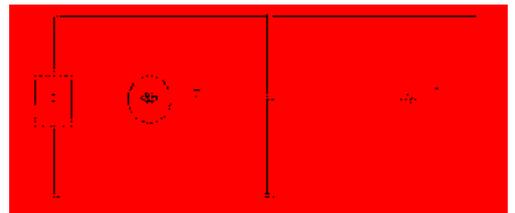
sans frottement et perpendiculairement à CX et DY. A la date $t=0$, MN possède la vitesse de norme

$v_0 = 5ms^{-1}$.

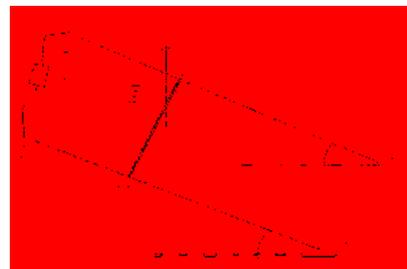
1-Quelles sont les caractéristiques de la force mécanique \vec{F} qu'il faut exercer à la tige pour que sa vitesse \vec{v}_0 se conserve .

2-La tige ayant conservée sa vitesse initiale \vec{v}_0 ,on supprime brusquement l'action de \vec{F} . En

appliquant la RFD établir l'expression donnant alors la vitesse de la tige en fonction du temps .



3-Le plan horizontal est maintenant incliné d'un angle α par rapport à l'horizontal . L'ensemble est toujours soumis au champ magnétique \vec{B} vertical ascendant .Abandonnée à elle même sans vitesse initiale la tige MN peut glisser sans frottement perpendiculairement à CX et DY. Etablir l'expression de l'accélération a du mouvement de la barre en fonction de B, ℓ, α, R, m, g et v



4-Montrer que la vitesse de la tige tend vers une vitesse limite v_L dont on explicitera l'expression littérale et que l'on calculera. On donne: $\alpha = 20^\circ$ $g = 10m.s^{-2}$

Exercice 3 :

Un circuit électrique est composé d'un générateur, d'un interrupteur K, de deux rails métalliques horizontaux parallèles d'un résistor de protection et d'un barreau métallique MN horizontal de masse m pouvant glisser sans frottement en restant perpendiculaire aux rails(fig),le courant débité par le générateur a une intensité I supposée constante. La région (1) est soumise à l'action d'un champ magnétique \vec{B}_1 perpendiculaire au plan des rails. Le barreau étant immobile, on ferme l'interrupteur K à $t=0$:

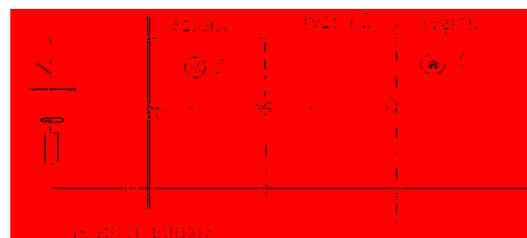
1-Dresser les forces que subit alors le barreau mobile MN

2-Exprimer le vecteur accélération \vec{a}_1 pris par le barreau lors de son mouvement dans la region (1)

A.N : $I = 5A, B_1 = 6.10^{-3}T, m = 50g, MN = \ell = 10Cm$

3-Déterminer la vitesse v_1 du barreau MN quand il sort de la region(1) après avoir parcouru la distance $d_1 = 5Cm$

4-Le barreau traverse une régions de largeur $d_2 = 10Cm$ où le champ magnétique est nul. Quelle est la nature de son mouvement ?Calculer le temps mis pour traverser la région (2)



5-Le barreau entre alors dans la région (3) et subit l'action du champ magnétique \vec{B}_3 d'intensité $B_3 = 6.10^{-3}T$ et orienté comme l'indique la figure

a)Quel est le vecteur accélération \vec{a}_3 du barreau ?

b) A quelle date le barreau repasse-t-il par sa position initiale de la question (1).

Exercice 4 :

Un circuit électrique déformable est constitué par :

-Un générateur de f.é.m. $E=12V$,de résistance interne $r = 0,8\Omega$

-Un interrupteur j

-Deux rails fixes Kx et Ny , rigides, parallèles inclinés de $\alpha = 20^\circ$ par rapport à l'horizontale, de résistance négligeable

-Une tige de cuivre qui repose sur les rails fixes en L et M distant de $LM = \ell = 0,15m$.Cette tige est horizontale perpendiculaire aux rails fixes, elle peut glisser sur ceux-ci sans frottement ,son centre d'inertie G est situé au milieu de KL ,sa masse est $m=15g$. La tige LM est entièrement baignée par un champ magnétique uniforme \vec{B}

a) Le conducteur mobile est en cuivre ,pourquoi ?

b) \vec{B} est perpendiculaire au plan des rails .On tient la tige LM immobile. On abaisse l'interrupteur J . On lâche la tige, elle reste immobile. déterminer le sens et le module de \vec{B} . $g = 9,8ms^{-2}$.

c) \vec{B} gardant le module précédent , devient vertical, dirigé vers le bas. On tient la tige LM immobile. On abaisse l'interrupteur J . On lâche la tige à $t=0$,déterminer l'accélération \vec{a}_0 de la tige à cette date



CHAPITRE IV :

Induction électromagnétique

Objectifs

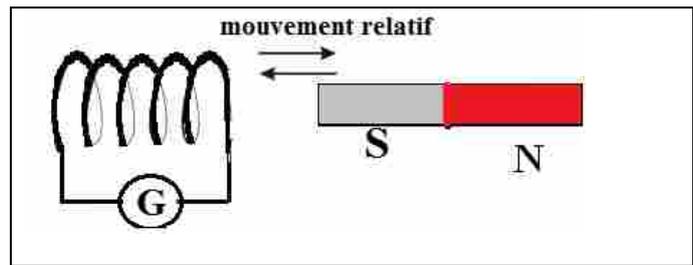
- * Comprendre le phénomène d'induction
- * Déterminer le sens du courant induit
- * Savoir utiliser l'expression du flux magnétique
- * Savoir utiliser l'expression de la f.e.m induite

Institut Pédagogique National

1- Mise en évidence du phénomène

Expérience 1 :

On approche un aimant d'une bobine reliée à un galvanomètre (ampèremètre très sensible à cadre mobile, dont l'aiguille dévie soit vers la droite soit vers la gauche selon le sens du courant).



On constate qu'un courant circule dans la bobine pendant la durée du mouvement de l'aimant.

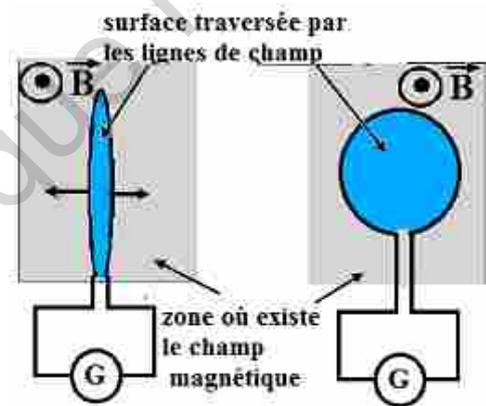
Quand on retire l'aimant, on constate que le courant circule dans le sens opposé.

Lorsqu'on arrête le mouvement de l'aimant le galvanomètre ne détecte aucun courant dans la bobine.

Remarque : Les mêmes constatations ont été observées lorsqu'on a déplacé la bobine alors que l'aimant est maintenu immobile.

Expérience 2 :

On place une boucle formée par un fil conducteur et reliée à un galvanomètre dans le champ magnétique d'un aimant en U. Initialement la boucle est aplatie de sorte que la surface traversée par les lignes de champ est faible. Étirons cette boucle pour que la surface traversée par les lignes de champ s'agrandisse.



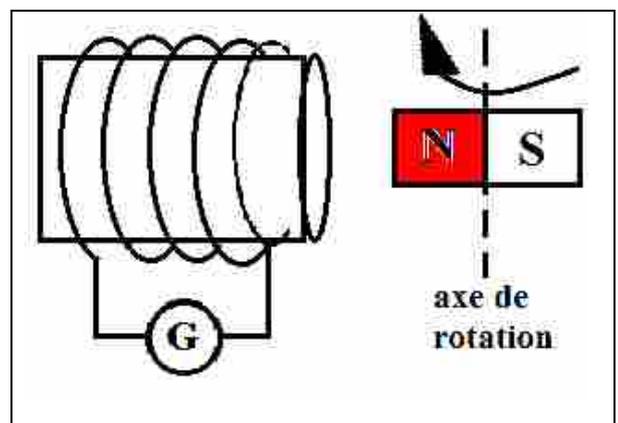
On observe qu'un courant circule dans la boucle pendant la durée où la boucle s'agrandit.

Comprimons la boucle afin de réduire la surface traversée par les lignes de champ, le courant circule alors dans le sens opposé.

Expérience 3 :

Plaçons un aimant horizontal, mobile autour d'un axe vertical, près d'une bobine d'axe horizontal, connectée à un galvanomètre. Faisons tourner cet aimant à vitesse angulaire constante.

On observe qu'un courant circule dans la bobine dans un sens, puis dans l'autre, puis de nouveau dans le premier sens, et ainsi de suite : la bobine est parcourue par un courant alternatif de fréquence égale à celle du mouvement de rotation.



On fait la même observation si l'aimant est fixe et que

la bobine tourne à vitesse angulaire constante.

Définitions : Le phénomène observé s'appelle induction électromagnétique.

Le courant observé s'appelle courant induit. Son intensité, généralement variable dans le temps, est notée i .

La bobine dans laquelle le courant induit circule est la bobine induite. L'aimant est appelé inducteur.

De même que tout courant est dû à une tension, le courant induit est dû à une tension induite appelée force électromotrice induite ou f.é.m. induite notée e .

Conclusion : on observe l'apparition d'un courant induit dans un circuit fermé si :

- l'intensité ou la direction d'un champ magnétique à travers ce circuit varie;
- la surface délimitée par le circuit traversé par le champ varie.

Remarque : Si le circuit est ouvert une f. é. m. (tension) apparaît aux bornes du circuit.

2 -Interprétation :

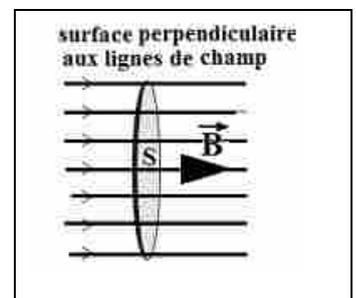
2.1- Notion de flux magnétique

La conclusion précédente nous suggère que le phénomène de l'induction électromagnétique se manifeste dans un circuit dès que le nombre de lignes de champ à travers ce circuit varie.

On définit une grandeur physique appelée flux magnétique Φ qui mesure le nombre ou la « quantité » de lignes de champ passant à travers une surface fermée.

Le flux magnétique Φ est proportionnel à B et à S .

Si la surface S est disposée perpendiculairement aux lignes de champ, alors $\Phi = BS$ (constante de proportionnalité égale à 1, ce qui définit l'unité de Φ : le «Weber »).



Si la surface n'est pas perpendiculaire aux lignes de champ, alors $\Phi < BS$.

Afin d'exprimer ce flux, on définit la normale \vec{n} à la surface S telle que $\vec{S} = S \cdot \vec{n}$

2.2- Définition du vecteur normale \vec{n} à la surface :

Tout d'abord on choisit un sens positif sur contour de la surface.

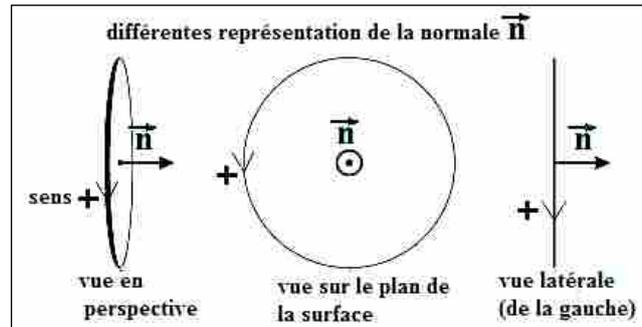
On définit la normale à la surface S par le vecteur \vec{n} dont les caractéristiques sont:

- **Point d'application** : le centre de la surface

- **direction** : perpendiculaire à la surface

- **sens** : déterminé par la règle de la main droite : alors que la paume est orientée vers la surface ; les doigts courbés indiquent le sens + et le pouce indique le sens de \vec{n}

- **norme** : $||\vec{n}|| = 1$



le

2.3 - Définition du flux magnétique :

Le flux d'un champ magnétique \vec{B} à travers une surface \vec{S} est défini par le produit scalaire de \vec{B} par \vec{S} .

$$\Phi = BS \cos \alpha \text{ avec } \alpha = (\vec{B}, \vec{n}). \quad \Phi \text{ (Wb)} ; B \text{ (T)} ; S \text{ (m}^2\text{)}.$$



- \vec{B} parallèle à \vec{S} : $\Phi = 0$

- Angle α quelconque entre \vec{S} et \vec{B} : Φ à travers S est $\Phi = BS \cos \alpha$

- \vec{S} perpendiculaire à \vec{B} : $\Phi = 0$ car aucune ligne de champ ne traverse S.

Remarque : Si la surface est délimitée par un circuit bobiné comportant N spires, la surface totale vaut N fois la surface S d'une spire, et : $\varphi = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S} = N \cdot B S \cos \alpha$

2.4 -Apparition du phénomène de l'induction électromagnétique :

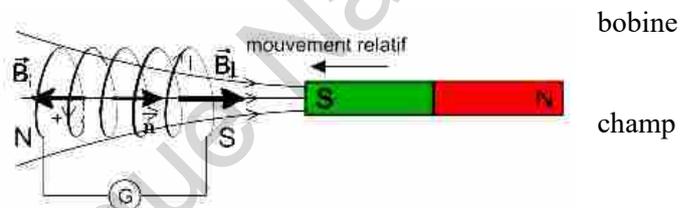
Le phénomène de l'induction électromagnétique n'apparaît dans un circuit électrique que si le flux magnétique à travers ce circuit varie.

Si le circuit est ouvert le phénomène se manifeste par une f.é.m. apparaissant aux bornes du circuit. Si le circuit est fermé, il se manifeste par un courant induit circulant dans le circuit.

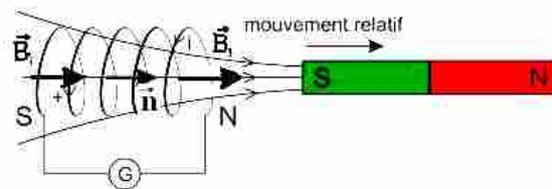
3 -Sens du courant induit: Loi de Lenz

3.1- Expérience :

Approchons un pôle Sud d'un aimant de la et déterminons le sens du courant induit. Bien entendu ce courant à travers la bobine engendre un magnétique qui va se superposer au champ de l'aimant.



- En approchant le pôle Sud, le flux inducteur à travers la bobine induite augmente (compte tenu du sens positif choisi). Cette variation positive du flux inducteur donne naissance à un courant induit d'intensité i .
- i circule dans un sens tel que: la bobine présente une face Sud au pôle Sud en train de s'approcher (bobine et aimant se repoussent).
- En éloignant le pôle Sud, le flux inducteur à travers la bobine induite diminue (compte tenu du sens positif choisi) .



Cette variation positive du flux inducteur donne naissance à un courant induit d'intensité i .

i circule dans un sens tel que: la bobine présente une face Nord à l'aimant en train de s'éloigner (bobine et aimant s'attirent).

3.2 - Loi de Lenz :

Généralisons les résultats de l'expérience précédente.

Le courant induit circule dans un sens tel qu'il tente de s'opposer à la cause qui lui donne naissance.

Cette cause est évidemment la variation du flux inducteur. Donc:

Le courant induit circule dans un sens tel qu'il tente de s'opposer à la variation du flux inducteur qui lui donne naissance.

Remarque : Forme mathématique de la loi de Lenz

Convention: signes de l'intensité i d'un courant et de la f.é.m. e qui le crée

Courant circulant dans le sens positif $\Leftrightarrow i > 0 \Leftrightarrow e > 0$

Courant circulant dans le sens négatif $\Leftrightarrow i < 0 \Leftrightarrow e < 0$

En tenant compte de ces conventions et en notant la variation du flux inducteur $\Delta\Phi$:

Si $\Delta\Phi < 0$, alors $i > 0$ et $e > 0$

Si $\Delta\Phi > 0$, alors $i < 0$ et $e < 0$

4 - La force électromotrice induite (f.e.m) :

4.1 -F.é.m. induite moyenne e_m et f.é.m. induite instantanée e

Pendant l'intervalle de temps Δt où le flux inducteur varie de $\Delta\Phi$, la bobine donne naissance à une f.é.m. induite dont la valeur instantanée e varie (en principe) au cours de l'intervalle de temps. Souvent on ne s'intéresse qu'à la valeur moyenne e_m au cours de l'intervalle de temps Δt .

C'est la variation de flux $\Delta\Phi$, ayant lieu au cours d'une durée Δt , qui est à l'origine de la f.é.m. induite.

Les facteurs susceptibles d'influencer la f. é. m. moyenne e_m sont donc la durée Δt et $\Delta\Phi$ (c'est-à-dire les facteurs qui le déterminent) :

- l'intensité B du champ magnétique inducteur
- le nombre N de spires .
- la surface S délimitée par la spire traversée par le champ magnétique inducteur
- l'angle α entre le vecteur champ \vec{B} et la normale \vec{n} .

Reprenons l'expérience précédente, en introduisant, avec la même vitesse, un aimant faible, puis un aimant plus puissant dans la bobine induite. Nous mesurons la déviation maximale de l'aiguille, proportionnelle à la f.é.m. moyenne e_m .

On constate que plus l'aimant est puissant, plus la valeur de la f.e.m e_m est grande.

Donc e_m est proportionnel à B .

Des expériences semblables montrent que la f.e.m e_m est proportionnelle à N , S et B donc à $\Delta\Phi$.

Reprenons l'expérience précédente, et introduisons l'aimant lentement puis rapidement dans la bobine induite. Lorsqu'on introduit l'aimant lentement dans la bobine, e_m est plus faible que si on l'introduit rapidement. e_m est inversement proportionnel à Δt .

Conclusion générale e_m est proportionnelle à la variation du flux inducteur $\Delta\Phi$ et e_m est inversement proportionnel à Δt

En tenant compte de la Loi de Lenz (e_m et $\Delta\Phi$ de signes opposés) on aboutit finalement à la loi de Faraday :

La f.é.m. induite moyenne dans un circuit est égale à l'opposé de la variation du flux inducteur à travers ce circuit par unité de temps : $e_m = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

La f.é.m. induite (instantanée) dans un circuit est égale à l'opposé de la dérivée par rapport au temps du flux inducteur à travers ce circuit : $e = -\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{d\Phi}{dt}$

4.2- Expression de la tension aux bornes d'un circuit induit :

On oriente arbitrairement de A vers B une portion de circuit AB ; de f.e.m e et de résistance totale r .

La tension u_{AB} entre les bornes A et B, en considérant le sens positif choisi, s'écrit :

$$u_{AB} = ri - e.$$

Si le circuit est ouvert (le courant $i=0$) : $u_{AB} = -e$

4.3- Intensité en circuit fermé :

Si le circuit est fermé et de résistance totale r , l'expression de l'intensité du courant induit est :

$$i = \frac{e}{r}$$

Les grandeurs e et i sont algébriques.

5- Application: L'alternateur

Description : Une bobine ayant N spires, tourne à vitesse angulaire constante dans un champ magnétique (supposé uniforme).

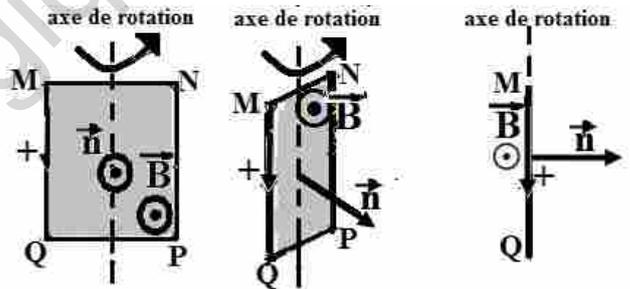
Afin de comprendre le fonctionnement de l'alternateur on considère tout d'abord une seule spire rectangulaire tournant à vitesse angulaire ω constante dans un champ magnétique inducteur uniforme. Les figures illustrent que le flux inducteur varie en fonction du temps.

Le flux magnétique à travers la bobine : $\Phi = NBS \cos \theta$

Comme la bobine tourne à vitesse constante, l'expression de θ en fonction du temps est $\theta = \omega t + \varphi$ alors $\Phi = NBS \cos(\omega t + \varphi)$

La f.e.m induite e se déduit de l'expression du flux par

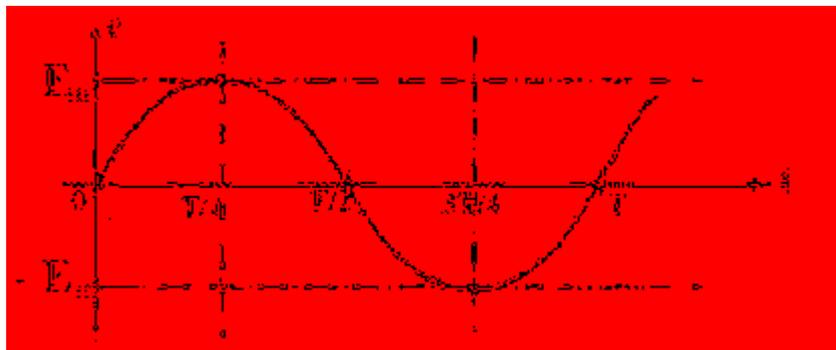
$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = NBS\omega \sin(\omega t + \varphi) = E_m \sin(\omega t + \varphi)$$



Une f. é. m. alternative sinusoïdale de même fréquence que la fréquence de rotation est induite dans la bobine. Si le circuit est fermé un courant alternatif sinusoïdal de même fréquence circule dans le circuit.

La f.é.m. e est alternative et sinusoïdale d'amplitude E_m .

Si $\varphi = 0$ la représentation est la suivante.



Remarque : Un voltmètre indique la f.é.m. efficace $E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$.

L'essentiel

Le flux d'un champ magnétique \vec{B} à travers une surface \vec{S} est défini par le produit scalaire de \vec{B} par \vec{S} : $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \alpha$ avec $\alpha = (\vec{B}, \vec{n})$

Si la surface est délimitée par un circuit bobiné comportant N spires, la surface totale vaut N fois la surface S d'une spire, et : $\Phi = N \vec{B} \cdot \vec{S} = NBS \cos \alpha$

La f.é.m. induite moyenne dans un circuit est égale à l'opposé de la variation du flux

inducteur à travers ce circuit par unité de temps. $e_m = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$

La f.é.m. induite (instantanée) dans un circuit est égale à l'opposé de la dérivée par rapport

au temps du flux inducteur à travers ce circuit. $e = - \frac{d\Phi}{dt}$

La tension u_{AB} entre les bornes A et B, en considérant le sens positif choisi, s'écrit : $u_{AB} = r i -$

e .

Si le circuit est ouvert (le courant $i=0$) $u_{AB} = -e$;

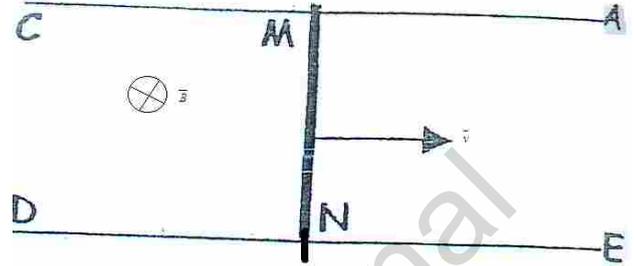
Si le circuit est fermé et de résistance totale R,

l'expression de l'intensité du courant induit est : $i = \frac{e}{R}$

Exercices

Exercice 1

Une tige conductrice MN de longueur ℓ se déplace sur deux rails conducteurs parallèles AC et DE à la vitesse \vec{v} constante en restant perpendiculaire aux deux rails. Le déplacement de MN s'effectue dans un champ magnétique uniforme \vec{B} perpendiculaire au plan des rails.

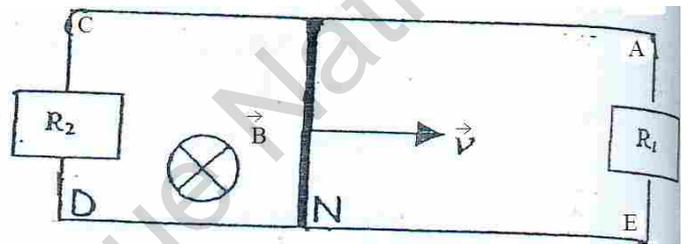


1-Montrer que MN est le siège d'une force électromotrice induite dont on donnera l'expression en fonction de v , B , ℓ .

Préciser le signe de la différence de potentielle entre M et N

A. N : $v = 2 \text{ cm.s}^{-1}$; $B = 0,5 \text{ T}$; $\ell = 4 \text{ cm}$.

2-On relie AE et CD par des résistances R_1 et R_2 respectivement. La barre MN se déplace toujours à la vitesse constante \vec{v} dans les mêmes conditions que précédemment.



2.1 -Montrer que R_1 et R_2 sont parcourues par des courants dont on indiquera le sens.

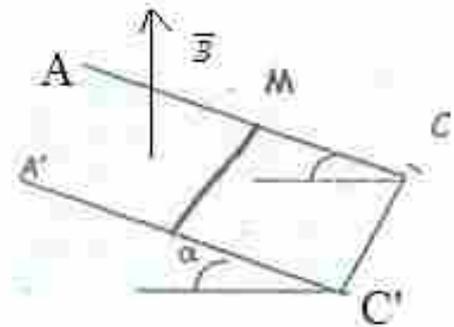
2.2-Exprimer la relation entre les intensités des courants dans R_1 et R_2 et MN.

2.3-En négligeant la résistance des rails et de la tige et en supposant que les courants ne modifient pas sensiblement le champ magnétique initial, calculer les intensités des courants dans R_1 et R_2 et MN. A. N: $R_1 = 2.10^{-2} \Omega$, $R_2 = 4.10^{-2} \Omega$.

2.4-Considérer le cas où la barre MN se déplace avec la même vitesse, dans l'autre sens

Exercice 2

Une barre de cuivre MN, homogène, de masse m et de longueur ℓ peut glisser sans frottement le long de deux rails métalliques AC et A'C' contenus dans un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. Pendant tout le mouvement, la barre MN reste perpendiculaire aux rails AC et A'C', et maintient avec eux le contact électrique en M et N. On donne $\ell = 10^{-1} \text{ m}$; $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$; $m = 2.10^{-2} \text{ kg}$; $\alpha = 20^\circ$.



1-La barre MN est lâchée sans vitesse initiale sur le plan incliné. Après un parcours L , sa vitesse vaut $2,8 \text{ m.s}^{-1}$ calculer L .

2-Les points A et A' sont maintenant reliés par un fil de résistance $R = 0,2 \Omega$, les résistances

électriques des rails et de la barre étant négligeables. Lorsque la barre parcourt une distance L , elle pénètre, à l'instant $t = 0$, avec la vitesse $v = 2,8 \text{ m.s}^{-1}$ dans une région de l'espace où règne un champ magnétique uniforme \vec{B} , vertical, ascendant, d'intensité $B = 1 \text{ T}$.

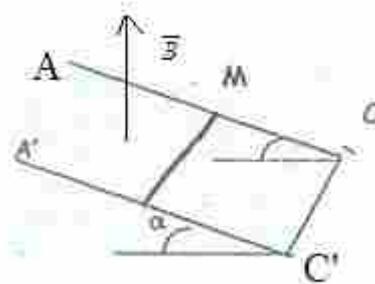
a- Quelle est l'intensité I_0 du courant qui apparaît dans le circuit A'AMN à l'instant $t = 0$? Indiquer sur un schéma très clair le sens du courant.

b-Quelles sont les caractéristiques de la force électromagnétique \vec{F}_0 qui s'exerce sur la barre à l'instant $t = 0$?

c- Montrer qu'à $t = 0$ l'accélération est opposée à \vec{v}_0 .

Expliquer qualitativement comment varie l'intensité du courant lorsque la barre continue à se déplacer dans le champ magnétique et co

3- La barre, toujours sur les rails inclinés de $\alpha = 20^\circ$ acquiert maintenant dans le champ \vec{B} un mouvement



rectiligne uniforme de vitesse \vec{v}_1

- a- Quelle est alors l'intensité de la force électromagnétique \vec{F}_1 qui agit sur la barre ? b- Calculer l'intensité I_1 du courant induit et la valeur v_1 de la vitesse.

Exercice 3

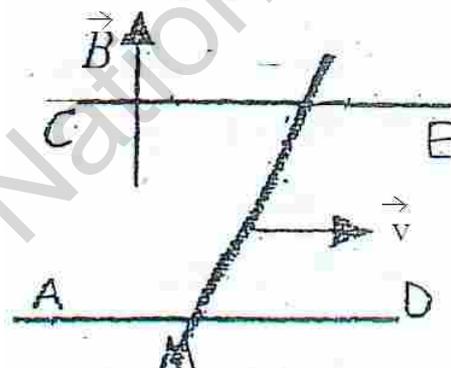
A- Deux rails horizontaux sont distants de $d = 5\text{cm}$. On crée un champ uniforme de vecteur \vec{B} vertical de bas en haut et d'intensité $B = 5 \cdot 10^{-2}\text{T}$. Un conducteur rectiligne de longueur d glisse sur les rails à la vitesse constante $v = 2,54\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

1- Donner la valeur U_{MN} de la tension aux bornes du conducteur mobile.

2- On réunit les points

D et E à un conducteur ohmique de résistance $R = 5\Omega$ la résistance des rails et du conducteur mobile est supposée négligeable). En

utilisant la relation $e = \frac{-d\phi}{dt}$, déterminer le sens et l'intensité du courant induit.

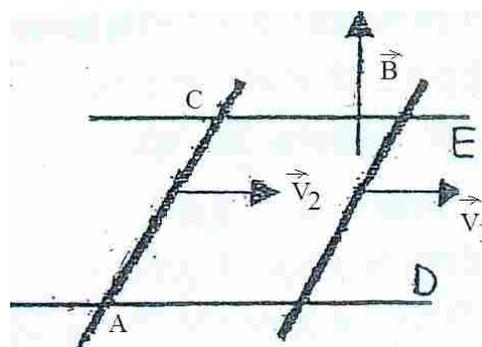


3- Mêmes questions si l'on réunit le conducteur ohmique aux points A et C

4- Déterminer les caractéristiques de la force qui réagit sur le conducteur mobile dans le cas des expériences décrites aux 2^e et 3^e question. Comparer la puissance mécanique de cette force à la puissance électrique fournie au conducteur ohmique. Conclusion,

L'intensité de la force de Laplace dépend-elle de R ?

B- Sur les deux rails glissent maintenant deux conducteurs aux vitesses constantes $v_1 = 0,8\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $v_2 = 1,4\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. La résistivité électrique par unité de longueur des rails et des conducteurs est $\lambda = 0,02\Omega\cdot\text{m}^{-1}$ dans cette partie. A l'instant $t=0$ la distance qui épart les deux conducteurs est $\ell_0 = 4\text{cm}$.



1- Déterminer le sens du courant induit dans le circuit

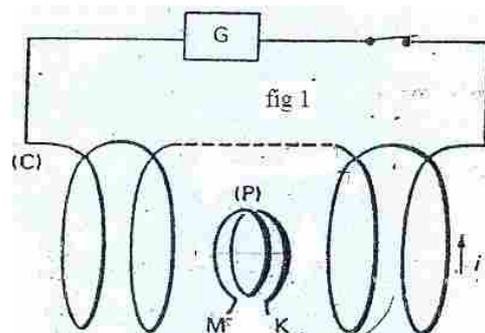
2- Calculer son intensité à $t = 1,5\text{s}$

Exercice 4

Dans cet exercice on négligera l'action du champ magnétique terrestre. Un circuit C (fig 1) comprend un générateur G et un solénoïde comportant $n = 2000$ spires par mètre. A l'intérieur du solénoïde se trouve une bobine plate P de même axe que le solénoïde et de bornes K et M. Cette bobine P est formée de $N = 300$ spires chacune ayant une surface $S = 10\text{cm}^2$.

1- Le générateur G fait circuler dans le circuit un courant d'intensité $0,3\text{A}$. Sur un schéma clair représenter le vecteur champ magnétique à l'intérieur du solénoïde. Justifier le sens de ce vecteur et calculer sa norme.

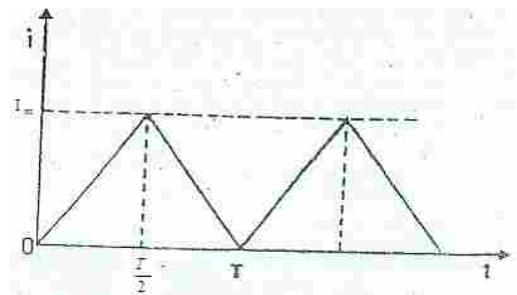
2- On ouvre le circuit du solénoïde. Expliquer pourquoi il apparaît une différence de potentielle U_{KM} entre les bornes K et M de la bobine P. Préciser le signe de U_{KM} . Le courant dans le solénoïde



s'annulant en $10^{-3} s$, calculer la valeur moyenne de U_{KM}
 3-Le générateur G fournit maintenant dans le circuit C une intensité i dont les variations en fonction du temps sont précisées sur la figure (2).

- a- Donner sur une période T entre les instants $t=0$ et $t=T$ les expressions de l'intensité i en fonction du temps sachant que $I_m = 0,35 A$ et $T = 10^{-2} s$

b-Calculer les valeurs prises par la force électromotrice induite dans la bobine P au cours de cette période T et représenter avec la même échelle des temps que pour le courant i , le graphe de la force électromotrice induite.



Exercice 5

A un ressort à spires non jointives de raideur K et de masse négligeable est suspendu un cadre indéformable rectangulaire PQRS de masse m constitué de N spires de fil de cuivre. Le cadre peut se déplacer sans frottement d'un mouvement de translation verticale. Le coté horizontale inférieure PQ du cadre a pour milieu M. Soit O la position de M à l'équilibre et OX l'axe vertical descendant (fig 1).

1-Le cadre est écarté vers le haut de la position d'équilibre et abandonné à l'instant $t=0$ sans vitesse initiale alors que l'abscisse de M est x_0 . Etablir l'équation différentielle liant le temps et l'abscisse x de M. Exprimer en fonction du temps : x et la vitesse v . AN : $m = 255 g$, $K = 10 N.m^{-1}$, $x_0 = -0,5 cm$

2-La partie inférieure du cadre est maintenant soumise en permanence à l'action d'un champ magnétique uniforme de vecteur \vec{B} orthogonal au plan du cadre dans la zone ACDE et nul ailleurs (fig2). Le cadre est en circuit ouvert. Exprimer en fonction de la vitesse la force électromotrice induite dans le cadre au cours des oscillations

AN : $PQ = RS = \ell = 5 cm$ $B = 0,4 T$, $N = 100$ spires

3-Les deux extrémités du fil de cuivre constituant le cadre sont maintenant reliées aux bornes de déviation verticale d'un oscillographe de très grande impédance, par des fils très souples qui ne perturbent pas le mouvement et on observe sur l'écran une période d'une sinusoïde qui occupe en abscisse une longueur de 10cm et en ordonnée de crête à crête une longueur de 5cm. Sachant qu'en abscisse 1cm correspond à 0,1s et qu'en ordonnée 1cm correspond à 25mV. En déduire :

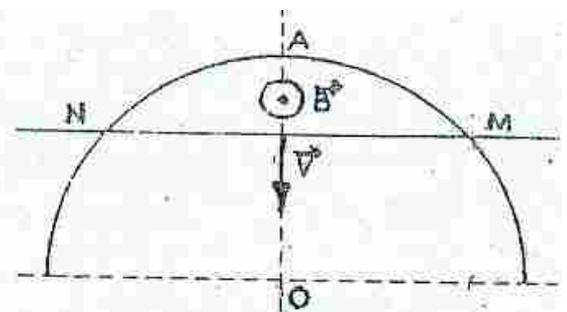
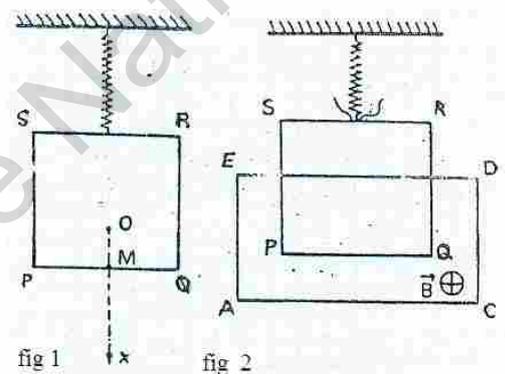
- La période des oscillations du cadre (comparer sa valeur à celle trouvée à la question 1)
- L'amplitude des oscillations

4-Les extrémités du fil de cuivre étant reliées entre elles, les oscillations du cadre s'amortissent ; pourquoi ? (aucun calcul n'est demandé)

Exercice 6

Un fil conducteur à la forme d'une demi-circonférence de rayon a , horizontale. Un fil rectiligne, identique, se déplace sur la demi-circonférence à la vitesse constante \vec{v} . Les fils ont une résistance r par unité de longueur. L'ensemble est placé dans un champ magnétique \vec{B} normal au plan. On appelle θ l'angle \widehat{AOM} . Exprimer :

- Le flux du champ magnétique à travers AMN
- La f.é.m. induite
- La valeur de l'intensité du courant induit en fonction de B, a, r, θ et v
- Préciser le sens du courant induit



Institut Pédagogique National

CHAPITRE V :

Auto-induction électromagnétique

Objectifs

- * Comprendre le phénomène d'auto-induction
- * Savoir utiliser l'expression du flux magnétique propre
- * Savoir utiliser l'expression de la f.e.m d'auto-induction
- * Savoir ce que représente l'inductance calculer celle d'un solénoïde
- * Utiliser l'expression de la tension aux bornes d'une bobine
- * Utiliser l'expression de l'énergie emmagasinée dans une bobine

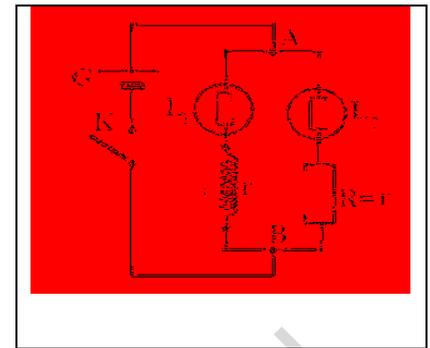
1 - Mise en évidence expérimentale et interprétation.

Expérience 1

On branche en dérivation, aux bornes A et B d'un générateur G de tension continue, deux branches de circuit : l'une comportant une bobine de résistance r et une lampe L_1 l'autre comportant un conducteur de

résistance $R=r$ et une lampe L_2 identique à L_1 .

Quand on ferme l'interrupteur K, on constate que la lampe L_1 s'allume avec un léger retard par rapport à la lampe L_2 , puis les deux lampes brillent du même éclat.



La présence de la bobine retarde l'établissement du courant dans la branche où elle est montée.

Lorsque la bobine est traversée par un courant électrique variable, elle est le siège d'un champ magnétique variable. Elle peut jouer le rôle d'un circuit inducteur mais elle est plongée dans le champ magnétique inducteur qu'elle produit elle-même et joue ainsi aussi le rôle d'un circuit induit. Le circuit induit n'est pas indépendant du circuit inducteur il s'agit du même circuit. C'est pourquoi on parle alors de phénomène d'auto-induction, on appelle champ magnétique propre de la bobine le champ qu'elle crée elle-même et on appelle la f.e.m auto-induite la f.e.m induite par le champ magnétique propre.

- Interprétation :

On peut donner l'interprétation suivante de ces observations :

- A la fermeture du circuit, le courant crée dans la bobine un champ magnétique qui tend à augmenter. Conformément à loi de Lenz, il apparaît une f.e.m dont l'effet est de s'opposer à l'augmentation de la valeur du champ magnétique. Il s'ensuit un retard à l'établissement du courant.

Autrement dit la f.e.m induite s'oppose à l'augmentation de l'intensité du courant électrique dans le circuit, ainsi retarde son établissement.

- Lorsque le régime permanent est établi, l'intensité du courant électrique reste constante ainsi que le champ magnétique créé par la bobine. La bobine se comporte alors comme un simple conducteur ohmique : l'auto-induction est un phénomène électrique transitoire si la tension appliquée est continue.

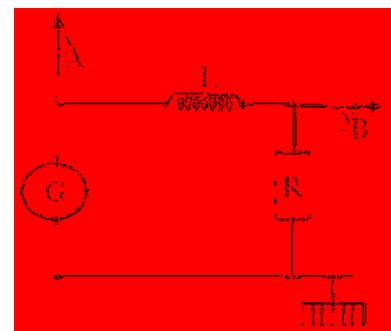
2 - Observation à l'aide d'un oscillographe

G est un générateur de signaux rectangulaires : c'est un instrument délivrant une tension en créneaux

Branchons un oscillographe aux bornes de G (voie y_A) ; observons le signal de la tension d'alimentation du circuit. fig.

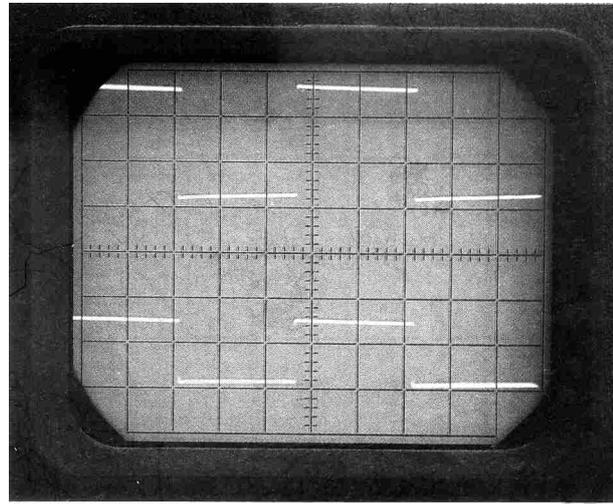
La voie y_B est reliée aux bornes du conducteur ohmique résistance R. Le signal observé sur cette voie correspond à la tension u_R aux bornes de ce conducteur. Cette tension est proportionnelle à l'intensité i dans le circuit : $u_R = Ri$.

- La bobine est remplacée par un conducteur ohmique de même résistance R. Sur les voies y_A et y_B on observe deux signaux rectangulaires identiques : Le courant électrique (voie y_B) suit exactement les mêmes variations que la tension d'alimentation (voie y_A).



nous
de

- On place la bobine dans le circuit. On observe la tension d'alimentation (y_A) et le courant (y_B) : On constate que l'intensité contrairement à la tension d'alimentation jamais discontinue. Cependant, lors du passage de la tension d'alimentation de la U à la valeur 0 ou inversement, le courant n'atteint pas immédiatement la valeur qu'il sans la bobine.



Signaux rectangulaires sur les deux voies de l'oscilloscope

n'est
valeur
prend
un

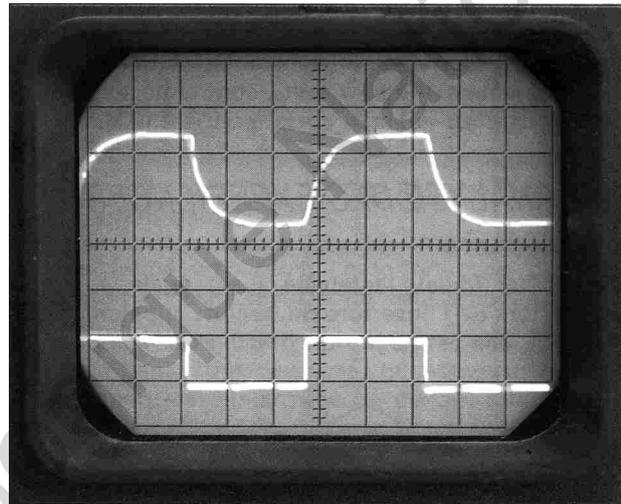
- Ainsi, la présence d'une bobine dans circuit retarde l'établissement d'un courant permanent. Ce retard s'appelle régime transitoire et sa durée τ s'appelle temps de relaxation ou constante de temps.

- On montre que cette durée est la même lors de l'établissement et de la suppression de la tension U.

- On constate que ce retard τ diminue lorsque la résistance augmente et inversement.

- On constate que ce retard augmente si place un noyau de fer doux dans la bobine.

La durée τ dépend de la résistance électrique du circuit ainsi que des caractéristiques de la bobine.



Tension d'alimentation et courant dans le circuit

on

3 -Inductance

3.1-Flux propre :

Lorsqu'un circuit est parcouru par le courant $i(t)$, il développe dans l'espace environnant un champ d'induction $B(t)$ proportionnel à $i(t)$, et à travers le circuit un flux $\Phi(t)$, dit flux propre, proportionnel à $B(t)$ et donc proportionnel à $i(t)$, proportionnalité qui s'exprime en écrivant :

$\Phi(t) = L \cdot i(t)$ le coefficient de proportionnalité L n'est fonction que des caractéristiques géométriques du circuit.

3.2-Définition de l'inductance d'une bobine

On appelle inductance propre de la bobine le coefficient L de proportionnalité entre le flux propre Φ_P et l'intensité i du courant circulant dans la bobine.

L s'exprime en Henry (H), on l'appelle aussi: auto-inductance ou coefficient de self inductance.

Si on appelle I l'intensité du courant qui traverse le circuit d'un solénoïde de longueur l , de section S , comportant N spires, on a vu que l'intensité du champ d'induction s'écrivait : $B = \mu_0 \cdot n I$, le flux à travers une spire du solénoïde est

$\Phi_1 = B \cdot S$, à travers les N spires du solénoïde le flux est :

$\Phi = N \cdot \Phi_1 = N \cdot B \cdot S = NS\mu_0 l \cdot n$ d'autre part : $\Phi = L \cdot I$, et en identifiant les deux

expressions du flux, on en déduit : $L = \mu_0 N^2 S / l$ or $n = N/l$ d'où $L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l}$

Représentations :



Bobine à noyau de fer



Bobine sans noyau de fer

4- La f.e.m d'auto-induction

4.1-Expression de la f.e.m d'auto-induction

Dans ces conditions la force électromotrice induite s'exprime sous la forme

$$e = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d(Li)}{dt} \quad \text{soit} \quad e = -L \frac{di}{dt}$$

Application :

Une bobine de résistance $R = 10 \Omega$ Comporte 1000 spires de 10cm^2 de section, parcourue par un courant d'intensité 1A, elle crée un champ magnétique \vec{B} de module $B = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ T}$.

1- quelle est la valeur du flux propre Φ_p ?

2- Lors de l'ouverture du circuit, la loi de variation du flux propre est une fonction affine du temps : $\Phi = at + b$. quel est la signe de a ? Quelle est la valeur de b ?

3- quelle est la durée de l'ouverture du circuit sachant que la f.é.m. induite a pour valeur $e = 5$ volt ?

4- calculer la valeur du courant induit i et du champ magnétique induit B_{ind} . On donne $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ S.I.}$

Solution :

1- Le flux propre étant :

$\Phi_p = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S} = NBS$ Car le champ magnétique \vec{B} est parallèle et de même sens la vecteur \vec{n} .

$$\Phi_p = 1000 \cdot 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

2- Φ décroît donc a est négatif.

$$b = \Phi_{(t=0)} = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ Wb.}$$

3-La durée d'ouverture du circuit

$$e = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Phi_p}{e} = \frac{1,25 \cdot 10^{-3}}{5} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

4-Calcul du courant et du champ induits :

$$i = \frac{e}{R} = \frac{5}{10} = 0,5 \text{ A}$$

Nous savons que $B_{\text{ind}} = \mu_0 n i$. Nous devons calculer n . $n = \frac{B}{\mu_0 i}$ soit $n = 10^4$ par suite : $B_{\text{ind}} = 4$

$$\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^4 \cdot 0,5 = 6,28 \cdot 10^{-3} \text{ T.}$$



que

4.2-Loi d'ohm aux bornes de la bobine

$$u_{AB} = ri - e = ri + L \frac{di}{dt}$$

5 - Energie emmagasinée(énergie magnétique) : E_{magn}

Pendant la durée dt le dipôle consomme l'énergie dW telle que :

$$dW = p dt$$

$$p = i \cdot u_{AB} = i(ri - e) = ri^2 + Li \frac{di}{dt} = ri^2 + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2 \right)$$

$$dW = ri^2 dt + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2 \right) dt$$

Le premier terme représente l'énergie dissipée par effet Joule et le deuxième l'énergie emmagasinée dans la bobine pendant le temps dt

$$\int_0^t dW = \int_0^t ri^2 dt + \int_0^t \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2 \right) dt$$

On voit que l'énergie emmagasinée dans la bobine parcourue par un courant I est :

$$E_{\text{magn}} = W = \frac{1}{2} Li^2$$

Application :

Une bobine d'inductance propre $L = 0,1\text{H}$ est parcourue par un courant continu d'intensité $i = 10\text{A}$.

- quelle est l'énergie emmagasinée ?
- quelle est la puissance libérée si on ouvre le circuit en $0,01\text{s}$? en $0,1\text{s}$? en 1s ? Conclure ?

Solution :

a- calcul de l'énergie emmagasinée:

$$W_L = \frac{1}{2} Li^2 = 5\text{J}$$

b- Calcul de la puissance libérée ;

$$p = \frac{W_L}{t} \text{ Soit :}$$

$$p = 500\text{W pour } t = 0,01\text{s} ; p = 50\text{W pour } t = 0,1\text{s} \text{ et } p = 5\text{W pour } t = 1\text{s}$$

La puissance libérée est d'autant plus importante que la durée d'ouverture est plus brève.

Une étincelle de rupture peut alors apparaître et provoquer des dégâts. (détérioration, brûlure, incendie ...).

L'essentiel

- Le flux propre Φ_P est le flux du champ magnétique \vec{B} créé par un circuit parcouru par un courant d'intensité i à travers lui-même : $\Phi_P = L \cdot i$;
- Le coefficient d'inductance L dépend des caractéristiques de la bobine. Pour une bobine de longueur ℓ de section S comportant N spires il est donné par la relation : $L = \mu_0 \frac{N^2 S}{\ell}$
- Lorsque le courant varie, le flux propre varie engendrant dans le circuit lui-même une f.e.m d'auto-induction $e = -\frac{d\Phi_P}{dt} = -L \frac{di}{dt}$ Cette f.é.m s'oppose toujours à la variation qui lui a donné naissance ; en particulier elle retarde l'établissement du courant dans un circuit.
- La tension aux bornes AB d'une bobine de résistance r et d'inductance propre L est : $u_{AB} = ri - e = ri + L \frac{di}{dt}$
- L'énergie emmagasinée dans une bobine d'inductance propre L parcourue par un courant d'intensité i est $W = \frac{1}{2} Li^2$

Exercices

Exercice 1

Un solénoïde de 50 cm de longueur et de 8 cm de diamètre est considéré comme infiniment long ; il comporte 2 000 spires par mètre.

1- Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique à l'intérieur du solénoïde quand celui-ci est parcouru par un courant. Calculer l'inductance L du solénoïde.

2- On réalise avec ce solénoïde le montage de la figure 1. La résistance interne du générateur est négligeable.

a) L'interrupteur K est dans la position 1. Déterminer l'intensité I_0 du courant dans le circuit en régime permanent.

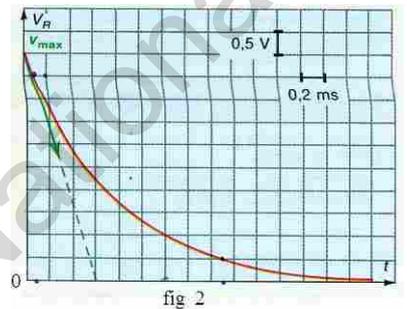
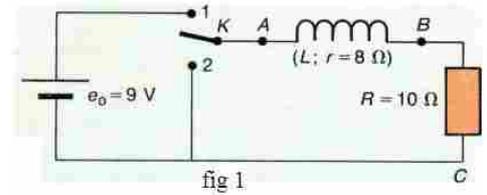
b) A l'instant $t=0$ (en un temps négligeable) l'interrupteur passe de la position 1 à la position 2. Etablir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité i du courant dans le circuit. Montrer que l'intensité est donnée en fonction du temps par la relation

$$i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{où} \quad \tau = \frac{L}{R+r} \quad (\text{constante de temps}).$$

3- Soit u_R la tension aux bornes du dipôle (B, C) . On désigne respectivement par t_1 et t_2 les temps au bout desquels u_R atteint 90 % et 10 % de sa valeur maximale. a) Exprimer $t_d = t_2 - t_1$ en fonction de τ .

b) A partir de la représentation graphique de u_R en fonction de t (figure b), déterminer t_d ; en déduire la valeur de τ .

c) Retrouver cette valeur à partir de la tangente à la courbe à l'origine.



Exercice 2

On branche en série aux bornes d'un générateur un conducteur ohmique de résistance $R = 100 \Omega$ et une bobine d'inductance L et de résistance négligeable (fig 1)

Les tensions $u_1 = u_{CA}$ et $u_2 = u_{BA}$ sont appliquées aux bornes d'un

oscillographe à deux voies. On obtient sur l'écran l'oscillogramme de la figure 2.

L'oscillographe est réglé de la façon suivante :

base de temps : 1 ms/div (1 div = 1 carreau) ;

• voie 1 : 1 V/div ;

voie 2 : 0,5 V/div.

En l'absence de tension, les traces du spot sont confondues avec la ligne horizontale au milieu de l'écran.

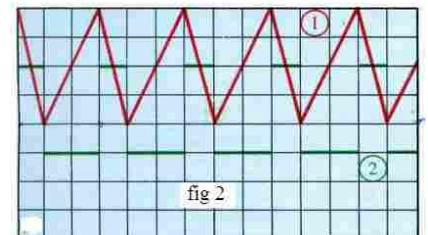
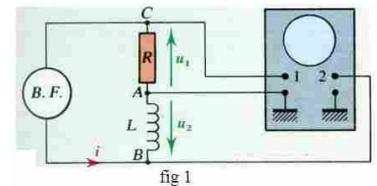
1- La tension u_1 détectée sur la voie 1 est-elle u_{CA} ou u_{AC} ? Exprimer u_1 en fonction de R et i

2- La tension u_2 détectée sur la voie 2 est-elle u_{AB} ou u_{BA} ? Trouver une relation entre L, R, u_2 et $\frac{du_1}{dt}$

3- Pourquoi la tension u_2 est-elle rectangulaire avec deux créneaux de hauteurs différentes?

Pourquoi cette tension est-elle négative lorsque la tension u_1 croît?

4- Calculer l'inductance L de la bobine.



Exercice 3

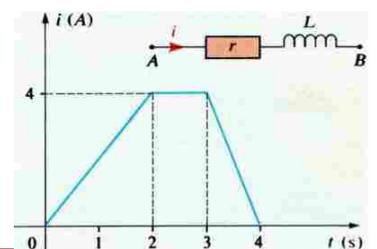
Une bobine (A,B) d'inductance $L=0,2\text{H}$ et de résistance $r=5\Omega$ est traversée par un courant d'intensité i

1- L'intensité du courant dans la bobine varie en fonction du temps (figure).

Déterminer la f.é.m. e induite dans la bobine pendant les intervalles de temps (en s) $]0,2[$, $]2,3[$ et $]3,4[$

Représenter graphiquement e en fonction du temps.

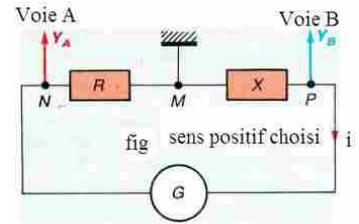
2- Exprimer i en fonction du temps sur chacun des intervalles précédents.



3-Déterminer la tension u_{AB} aux bornes de la bobine pendant ces mêmes intervalles de temps.
Représenter graphiquement u_{AB} en fonction du temps.

Exercice 4

Un oscilloscope bi courbe permet d'observer sur la voie A la tension u_{NM} aux bornes de la résistance et sur la voie B la tension u_{PM} aux bornes du dipôle X (figure).



1-On prend pour G un générateur G_1 de tension constante et pour X une résistance $R_1 = 50\Omega$. On observe l'oscillogramme 1.

- Exprimer u_{NM} et u_{PM} en fonction de i .
- Préciser si le pôle positif de G_1 est relié au point P ou au point N
- Calculer la valeur de R.

2- On prend toujours pour G le générateur G_1 de tension constante ; X est maintenant une bobine B d'inductance L et de résistance R_2 de valeurs inconnues. Quand le régime stationnaire est établi, on observe l'oscillogramme 2.

Base de temps: 0,2ms/div
Sensibilité verticale de la voie A et de la voie B 1V/div

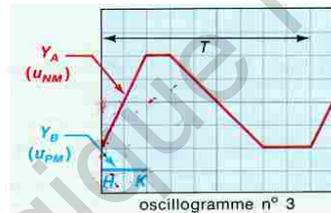


oscillogramme n° 1

a) Exprimer u_{PM} en fonction de i

b) Pourquoi peut-on affirmer que la résistance R_2 de la bobine est négligeable?

Base de temps: 0,2ms/div
Sensibilité verticale de la voie A et de la voie B 1V/div



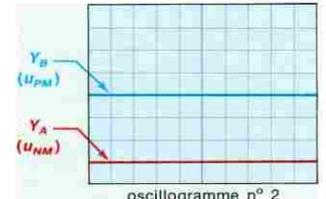
oscillogramme n° 3

3-On prend pour G un générateur G_2 délivrant une tension variable de période T; X est toujours la bobine B étudiée dans la question 2. On observe l'oscillogramme 3.

(Seule la partie HK de la trace correspondant à la voie B a été représentée.)

- Calculer L.
- Compléter l'oscillogramme de la voie B.

Base de temps: 0,2ms/div
Sensibilité verticale de la voie A et de la voie B 1V/div



oscillogramme n° 2

Exercice 5

Une bobine plate est formée de $N = 500$ spires circulaires de fil conducteur isolé. La superficie de chaque spire est $S = 100\text{cm}^2$. La bobine tourne à vitesse angulaire constante autour d'un axe Δ diamétral et vertical dans un champ magnétique uniforme horizontal et constant dans le temps; ce champ est noté \vec{B} . Des contacts électriques mobiles permettent de relier les extrémités A et C du conducteur respectivement à l'entrée Y et à la masse M d'un oscilloscope (figure 1)

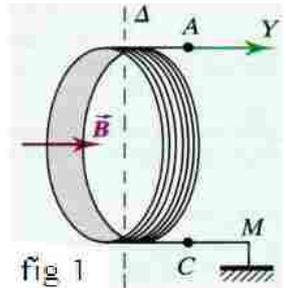


fig 1

- Le balayage horizontal étant réglé sur 10 ms/div et la sensibilité verticale sur 1 V/div on observe la courbe 1 sur l'écran de l'oscilloscope (figure 2)
 - Justifier qualitativement l'existence d'une tension entre A et C lors de la rotation de la bobine.
 - Déterminer la valeur ω_1 de la vitesse angulaire de la bobine.
 - Déterminer l'intensité B du champ magnétique.

2-On fait tourner la bobine deux fois moins vite. Le réglage de l'oscilloscope n'est pas modifié. Donner, en la justifiant, l'allure de la courbe décrite par les spots en précisant sa période et son amplitude.

3-La bobine a une résistance $R = 100\Omega$: on branche entre les extrémités A et C un conducteur ohmique de résistance $R' = 200\Omega$. La bobine tournant à la vitesse angulaire ω_1 calculée dans la question 1 et l'oscilloscope étant toujours branché et réglé de la même manière, donner l'allure de la courbe observée sur l'écran en la justifiant.

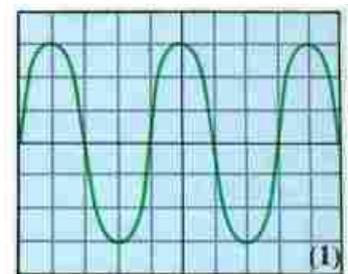


fig 2

CHAPITRE VI:

Circuit LC

Objectifs

- * Comprendre le fonctionnement d'un condensateur
- * Connaître les relations entre charge et courant et entre charge et tension
- * Savoir utiliser l'expression de la capacité équivalente à l'association des condensateurs en série et en parallèle
- * Savoir calculer l'énergie emmagasinée dans un condensateur
- * Savoir établir l'équation différentielle des oscillations dans un circuit LC.
- * Connaître l'expression de la période propre d'un circuit LC.
- * Savoir que l'énergie électromagnétique dans un circuit LC est conservative.

Institut Pédagogique National

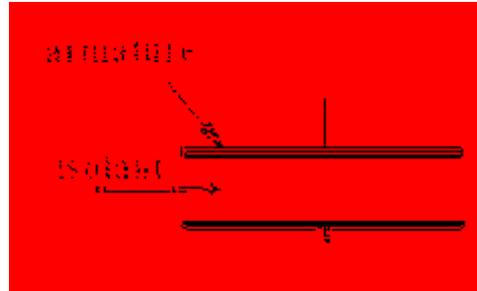
1 – Le condensateur :

1.1 –Définition :

On appelle condensateur l'ensemble de deux surfaces conductrices ou armatures, séparées par un isolant ayant une permittivité (ou constante diélectrique) donnée.

L'isolant est souvent appelé diélectrique.

Symbole d'un condensateur :



Différents types de condensateurs :



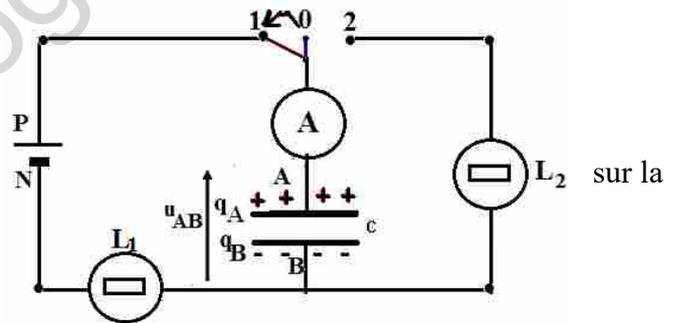
Remarque : Le plus utilisé et le plus connu des condensateurs est le condensateur plan.

2 - Charge et décharge d'un condensateur :

Le générateur de courant délivre une tension constante U .

2.1-Charge du condensateur :

- A l'instant $t = 0$ s, on bascule l'interrupteur position 1 un courant dont l'intensité décroît rapidement apparaît. La lampe L_1 s'allume et le condensateur se charge.
- Au cours de la charge, l'armature A se charge positivement. Elle présente un déficit d'électrons $q_A > 0$. L'armature B se charge négativement. Elle présente un excès d'électrons : $q_B < 0$.
 $q_A = -q_B$ à chaque instant.



Par définition :

La quantité $q_A = -q_B$ représente la charge du condensateur.

C'est une grandeur positive. Elle s'exprime en Coulomb C. On l'appelle aussi quantité d'électricité emmagasinée.

- Une tension u_{AB} apparaît entre les plaques A et B lorsque le condensateur se charge.
- Lorsque le condensateur est chargé, la valeur de l'intensité s'annule et la tension u_{AB} prend sa valeur maximale.

2.2-Décharge du condensateur :

Quand on bascule l'interrupteur sur la position 2 un courant dont l'intensité décroît rapidement

circule dans le sens opposé. La lampe L₂ s'allume un court instant.

Conclusion :

Un condensateur relié à un générateur se charge. Une fois chargé le condensateur se comporte comme un générateur et se décharge.

3 -Charge et intensité :

Le but est de rechercher la relation qui existe entre l'intensité du courant et les charges portées par les armatures.

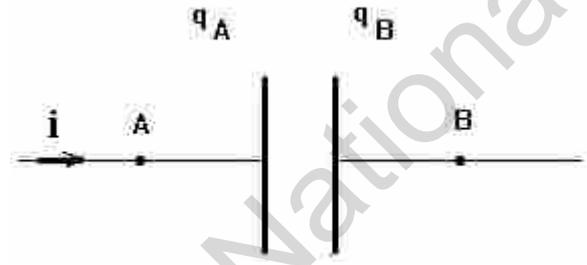
- Considérons que le condensateur porte la charge q_A à l'instant t et que pendant l'intervalle de temps dt , le courant circule dans le sens indiqué par la flèche. Pendant la durée très courte dt , la charge varie de $dq_A = q_A(t + dt) - q_A(t)$

Le courant circule dans le sens arbitraire

choisi :

- Considérons que le courant circule dans le sens inverse du sens indiqué par la flèche. Pendant la durée très courte dt , la charge varie de dq_A .

Le courant circule dans le sens inverse du sens arbitraire choisi.



Par définition :

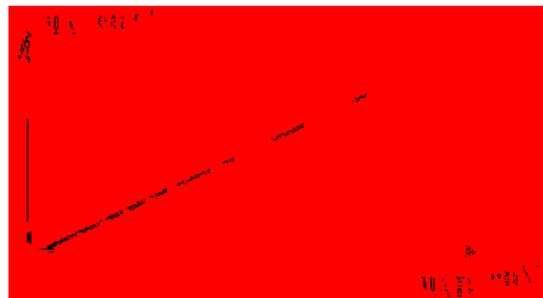
L'intensité du courant dans un fil conducteur correspond au débit de charges transportées :

On écrit que : $i = \frac{dq_A}{dt}$

Remarque : Cette relation découle de la relation suivante $Q = I \cdot \Delta t$ valable en courant continu.

4- Capacité d'un condensateur :

En étudiant la charge q_A en fonction de u_{AB} on constate que le rapport reste constant quelque soit la tension. Cette constante dépend uniquement du condensateur ; on l'appelle capacité C du condensateur. On constate que la capacité d'un condensateur mesure son aptitude à emmagasiner (ou stocker) des charges électriques sur ces armatures.



La capacité d'un condensateur est déterminé par :

$$C = \frac{q}{U_{AB}}$$

La capacité s'exprime en farad notée F.

Par sa construction mécanique, la capacité d'un condensateur est déterminé par :

$$C = \epsilon \frac{S}{e} \quad \text{où} \quad \begin{cases} S : \text{surface des armatures} \\ e : \text{épaisseur du diélectrique (distance entre les armatures)} \\ \epsilon : \text{nature du diélectrique (permittivité absolue)} \end{cases}$$

5 - Expression de l'énergie :

Lors de la décharge, il y a dissipation d'énergie par effet Joule dans le circuit. Cette énergie provient du condensateur, dans laquelle elle est emmagasinée.

Un condensateur de capacité C chargé sous la tension U emmagasine l'énergie électrique :

$$E = \frac{1}{2} CU^2 \quad \text{ou} \quad E = \frac{1}{2} qU \quad \text{ou} \quad E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

- q : charge du condensateur
- $E_{\text{élec}}$: énergie en joule J
- C : capacité en farad F
- U : tension aux bornes du condensateur en volt V.

6 -Association des condensateurs :

6.1- En série :



Pour le condensateur 1 : $Q = C_1 U_{AD} \Rightarrow U_{AD} = \frac{Q}{C_1}$

Pour le condensateur 2 : $Q = C_2 U_{EF} \Rightarrow U_{EF} = \frac{Q}{C_2}$

Pour le condensateur 3 : $Q = C_3 U_{GB} \Rightarrow U_{GB} = \frac{Q}{C_3}$

Or :

$$U = U_{AB} = U_{AD} + U_{EF} + U_{GB}$$

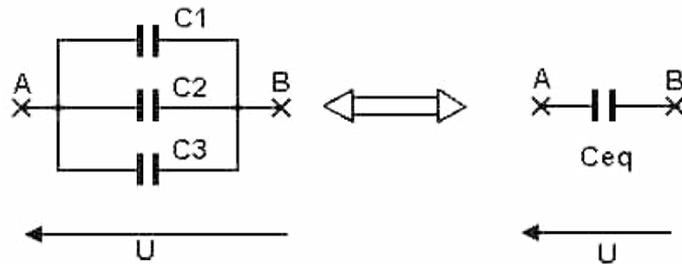
$$U = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$$

On pose : $\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$

En résumé, on peut dire que la capacité équivalente à plusieurs condensateurs en série est l'inverse de la somme des valeurs des capacités des condensateurs pris séparément.

$$C_{\text{éq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

6.2- En parallèle :



Le condensateur 1 prend la charge : $Q_1 = C_1 U$

Le condensateur 2 prend la charge : $Q_2 = C_2 U$

Le condensateur 3 prend la charge : $Q_3 = C_3 U$

La charge totale est : $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = U(C_1 + C_2 + C_3)$

On pose : $C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$

En résumé la capacité équivalente à plusieurs condensateurs en parallèles est la somme des capacités des condensateurs pris indépendamment.

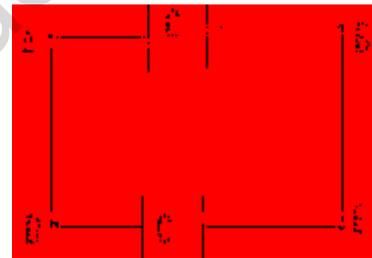
$$C_{\text{eq}} = \sum_{i=1}^n C_i = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

Application :

1 - Un condensateur de capacité $C=2\mu\text{F}$ est chargé sous une tension $U_0 = 1000\text{V}$ puis isolé.

Calculer :

- La charge Q_0 du condensateur .
 - L'énergie emmagasinée par le condensateur .
- 2 - On branche alors ce condensateur chargé aux bornes d'un deuxième condensateur de capacité $C'=0,5 \mu\text{F}$ initialement déchargé (voir fig).



d'un

Calculer :

- La tension U aux bornes des condensateurs associés à l'équilibre .
- La charge Q et Q' de chaque condensateur à l'équilibre .

Solution:

- $Q_0 = CU_0$ AN : $Q_0 = 2 \cdot 10^{-3}\text{C}$
 - $E_{\text{elec}} = \frac{1}{2} Q_0 U_0$ AN : $E_{\text{elec}} = 1\text{J}$
- pour le condensateur de capacité C : $Q = CU$
Pour le condensateur de capacité C' : $Q' = C'U$
La charge initiale Q_0 se répartit entre les condensateurs :

$$Q_0 = Q + Q'$$

$$CU_0 = CU + C'U$$

$$U = \frac{CU_0}{C + C'} \text{ AN : } U = 800\text{V}$$

$$\text{b- } Q = CU \text{ AN : } Q = 1,6 \cdot 10^{-3}\text{C}$$

$$Q' = C'U \text{ AN : } Q' = 0,4 \cdot 10^{-3}\text{C}$$

7 - Circuit LC :

7.1-Mise en évidence

Le condensateur de capacité C est d'abord chargé sous une tension U, (position 1 de l'interrupteur K) il acquiert ainsi la charge Q. Il est en suite relié à la bobine (position 2 de l'interrupteur K) par l'intermédiaire d'une résistance variable.

La tension u aux bornes du condensateur est observée sur l'une des voies Y d'un oscillographe à balayage lent

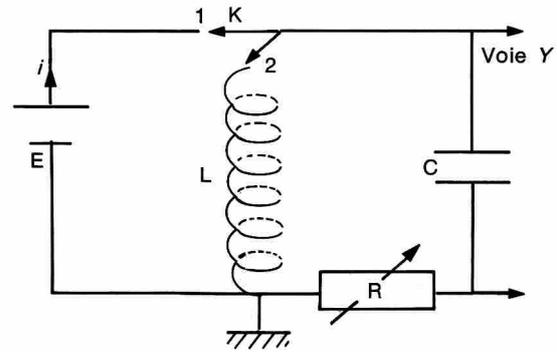
Si la résistance n'est pas nulle, on observe la courbe

L'amplitude des oscillations électriques diminue au cours du temps.

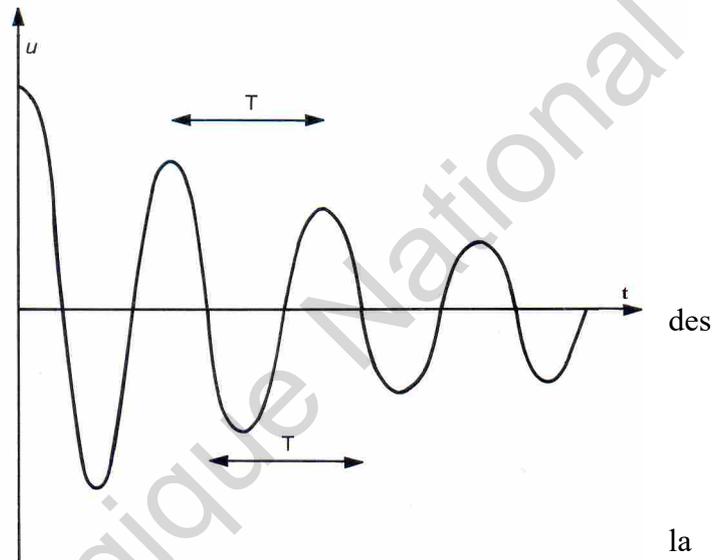
Cet amortissement est du à l'inévitable résistance électrique de la bobine.

Il est donc possible d'obtenir oscillations électriques libres peu amorties en montant en série un condensateur et une bobine dont la résistance est suffisamment faible.

Nous nous proposons maintenant d'étudier le cas limite où résistance de la bobine est négligeable (inductance pure).



Charge et décharge d'un circuit L,C



7.2- Etude théorique du circuit LC :

Réunissons les deux armatures A et B d'un condensateur chargé aux bornes N et M d'une bobine purement inductive (fig.) Choisissons un sens algébrique pour l'intensité i, si le courant traverse la bobine de M vers N.

A chaque instant nous avons :

$$u_{AB} = u_{NM}$$

$$\frac{q}{C} = L \frac{di}{dt} \quad \text{or} \quad i = \frac{dq}{dt} = q' \quad \text{et} \quad \frac{di}{dt} = q''$$

$$\text{il vient alors} \quad Lq'' + \frac{1}{C}q = 0 \Leftrightarrow q'' + \frac{1}{LC}q = 0$$

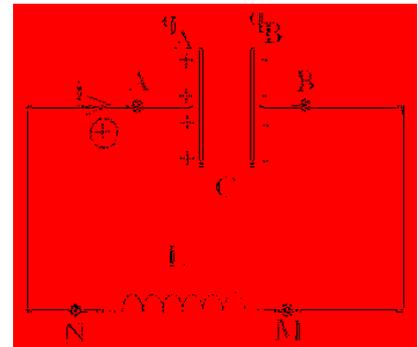
Cette expression est celle d'une équation différentielle qui admet comme solution $q = Q_m \cos(\omega t + \varphi)$

Q_m charge maximale et φ phase initiale.

Q_m et φ sont déterminées à l'aide des conditions initiales

$$\text{Avec} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Leftrightarrow LC\omega_0^2 = 1$$

ω_0 : est la pulsation propre de l'oscillateur, le circuit est le siège d'oscillations électriques libres non amorties de période propre :



$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC} \quad (\text{Formule de Thomson}).$$

Il y a charges et décharges successives du condensateur.

Ainsi l'armature A chargée initialement par exemple positivement se charge négativement tandis que l'armature B prend une charge positive et ainsi de suite.

Il y'a un changement périodique du signe des charges portées par les armatures du condensateur.

Le courant qui apparaît est alternatif de période T_0 .

ω_0 , T_0 , N_0 sont appelés respectivement pulsation propre, période propre et fréquence propre du circuit oscillant.

- L'intensité du courant est donnée par la relation :

$$i = q' = -\omega_0 Q_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$i = I_m \cos\left(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{avec: } I_m = Q_m \omega_0$$

I_m est l'intensité maximale du courant ou amplitude de l'intensité.

L'intensité est aussi une fonction sinusoïdale du temps ; Elle est en quadrature avance (déphasage de $\frac{\pi}{2}$) avec la charge du condensateur.

- lorsque la charge est extrémale, l'intensité est nulle.

- lorsque la charge est nulle, l'intensité est extrémale.

7.3 - L'énergie électromagnétique :

7.3.1- Energie magnétique d'une bobine :

On a déjà montré que : $E_{\text{magn}} = \frac{1}{2} Li^2$

7.3.2 - Energie électrique d'un condensateur :

On a déjà montré que : $E_{\text{elec}} = \frac{1}{2} Cu^2 = \frac{1}{2} qu = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$

7.3.3 -Définition :

L'énergie électromagnétique E d'un circuit oscillant est la somme de l'énergie magnétique de la bobine et de l'énergie électrique du condensateur $E = E_{\text{mag}} + E_{\text{éle}}$

$$\text{soit } E = \frac{1}{2} Li^2 + \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

or $q = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ et $i = -\omega_0 Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$$E = \frac{1}{2} L Q_m^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2C} Q_m^2 \omega_0^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

En remplaçant $L\omega_0^2$ par $\frac{1}{C}$ cette expression devient

$$E = \frac{Q_m^2}{2C} [\sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi)]$$

$$E = \frac{Q_m^2}{2C}$$

L'énergie électromagnétique du circuit L C est constante : elle se conserve.

Application :

Un condensateur de capacité $C = 100\mu\text{F}$ est initialement chargé sous une tension constante $U_0 = 100\text{V}$, puis associé à une bobine d'inductance

$L = 1\text{H}$ et de résistance nulle .

1- Donner :

Les valeurs de la charge initiale et de l'énergie fournie par l'opérateur.

La période propre des oscillations électriques et leur fréquence propre N_0 .

L'équation $q = f(t)$

L'équation $i(t)$

2 - Calculer les énergies emmagasinées dans le condensateur et dans la bobine .Que devient l'énergie initiale fournie au départ par l'opérateur ?

Solution

1-a- $Q_0 = CU_0$; AN : $Q_0 = 10^{-2}\text{C}$

L'énergie initiale fournie est : $E_0 = \frac{Q_0^2}{2C} = \frac{Q_0 U_0}{2}$; AN : $E_0 = 0,5\text{J}$

b- Puisqu'il n'y a pas d'amortissement la décharge est oscillante de période propre : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$; $T_0 = 6,28 \cdot 10^{-2}\text{s}$. La fréquence propre vaut: $N_0 = \frac{1}{T_0}$; AN : $N_0 = 15,9\text{Hz}$

c -

$$q = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\text{à } t = 0 \begin{cases} q = Q_0 \\ i = \frac{dq}{dt} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Q_0 = Q_m \cos \varphi \\ 0 = -Q_m \omega_0 \sin \varphi \end{cases}$$

donc : $Q_m = Q_0$ et $\varphi = 0$

d'où $q = Q_0 \cos \omega t = 10^{-2} \cos 100t$

d -

$$i = \frac{dq}{dt} = -Q_0 \omega_0 \sin \omega_0 t$$

$$i = -\sin 100t$$

2 - L'énergie emmagasinée à chaque instant dans le condensateur est :

$$E_{\text{elec}} = \frac{q^2}{2C} = \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2 \omega_0 t$$

$$E_{\text{magn}} = \frac{Li^2}{2} = \frac{L}{2} Q_0^2 \omega_0^2 \sin^2 \omega_0 t$$

L'énergie dans la bobine est :

L'énergie totale dans le circuit vaut :

$$E = E_{\text{elec}} + E_{\text{magn}} = \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2 \omega_0 t + \frac{L}{2} Q_0^2 \omega_0^2 \sin^2 \omega_0 t$$

$$\text{or } \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \text{ donc : } E = \frac{Q_0^2}{2C} (\cos^2 \omega_0 t + \sin^2 \omega_0 t)$$

$$E = \frac{Q_0^2}{2C} = E_0$$

L'énergie totale d'un circuit oscillant non amorti, à chaque instant reste constante et égale à celle fournie par l'opérateur lors de l'excitation.

L'essentiel

- La relation entre charge du condensateur et tension entre ses armatures s'écrit ; $q_A = C U_{AB}$.

- Si le sens positif du courant est entrant par l'armature A. $i = \frac{dq_A}{dt}$

- La capacité d'un condensateur est déterminé par :

$$C = \epsilon \frac{S}{e} \quad \text{où} \begin{cases} S : \text{surface des armatures} \\ e : \text{épaisseur du diélectrique (distance entre les armatures)} \\ \epsilon : \text{nature du diélectrique (permittivité absolue)} \end{cases}$$

- Un condensateur de capacité C chargée sous la tension U emmagasine l'énergie :

$$E = \frac{1}{2} C U^2 \quad \text{ou} \quad E = \frac{1}{2} q U \quad \text{ou} \quad E = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C}$$

- q : charge du condensateur
- E : énergie en joule J
- C : capacité en farad F
- U : tension aux bornes du condensateur en volt V.
- Un circuit LC est le siège d'oscillations libres non amorties de période propre

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

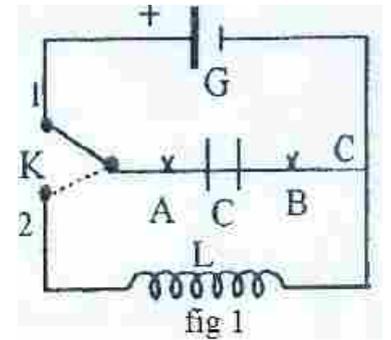
- L'énergie électromagnétique dans un circuit LC est constante.

Exercice 1

On réalise le montage de la figure(1) formé :

- d'un générateur de tension continue
- d'un condensateur de capacité égale à $0,8\mu F$
- d'une bobine d'inductance L inconnue et de résistance négligeable
- d'un interrupteur à double position.

Un oscilloscope permet de visualiser la tension u_{AB} aux bornes du condensateur



1-a) On place l'interrupteur K en position (1), que se passe-t-il pour le condensateur ?

b) On place ensuite K en position (2), on observe alors sur l'écran de l'oscilloscope la courbe donnée à la figure (2). Quel phénomène physique représente-t-elle ?

2-Quelle est la charge maximale du condensateur ?

3-Quelle est l'énergie maximale emmagasinée par le condensateur ?

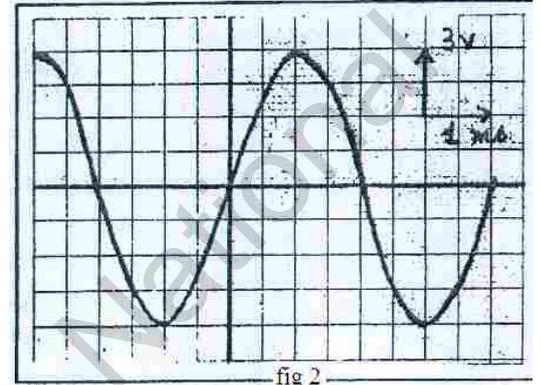
4-Etablir l'équation différentielle de l'oscillateur électrique (LC). En déduire la nature des oscillations.

5-Quelle est la valeur de l'inductance L de la bobine.

6-Quelle est la valeur de l'intensité maximale du courant.

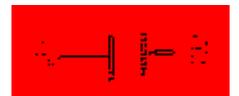
7-Comment serait modifiée la courbe donnée si l'inductance de la bobine avait été divisée par 4 ?

8-Etablir la correspondance entre les grandeurs mécaniques (m, K, x) et les grandeurs électriques (L, C, q).



Exercice 2

Un condensateur dont les armatures sont notées A et B de capacité $c = 2\mu F$ est chargée sous une tension $U_{AB} = U_0$ constante positive. A la date $t=0s$ il commence à se décharger dans une bobine d'inductance $L = 0,5H$ et de résistance négligeable. Le circuit (LC) est alors traversé par un courant sinusoïdal d'intensité maximale $I_m = 0,01A$



1-faire un schéma du montage permettant de réaliser la charge puis la décharge du condensateur.

2-Etablir l'équation différentielle des oscillation libres du circuit (LC) en fonction de

q_A et $\frac{d^2 q_A}{dt^2}$, préciser l'orientation adoptée.

3-Déterminer la charge maximale Q_m du condensateur, en déduire la valeur de U_0 .

4-Donner l'expression de la charge $q_B(t)$ et $i(t)$. Représenter $q_B(t)$ et $i(t)$ dans le même repère d'axes.

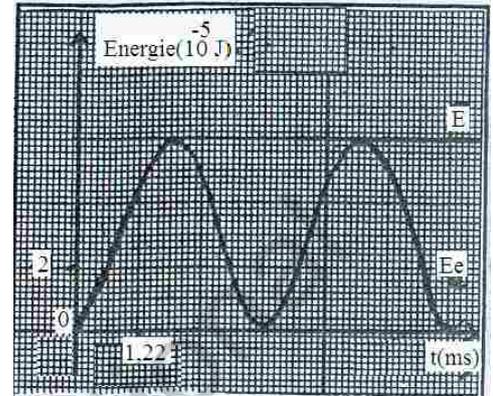
5-Calculer l'énergie électrique du circuit (LC)

6-a) Exprimer l'énergie électrostatique E_e emmagasinée par le condensateur en fonction de u^2 et c où u est la tension aux bornes du condensateur à un instant t .

b-Dans le même repère d'axes, représenter les courbes $E_e = f(u^2)$ puis $E = g(u^2)$. Quelle est la valeur de E_L lorsque $u = -U_0$.

Exercice 3

Un circuit électrique comprend un condensateur de capacité c , d'une bobine d'inductance L et de résistance négligeable. Il est le siège d'oscillations électriques. La figure ci-contre représente les variations de l'énergie électrostatique E_e emmagasinée par le condensateur et l'énergie électrique totale E du circuit en fonction du temps.



1-Par une étude énergétique trouver l'équation différentielle reliant la charge $q(t)$ du condensateur et sa dérivée seconde

$$\frac{d^2 q}{dt^2} \text{ par rapport au temps.}$$

2-Etablir l'expression en fonction du temps de l'énergie électrostatique E_e .

3-Montrer que l'énergie électrique totale E de l'oscillateur a pour expression $E = \frac{Q_m^2}{2c}$

4-A partir des données graphiques ,déterminer :

a-La période propre T_0 ,en déduire la capacité c du condensateur sachant que $L=0,8H$

b-La charge maximale Q_m du condensateur ,en déduire l'intensité maximale I_m du courant qui parcourt le circuit.

5-Dans le même repère d'axes que celui de la courbe $E_e = f(t)$,représenter l'allure de la courbe des variations de l'énergie magnétique E_L emmagasinée par la bobine en fonction du temps.

6-Comparer les deux formes d'énergie E_e et E_L aux instants : $t = 0, \frac{T_0}{8}, \frac{T_0}{4}$ et $\frac{T_0}{2}$.

Exercice 4

On réalise le circuit(LC) de la figure(1) où le condensateur est de capacité C inconnue. La bobine est d'inductance $L=1,2H$ et de résistance négligeables .Sur la voie A d'un oscilloscope bi courbe ,on observe la sinusoïde de la figure(2) . Le réglage de l'oscilloscope est le suivant :

- sensibilité verticale 15V/division
- sensibilité horizontale :2ms/division

1-Que représente la sinusoïde observée ? préciser sa valeur maximale et sa fréquence propre .

2-Etablir l'équation différentielle de cet oscillateur électrique en fonction

de u et $\frac{du}{dt}$ avec

$u = u_{AB}$ tension aux bornes du condensateur.

3-Ecrire l'expression de $u(t)$ sachant qu'à $t=0$ le condensateur commence

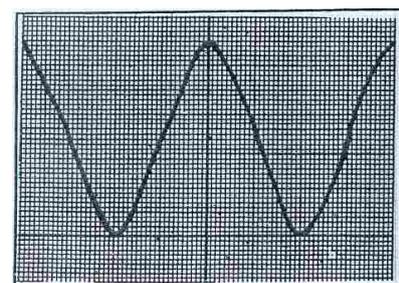
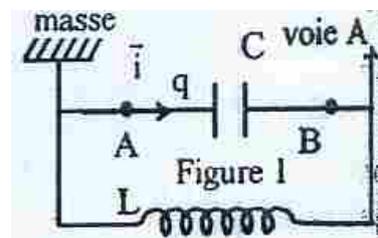


Figure 2

à ce décharger

4-Calculer la valeur de la capacité C du condensateur

5-Trouver l'expression de $i(t)$ intensité du courant qui parcourt le circuit .préciser sa valeur maximale et sa phase à l'origine .

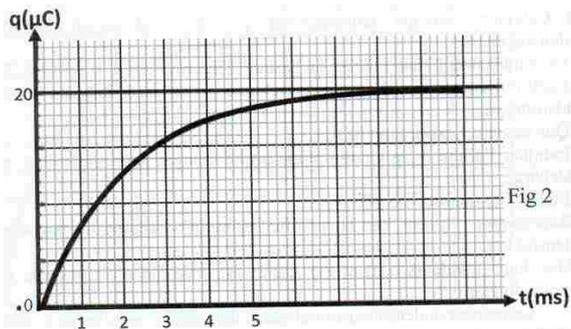
6-Déterminer l'énergie électrique totale de cet oscillateur.

7-Sachant qu'à une date t on trouve $E_e = 3E_L$ avec : E_e énergie électrostatique emmagasinée par le condensateur et E_L énergie magnétique emmagasinée par la bobine, déterminer à cette date t l'intensité du courant et la tension aux bornes du condensateur.

Exercice 5

Avec un générateur délivrant à ses bornes une tension constante $E=10V$,un résistor de résistance R . Un condensateur de capacité C et un interrupteur ,on réalise le montage de la figure(1) .

1-On visualise à l'aide d'un système d'acquisition relié à un ordinateur la tension aux bornes du condensateur. faire les connexions à l'oscilloscope qui permettent cette visualisation .



2-On ferme l'interrupteur. le système d'acquisition permet de déduire la courbe de l'évolution de la charge q en fonction du temps (figure 2).

a-Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_c(t)$

b- En déduire l'équation différentielle vérifiée par $q(t)$

c-La solution de l'équation différentielle en $q(t)$ est de la forme $q(t) = A(1 - e^{-\alpha t})$ ou A et α des constantes.-

-Déterminer les constantes A et α et donner leurs

significations physiques et leurs unités

-Ecrire l'expression de $q(t)$ en fonction de E,R,C et t.

3-a) En exploitant la courbe $q(t)$ de la (figure 2) déterminer la charge maximale Q_m

b) En déduire la valeur de la capacité é C.

4-a)Etablir l'expression de l'intensité é du courant $i(t)$.

b) Montrer que l'expression de i à l'instant $t=0$ permet de déduire graphiquement la constante du temps τ du dipôle RC

c) Déterminer τ

d) En déduire la valeur de la résistance R

e) En exploitant la courbe $q(t)$,montrer graphiquement que l'intensité du courant dans le circuit décroît jusqu'à s'annuler.

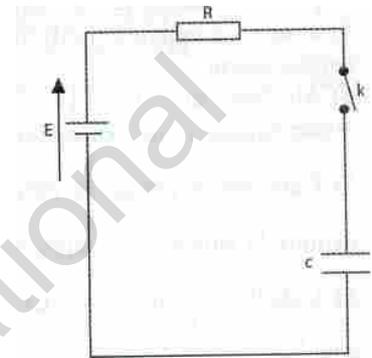


Fig 1

Exercice 6

La résistance de la bobine est négligeable. La tension aux bornes du condensateur vaut $U_0=10 V$, l'interrupteur K étant ouvert. A l'instant $t=0$ on ferme l'interrupteur K.

1 - Nommer le phénomène obtenu.

2 - Des enregistrements ont permis d'obtenir l'expression de $u(t)$ et $i(t)$: $u(t)=10 \cos(2 \cdot 10^4 t)$ en volt ; $i(t) = 20 \sin (2 \cdot 10^4 t)$ en mA.

- Ecrire la relation entre u, C et du/dt . Justifier.

- Montrer que $C= 100$ nF.

- Calculer la valeur de L.

- Calculer la valeur de l'énergie E du circuit.

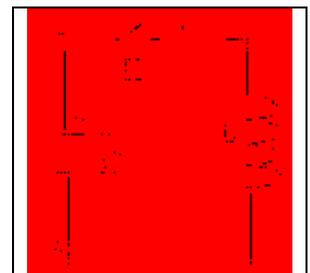
- Comment varie E au cours du temps ?

- Calculer la période propre T_0 .

3 - On appelle t_1 la date à laquelle, pour la première fois après la

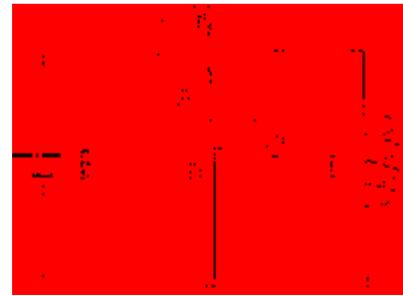
fermeture de K, l'énergie est répartie de façon égale entre la bobine et le condensateur.

Calculer $u(t_1)$ et $i(t_1)$.



Exercice 7

1. Un condensateur de capacité $C=12,5 \text{ mF}$ est chargé grâce à une batterie de fem $E=12 \text{ V}$, de résistance interne négligeable (l'interrupteur K_1 est fermé et K_2 est ouvert).
- Calculer la quantité d'électricité fixée par le condensateur lorsqu'il est complètement chargé et préciser l'armature qui s'est chargée positivement.
2. Ce condensateur peut ensuite se décharger dans une bobine d'inductance $L=0,8 \text{ H}$ supposée d'abord de résistance nulle. Pour cela à la date $t=0$ on ouvre K_1 et on ferme K_2 .
 - Quelle est à la date $t=0$ la valeur U_0 de la tension u_{AB} et l'intensité i_0 du courant dans le circuit LC ?
 - A l'instant t la tension aux bornes du condensateur vaut $u_C = u_{AB}$. Comment varie u_C en fonction du temps ?
 - Calculer la pulsation propre ω_0 et la fréquence propre du circuit LC et donner l'expression de u_C en fonction de t , ω_0 et de U_0 .
 - On visualise u_C sur l'écran d'un oscilloscope dont le balayage horizontal du spot correspond à $5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ par cm et dont la sensibilité verticale est 6 V par cm. Représenter la courbe u_C que l'on observera sur l'écran de largeur 8 cm .



CHAPITRE VII :

Circuits en régime sinusoïdal forcé

Objectifs

- * Reconnaître le montage qui permet d'étudier un circuit en régime forcé
- * Savoir définir l'impédance d'un circuit et le déphasage entre intensité et tension
- * Etre capable d'étudier une courbe de résonance
- * Faire la construction de Fresnel et savoir l'exploiter
- * Définir et connaître la signification du facteur de qualité
- * Connaître l'expression de la puissance dissipée dans une portion de circuit

1 - Définitions et représentation algébrique de la tension et du courant alternatifs sinusoïdaux

- Rappel :

- Dans les circuits électriques, suivant les sources d'énergie fournissent des tensions ou des courants alternatifs sinusoïdaux qui, après un bref régime transitoire, imposent leur période aux courants et tensions du circuit.

- Représentation algébrique.

- les grandeurs variables dans le temps se notent en minuscule alors que les valeurs continues se notent en majuscules.

Un courant (ou une tension) alternatif sinusoïdal (e) est une fonction sinusoïdale (ou harmonique) du temps elle peut s'écrire sous la forme : $x = A \cos(\omega t + \varphi)$

- A est l'amplitude
- ω est la pulsation (en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$)
- $(\omega t + \varphi)$ est la phase (en rad)
- $T = 2\pi / \omega$ est la période (en s)
- φ est la phase à l'origine.
- $N = \omega / 2\pi$ est la fréquence (en Hz)

- Valeur efficace :

L'intensité efficace d'un courant alternatif est égale à l'intensité du courant continu qui produirait le même effet Joule dans la même portion de circuit résistif.

$$RI^2T = R \int_0^T I_m^2 \cos^2 \omega t dt = \frac{RI_m^2}{2} \int_0^T (1 - \cos \omega t) dt = \frac{RI_m^2 T}{2}$$

D'où

Pour un courant alternatif sinusoïdal de valeur maximale I_m , la valeur efficace vaut alors :

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Cette définition s'étend à toutes les grandeurs sinusoïdales rencontrées en régime sinusoïdal forcé. Par exemple pour la tension $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$

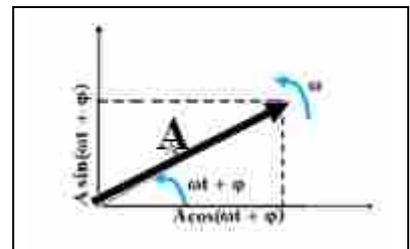
2 - Etude théorique :

2.1- Représentation graphique:

Diagramme de Fresnel d'une grandeur sinusoïdale.

2.1.1 - Vecteur tournant $A \cos(\omega t + \varphi)$:

À toute fonction sinusoïdale du temps $x = A \cos(\omega t + \varphi)$, on peut associer un vecteur de valeur A tournant autour de son origine à la vitesse angulaire ω .



2.1.2 - Vecteur de Fresnel :

Toutes les grandeurs d'un circuit en régime sinusoïdal forcé ont la même pulsation ; le vecteur de Fresnel ne reprend que les principales, l'amplitude A et la phase à l'origine φ (compté positivement dans le sens trigonométrique).

2.2- Relations courant- tension en régime sinusoïdal pour les dipôles élémentaires, la notion d'impédance.

2.2.1- Conventions :

On se place dans le cas où la référence des phases à l'origine des temps est l'intensité du courant traversant le dipôle, dans ces conditions on écrit :

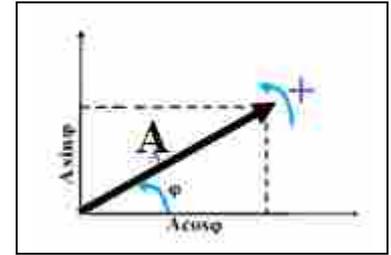
$i = I_m \cos \omega t$ (on dit que le courant impose l'origine des phases) et on cherche à déterminer à l'aide de la construction de Fresnel la tension aux bornes du dipôle sous la forme :

$$u = U_m \cos(\omega t + \varphi) = U \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi).$$

φ est ici le déphasage de la tension par rapport au courant.

Il s'agit donc de déterminer la valeur maximale de la tension aux bornes du dipôle: U_m , ou ce qui est équivalent à la valeur efficace de cette tension en fonction des éléments caractéristiques du circuit ainsi que le déphasage φ de la tension par rapport au courant.

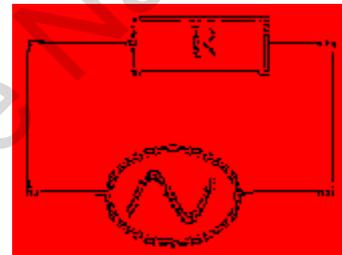
Pour les divers éléments, on travaillera dans le cadre de la convention générateur et on utilisera les résultats précédemment obtenus.



2.2. 2-Conducteur ohmique :

Si on appelle $u_R(t)$ la tension aux bornes du résistor à l'instant t , on a vu que $u_R(t) = R \cdot i(t)$, soit en fonction de l'expression de $i(t)$ définie plus haut :

$u_R = R i = R I_m \cos \omega t$. En identifiant ces expressions avec $U_m \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ ou avec $U \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$, on en déduit:



Pour une résistance, la tension maximale U_{Rm} , la tension efficace U_R et le déphasage φ sont tels que :

$$U_{Rm} = R \cdot I_m \quad U_R = R \cdot I \quad \varphi = 0$$

Le déphasage de la tension aux bornes du résistor par rapport à l'intensité du courant qui le traverse est nul : on dit dans ces conditions que pour un résistor, **la tension est en phase avec l'intensité.**

On en déduit donc, pour le diagramme Fresnel, que le vecteur \vec{OA} de norme $R \cdot I_m$ associé à la tension $u_R(t)$ est colinéaire au vecteur de référence associé à $i(t)$ comme le montre la figure ci-contre:



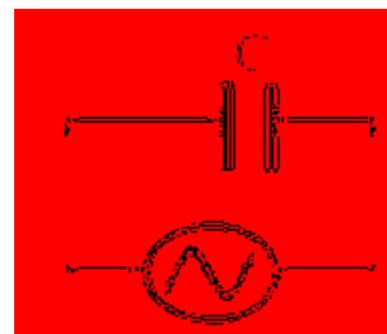
2.2.3-Condensateur :

Si on appelle $u_c(t)$ la tension aux bornes du condensateur de

capacité C à l'instant t : on a vu que : $i(t) = C \frac{du_c}{dt}$, soit :

$u_c(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$ de l'expression de $i(t) = I_m \cos(\omega t)$, on déduit :

$$u_c = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int I_m \cos(\omega t) dt = \frac{I_m}{C\omega} \sin(\omega t) ;$$



or $\sin \omega t = \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$ et par suite :

$$u_c(t) = \frac{I_m}{C\omega} \cdot \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \text{ en identifiant ces expressions avec } U_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) \text{ ou avec } U \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi), \text{ on en d\u00e9duit:}$$

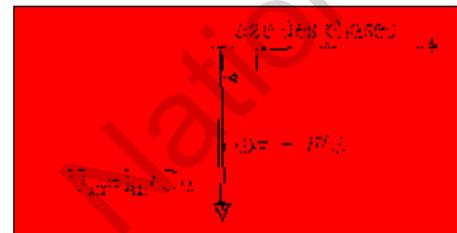
cos($\omega \cdot t + \varphi$), on en d\u00e9duit:

Pour un condensateur, tension maximale U_{Cm} , tension efficace U_C et d\u00e9phasage φ sont tels que:

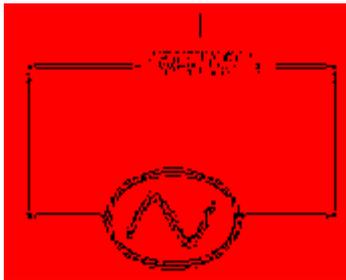
$$U_{Cm} = I_m / C \cdot \omega \quad U_C = I / C \cdot \omega \quad \varphi = -\pi/2$$

Le d\u00e9phasage de la tension aux bornes du condensateur par rapport \u00e0 l'intensit\u00e9 du courant qui le traverse est \u00e9gal \u00e0 $-\pi/2$: on dit dans ces conditions que pour un condensateur, **la tension est en quadrature retard par rapport \u00e0 l'intensit\u00e9**, ou que l'intensit\u00e9 est en quadrature avance par rapport \u00e0 la tension.

On en d\u00e9duit donc, pour le diagramme de Fresnel, que le vecteur \overline{OA} de norme $I_m / C \cdot \omega$ associ\u00e9 \u00e0 la tension $U_C(t)$ est perpendiculaire (retard) au vecteur de r\u00e9f\u00e9rence associ\u00e9 \u00e0 $i(t)$ comme le montre la figure ci-dessous :



2.2.4- Bobine :



Si on appelle $u_L(t)$ la tension aux bornes de la bobine purement inductive d'inductance L \u00e0 l'instant t : on a vu que :
 $u_L(t) = L di/dt$, de l'expression de $i(t)$ vue plus haut, on d\u00e9duit l'expression de la d\u00e9riv\u00e9e

$$di/dt = I_m \omega \cdot \sin \omega t = I_m \omega \cdot \cos(\omega t + \pi/2)$$

et par suite : $u_L(t) = L I_m \omega \cdot \cos(\omega t + \pi/2)$. En identifiant ces expressions

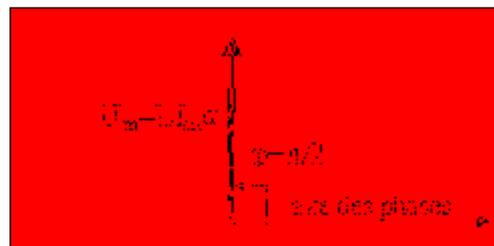
avec $U_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$ ou avec $U \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$, on en d\u00e9duit:

Pour une bobine, la tension maximale U_{Lm} , la tension efficace U_L et le d\u00e9phasage φ sont tels que:

$$U_{Lm} = L \cdot \omega \cdot I_m \quad U_L = L \cdot \omega \cdot I \quad \varphi = \pi/2$$

Le d\u00e9phasage de la tension aux bornes de la bobine par rapport \u00e0 l'intensit\u00e9 du courant qui la traverse est \u00e9gal \u00e0 $+\pi/2$: on dit dans ces conditions que pour une bobine, **la tension est en quadrature avance par rapport \u00e0 l'intensit\u00e9**, ou que l'intensit\u00e9 est en quadrature retard par rapport \u00e0 la tension.

On en d\u00e9duit donc, pour le diagramme de Fresnel, que le vecteur \overline{OA} de norme $L \cdot \omega \cdot I_m$ associ\u00e9 \u00e0 la tension $U_L(t)$ est perpendiculaire (avance) au vecteur r\u00e9f\u00e9rence associ\u00e9 \u00e0 $i(t)$. comme le montre la figure ci-dessous.



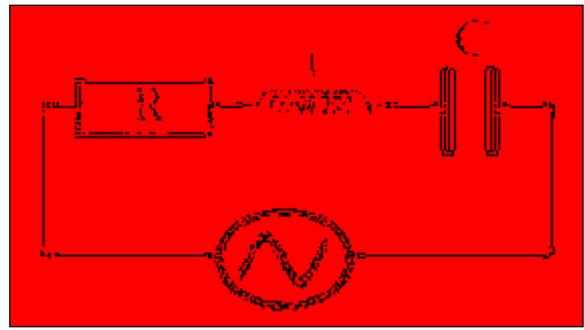
la
de

$$u_L = L \frac{di}{dt} = L \omega I_m \sin \omega t dt = L \omega I_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

2.2.5- Circuit "RLC s\u00e9rie" :

Association série (résistor, bobine, condensateur) : circuit (R L C)

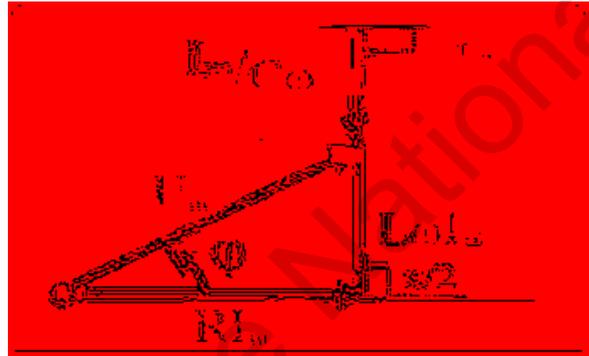
On associe en série un résistor de résistance R, une bobine d'inductance L et un condensateur de capacité C, dans ces conditions la tension instantanée $u(t)$ aux bornes de cet ensemble est égale à la somme des tensions instantanées aux bornes de chacun des éléments, respectivement : $u_R(t)$, $u_L(t)$ et $u_C(t)$, c'est à dire : $u(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t)$,



La loi d'additivité des tensions dans un circuit en série s'écrit :

$$u(t) = RI_m \cos \omega t + L\omega I_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + \frac{I_m}{C\omega} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$$

La construction de Fresnel permet de directement la valeur maximale de la tension déphasage de la tension par rapport au courant.



trouver
et le

$$U_m = I_m \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

$$\tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

Le déphasage de la tension par rapport à l'intensité est :

- soit positif $L\omega > 1/C\omega$ on dit dans ces conditions que le circuit est *inductif*
- soit négatif $L\omega < 1/C\omega$ on dit dans ces conditions que le circuit est *capacitif*

2.2.6- La notion d'impédance :

Pour tous les dipôles étudiés, on a vu que la tension maximale (ou la tension efficace) était proportionnelle à l'intensité maximale (ou à l'intensité efficace) ; on peut donc écrire dans le cas général : $U = ZI$ ou $U_m = ZI_m$ où Z désigne l'impédance du dipôle ; Z est, en général, fonction de la pulsation (ou de la fréquence).

L'impédance qui représente le rapport d'une tension à une intensité s'exprime en Ω . Elle est donnée par la formule :

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

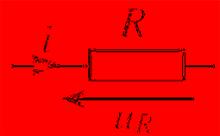
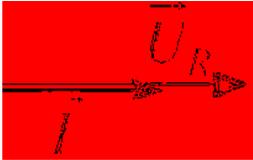
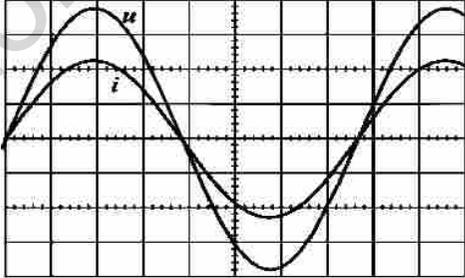
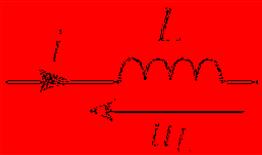
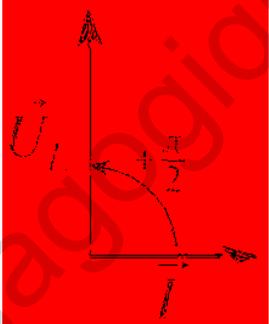
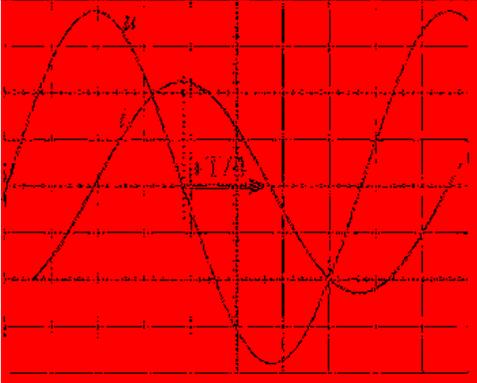
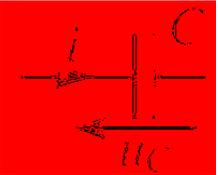
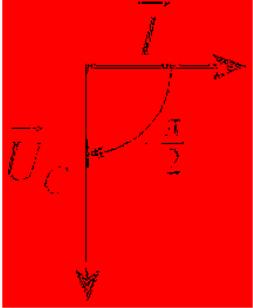
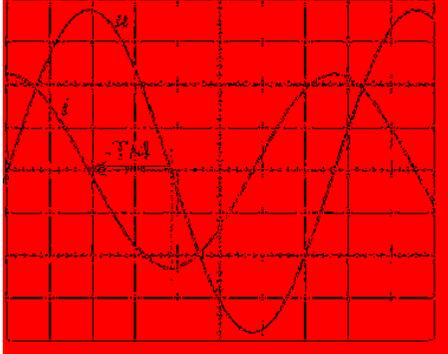
Dans l'expression de l'impédance, dans le cas général du circuit (R, L, C), on trouve

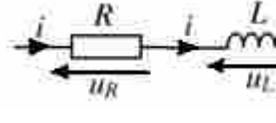
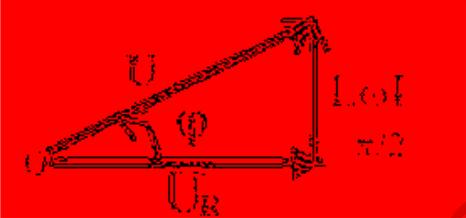
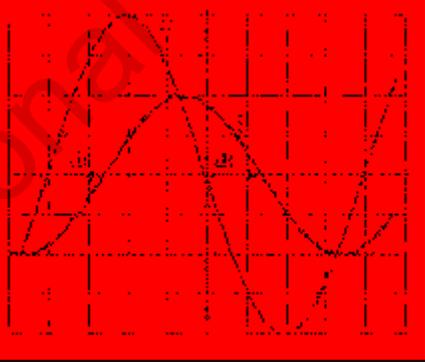
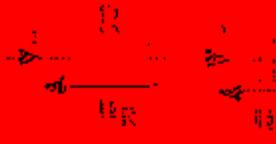
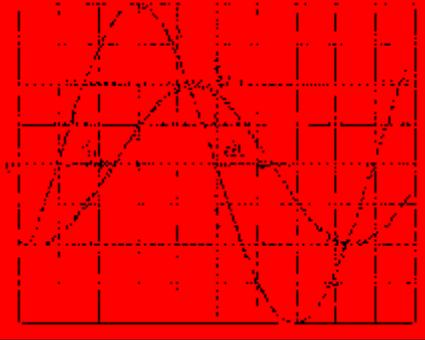
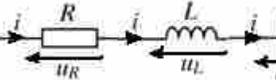
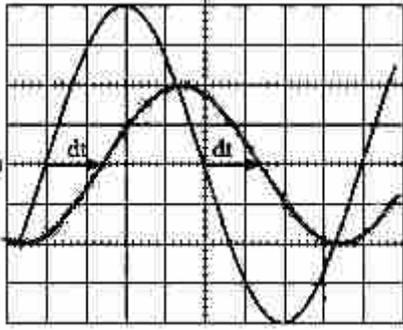
- le terme R, résistance, ou élément résistif qui, dans le cadre de notre cours sera une quantité positive .
- le terme $(L\omega - \frac{1}{C\omega})$ réactance X ou terme réactif qui peut être positif ou négatif selon que $L\omega$ est supérieur ou inférieur à $\frac{1}{C\omega}$, dans un cas, on parlera de réactance inductive, dans l'autre, de réactance capacitive.

On a aussi déterminé le déphasage φ entre la tension et le courant, qui est dans le cas général fonction de la pulsation (ou de la fréquence).

Il peut aussi être donné par l'expression : $\cos \varphi = \frac{R}{Z}$

On peut, à l'aide de ces divers éléments dresser le tableau récapitulatif suivant :

Dipôle	Impédance $Z(\Omega)$	Réactance $X(\Omega)$	Déphasage φ donné par la tangente	Chronogrammes
R  $u_R = Ri$	R	0	 $\varphi = 0$	
L  $u_L = L \frac{di}{dt}$	$L\omega$	$L\omega$	 $\varphi = \frac{\pi}{2}$	
C  $u_C = \frac{1}{C} \int i dt$	$\frac{1}{C\omega}$	$-\frac{1}{C\omega}$	 $\varphi = -\frac{\pi}{2}$	

<p>R et L en série</p>  <p>$u = Ri + L \frac{di}{dt}$</p>	$\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$	$L\omega : X > 0$	 <p>$\varphi > 0 \quad \tan \varphi = \frac{L\omega}{R}$</p>	
<p>R et C en série</p>  <p>$u = Ri + \frac{1}{C} \int i dt$</p>	$\sqrt{R^2 + \frac{1}{(C\omega)^2}}$	$-\frac{1}{C\omega} : X < 0$	 <p>$\varphi < 0$</p> <p>$\tan \varphi = -\frac{1}{RC\omega}$</p>	
<p>R, L et C en série</p>  <p>$u = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$</p>	$\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$	$L\omega - \frac{1}{C\omega} :$ $X > 0$ si $L\omega > \frac{1}{C\omega}$ $X < 0$ si $L\omega < \frac{1}{C\omega}$	$\tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$ $\varphi > 0$ si $L\omega > \frac{1}{C\omega}$ $\varphi < 0$ si $L\omega < \frac{1}{C\omega}$	

3 -Etude de la résonance de l'intensité du courant

3.1- Position du problème

On considère le circuit série (RLC) alimenté par le générateur de tension $u(t)$ de force électromotrice $u = U\sqrt{2} \cos\omega.t$, de valeur efficace U constante, de pulsation ω variable (ou encore de fréquence $N = \omega/2\pi$ variable).

La référence des phases sera ici prise par rapport à la tension $u(t)$.

Les problèmes que l'on se pose ici sont :

- d'une part l'étude des variations, par rapport à ω (ou N), de l'intensité I du courant $i(t)$ traversant le circuit
- d'autre part les variations, par rapport à ω (ou N), du déphasage φ_i de l'intensité $i(t)$ par rapport à la tension.

3.2- Etude des variations de l'intensité efficace I en fonction de ω :

On considère I comme une fonction de ω , on la notera dans la suite : $I(\omega)$. D'après ce que l'on a vu plus haut, on peut écrire : $I(\omega) = \frac{U}{Z(\omega)}$ où $Z(\omega)$ représente l'impédance du circuit R,

L, C série pour la pulsation ω et donc :
$$I(\omega) = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

On doit étudier les variations de $I(\omega)$ pour des valeurs de ω variant entre 0 et l'infini

- lorsque ω tend vers 0, le terme $L\omega$ tend vers 0, le terme $1/C\omega$ tend vers l'infini (on remarquera au passage qu'en basse fréquence, une bobine se comporte comme un court-circuit – impédance nulle- alors qu'un condensateur se comporte comme un circuit ouvert – impédance infinie), le dénominateur de $I(\omega)$ tend vers l'infini et donc I tend vers 0
- lorsque ω tend vers l'infini, le terme $L\omega$ tend vers l'infini, le terme $1/C\omega$ tend vers 0 (on remarquera au passage qu'en haute fréquence, une bobine se comporte comme un circuit ouvert –impédance infinie- alors qu'un condensateur se comporte comme un court-circuit – impédance nulle), le dénominateur de $I(\omega)$ tend vers l'infini et donc I tend vers 0
- on cherche ensuite si la fonction présente un maximum : on devrait étudier la dérivée de $I(\omega)$ par rapport à ω , mais on peut remarquer que le numérateur de $I(\omega)$ étant constant, la fonction $I(\omega)$ passe par un maximum lorsque son dénominateur est minimum, ce dénominateur est la somme de deux termes positifs R^2 et $(L\omega - 1/C\omega)^2$.

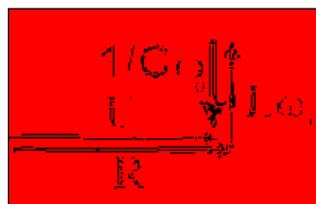
Le premier terme R^2 est constant l'autre, $(L\omega - 1/C\omega)^2$, variable est positif ou nul et donc le maximum se produit pour la pulsation ω_0 telle que $(L\omega_0 - 1/C\omega_0)^2 = 0$,

c'est-à-dire $L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0}$: soit $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$

ou $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ω_0 est la pulsation de résonance en

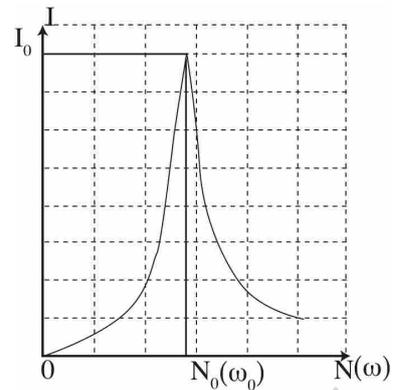
courant du circuit R, L, C série.

A la résonance l'expression de l'intensité maximale est: $I_0 = \frac{U}{R}$



De façon générale, on parle de résonance chaque fois, que dans un système, une des grandeurs passe par un maximum pour une valeur particulière de la pulsation (ou de la fréquence).

On note que pour une valeur du couple (L,C) donnée, c'est à dire pour une valeur de ω_0 donnée, la valeur maximale de l'intensité n'est fonction que de la résistance R (U étant une constante).



Pour faire intervenir R en tant que paramètre, on introduit la quantité $Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0}$: facteur de qualité du circuit, cette

quantité est un nombre positif sans unité. On peut alors dans ces conditions exprimer $I(\omega)$ sous la forme :

$$I(\omega) = \frac{U}{R \sqrt{1 + \left(\frac{L\omega_0}{R}\right)^2 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} = \frac{I_0}{\sqrt{1 + Q^2 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$$

3.3 - Etude du déphasage du courant par rapport à la tension appliquée.

On a vu que le déphasage φ de la tension par rapport à l'intensité s'exprimait par tangente sous la forme : $\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$ par conséquent, si φ_i désigne le déphasage de l'intensité par rapport

à la tension : $\varphi_i = -\varphi$ par suite : $\tan\varphi_i = -\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$, soit en faisant apparaître le facteur de qualité :

$$\tan\varphi_i = -\frac{L\omega_0}{R} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) = -Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) \text{ à la résonance } \tan\varphi_i = 0 \text{ et } i(t) \text{ et } u(t) \text{ sont en phase.}$$

On peut conclure de cette étude que la résonance de courant existe dans tous les cas où la relation $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ est vérifiée.

Pour cette pulsation, le circuit se comporte comme une résistance pure (déphasage nul entre $u(t)$ et $i(t)$)

Pour les valeurs de ω inférieures à ω_0 , le circuit est dit capacitif: $i(t)$ en avance sur $u(t)$.

Pour les valeurs de ω supérieures à ω_0 , le circuit est dit inductif: $i(t)$ en retard sur $u(t)$.

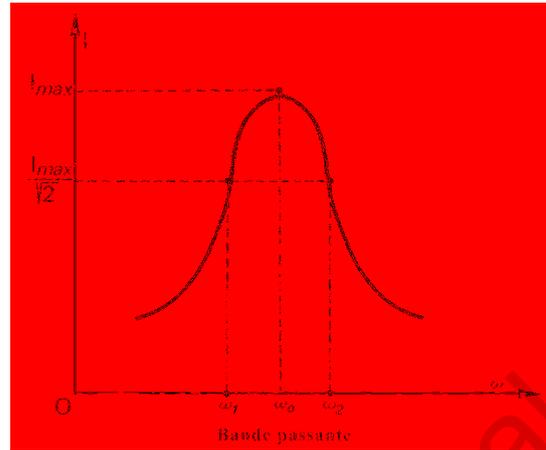
3.1 -Notion de bande passante :

En terme de pulsation, on définira la bande passante $\Delta\omega$, l'ensemble des pulsations telles que la valeur de $I(\omega)$ dans ce domaine soit supérieure ou égale à la valeur de l'intensité à la résonance divisée par le facteur $\sqrt{2}$,

En terme de fréquence, on définira la bande passante ΔN , l'ensemble des fréquences telles que la valeur de $I(N)$ dans ce domaine soit supérieure ou égale à la valeur de l'intensité à la résonance divisée par le facteur $\sqrt{2}$,

Détermination de $\Delta\omega$:

On peut, à partir de la courbe déterminer graphiquement la bande passante : on trace la droite d'équation $y = \frac{I(\omega_0)}{\sqrt{2}}$ l'intersection de cette droite et de la courbe représentant $I(\omega)$ permet de définir deux points dont les abscisses ω_1 et ω_2 constituent respectivement les pulsations inférieure et supérieure de la bande passante.



Pour la détermination algébrique des pulsations ω_1 et ω_2 (appelées pulsations de coupure), on doit résoudre l'équation : $I(\omega) = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}} = \frac{U}{R\sqrt{2}}$,

en simplifiant par U et en élevant au carré, on obtient : $R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2 = 2R^2$ soit encore

$(L\omega - \frac{1}{C\omega})^2 = R^2$ et en extrayant la racine : $L\omega - \frac{1}{C\omega} = \pm R$ ce qui correspond à deux équations :

$L\omega - \frac{1}{C\omega} = R$ [1] et $L\omega - \frac{1}{C\omega} = -R$ [2] en réduisant ces expressions au même dénominateur et

en ordonnant, on arrive à : $LC\omega^2 - RC\omega - 1 = 0$ [3] et $LC\omega^2 + RC\omega - 1 = 0$ [4]

Soit deux équations du second degré: les discriminants de ces deux équations sont égaux et leur valeur commune $\Delta = (R.C) + 4.L.C$ est strictement positive ce qui conduit à quatre solutions, dont il ne faudra retenir que les positives;

- les deux racines de [3] sont : $\frac{RC \pm \sqrt{(RC)^2 + 4LC}}{2LC}$

- les deux racines de [4] sont : $\frac{-RC \pm \sqrt{(RC)^2 + 4LC}}{2LC}$

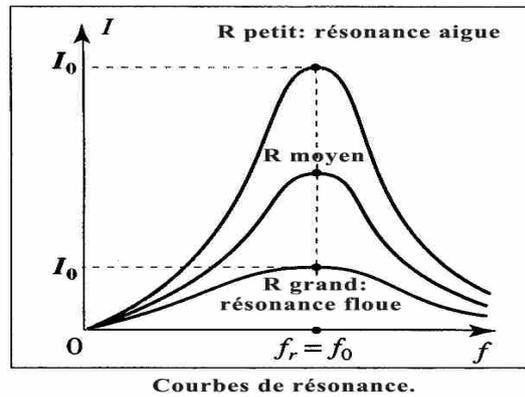
ce qui donne finalement : $\omega_1 = \frac{-RC + \sqrt{(RC)^2 + 4LC}}{2LC}$ et $\omega_2 = \frac{RC + \sqrt{(RC)^2 + 4LC}}{2LC}$

Soit pour la bande passante en pulsation : $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L} = \frac{R\omega_0}{L\omega_0} = \frac{\omega_0}{Q}$

Soit pour la bande passante en fréquence : $\Delta N = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{R}{L \cdot 2\pi} = \frac{\omega_0}{2\pi Q} = \frac{N_0}{Q}$

On remarque que la bande passante est inversement proportionnelle au facteur de qualité du circuit, qui par définition est inversement proportionnel à la résistance du circuit, il en résulte donc que la bande passante est proportionnelle à cette même résistance

Remarque : lorsque le facteur de qualité est "petit" (typiquement inférieur à 1), la bande passante est "large", on parle de résonance "floue",
 - lorsque le facteur de qualité est "grand" (typiquement supérieur à 1), la bande passante est "étroite", on parle de résonance "aigüe".
 Le facteur de qualité Q quantifie l'"acuité" de la résonance.



3.5- Tension aux bornes de la bobine : notion de surtension :

La valeur efficace de la tension aux bornes de la bobine est : $U_L(\omega) = L \cdot \omega \cdot I$, soit en fonction de la valeur de I établie plus haut $U_L(\omega) = L\omega \cdot \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$

On démontre, nous ne le ferons pas ici :

- que U_L peut présenter un extremum, mais la résonance n'existe pas toujours (contrairement à ce qui se passe pour l'intensité)
- que la pulsation de résonance en tension, quand elle existe est différente de ω_0 .

Si on se place maintenant à la pulsation ω_0 , la valeur efficace de la tension aux bornes de la bobine est telle que : $U_L(\omega_0) = L\omega_0 I$

Soit en fonction de la valeur de l'intensité établie plus haut

$$U_L(\omega_0) = L\omega_0 \cdot \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0})^2}}$$

or $(L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0}) = 0$ et par suite $U_L(\omega_0) = \frac{L\omega_0 \cdot U}{R}$

Soit si on s'intéresse au rapport de la tension aux bornes de la bobine à la tension appliquée:

$\frac{U_L(\omega_0)}{U} = \frac{L\omega_0}{R} = Q$ en d'autres termes lorsque Q est supérieur à 1, à la résonance de courant, la valeur efficace de la tension aux bornes de la bobine est supérieure à la valeur efficace de la tension appliquée, et par suite il faudra se montrer prudent lorsqu'on manipule de tels systèmes. Q est aussi appelé facteur de surtension.

Un raisonnement tout à fait analogue pourrait s'appliquer aux bornes du condensateur.

Application

Une bobine résistive ($R = 10\Omega$, $L = 1H$) et un condensateur ($C = 10\mu F$) sont alimentés par une tension sinusoïdale $u(t) = 220\sqrt{2} \cos \omega t$.

- a- Calculer la pulsation à la résonance .
- b- Donner les valeurs efficaces à la résonance et les équations horaires des tensions aux bornes de la bobine et du condensateur. Comparer ces tensions à la tension d'alimentation .Conclure.
- c- Envisager en suite le cas ou $R = 1000\Omega$.Conclure.

Solution

a -

$$LC\omega_0^2 = 1 \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\text{AN : } \omega_0 = 100 \text{rd/s}$$

b -

$$U_c = Z_c I_0 = \frac{I_0}{C\omega_0}$$

$$U_b = Z_b I_0 = I_0 \sqrt{R^2 + L^2 \omega_0^2}$$

$$\text{or } I_0 = \frac{U}{R}; \text{AN : } I_0 = 22 \text{A}$$

$$\text{AN : } U_c = 2200 \text{V}; U_b = 2211 \text{V}$$

Les tensions aux bornes des différents dipôles sont plus grandes que la tension aux bornes du circuit : il y a surtension.

$$u_c = U_{c\max} \cos(\omega_0 t - \frac{\pi}{2})$$

$$u_c = 2200\sqrt{2} \cos(100t - \frac{\pi}{2})$$

$$u_b = U_{b\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_b)$$

$$\text{or } \text{tg}(\varphi_b) = \frac{L\omega_0}{R}; \text{AN : } \text{tg}(\varphi_b) = 10 \Rightarrow \varphi_b = 1,47 \text{rd}$$

$$u_b = 2211\sqrt{2} \cos(100t + 1,47)$$

c - Si $R = 1000\Omega$, l'intensité du courant à la résonance est : $I'_0 = \frac{U}{R} = 0,22 \text{A}$

$$U_c = Z_c I'_0 = 22 \text{V}$$

$$U_b = Z_b I'_0 = 22,11 \text{V}$$

Ces deux tensions sont très inférieures à la tension d'alimentation : la résonance est floue.

4 -Puissance électrique :

4.1 -La puissance instantanée :

En régime continu (U et I constants) ; la puissance vaut $P=UI$.

Dans le cas du régime sinusoïdal forcé, la puissance moyenne consommée sur une période par un dipôle vaut :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t).i(t)dt = UI \cos \varphi$$

Remarque : En régime sinusoïdal, on définit :

- La puissance apparente $P=UI$ (elle se mesure grâce aux indications des voltmètres et ampèremètres).
- La puissance réactive $P_r = UI \sin \varphi$.
- La puissance active $P=U.I.\cos \varphi$ (c'est celle qui est réellement consommée par le dipôle).

Comme $\cos \varphi = \frac{R}{Z}$ la puissance devient $P = UI \frac{R}{Z} = ZI \cdot I \frac{R}{Z} = RI^2$.

Dans un circuit R,L,C la puissance moyenne apparaît sous forme thermique (dans la résistance).

Le rapport $\frac{P_a}{P} = \cos \varphi$ est appelé facteur de puissance.

Un condensateur ou une inductance pure ne consomme pas d'énergie.

4.2- Importance du facteur de puissance :

Le distributeur d'énergie électrique garantit à l'utilisateur une tension U constante.

En supposant que l'ensemble des lignes électriques allant de la centrale de production d'électricité jusqu'au consommateur ont une résistance r, la puissance consommée en ligne (pertes) par effet joule a pour expression :

$$\text{Pertes} = \frac{rP}{U^2 \cos^2 \varphi}$$

Pour réduire les pertes on peut :

- diminuer le cos du consommateur
- augmenter la tension de distribution (lignes à haute tension).

L'essentiel

- Sous l'effet d'une tension sinusoïdale de fréquence f, un circuit « RLC » série est le siège d'oscillations électriques forcées à la fréquence f imposée.
 - La tension d'entrée $u(t)$ peut s'exprimer par la relation : $u(t) = U_m \cos \omega t$
 - Le courant du circuit $i(t)$ s'exprime alors par la relation : $i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi)$

où φ est la phase de $i(t)$ par rapport à $u(t)$

- L'impédance du circuit est définie par $Z = U/I = U_m/I_m$

- Le déphasage est donné par $\tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$

- Si la fréquence imposée est égale à la fréquence propre du dipôle, on observe un phénomène de résonance d'intensité.

- L'intensité est alors maximale $I_0 = U/R$ et $i(t)$ et $u(t)$ sont en phase

- L'impédance Z est alors minimale et égale à la résistance totale du dipôle $Z_0 = R$

- La relation $LC\omega_0^2 = 1$ est alors vérifiée soit $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

- La résonance peut être floue ou aigüe selon la valeur de R

- La bande passante est la bande de fréquence pour laquelle $I \geq \frac{I_0}{\sqrt{2}}$

- La largeur de cette bande est ΔN

- Le facteur de qualité Q est défini par $Q = U_C / U$

soit $Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{\omega_0}{\Delta \omega}$

Exercices

Exercice 1 :

Un générateur maintient entre ses bornes une tension sinusoïdale de valeur efficace $U = 6,3 \text{ V}$ et de fréquence $f = 50 \text{ Hz}$.

On branche entre les bornes du générateur, en série :

-un conducteur ohmique de résistance $R = 11 \Omega$, une bobine non résistive, d'inductance $L = 270 \text{ mH}$

-un condensateur de capacité $C = 45 \mu\text{F}$

1-Faire la construction de Fresnel relative à ce circuit

2-Calculer l'impédance du circuit.

3-Calculer l'intensité efficace du courant.

4-Déterminer la phase de la tension par rapport à l'intensité.

Exercice 2

Un dipôle (R,L,C) série est constitué :

- d'un conducteur ohmique de résistance : $R = 50 \Omega$

- d'une bobine d'inductance : $L = 45 \text{ mH}$ et de résistance : $r = 10 \Omega$

- d'un condensateur de capacité : $C = 10 \mu\text{F}$

On alimente ce dipôle par une tension sinusoïdale de tension efficace $U = 6 \text{ V}$ et de fréquence $N = 100 \text{ Hz}$.

1- Faire la représentation de Fresnel relative à ce circuit.

2- Calculer l'impédance du circuit.

3- Calculer l'intensité efficace du courant.

4- Calculer la tension efficace aux bornes de chaque composant.

5- Calculer la phase de la tension par rapport à l'intensité.

Exercice 3

Un dipôle (R,L,C) série possède les caractéristiques suivantes : $R = 22 \Omega$; $L = 550 \text{ mH}$; $C = 0,80 \mu\text{F}$.

Il est alimenté par un générateur de tension sinusoïdale de fréquence N_0 , de valeur efficace $U = 5 \text{ V}$, qui provoque la résonance du dipôle (R,L,C).

1- Calculer N_0 .

2- Calculer le facteur de qualité du dipôle.

3- Quelle est l'énergie stockée dans le dipôle (R, L, C) ?

4- Quelle est l'énergie consommée par le dipôle (R,L,C) pendant une durée $t_1 = 25 \text{ s}$?

5- Quel est le facteur de puissance du circuit ?

Exercice 4

On considère trois dipôles associés en série : un conducteur ohmique de résistance R , une bobine d'inductance L et de résistance r , un condensateur de capacité c . Ils sont branchés aux bornes d'un générateur délivrant une tension sinusoïdale. A l'aide d'un voltmètre on a mesuré les tensions efficaces : $U_R = 24 \text{ V}$; $U_C = 50 \text{ V}$, $U = 30 \text{ V}$ tension efficace aux bornes de l'ensemble. A l'aide d'un oscillographe, on a trouvé que la tension u aux bornes de l'ensemble est en retard de phase $\varphi = -30^\circ$ par rapport à l'intensité.

1- Soit φ_B la phase de la tension aux bornes de la bobine par rapport à l'intensité. Représenter sur un diagramme de Fresnel les tensions u_R , u_L , u_C et u . Faire apparaître sur le schéma φ_B et φ .

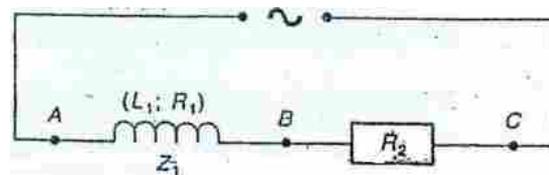
Montrer que : $\tan \varphi_B = \frac{U_C - U \sin |\varphi|}{U \cos \varphi - U_R}$ et $U_L = \frac{U \cos \varphi - U_B}{\cos \varphi_B}$

3-Calculer les valeurs numériques de U_L et de φ_B .

4- La résistance R est égale 200Ω . La fréquence utilisée est 500 Hz . Calculer l'impédance de la bobine, son inductance et sa résistance, ainsi que la capacité du condensateur

Exercice 5

Un générateur fournit une tension sinusoïdale de pulsation ω . Entre A et B se trouve une bobine de résistance R_1 et d'inductance L_1 , son impédance est notée Z_1 . Entre B et C se trouve un conducteur ohmique de résistance R_2 . L'intensité instantanée du courant est : $i = I_m \sin \omega t$



1-On note φ la phase de la tension entre les bornes A et B par rapport à l'intensité du courant.

Exprimer en fonction de Z_1 , R_2 , I_m , t et φ les tensions instantanées u_{AB} et u_{BC} .

2-On place un voltmètre de grande impédance successivement entre A et B puis entre B et C et entre A et C. Il indique les valeurs efficaces suivantes : $U_{AB} = 45V$, $U_{BC} = 40V$, $U_{AC} = 75V$

a) Ecrire la relation entre les tensions instantanées u_{AB} , u_{BC} et u_{AC}

b) En utilisant la construction de Fresnel montrer que la phase φ vérifie la relation

$$\cos \varphi = \frac{U_{AC}^2 - U_{BC}^2 - U_{AB}^2}{2U_{BC} \cdot U_{AB}}$$

3 -On donne $R_2 = 20\Omega$, calculer :

a) La puissance consommée dans le conducteur ohmique

b) La puissance consommée dans la bobine

c) La résistance de la bobine

Exercice 6

On considère trois dipôles : un conducteur ohmique de résistance R , un condensateur de capacité C , une bobine de résistance r et d'inductance L , enfermés dans trois boîtes différentes.

1-On branche successivement ces trois dipôles sur une alimentation continue délivrant une tension de $12V$. On mesure l'intensité du courant (en régime permanent). On obtient :

- pour la boîte 1, $I_1 = 0$

- pour les boîtes 2 et 3, $I_2 = I_3 = 240mA$ Quelles sont les conclusions que l'on peut tirer de ces résultats ?

2-On branche successivement ces trois dipôles sur une alimentation alternative délivrant une tension efficace de $24V$ de fréquence 50 Hz .

On mesure l'intensité efficace du courant traversant chaque dipôle. On obtient :

- pour la boîte 1, $I_1 = 75mA$

- pour la boîte 2, $I_2 = 480mA$

- pour la boîte 3, $I_3 = 406mA$

a- Calculer les impédances des trois dipôles.

b- Préciser le contenu de chacune des boîtes. Déterminer les valeurs de L et C .

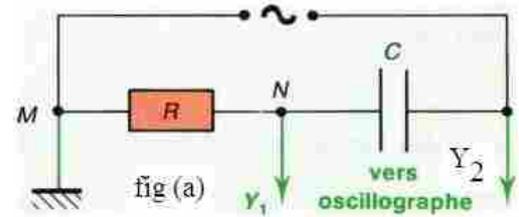
3-On monte ces trois dipôles en série. On alimente ce circuit (R , L , C) en courant alternatif de tension efficace $24V$ et de fréquence variable.

a) Pour quelle fréquence l'intensité et la tension seront-elles en phase?

b) Quelle est alors l'intensité efficace du courant?

Exercice 7

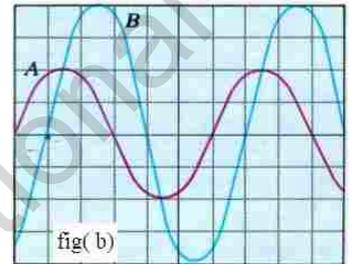
On place en série, entre M et N , un conducteur ohmique de résistance $R = 100 \Omega$, entre N et P , un condensateur de capacité C . On alimente l'ensemble entre M et P par une tension sinusoïdale de fréquence f . On branche un oscillographe bicourbe (figure a).



1- Indiquer quelles sont les tensions observées sur chacune des voies de l'oscillographe.
 2- Le réglage de l'oscillographe correspond, pour les deux voies :
 - en abscisses, à 1 ms par division ;
 - en ordonnées, à 2 V par division.
 On observe l'oscillogramme représenté sur la figure b.

a) Quelle est la période de la tension d'alimentation ?

b) En utilisant les valeurs maximales des deux voies, identifier les courbes de chacune de ces voies.



c) Quelle est l'intensité maximale du courant ?

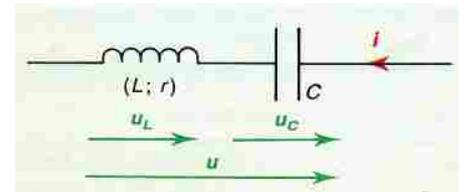
d) Quelle est la phase de la tension d'alimentation par rapport à l'intensité du courant ?

3-a) Calculer l'impédance du dipôle (M, P).

c) Calculer l'impédance et la capacité du condensateur

Exercice 8

On monte en série une bobine de résistance r et d'inductance L et un condensateur de capacité C . On soumet l'ensemble à une tension u de fréquence réglable. $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$ avec $U = 120V$. Soit i l'intensité instantanée. L'intensité efficace dans le circuit passe par une valeur maximale $I_0 = 1,33A$ pour la fréquence



$f_0 = 159Hz$. Pour une autre valeur f_1 l'intensité efficace vaut

$0,8A$ et la tension efficace aux bornes du condensateur est alors $U_C = 128V$.

1- Calculer r ; déterminer les impédances de l'ensemble et du condensateur pour la fréquence f_1 .

2- Dans le cas où $f = f_1$ l'impédance du condensateur est supérieure à celle de la bobine. Laquelle des fonctions i et u est-elle en avance sur l'autre. Calculer la phase de la tension par rapport au courant.

3- Soit φ_B et φ_C les phases des tensions u_B et u_C par rapport à l'intensité pour la fréquence f_1

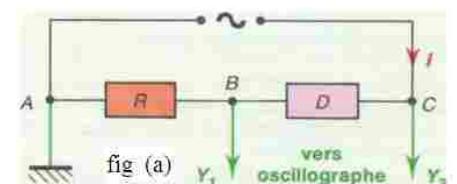
a) Représenter sur un diagramme de Fresnel les tensions u_B , u_C et u . Faire apparaître sur le schéma φ et φ_B .

b) En déduire une expression de $\tan \varphi_B$ en fonction de u_C , u et φ . Calculer φ_B

c) Calculer L, C, f_1 .

Exercice 9

On considère un dipôle D de nature inconnue, monté en série avec un conducteur ohmique de résistance $R = 100\Omega$ et un générateur B.F. de tension sinusoïdale dont la fréquence et la tension efficaces sont réglables (fig 1).



On utilise un oscillographe dont les réglages sont les suivants :
 $5 \cdot 10^{-2} ms \cdot cm^{-1}$ pour le balayage ; $0,5V \cdot cm^{-1}$ pour la voie 1 ; $1V \cdot cm^{-1}$ pour la voie 2.

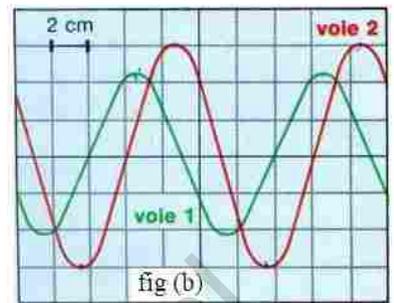
La figure (b) représente l'écran lorsque l'oscilloscope est branché selon le schéma précédent.

1-déduire de cette figure :

a) la fréquence de la tension sinusoïdale;

b) les valeurs efficaces de l'intensité instantanée i qui traverse le circuit et de la tension instantanée u_{CA} aux bornes du générateur;

c) le déphasage φ de la tension u_{CA} par rapport à l'intensité i . Préciser s'il y a avance ou retard de phase de u_{CA} par rapport à i .



On envisage les hypothèses suivantes :

- D est un conducteur ohmique de résistance R ;
- D est une bobine de résistance r et d'inductance L ;
- D est un condensateur de capacité C ;
- D est une bobine de résistance r et d'inductance L en série avec un condensateur de capacité C .

Montrer que l'on peut éliminer certaines de ces hypothèses.

2- La tension efficace aux bornes du générateur étant maintenue constante la valeur $U = 12V$ on fait varier la fréquence. On constate que l'intensité efficace passe par un maximum de valeur $I_0 = 107mA$ pour la fréquence $f_0 = 2,15 \cdot 10^3 Hz$. Quelle est la nature du dipôle D ? En déduire ses caractéristiques.

Exercice10

On considère un condensateur de capacité C .

1-a) Le condensateur porte une charge Q . Sous quelle tension a-t-il été chargé ?

b) Calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur. A.N : $C = 4 \mu F$; $Q = 6 \cdot 10^{-4} C$.

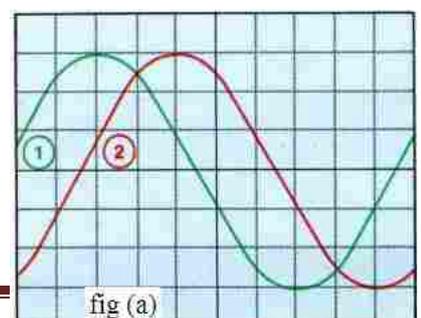
2- Soit un circuit comprenant en série le condensateur précédent, une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, un conducteur ohmique de résistance R , un générateur B.F. fournissant une tension sinusoïdale.

On se propose d'étudier, lorsque la fréquence du générateur varie, le déphasage entre l'intensité du courant et la tension aux bornes du dipôle (R, L, C) d'une part, l'intensité efficace du courant d'autre part.

Indépendamment du dipôle étudié et du générateur, quels sont les appareils indispensables à la réalisation expérimentale de cette étude? Préciser leurs fonctions et faire un schéma du montage à réaliser.

3/ En réalisant l'expérience, on obtient les courbes de la figure (a).

La courbe (1) correspond à la tension aux bornes du dipôle (R, L, C); la courbe (2) correspond à l'intensité du courant. Le balayage est de 1 ms par division.



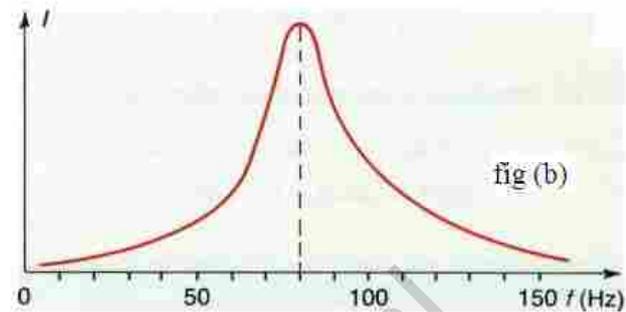
Déterminer, à partir de ces courbes, la période et la fréquence de la tension, ainsi que la phase de la tension par rapport à l'intensité.

4/ La figure (b) représente la variation de l'intensité efficace du courant en fonction de la fréquence du générateur.

a/ A quel phénomène correspond le maximum observé sur la courbe?

La capacité du condensateur est $C = 3 \mu\text{F}$. Déterminer l'inductance de la bobine.

b/ En tenant compte des résultats de la question 3/, calculer la résistance du dipôle (R, L, C).



Exercice 11

Un générateur délivre une tension alternative sinusoïdale $u(t) = U_m \sin(100\pi t + \varphi)$. Il débite dans un circuit électrique composé des éléments suivants montés en série :

-Un résistor de résistance $R = 200\Omega$;

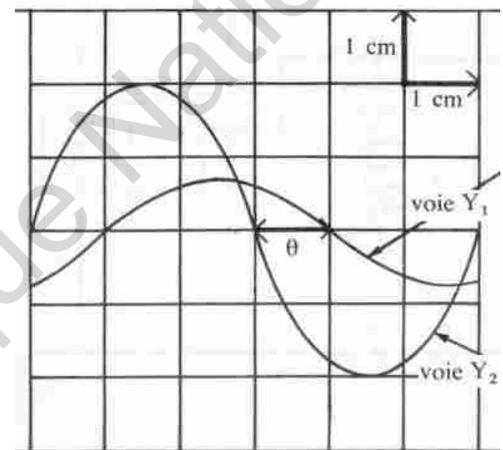
-Une bobine d'inductance L variable et de résistance négligeable ;

— Un condensateur de capacité C.

A l'entrée Y_1 , d'un oscilloscope bicourbe, on applique la tension instantanée $u_R(t)$ existant aux bornes du résistor; on visualise ainsi l'intensité instantanée $i(t)$ du courant. A l'entrée Y_2 de l'oscilloscope on applique la tension instantanée $u(t)$ existant aux bornes de l'ensemble du circuit.

1° Faire un schéma simple du montage électrique en plaçant les fils de branchement aux entrées de l'oscilloscope.

2° Pour une valeur de L on observe sur l'écran de l'oscilloscope les courbes ci-contre.



Sachant que, verticalement 1 cm sur l'écran de l'oscilloscope représente 60 V et que le balayage de l'oscilloscope est tel que, horizontalement, 6 cm sur l'écran représentent une période T de $u(t)$ et de $i(t)$, déduire des courbes observées:

a) la valeur maximale U_m de $u(t)$.

b) Le décalage horaire θ entre $u(t)$ et $i(t)$ et leur déphasage φ sachant qu'un décalage d'une période correspond à un déphasage de 2π radians.

3-a) Donner l'expression de $u(t)$.

b) Faire, en la justifiant à l'aide des résultats précédents, la construction qualitative de Fresnel.

4-a) Calculer la valeur efficace U de la tension $u(t)$ aux bornes du circuit.

b) Calculer l'impédance Z du circuit.

c) En déduire la valeur efficace I de l'intensité du courant électrique.

5- Pour une valeur $L_0 = 1\text{H}$ de l'inductance de la bobine, $u(t)$ et $i(t)$ sont en phase.

a) De quel phénomène s'agit-il?

b) Quelle est alors l'impédance du circuit?

c) En déduire l'intensité efficace I_0 du courant électrique.

d) Calculer la capacité C du condensateur utilisé dans le montage.

6-a) Donner l'allure de la courbe $I = f(L)$ lorsque L varie. Placer L_0 et I_0 .

b) Montrer qualitativement, à l'aide de la courbe, que l'intensité efficace du courant peut avoir une même valeur I pour deux valeurs distinctes L_1 et L_2 de l'inductance de la bobine.

c) Si $I = 0,3\text{ A}$, calculer L_1 et L_2 .

TROISIÈME PARTIE : Vibrations- Propagation

Chapitre I: Les Phénomènes Périodiques

Chapitre II: Propagation d'un mouvement vibratoire

Institut Pédagogique National

CHAPITRE I :

Les phénomènes périodiques

Objectifs

- * Comprendre ce qu'est un phénomène périodique
- * Savoir les définitions exactes de la période et de la fréquence
- * Comprendre le fonctionnement d'un stroboscope.

Institut Pédagogique National

1-Généralités

1.1- Exemples :

1.1.1 -Phénomènes périodiques dans les temps :

Nous observons autour de nous, un grand nombre de phénomènes qui se répètent : saisons, rotation de la terre sur elle – même et autour du soleil, battements du cœur, respiration, floraison des plantes, tic – tac d'une montre, rotation d'une roue, rotation des aiguilles d'une montre, les mouvements de certaines pièces de moteurs tournant à vitesse constante, le mouvements des pendules si l'amortissement est négligé

1.1.2- Phénomènes périodiques dans l'espace :

Les bornes kilométriques le long d'une route, les poteaux télégraphiques, les traverses en bois qui soutiennent les rails de chemin de fer, forment des phénomènes périodiques dans l'espace.

1.2 - Définition:

Un phénomène est périodique dans le temps ou dans l'espace, s'il se reproduit identique à lui- même à des intervalles de temps ou d'espace successifs égaux.

1.3- Période :

La période T d'un phénomène périodique, dans le temps,est le temps constant T au bout du quel le phénomène se reproduit identique à lui – même, elle s'exprime en seconde.

Exemple : la période de rotation de la terre autour du soleil est une année, et d'une journée pour une rotation sur elle – même.

Rotation de la grande aiguille d'une montre : $T=1h$

1.4 - Fréquence :

La fréquence N est le nombre de répétitions d'un phénomène périodique par unité de temps.

C'est l'inverse de sa période $N=1/T$: Elle s'exprime en Hertz (Hz) on utilise les multiples suivants :

- Le kilohertz : $1KHz=10^3$ Hz.
- Le mégahertz : $1MHz = 10^6$ Hz.
- Le gigahertz : $1GHz = 10^9$ Hz.

Exemple : Respiration de l'homme : $T=4s$; $N= 0,25$ Hz

Pulsations cardiaques de l'homme : $T=1s$; $N=1Hz$.

1.5 - Cas particulier:

- **phénomènes sinusoïdaux :** ils sont tous périodiques. La grandeur qui les représente est une fonction sinusoïdale du temps.

Elle associe à chaque valeur du temps, un réel $f(t)$: $t \longrightarrow f(t)$.

Si T est la période, $f(t+T)=f(t)$

Remarque : *Tout phénomène sinusoïdal est périodique mais la réciproque n'est pas toujours vérifiée. En effet, un phénomène peut-être périodique, sans être sinusoïdal.*

Exemples :

- * Rotation de la terre autour du soleil
- * Mouvement circulaire uniforme.

1.6 -Moyens d'Etude :

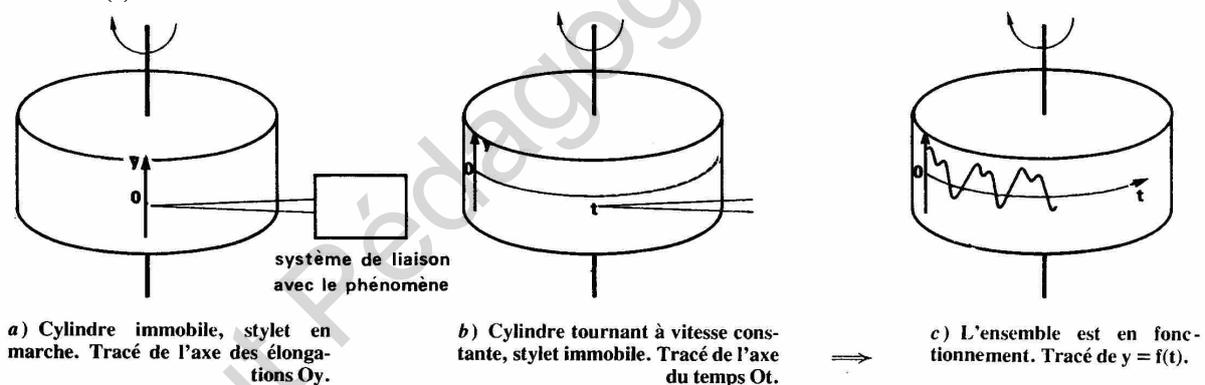
Il existe plusieurs techniques pour étudier les phénomènes plus ou moins rapides :

- * L'enregistrement graphique, le miroir tournant, l'oscilloscope électronique permettent d'obtenir une représentation du phénomène en fonction du temps.
- * La stroboscopie et l'ultra cinéma permettent de ralentir apparemment les phénomènes périodiques rapides pour les analyser .

1.6.1 - L'enregistrement graphique :

L'appareil se compose de deux parties principales :

- un cylindre qui tourne à vitesse constante
 - un stylet relié au phénomène étudié et dont l'amplitude des vibrations est proportionnelle à celle du phénomène étudié.
- Dans un 1^{er} temps, le cylindre est immobile et le stylet est en marche, on obtient alors le tracé de l'axe des élongations Oy.
 - Dans un 2^{ème} temps le cylindre tourne à vitesse constante, et le stylet est immobile, on obtient alors l'axe du temps Ot.
 - Dans un 3^{ème} temps l'ensemble est en fonctionnement on obtient alors le tracé donnant $y=f(t)$



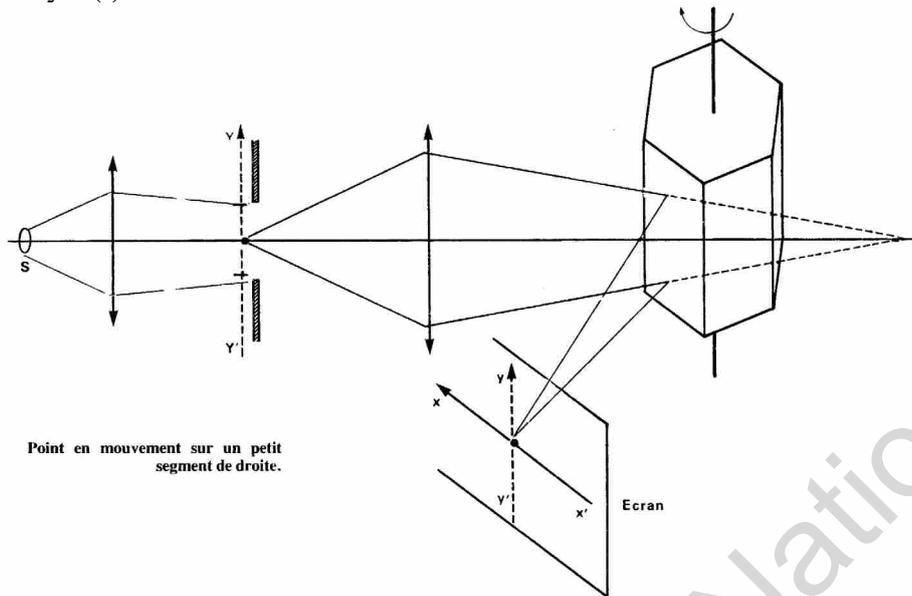
Dans les usines de mécanique, les hôpitaux, les laboratoires, beaucoup d'appareils de contrôle fonctionnent sur ce principe. On peut très vite, déceler une anomalie dans le phénomène surveillé ; l'électro-gramme est un exemple, bien connu.

1.6.2- Le miroir tournant :

Le miroir tournant permet d'étudier le mouvement rapide d'une partie ponctuelle d'un solide qui peut-être éclairé.

- Le point vibre et le miroir est immobile : sur l'écran on obtient une trace $y'y$ verticale représentant l'axe des élongations.
- Le point est immobile et le miroir tourne à vitesse constante : sur l'écran on obtient une trace $x'x$ horizontale représentant l'axe des temps.

- Le point vibre et le miroir tourne : nous observons sur l'écran la représentation graphique de la fonction $y=f(t)$



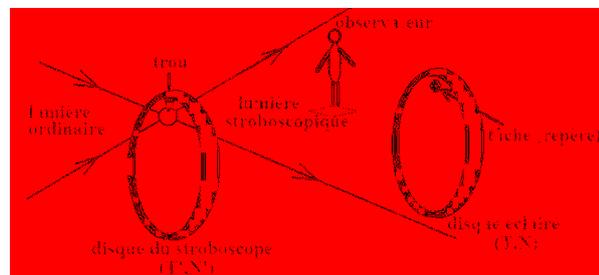
Remarque : dans le montage, la direction de vibration du point est parallèle à l'axe de rotation du miroir.

1.6.3 - La stroboscopie :

La stroboscopie donne d'un phénomène périodique, une « image » ralentie. Le principe de l'appareil, appelé stroboscope est d'émettre des éclairs très brefs à des intervalles de temps égaux appelés période T' des éclairs. L'utilisateur peut régler, à volonté ces intervalles de temps, donc la fréquence N' des éclairs.

Les stroboscopes modernes sont électroniques, les anciens stroboscopes sont mécaniques et sont constitués en général, d'un disque comportant une plaque opaque, qui peut être percée de un ou plusieurs trous par lequel (par lesquels) peut passer la lumière émise par une lampe toujours éclairée et fixée derrière le disque.

- **Principe de fonctionnement d'un stroboscope mécanique :** Le disque du stroboscope tourne (sa vitesse de rotation peut-être réglée grâce un bouton se trouvant sur l'appareil), un bref éclair jaillit chaque fois que le trou coïncide devant l'ampoule puis de nouveau l'obscurité jusqu'à ce que le trou effectue un tour complet et coïncide de nouveau devant la lampe,.....etc
- **observations :** Pour simplifier nous allons observer au moyen du stroboscope la rotation rapide d'un disque, blanc, sur la périphérie duquel, est dessiné un repère (une tâche noire ; par exemple).

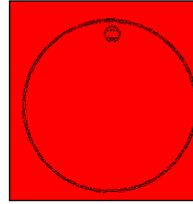


Soient T et N respectivement la période et la fréquence du phénomène observé (ici la rotation du disque blanc sur lequel on avait tracé la tâche noire). Soient T' et N' respectivement la période et la fréquence des éclairs (stroboscope)

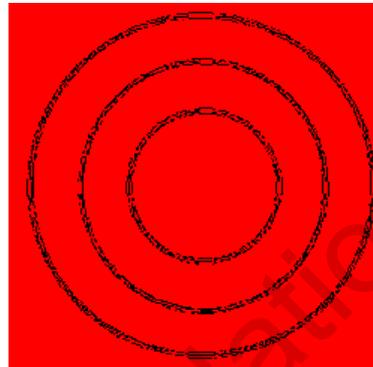
Soient θ et n la période et la fréquence du mouvement apparent du phénomène observé.

- **Observations sans stroboscope :** (lumière ordinaire)

- Si le disque éclairé est immobile : nous voyons distinctement la tâche noire .



- Si le disque éclairé est en rotation rapide :
L'œil ne voit plus une seule tâche mais une traînée grise correspondant à sa trajectoire.
Ceci est dû à la persistance des impressions rétiniennes.



Remarque : Persistance rétinienne :

Pour voir un objet, celui-ci doit recevoir de la lumière d'une source lumineuse, le soleil par exemple ou une lampe.

L'objet réfléchit de la lumière reçue. Le faisceau réfléchi tombe sur l'œil et crée un influx nerveux au niveau de la rétine car cette dernière renferme une substance photosensible, la rhodopsine.



La décomposition de cette substance crée donc un influx nerveux qui doit parcourir le nerf optique jusqu'au cerveau, ce dernier fait une analyse et donne une réponse (feed - Back).

Pendant ce temps l'image de l'objet vu, doit rester sur la rétine.

Ce temps est appelé persistance rétinienne. Les études biologiques ont montré qu'il est de l'ordre de 1/15 à 1/20 de seconde.

Si les images sont trop rapides, (espacées de moins de 1/15 ou 1/20), on risque de donner de faux jugements.

Exemple : Si on fait tourner rapidement une bille suspendue à l'extrémité d'un fil, on a l'impression qu'il s'agit d'une infinité de billes ! Les espaces entre les hélices d'un ventilateur ne sont appréciablesetc

Pour palier à cela, on ralentit les mouvements rapides en utilisant le stroboscope par exemple.

- **Observations à l'aide d'un stroboscope:** On éclaire maintenant le disque en rotation en faisant varier la fréquence N' des éclairs. Les principales figures observées sont les suivantes :

- **Immobilité apparente :**

* **Si $N=kN'$** ou $T'=kT$ ($k \in \mathbb{N}$)

Entre deux éclairs, c'est-à-dire pendant un tour du stroboscope ; le disque fait k tours complets
L'observateur voit la tâche toujours à la même position.

La tâche semble donc immobile puisque l'observateur a l'impression qu'elle ne bouge pas :

Exemple : si $N = N'$ ou $N = 2N'$: $N = 3N'$

Entre deux éclairs le disque fait ; respectivement 1 tour, 2 tours, 3 tours,..... et l'observateur observe toujours une seule tâche apparemment immobile.

*Si $N' = kN$ ($T = k T'$)

Quand le disque effectue un tour complet il jaillit k éclairs et l'observateur voit k tâches apparemment immobiles.

Exemple :

$N' = 2N$ (deux tâches)

Le 1^{er} éclair l'observateur voit la tâche dans la position (1)

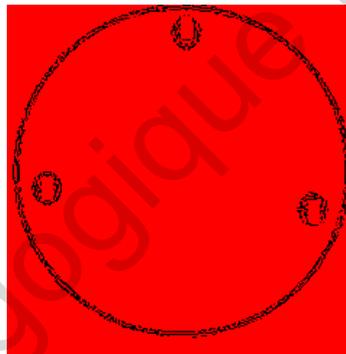
Au 2^{ème} éclair, c'est-à-dire quand le stroboscope achève son 1^{er} tour, le disque (donc la tâche) a fait $\frac{1}{2}$ (un demi- tour) et l'observateur la voit dans la position (2)

Quand le stroboscope achève son 2^{ème} tour le disque donc la tâche, fait un tour complet donc la tâche revient à la position (1) .

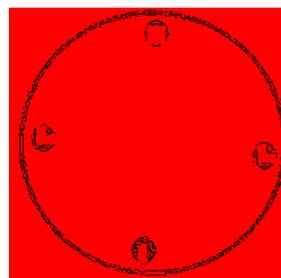
Quand on demande à l'observateur ce qu'il a vu au total, à la fin de cette expérience, il va répondre qu'au total il a pu voir deux tâches.



De même si $N' = 3N$ ou observe 3 tâches



Si $N' = 4N$, l'observateur voit quatre tâches apparemment immobiles

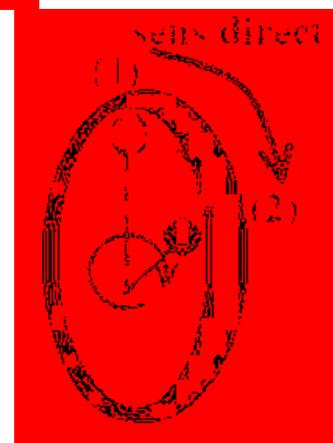


- **Le mouvement ralenti : Si N et N' sont voisines :**

1^{er} cas : Le mouvement ralenti direct : si N est légèrement supérieure à N' : le disque tourne un plus vite que le stroboscope, entre deux éclairs c'est-à-dire pendant un tour du stroboscope, le disque fait un tour + une fraction de tour (1tour+ $\frac{1}{p}$ ième de tour).

Mais l'observateur a l'impression que la tâche a bougé de $\frac{1}{p}$ ième de tour seulement, puisque toute la rotation (un tour s'est effectuée dans l'obscurité) .

Le mouvement est ralenti mais dans le sens direct (réel).
En effet apparemment la tâche n'est pas immobile puisque



l'observateur l'a vue dans deux positions différentes ; au 1^{er} éclair, à la position (1) et au 2^{eme} éclair à la position (2). Et comme en réalité la tâche a fait 1 tour +1/p ieme de tour et l'observateur n'a pu apprécié que le 1/pieme de tour seulement le mouvement est alors ralenti.

Le tableau suivant indique les angles de rotation du disque, du stroboscope et du mouvement apparent :

Rotation du stroboscope	Rotation réelle du disque	Rotation apparent de disque
1tour	$1\text{tr} + \frac{1}{p}$ tour	$\frac{1}{p}$ tour
2tr	$2\text{tr} + \frac{2}{p}$ tour	$\frac{2}{p}$ tour
.	.	.
.	.	.
p tours	(P+1)tours	1tour

Donc à p tours du stroboscope effectués en p .T'(s)

Correspondent (p +1) tours réels du disque effectués en (p+1) .T (s) et correspond 1 tour apparent effectué en θ (s)

Donc :

$$p.T'=(p+1).T=1\theta$$

$$p= \theta /T' \text{ et } p= \theta /T-1 \Rightarrow \theta /T'= \theta /T-1$$

$$\Leftrightarrow 1/T'=1/T-1/ \theta \Leftrightarrow N'=N-n \text{ d'où } n=N-N'$$

2^{eme} cas : Le mouvement ralenti inverse : si le disque tourne un peu moins vite que le stroboscope alors N'est légèrement supérieure à N Pendant 1 tour du stroboscope, le disque effectue un tour - 1/p ieme de tour, il semble donc tourner mais dans le sens inverse de rotation

Un tableau semblable au précédent permet de montrer que : à P tours du stroboscope effectués en p.T'(s) correspondent (p-1) tours réels du disque effectués en (p-1).T (s) et correspond un tour apparent effectué en θ (s) donc

$$p.T'=(p-1).T=1\theta$$

$$p= \theta /T' \text{ et } p= \theta /T+1$$

$$\text{D'où : } n=N'-N$$



Résumé :

- Si $N=kN'$ on a alors une immobilité apparente
- Si N est légèrement supérieure à N': le mouvement est ralenti dans le sens direct
- Si N est légèrement inférieure à N': le mouvement est ralenti dans le sens inverse
- La fréquence du mouvement apparent, ralenti est $n = |N-N'|$

Remarque : si le disque du stroboscope renferme P trous, alors la fréquence des éclairs est d'autant plus multipliée.

1.7 - Vocabulaire de base :

Lorsqu'une pierre tombe à la surface plane d'une eau calme, une ride circulaire se forme et s'élargit progressivement. Cette déformation de l'eau créée par la pierre au point de chute, s'appelle **ébranlement**.

Celui-ci se transmet aux différents points de la surface du liquide, on dit qu'il **se propage**.

L'eau qui est capable de reprendre son état initial, après avoir subi une déformation est un milieu **élastique**.

Donc :

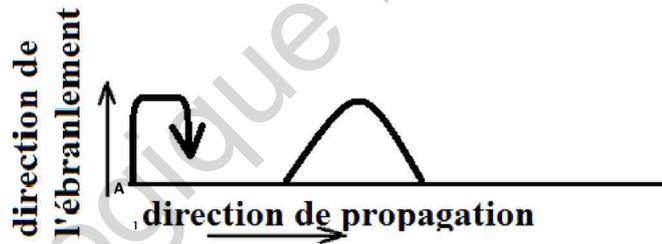
- un ébranlement : est une déformation locale imposée à un milieu élastique
- milieu élastique : tout milieu capable de reprendre son état initial lorsque cesse une déformation qui lui a été imposée

1.8- Ebranlement transversal :

On appelle ébranlement transversal, un ébranlement dont la direction est perpendiculaire à la direction de propagation.

Exemple : utilisons une corde de caoutchouc posée sur une longue table communiquons au point A, un aller-retour rapide (ébranlement) perpendiculaire à la corde.

L'ébranlement provoqué en A, se propage le long de la corde.



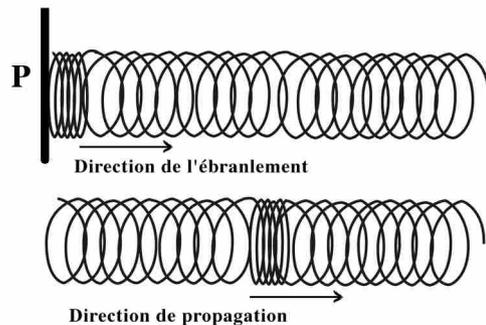
Remarque : c'est ce genre d'ébranlement qu'on observe à la surface de l'eau.

1.9- Ebranlement longitudinal

C'est un ébranlement dont la direction est la même que la direction de propagation.

Exemple :

Utilisons un grand ressort à spires non jointives. Communiquons un aller-retour rapide du piston P. vers la droite, on provoque ainsi une compression de quelques spires dans la direction horizontale. Cet ébranlement ainsi provoqué se propage suivant l'horizontale.



1.10- Mécanisme de la propagation :

- Un point M de la corde situé à une distance x de l'origine O de la corde se retrouve après le passage de l'ébranlement à la même distance x de O. Chaque point subit un ébranlement mais revient à sa position initiale. Il en est de même pour les spires du ressort.

« La propagation d'un ébranlement ne correspond pas à un transport de matière »

- Une certaine énergie est initialement communiquée au point origine appelée source.

Le point M de masse m s'élève grâce à cette énergie.

Il la transmet au point suivant en s'abaissant.

« La propagation d'un ébranlement correspond à un transport d'énergie »

1.11- Vitesse de propagation ou célérité d'un ébranlement :

Pour une corde élastique, la vitesse de propagation dépend de la tension F de la corde et de sa masse linéique μ (Masse par unité de longueur)

On montre que :
$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

1.12-Mouvement vibratoire ou onde :

C'est une succession d'ébranlements identiques.

1.13- Longueur d'onde :

C'est la distance λ parcourue par l'onde pendant une période complète.

$$\lambda = vT = \frac{v}{N} \quad \lambda \text{ en m}$$

1.14-Différence de phase (déphasage) :

Soient deux phénomènes périodiques sinusoïdaux, de même pulsation ω , représentés respectivement par : $y_1 = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$

$$y_2 = a_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

La différence de phase ou déphasage entre ces deux phénomènes est : $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$

Cas particuliers :

- Si $\Delta\varphi = 2k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$
Les deux phénomènes sont dits en phase
- Si $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$
Les deux phénomènes sont dits en opposition de phase
- Si $\Delta\varphi = (2k+1)\pi/2$ où $k \in \mathbb{Z}$
Les deux phénomènes seront en quadrature de phase.

L'essentiel

- Un phénomène est dit périodique s'il se reproduit identique à lui-même à des intervalles de temps constants appelés période.
- Un ébranlement est une déformation locale imposée à un milieu élastique.
- Un ébranlement transversal est un ébranlement dont la direction est perpendiculaire à la direction de propagation.
- Un ébranlement longitudinal est un ébranlement dont la direction est la même que la direction de propagation.
- La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde pendant une période complète.

$$\lambda = v \cdot T = v/N$$

Exercices

Exercice 1

On éclaire un disque noir ayant une tache blanche à l'aide d'un stroboscope dont les éclairs ont une fréquence N_e variable. Le disque tourne à la vitesse de 3600tr/min

1- Décrire l'observation si N_e prend les valeurs 61Hz, 58Hz, 180Hz, 120Hz, 30Hz, 20Hz.

2 -On donne au disque une nouvelle vitesse de rotation et on fait varier la fréquence du stroboscope. Trouver la vitesse de rotation du disque sachant que 50Hz est la plus grande valeur de la fréquence qui permet d'observer une tache unique et immobile.

Exercice 2

Un ventilateur comporte 4 pales identiques .Il tourne à la vitesse constante de N tours par seconde .Il est éclairé par un stroboscope électronique à la fréquence N_e .

1- quelle relation doivent vérifier N et N_e pour que le ventilateur paraisse immobile,

2- On peint l'une des pales en rouge .

Répondre à la même question.

Exercice 3

Un disque noir D sur lequel est peint un secteur blanc tourne à la vitesse constante de $N = 1800$ tours /minute. Le disque est observé à l'aide d'un stroboscope mécanique constitué d'un disque D' comportant 4 trous régulièrement espacés et tournant à vitesse constante devant une source lumineuse .Quelle est la plus grande vitesse de rotation du disque D' qui permet de voir le secteur blanc immobile ?

Exercice 4

Un disque blanc D portant un secteur noir tourne à la fréquence N .Ce disque est observé à l'aide d'un stroboscope mécanique constitué d'un disque D' comportant 4 trous régulièrement espacés et tournant à la vitesse angulaire constante de 10tours /seconde devant une source lumineuse .

1- Calculer la fréquence N_e et la période T_e des éclairs .

2- Quelle doit être la vitesse de rotation en tours par seconde du disque D pour que le secteur paraisse immobile ?

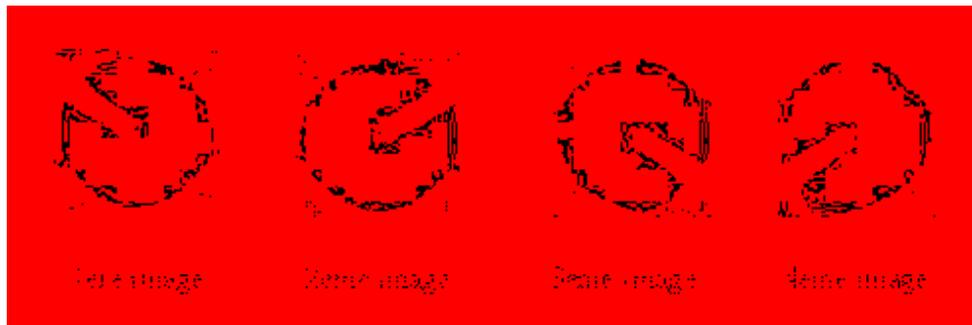
3- Le disque D tourne à la vitesse de 41tours /seconde. Expliquer le phénomène observé. En déterminer tous les paramètres.

4- Le disque D tournant à la fréquence N , on l'éclaire à l'aide d'un stroboscope électronique .Quelle doit être la fréquence N'_e des éclairs pour que l'on observe 3 secteurs immobiles régulièrement repartis.

Exercice 5

Le film enregistré par un caméscope est en réalité une succession d'images prises à la fréquence de 25 images par seconde.

On examine image par image le film de la rotation d'un disque tournant dans le sens des aiguilles d'une montre devant l'objectif du caméscope ; quatre images successives figurent ci-dessous :



- 1- Quelles sont tous les mouvements possibles du disque entre deux images consécutives ?
- 2- Ecrire la relation générale existant entre T_i (intervalle de temps entre deux images) et la durée T d'un tour.
- 3 - Calculer quatre valeurs possibles de la fréquence de rotation du disque.
- 4 - La rétine garde une image en mémoire environ 0,15 s.
Expliquer ce qu'observe un téléspectateur qui visionne ce film.

Exercice 6

L'extrémité d'une corde élastique est animée d'un mouvement vibratoire sinusoïdal transversal de fréquence 65Hz. Le premier point de la corde à partir de la source O qui vibre en opposition de phase avec O est à l'abscisse $OM = 30\text{cm}$.

- 1-Calculer la célérité des ondes le long de la corde .
- 2-Chercher les abscisses des points qui vibrent en phase avec M

Exercice 7

Une source S est animée d'un mouvement vibratoire de fréquence $N = 50\text{Hz}$.Les vibrations se propagent le long d'une corde avec une célérité $C = 10\text{m/s}$.

- 1- Quelle est la longueur d'onde ?
- 2- Comparer le mouvement d'un point M situé à 20cm de S à celui de S.

Exercice 8

On crée à la surface de l'eau d'une cuve des ondes circulaires de longueur d'onde $\lambda = 1\text{cm}$.
On éclaire la surface de l'eau avec un stroboscope.

- 1 - La plus grande fréquence des éclairs pour laquelle la surface de l'eau paraît immobile est $N_e = 15\text{Hz}$.
Quelle est la fréquence du vibreur ?
Calculer la célérité des ondes à la surface de l'eau .
- 2 - Quel sera l'aspect de la surface de l'eau en éclairage stroboscopique de fréquence $N'_e = 30\text{Hz}$.
- 3 - Quel sera l'aspect de la surface de l'eau en éclairage stroboscopique de fréquence $N''_e = 16\text{Hz}$. préciser le sens et la célérité de la propagation apparente.

Exercice 9

On éclaire un disque, tournant à la vitesse de $N\text{tr/s}$ sur lequel on a marqué un rayon OM, à l'aide d'un projecteur dont le faisceau est intercepté par un second disque D' tournant à la vitesse de $N'\text{tr/s}$ et comportant $p=3$ ouvertures régulièrement réparties sur sa périphérie.

1-D'tourne à la vitesse constante. On met D en mouvement, N augmente progressivement .Pour quelle valeur de N voit- on pour la première fois OM immobile. $AN : N' = 10\text{tr/s}$

2-Montrer qu'avant la première immobilité apparente, on peut voir quatre rayons immobiles. Pour quelles valeurs de N ?

Exercice 10 :

Un stroboscope électronique produit des éclairs, dont la fréquence N_e est connue à 1HZ près.

1-Il éclaire une lame vibrante. La valeur maximale de $N_e = 120\text{Hz}$. Quelle est la fréquence N du mouvement de la lame ?

2-La fréquence des éclairs est amenée progressivement, de 0 à 100Hz. La persistance des impressions lumineuses dure $\frac{1}{20}\text{s}$. Combien de fois se manifeste l'immobilité apparente.

3- N_e est de nouveau égal à 120Hz. On modifie le réglage de l'entretien du mouvement de la lame, sa fréquence N augmente légèrement. Elle paraît aller d'une position extrême à l'autre en 5s. De combien a varié la fréquence.

Exercice 11 :

1-On stroboscope une lame vibrante. La fréquence maximale des éclairs pour laquelle la lame paraît toujours immobile est de 120Hz. Quelle est la fréquence de la vibration ? Pour quelles autres fréquences la lame paraît-elle immobile ? Montrer qu'il existe une fréquence supérieure à 120Hz pour laquelle, dans une circonstance particulière, on voit une lame immobile. Qu'elle est alors sa position ? Qu'elle est cette fréquence ?

2-La fréquence des éclairs est 480Hz, on observe trois lames immobiles, que peut-on dire de leurs positions ? Ont-elles la même apparence ?

Exercice 12 :

Une diligence a des roues de diamètre 1,2m. Chaque roue comprend 10 rayons régulièrement répartis. Cette diligence roule à une vitesse v . Elle est filmée par une caméra qui prend 20 images par seconde. Pour qu'elles valeurs de v (en Km/h), les rayons semblent-ils immobiles (on admettra que $0 \leq v \leq 60\text{Km/h}$). Que se passe-t-il lorsque la vitesse passe de 25Km/h à 29Km/h ?

CHAPITRE II :

Propagation d'un mouvement vibratoire

Objectifs

- * Pouvoir établir l'équation de propagation d'une onde progressive (milieu uni dimensionnel).
- * Comprendre le phénomène d'interférences :
 - * mécaniques (milieu bidimensionnel).
 - * Lumineuses (milieu tridimensionnel).

Institut Pédagogique National

1- Milieu unidimensionnel

1.1 -Dispositif expérimental

Le dispositif comprend trois parties

- * la source vibrante : c'est une lame d'acier dont l'amplitude des vibrations est réglable et peut atteindre 1 à 2cm, son extrémité A vibre d'un mouvement qui peut-être considéré comme rectiligne sinusoïdal.
- * la corde partie principale du dispositif sert de support à la propagation de la vibration.
- * un Becher, plein de liquide, permet d'absorber l'énergie transmise.



1.2- Observations :

- * A l'œil nu, lorsque la lame est en vibration, nous observons une zone verticale correspondant à deux fois l'amplitude de la lame.
- * Au stroboscope, nous pouvons bien distinguer la corde ayant l'aspect d'une sinusoïde. Selon, le réglage du stroboscope, cette sinusoïde peut paraître immobile, ou plutôt progresser vers le haut ou vers le bas.

1.3- Interprétations qualitatives :

- * la zone verticale, observée à l'œil nu est due au mouvement horizontal de tous les points de la corde.
La persistance des images rétinienne, ne nous permet pas de distinguer les différentes positions d'un point au cours du temps car ce mouvement est trop rapide.
Chaque point de la corde fait des allers et retours entre les bords de cette zone verticale.
- * Avec un stroboscope convenablement réglé on peut observer une sinusoïde immobile ($N' = kN$) avec : N' : fréquence du stroboscope choisie
 N : fréquence du mouvement de la lame du vibreur = fréquence du secteur).
Si on choisit N légèrement supérieure à N' , on peut observer une sinusoïde qui progresse vers le bas (mouvement ralenti direct).
Si on choisit N légèrement inférieure à N' , nous pouvons plutôt observer une sinusoïde qui progresse vers le haut (mouvement ralenti inverse).

1.4 -Etude théorique :

Pour la source, S, l'élongation y à un instant t est : $y = a \cos(\omega t + \varphi)$

a : amplitude du mouvement

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi N$$

Si pour $t = 0$, l'élongation de S est maximale ($V_0 = 0$), alors l'équation du mouvement de S peut s'écrire : $y_s = a \cos \omega t = a \cos 2\pi/T$.

Pour un point M, quelconque de la corde situé à la distance x de la source S, l'amplitude est aussi a (amortissement négligeable), la période est T , mais la vibration parvient en M après avoir mis un certain temps θ .

Si V désigne la vitesse (celérité) de propagation de la vibration alors $\theta = x/V$ le point M reproduit donc exactement le mouvement, de la source S, mais avec un certain retard $\theta = x/V$.

d'où :

$$\begin{aligned}
 y_M(t) &= y_S(t-\theta) = a \cos \omega(t-\theta) \\
 &= a \cos 2\pi/T(t-x/V) \\
 &= a \cos(\omega t - 2\pi x/\lambda) \text{ Soit } y_M = a \cos(\omega t - 2\pi x/\lambda) = a \cos(2\pi t/T - 2\pi x/\lambda) \quad (1)
 \end{aligned}$$

Cette équation est l'équation de propagation d'une onde progressive.

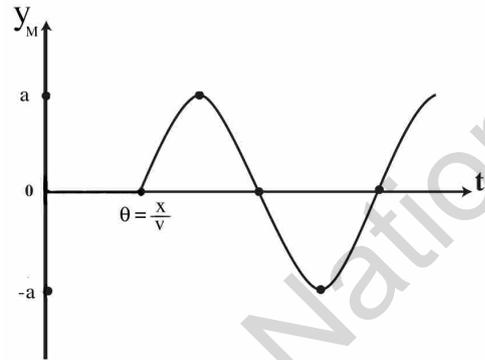
Elle permet de mettre en évidence une double périodicité. L'élongation y est une fonction à deux variables : une variable temporelle t et une variable spatiale x : $y_M = y_M(x, t)$

* Périodicité dans le temps :

Pour un point considéré de la corde, x a une valeur déterminée.

$$\text{Donc : } y_M(t) = a \cos(2\pi t/T - cte)$$

La représentation graphique de la fonction y_M dans ce cas, est appelée « sinusoïde » des temps.



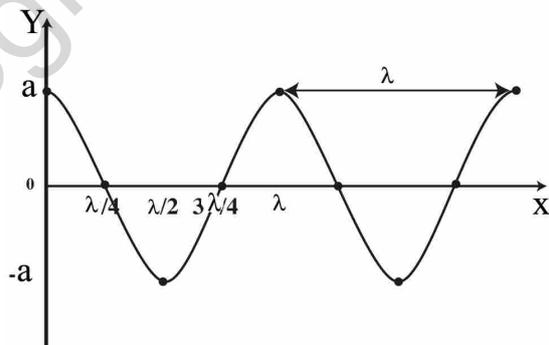
• Périodicité dans l'espace.

Considérons un instant t donnée, l'élongation du point M est : $y_M(x) = a \cos(cte - 2\pi x/\lambda)$

Donc λ : est une période spatiale du mouvement de M .

La représentation graphique de y en fonction de x est appelée « sinusoïde » des espaces.

Elle correspond à l'image que l'on trouverait si on photographiait la corde à cet instant.



1.5- Déphasage entre le point M et la source S :

$$y_M = a \cos(\omega t - 2\pi x/\lambda) = a \cos(2\pi t/T - 2\pi x/\lambda) = a \cos(\omega t + \varphi)$$

Le déphasage entre la source S et le point M est $\varphi = -2\pi x/\lambda$

Cas particuliers :

$$* \text{ Si } |-2\pi x/\lambda| = 2k\pi \Leftrightarrow x = k\lambda \quad k \in \mathbb{N}^*$$

alors le point M vibre en phase avec la source (à chaque instant ils ont même élongation et même vitesse)

$$* \text{ si } |-2\pi x/\lambda| = (2k+1)\pi \Leftrightarrow x = (2k+1)\lambda/2. \quad k \in \mathbb{N}$$

Le point M vibre en opposition de phase avec la source S , (A chaque instant, ils ont deux élongations et deux vitesses opposées).

$$* \text{ si } |-2\pi x/\lambda| = (2k+1)\pi/2 \Leftrightarrow x = (2k+1)\lambda/4.$$

Le point M vibre en quadrature de phase avec la source S .

1.6- Déphasage entre deux points M_1 et M_2 de la corde :

Soient deux points M_1 et M_2 situés respectivement à x_1 et x_2 de la source S , d'après l'équation (1)

$y_{M1} = a \cos(\omega t - 2\pi x_1/\lambda)$ et $y_{M2} = a \cos(\omega t - 2\pi x_2/\lambda)$. Le déphasage entre les deux points M_1 et M_2 est $\Delta\phi = |2\pi(x_2 - x_1)/\lambda| = 2\pi d/\lambda$ avec $d = x_2 - x_1$ distance entre les deux points M_1 et M_2

Comme le cas précédent :

* M_1 et M_2 vibrent en phase si $d = k\lambda$

* M_1 et M_2 vibrent en opposition de phase si $d = (2k+1)\lambda/2$.

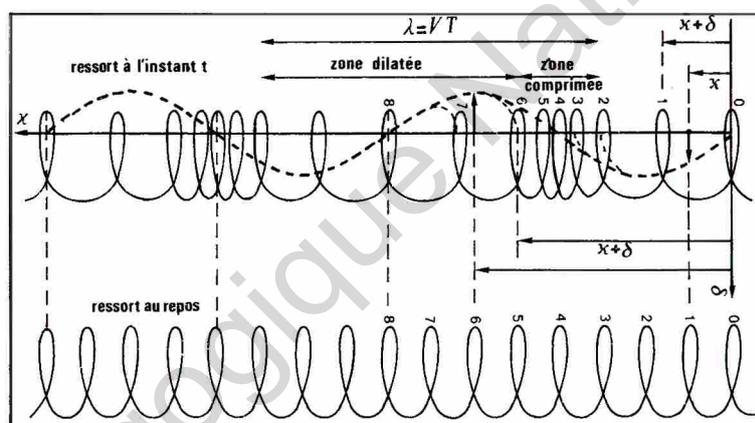
* M_1 et M_2 vibrent en quadrature de phase si $d = (2k+1)\lambda/4$.

Remarques : Cas des ondes longitudinales :

la fig montre comment il est possible de déterminer l'aspect, à l'instant t , d'un ressort parcouru par une onde progressive longitudinale.

Cette figure met en évidence une succession de zone alternativement comprimées et dilatées.

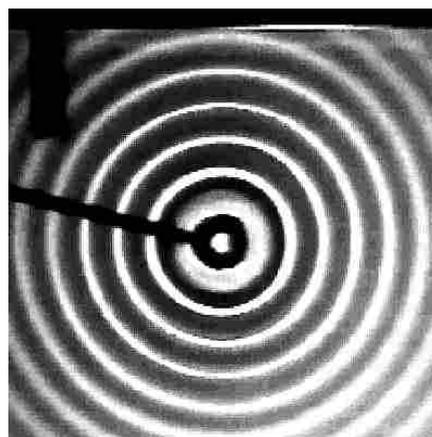
La propagation d'ondes longitudinales le long d'un ressort constitue une bonne image de la propagation d'ondes dans la colonne fluide d'un tuyau.



Cas des Ondes progressives circulaires :

La figure montre la formation d'ondes circulaires concentriques à la surface de l'eau.

La distance entre deux rides successives est constante et égale à la longueur d'onde λ .



1.7 -Transmission d'énergie par les ondes :

Nous avons vu que la propagation d'un mouvement vibratoire se fait avec un transport d'énergie.

Pendant le passage de l'onde, un point matériel de masse m subit un ébranlement au cours duquel, il passe par une vitesse maximale.

Il possède donc une certaine énergie qui se trouve à ce moment là entièrement sous forme d'énergie cinétique : $E = E_c = \frac{1}{2} m V_{\max}^2 = \frac{1}{2} m a^2 \omega^2 = 2m\pi^2 N^2 a^2$

Application :

Le long d'une corde élastique, la célérité des ondes est $v = 15 \text{ m/s}$

- 1 - calculer la longueur d'onde des ondes émises lorsque l'extrémité S de la corde est animée d'un M.R.S transversal d'amplitude $a = 2 \text{ cm}$ et de fréquence $N = 10 \text{ Hz}$,
- 2 - L'origine des temps est choisie telle que $y = a \cos \omega t$. Ecrire les équations de chacun des points A et B, de la corde tel que : $SA = 2.25 \text{ m}$ et $SB = 3 \text{ m}$. Conclure

Solution :

1 - $\lambda = vT = v/N = 1.5 \text{ m}$.

2 - $y_A = 2 \cdot 10^{-2} \cos(20\pi t - 2\pi \times 2.25/1.5) = 2 \cdot 10^{-2} \cos(20\pi t - 3\pi) \quad |\Delta\phi| = 3\pi$

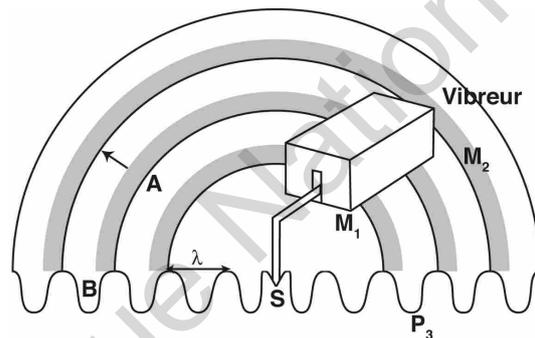
Le point A vibre en opposition de phase avec S.

$y_B = 2 \cdot 10^{-2} \cos(20\pi t - 2\pi \times 3/1.5) = 2 \cdot 10^{-2} \cos(20\pi t - 4\pi) \quad |\Delta\phi| = 4\pi$ B vibre en phase avec S.

On peut utiliser un vibreur muni d'une tige dont l'extrémité est en contact avec un point S de la surface d'un liquide contenu dans une cuve de faible profondeur.

Avec, un réglage convenable du stroboscope (la fréquence N' du stroboscope doit rester légèrement inférieure à la fréquence N du vibreur.) nous pouvons observer des rides circulaires.

On peut vérifier que la distance entre deux crêtes consécutives est égale à λ de même que la distance entre deux creux consécutifs est λ .



2- Milieu bidimensionnel : les interférences mécaniques

2.1- Dispositif expérimental :

Une fourche à deux pointes est fixée à la lame d'un vibreur.

Elle affleure la surface de l'eau d'une cuve de faible profondeur en deux points, O_1 et O_2



2.2-Observations :

- * En lumière stroboscope : le ralenti stroboscopique permet de voir les deux systèmes d'ondes circulaires progressives issues de O_1 et O_2 qui se superposent en certains points du milieu de propagation.
- * En Lumière ordinaire : on observe un ensemble de lignes, ayant l'aspect d'hyperboles : ce sont des franges d'interférence.

2.3-Principe de superposition des petits mouvements

Énoncé : si plusieurs causes agissant, séparément, produisent les déplacements d'un point, représentés respectivement par les vecteurs $\vec{\delta}_1; \vec{\delta}_2, \vec{\delta}_3, \dots, \vec{\delta}_i$, ces causes produisent lorsqu'elles agissent en même temps, le déplacement représenté par le vecteur $\vec{\delta} = \vec{\delta}_1 + \vec{\delta}_2 + \vec{\delta}_3 + \dots + \vec{\delta}_i$ à condition que ces déplacements soient petits.

Remarque: Si de plus, ces petits déplacements ont tous la même direction l'élongation y du mouvement résultant est égale à la somme algébrique des élongations $y_1; y_2, y_3, \dots, y_i$ de chacun des mouvements composants
 $y = y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_i$

2.4-Etude théorique :

2.4.1- Equation du mouvement d'un point quelconque M de la surface de l'eau.

Les deux pointes, O_1 et O_2 constituent deux sources de vibration cohérentes.

Si l'on se place dans les conditions tel que : $y_{s1}=y_{s2}=a\cos\omega t$, on se propose d'établir l'équation du mouvement d'un point M quelconque de la surface de l'eau, situé à une distance d_1 de O_1 et à une distance d_2 de O_2 .

Le point M reçoit simultanément les ondes issues de O_1 et de O_2 , on dit que ces ondes se superposent ou interfèrent en ce point.

Soient $y_{(1)M}$ et $y_{(2)M}$ (respectivement) les élongations du point M quand il reçoit seulement les ondes issues de O_1 et de O_2 , les mouvements de O_1 et O_2 sont identiques et leur amplitude reste toujours faible

$$y_{1M}=a\cos(\omega t-2\pi d_1/\lambda) = a\cos(\omega t+\varphi_1) \text{ avec } \varphi_1 = -2\pi d_1/\lambda ;$$

$$\text{et } y_{2M}=a\cos(\omega t-2\pi d_2/\lambda) = a\cos(\omega t+\varphi_2) \text{ avec } \varphi_2 = -2\pi d_2/\lambda$$

$$y_M = y_{1M} + y_{2M} \text{ (d'après le principe de superposition des petits mouvements)}$$

$$y_M = a\cos(\omega t-2\pi d_1/\lambda) + a\cos(\omega t-2\pi d_2/\lambda)$$

$$\text{or } \cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p-q}{2} \cdot \cos \frac{p+q}{2}$$

$$y_M = 2a \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) \cdot \cos \left[\omega t - \frac{\pi}{2} (d_2 + d_1) \right]$$

$$= A \cos(\omega t + \varphi)$$

soit

$$\text{avec } A = 2a \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{\lambda} (d_2 + d_1)$$

2.4.2- Points vibrant avec une amplitude maximale :

Le point vibre avec une amplitude maximale égale à $2a$ si les ondes issues de O_1 et de O_2 , s'y superposent en phase.

$$\text{C'est-à-dire si } \varphi_2 - \varphi_1 = 2k\pi \Leftrightarrow \frac{2\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) = 2k\pi$$

$$\Leftrightarrow d_2 - d_1 = k\lambda \quad k \in \mathbb{Z}$$

k : est appelé ordre de la frange d'interférence

si $k=0$ $d_2 - d_1=0 \Leftrightarrow d_1=d_2$; l'ensemble de ces points est la médiatrice du bipoint O_1 et O_2

si $k \neq 0$ la relation $d_2-d_1 = k\lambda$ définit une famille d'hyperboles de foyers O_1 et O_2 , appelées franges d'amplitude maximale.

2.4.3 - Points vibrant avec une amplitude nulle (points immobiles).

Le point M vibre avec une amplitude nulle si les ondes issues de O_1 et O_2 s'y superposent en opposition de phase, c'est-à-dire si :

$$\varphi_2 - \varphi_1 = (2k' + 1)\pi$$

$$\Leftrightarrow d_2 - d_1 = (2k' + 1)\frac{\lambda}{2} \quad k' \in \mathbb{Z}$$

k' : est l'ordre de la frange d'amplitude nulle, cette relation définit aussi une autre famille d'hyperboles de foyers O_1 et O_2 appelées franges d'amplitude nulle.

Remarque: le nombre d'hyperboles est limité :

En effet, pour tout point de la surface de l'eau $|d_2 - d_1| \leq O_1O_2$

Le nombre de ces points : $-O_1O_2 \leq d_2 - d_1 \leq O_1O_2$

O_1O_2 : distance entre les deux pointes ou les deux sources.

Application :

Dans une expérience d'interférences mécanique la distance entre des deux pointes est $O_1O_2 = 17\text{mm}$.

Chaque pointe a un mouvement, d'équation $y_{O_1} = y_{O_2} = 10^{-3} \cos 200\pi t$

La vitesse de propagation des ondes à la surface de l'eau est $V = 0.4\text{m/s}$

- 1) Déterminer le nombre de franges d'amplitude maximale
- 2) Déterminer le nombre de franges d'amplitude nulle
- 3) Représenter le système de franges.

Solution :

1- $\lambda = V/N = 4.10^{-3}\text{m}$

2 - Le nombre de frange

d'amplitude maximale

$$-O_1O_2 \leq d_2 - d_1 \leq O_1O_2 \Leftrightarrow -O_1O_2 \leq k\lambda \leq O_1O_2$$

$$-17.10^{-3} \leq 4.10^{-3} \cdot k \leq 17.10^{-3}$$

$$-4 \leq k \leq 4 \quad k \in \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

donc 9 franges d'amplitude maximale puis que à chaque valeur de k , correspond une frange d'amplitude maximale.

Le nombre de franges

d'amplitude nulle

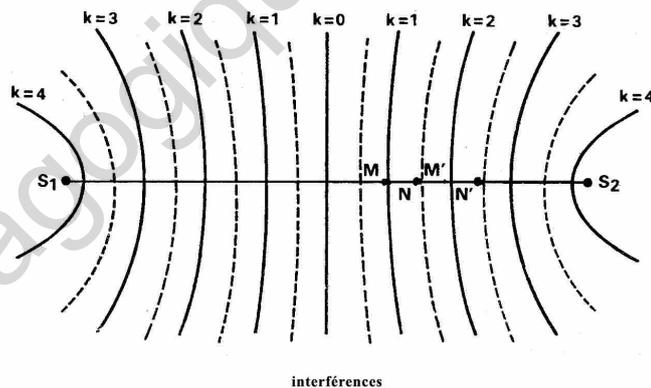
$$-O_1O_2 \leq d_2 - d_1 \leq O_1O_2 \quad -O_1O_2 \leq$$

$$(2k' + 1)\lambda \leq O_1O_2$$

$$\Leftrightarrow -17.10^{-3} \leq 4.10^{-3} \cdot (2k' + 1) \leq 17.10^{-3} \quad -4,7 \leq k' \leq 3,7 \quad k' \in \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

On ne prend pour k' que les valeurs entières appartenant à cet intervalle

Conclusion : 8 (huit) franges d'amplitude nulle



3- Milieu Tridimensionnel : les interférences lumineuses

3.1-Décomposition de la lumière blanche :

Un faisceau de lumière blanche tombe sur un prisme P. le faisceau réfracté, arrive sur un écran et on peut observer un ensemble de lumières colorées allant du violet (le plus réfracté) au rouge (le moins réfracté).

Conclusion : la lumière blanche est formée d'un ensemble de lumières monochromatiques ou radiation. La lumière blanche est polychromatique.

3.2-Célérité de la lumière :

La célérité de la lumière, dans le vide est indépendante de sa couleur.

Elle vaut $C= 3.10^8\text{m/s}$.

Pour tout autre milieu d'indice de réfraction n , la vitesse de la lumière est $V=C/n$

Exemples :

$$n_{\text{verre}}=3/2 \Rightarrow V=2.10^8\text{m/s}.$$

$$n_{\text{eau}}=4/3 \Rightarrow V=2,25.10^8\text{m/s}.$$

$$n_{\text{air}}\approx 1 \Rightarrow V\approx C=3.10^8\text{m/s}.$$

3.3- Longueur d'onde et spectre visible:

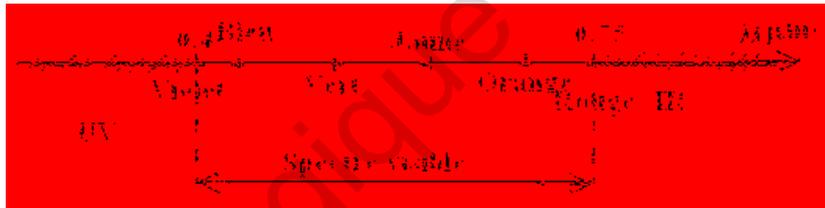
Chaque radiation est caractérisée, par sa longueur d'onde λ , dans le vide.

Exemple : violet : $\lambda=0,4\mu\text{m}$ et rouge $\lambda=0,75\mu\text{m}$

Comme toutes les radiations, observées, sont comprises entre le violet et le rouge, on en déduit que : le spectre visible est formé des radiations dont les longueurs d'onde sont comprises entre $0.4\mu\text{m}$ et $0.75\mu\text{m}$.

* L' U .V est le domaine des radiations optiques invisibles de longueur d'onde inférieure à $0.4 \mu\text{m}$

* L' I .R est le domaine des radiations optiques invisibles de longueur d'onde supérieure à $0.75 \mu\text{m}$



3.4- fréquence d'une radiation :

La fréquence ν d'une radiation est telle que : $\nu=C/\lambda$

Exemple : jaune : $\nu=3.10^{-3}/0,576.10^{-6} = 5,18.10^{14}\text{Hz}$

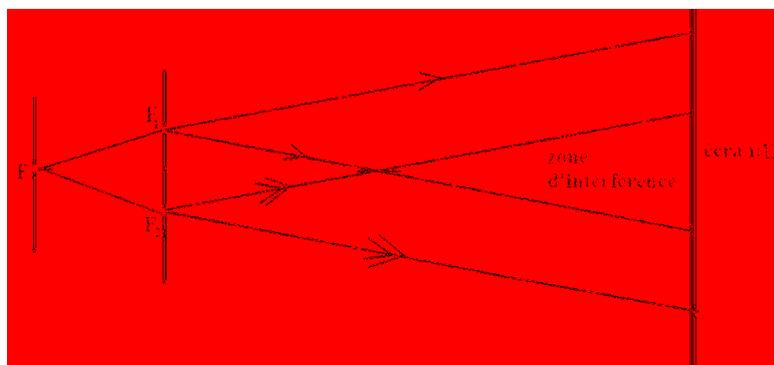
3.5-L'expérience des fentes d'Young

3.5.1-Montage : il comporte une fente principale F

Pouvant être éclairée par une lumière monochromatique

Le faisceau diffracté issu de F peut éclairer deux fentes secondaires F_1 et F_2 , situées à égale distance de F.

Un écran E est placé à une distance D, du plan des deux fentes F_1 et F_2



Dans la partie commune aux deux faisceaux diffractés issus de F_1 et F_2 , on peut observer des raies alternativement brillantes et obscures, appelées franges d'interférence. Cette partie commune est d'ailleurs appelée zone ou champ d'interférence

Remarque : l'expérience historique de Young, peut-être répétée facilement chez soi de la façon suivante : dans un bristol, on perce très proprement un trou F à l'aide d'une épingle et dans un autre bristol, deux trous analogues F_1 et F_2 très rapprochés (1mm environ).

Le trou F est placé devant une source lumineuse intense et les trous F_1 et F_2 tout contre l'œil.

A travers ces derniers, on regarde F . On voit alors le trou F barré de franges d'interférences.

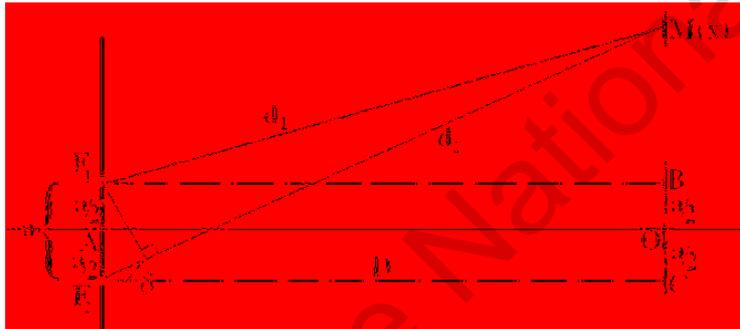
3.5.2-La différence de marche :

Soit $d_1 = F_1M$: le chemin optique suivi par la lumière de la fente F_1 au point M .

M : est un point quelconque de l'écran d'abscisse $OM = x$,

O : centre de l'écran

$d_2 = F_2M$: chemin optique de F_2 au point M ; la différence de marche est : $\delta = d_2 - d_1$



- **Calcul de la différence de marche :**

Soit D : la distance séparant l'écran des deux fentes F_1 et F_2 : $D = OA = F_2C = F_1B$

A : milieu de F_1 et F_2

O : projection orthogonale de A sur l'écran E

B : projection orthogonale de F_1 sur l'écran E

C : projection orthogonale de F_2 sur l'écran E

Dans le triangle F_2CM rectangle en C

$$F_2M^2 = D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 = D^2 \left(1 + \frac{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2}{D^2}\right)$$

Dans l'expérience, x et a sont toujours petits par rapport à D , x et a sont de l'ordre du mm alors que D est de l'ordre du mètre.

Donc $\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 \ll D^2 \Rightarrow \frac{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2}{D^2} \ll 1$; On pose $\varepsilon = \frac{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2}{D^2} \Leftrightarrow \varepsilon \ll 1$

Tolérer l'approximation $(1 + \varepsilon)^n \approx 1 + n\varepsilon$

$$F_2M = \sqrt{D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2} = D \left(1 + \frac{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2}{D^2}\right)^{\frac{1}{2}} = D(1 + \varepsilon)^{\frac{1}{2}}$$

$$F_2M = D \left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right) = D \left(1 + \frac{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2}{2D^2}\right)$$

Dans le triangle $F_1 B M$ rectangle B

$$F_1 M^2 = D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 = D^2 \left(1 + \frac{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2}{D^2}\right)$$

Pour les mêmes considérations précédentes, on peut poser $\varepsilon = \frac{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2}{D^2}$

et on trouve :

$$F_1 M = D \left(1 + \frac{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2}{2D^2}\right)$$

La différence de marche : $\delta = F_2 M - F_1 M$

Soit $\delta = \frac{ax}{D}$

3.5.3-Position des franges brillantes et obscures sur l'écran :

Les franges brillantes sont telle que : $d_2 - d_1 = k\lambda \Leftrightarrow \frac{ax}{D} = k\lambda \Rightarrow x = \frac{k\lambda D}{a}$

k : ordre de la frange brillante :

$k=0 \Rightarrow x_0=0$ on a la frange brillante centrale (d'ordre 0)

$k=1 \Rightarrow x_1 = \frac{\lambda D}{a}$ on a la frange brillante d'ordre 1

$k=2 \Rightarrow x_2 = \frac{2\lambda D}{a} = 2x_1$ on a la frange brillante d'ordre 2

Les franges obscures sont telle que :

$$d_2 - d_1 = (2k' + 1)\frac{\lambda}{2} \Leftrightarrow \frac{ax}{D} = (2k' + 1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow x = (2k' + 1)\frac{\lambda D}{2a}$$

k' : ordre de la frange obscures

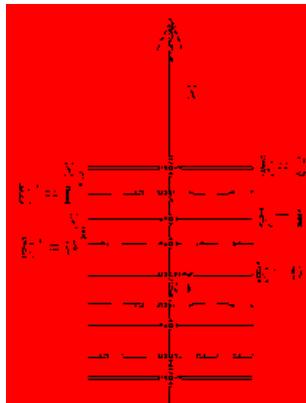
$k'=0$ on a la 1^{er} frange obscure, sa position sur l'écran est donnée par $x'_0 = \frac{\lambda D}{2a} = \frac{1}{2}x_1$

Elle est donc intercalée entre les franges brillantes d'ordre 0 et 1

$$k'=1 \Rightarrow x'_1 = \frac{3\lambda D}{2a} = \frac{\lambda D}{a} + \frac{\lambda D}{2a} = x_1 + \frac{1}{2}x_1$$

Cette frange obscure d'ordre 1 est donc aussi intercalée entre les franges brillantes d'ordre 1 et 2.

- **Système de franges :**



3.5.4-L'interfrange i :

l'interfrange i est la distance entre les centres de deux franges brillantes consécutives, ou les centres de deux franges obscures consécutives.

* calcul de l'interfrange

Prenez deux franges brillantes consécutives d'ordre $k+1$ et k

$$i = \frac{(k+1)\lambda D}{a} - \frac{k\lambda D}{a} \quad \text{D'où} \quad \boxed{i = \frac{\lambda D}{a}} \quad i, D, a \text{ et } \lambda \text{ s'expriment en m.}$$

3.5.5-Ordre d'interférence :

Les positions des franges brillantes sont données par:

$$x = \frac{k\lambda D}{a} = k.i \quad \text{et celles des franges sombres par } x = \frac{(2k+1)\lambda D}{2a} = (k + \frac{1}{2})i$$

Le rapport $p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{ax}{D\lambda} = \frac{x}{i}$ est appelé **ordre d'interférence** : Ainsi les franges brillantes ont un ordre d'interférence entier ($p = \frac{x}{i} = k$) et les franges sombres ont un ordre d'interférence demi-

entier $p = \frac{x}{i} = k + \frac{1}{2}$

La valeur de p nous renseigne sur le numéro de la frange considérée comptée à partir de la frange centrale pour laquelle : $p=0$ ($x=0 \Rightarrow p=0$).

3.6- Franges en lumière blanche:

Remplaçons la source de lumière monochromatique, dans l'expérience précédente par une source de lumière blanche (arc électrique par exemple).

Sur l'écran, on observe une frange centrale brillante blanche et de part et d'autre 4 ou 5 franges brillantes irisées.

Le champ d'interférence devient rapidement d'une couleur uniforme blanchâtre.

Ces résultats s'interprètent assez facilement si l'on se souvient que la lumière blanche est formée par la superposition d'une infinité de radiations dont les longueurs d'onde sont comprises entre $0.4 \mu\text{m}$ et $0.75 \mu\text{m}$.

Chaque radiation donne son propre système de franges, or ces systèmes sont décalés les uns par rapport aux autres, car l'interfrange $\boxed{i = \frac{\lambda D}{a}}$ dépend de la longueur d'onde.

Au centre du champ d'interférence ($x = 0$) la différence de marche ($\delta = \frac{ax}{D} = 0$) est nulle, et la relation $\delta = k\lambda$ est vérifiée pour toutes les radiations avec $k=0$.

Chaque radiation donne, au centre, une frange brillante.

La superposition de ces franges brillantes de couleurs différentes donne une frange centrale blanche.

En s'éloignant de la frange centrale, la couleur résultante en un point dépend des intensités relatives des diverses radiations en ce point.

En un même point des radiations peuvent donner des franges sombres et d'autres, des franges brillantes. Si on s'éloigne trop de la frange centrale, l'enchevêtrement est trop complexe et l'œil perçoit une teinte blanchâtre appelée blanc d'ordre supérieur.

Ce blanc ne contient pas toutes les radiations :

Les radiations manquantes sont celles pour lesquelles : $\delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$ au point considéré.

Application :

on produit des franges d'interférences au moyen du dispositif de Young. F_1 et F_2 sont deux fentes très fines. L'écran E est situé à une distance D du plan des fentes.

Le dispositif est éclairé par une lumière monochromatique de longueur d'onde λ . On appelle d : la mesure de N interfranges.

1) calculer la distance a séparant les deux fentes

A. N. $D = 0.80\text{m}$; $N = 10$; $d = 4\text{mm}$; $\lambda = 0.55\mu\text{m}$

2) on considère un point P de l'écran défini par : $OP = x$.

a) Déterminer x pour que le point P se trouve au milieu de la 5^{ème} frange brillante (le point O ; appartient à la frange centrale numérotée 0).

b) Quelle doit être la longueur d'onde de la lumière monochromatique utilisée pour que le point P défini précédemment, se trouve au milieu de la 5^{ème} frange obscure ?

Solution :

$$1) 10d = d \Leftrightarrow 10 \frac{\lambda D}{a} = d \Rightarrow a = 10 \frac{\lambda D}{d} = 1,1\text{mm}$$

$$2) a) x = k \frac{\lambda D}{a} = 2\text{mm} \text{ avec } k=5$$

$$a) \text{ Position des franges obscures } x = (2k + 1) \frac{\lambda D}{2a} \Rightarrow \lambda = \frac{2ax}{(2k + 1)D} = 0,611\mu\text{m} \text{ avec } k=4$$

L'essentiel

- Soit un point M quelconque d'un milieu élastique (corde élastique) situé à une distance x d'une source S. L'équation du mouvement du point M est : $y_M = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$

- Interférences mécaniques :

* L'équation du mouvement d'un point M quelconque d'un milieu où se superposent deux ondes progressives sinusoïdales est :

$$y_M = 2a \cos\left(\frac{\pi}{2}(d_2 - d_1)\right) \cdot \cos\left[\omega t - \frac{\pi}{2}(d_2 + d_1)\right]$$

* points vibrant avec une amplitude maximale : $d_2 - d_1 = k\lambda$ (k : entier)

* points vibrant avec une amplitude nulle : $d_2 - d_1 = (2k' + 1)\frac{\lambda}{2}$ (k' : entier)

- interférences lumineuses :

* Différence de marche : $\delta = \frac{ax}{D}$

* Interfrange : $i = \frac{\lambda D}{a}$

Exercices

Exercice 1

Un vibreur de fréquence 20 Hz est solidaire d'une fourche portant 2 pointes qui frappent la surface de l'eau en 2 points S_1 et S_2 . Les vibrations sont sinusoïdales et transversales d'amplitude 4mm ; la distance S_1S_2 vaut $d = 5\text{cm}$. La célérité des ondes à la surface de l'eau vaut 0,36 m/s. Soit un point M à la surface de l'eau :

- Déterminer l'état vibratoire des points :
 - M_1 : $d_1=10\text{ cm}$; $d_2=11,8\text{cm}$
 - M_2 : $d_1=14,7\text{cm}$; $d_2=16,5\text{cm}$
 - M_3 : $d_1 = 8,1\text{ cm}$; $d_2=5,4\text{cm}$
- Deux de ces points précédents appartiennent à une même frange d'interférence d'amplitude maximale. Lesquels?
- Quelle est la position du point d'intersection M_4 de cette frange avec le segment S_1S_2 ?
- Déterminer le nombre de franges d'amplitude maximale et le nombre de celles d'amplitude nulle que l'on observe à la surface.

Exercice 2

On déplace verticalement l'extrémité S d'une longue corde tendue, horizontale. L'élongation y_s du point S atteint sa valeur maximale à la date $t=30\text{ ms}$ et ses variations en fonction du temps sont données dans le tableau ci-dessous.

t(ms)	0	10	20	30	40
$y_s(\text{cm})$	0	0,5	1	1,5	0

L'élongation d'un point M, situé à la distance $d=2,00\text{ m}$ du point S, atteint, pour la première fois, la valeur 0,75 cm à la date $t_1=825\text{ ms}$.

- Représenter graphiquement les variations de l'élongation du point S en fonction du temps.
- Calculer la valeur de la célérité V de l'onde progressive.
- Quelle est la longueur de la portion de corde affectée par le signal (pour $t>40\text{ ms}$)?
- A quelle date le point M reçoit-il le signal ? A quelle date retrouve-t-il le repos ?
- Quelle est la position du point P de la corde possédant, à la date t_1 , l'élongation maximale ?
- Représenter la forme de la portion de la corde affectée à cette date par le signal.

Exercice 3

Un vibreur impose à une corde de 30 cm de long, une perturbation sinusoïdale de période $T=0,01\text{s}$. La célérité V des ondes mécaniques le long de la corde est de 10 m/s et l'amplitude maximale y_0 de la perturbation est de 1 cm.

- Donner l'équation horaire de l'extrémité du vibreur en fonction du temps, sachant qu'à l'instant initial $t=0$, l'amplitude du vibreur est maximale.

- 2 - Un point M situé à une distance $x=SM$ du vibreur est atteint par l'onde après un retard t . Exprimer t en fonction de x et V .
- 3 - Etablir l'équation horaire y_M en fonction du temps t , de la période T , du retard t et de l'amplitude maximale y_0 .
- 4 - Tracer l'allure de la corde à l'instant $t_1=0,03$ s et $t_2=0,035$ s.
- 5 - Tracer l'allure de la corde pour $x=15$ cm. Comparer cette courbe à celle correspondant à l'extrémité du vibreur. Un point M est-il en phase ou en opposition de phase avec l'extrémité du vibreur ? Ce résultat était-il prévisible ?

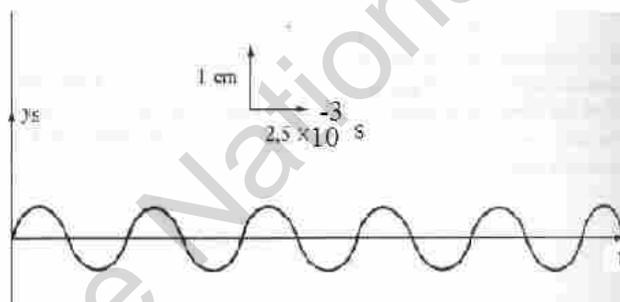
Exercice 4

Partie I

Pour déterminer les caractéristiques du mouvement rectiligne sinusoïdal de l'extrémité S d'une lame vibrante, on fixe à celle-ci une aiguille très courte. On peut alors considérer que le mouvement de la pointe de l'aiguille est le même que celui de l'extrémité de la lame.

Cette aiguille inscrit le mouvement sur une feuille de papier millimétré enroulée sur un cylindre tournant à vitesse constante.

L'enregistrement ci-dessous est la variation de l'élongation Y_s de l'extrémité S de la lame en fonction du temps.



1° Déduire de cet enregistrement :

- a) L'amplitude du mouvement de S.
- b) La période du mouvement.

2° Sachant que l'enregistrement débute au point O à $t = 0$, établir l'équation horaire du mouvement de S.

3° Quelle est la vitesse maximale de S ; quelle position occupe-t-elle dans ce cas ?

Partie II :

L'extrémité S de la lame effectue un mouvement rectiligne sinusoïdal dans un plan vertical. Sa fréquence de vibration est maintenant $N = 50$ Hz, son amplitude gardant la même valeur que dans la partie I.

On fixe en S une corde horizontale SA comme l'indique le schéma :

Dans une première expérience les ondes issues de S se propagent le long de la corde sans réflexion en A, l'amplitude étant conservée.

1° On éclaire la corde à l'aide d'un stroboscope de fréquence variable:

- a) qu'observe-t-on pour une fréquence des éclairs $N_e = 50$ Hz ?
- b) on diminue très légèrement la fréquence des éclairs. Qu'observe-t-on ?

2- Sachant que la vitesse de propagation des ondes est $V = 25$ m.s⁻¹, établir l'équation horaire du mouvement d'un point M quelconque de la corde, situé à la distance x de la source S.

3- Comparer les mouvements de S et du point M situé à la distance $x = 0,25$ m de S.

Exercice 5

A la surface d'un liquide, deux sources S_1 et S_2 sont animées de mouvements sinusoïdaux transversaux de fréquence $N = 50$ Hz et d'amplitude $a = 2 \cdot 10^{-3}$ m

Les deux sources vibrent en phase (on suppose qu'il n'y a ni réflexion, ni amortissement).

1° Quelle est l'amplitude d'un point M_0 équidistant des deux sources S_1 et S_2 ?

2° La distance entre les intersections de deux hyperboles consécutives de même nature avec le segment $S_1 S_2$ est de $5 \cdot 10^{-3}$ m.



- a) En déduire la longueur d'onde λ
- b) Calculer la célérité V .

Exercice 6

A - Une lame vibrante est animée d'un mouvement sinusoïdal de fréquence $N = 50$ hertz. Elle est munie d'une pointe qui frappe verticalement la surface d'une nappe d'eau en un point S. Des ondes transversales se propagent à la surface de l'eau à partir de S ; on suppose qu'il n'y a ni amortissement ni réflexion des ondes. A la date zéro ($t=0$) la source S commence son mouvement vers le haut (sens positif).

Le document n° 1 représente en vraie grandeur la coupe de la surface de l'eau par un plan vertical passant par S, à l'instant de date t_1 .

document n° 1 (échelle 1/2)



- 1° a) Déterminer graphiquement la longueur d'onde λ et l'amplitude a . En déduire la célérité V des ondes. Déterminer la date t_1 .

2° a) Ecrire l'équation horaire du mouvement de S.

b) On considère un point M de la surface situé à la distance $d = 8,5$ cm de la source S. Ecrire l'équation horaire du mouvement de M.

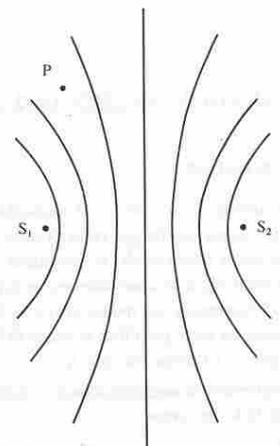
Comparer ce mouvement à celui de S.

3° On éclaire la surface de l'eau à l'aide d'un stroboscope.

a) La fréquence des éclairs est 25 Hz. Quel est l'aspect de la surface de l'eau

b) On diminue très légèrement la fréquence des éclairs. Qu'observe-t-on à la surface de l'eau ? (Justifiez votre réponse)..

document n° 2 (échelle 1/2)



B- La lame vibrante est à présent munie d'une fourche dont les deux pointes frappent simultanément la surface de l'eau en deux points S_1 et S_2 . Le document n° 2 schématise l'aspect de la surface de l'eau en vraie grandeur.

1° Que représentent les lignes du document n° 2 ?

2° On considère le point P de la surface du liquide (voir document n° 2).

a) Déterminer la différence de marche entre les vibrations issues de S_1 et S_2 au point P.

En déduire l'état vibratoire du point P.

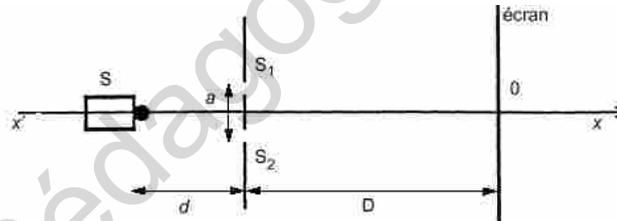
Exercice 7

Un pinceau de lumière monochromatique émis par un laser hélium-néon éclaire deux fentes parallèles séparées par une distance $a = 0,5 \text{ mm}$. Un écran est placé perpendiculairement au pinceau lumineux à une distance $D = 2 \text{ m}$ du plan des fentes.

- 1- Dessiner le dispositif expérimental.
- 2- Interpréter la formation des franges brillantes et obscures.
- 3- Définir et calculer la différence de marche aux 2 fentes d'un point M de l'écran, pour en déduire la position des franges brillantes et obscures.
- 4- Préciser la nature de la frange centrale appartenant au plan médiateur des 2 fentes.
- 5- Définir et calculer l'interfrange. Quelle est l'influence des différents paramètres sur l'interfrange? Comment doit-on modifier la distance entre les 2 fentes pour obtenir des franges plus espacées.
- 6- Calculer la longueur d'onde et la fréquence de la lumière émise par le laser, sachant que 6 franges sont espacées de $12,7 \text{ mm}$.

Exercice 8

Le dispositif comprend une plaque percée de deux trous de Young distant de $a = 500 \mu\text{m}$. En utilisant comme source émettrice S un laser He-Ne, de longueur d'onde $\lambda = 633 \text{ nm}$ on produit des interférences sur un écran. La plaque est placée à une distance $d = 20 \text{ cm}$ de la source, l'écran à une distance $D = 4 \text{ m}$ de la plaque. Les deux trous de même diamètre sont placés à égale distance de la source et se comportent comme deux sources synchrones et cohérentes.



- 1 - Expliquer le phénomène d'interférences en quelques lignes.
- 2 - Au point O, la frange est-elle brillante ou sombre ? Justifier.
- 3 - Les franges brillantes sont équidistantes. L'intervalle qui les sépare est appelé interfrange et noté i . On cherche à connaître les paramètres dont peut dépendre i (nature de S, a , d , D) et à en donner une expression parmi les propositions suivantes :

(a) $\frac{\lambda D}{a}$ (b) λD^2 (c) $\frac{Da}{\lambda}$ (d) $\frac{\lambda a}{D}$ (e) $\frac{\lambda d}{a}$

- a - Par l'analyse dimensionnelle, éliminer une ou plusieurs propositions.
- b - En réalisant plusieurs expériences, où l'on fait varier un seul paramètre en laissant les autres identiques, on effectue les constatations suivantes :
 - L'utilisation d'un laser vert montre que l'interfrange diminue ;
 - Si on éloigne l'écran, l'interfrange augmente ;
 - La position de S sur l'axe ne modifie pas l'interfrange ;

- Les deux trous étant rapprochés de l'axe , les franges s'écartent les unes des autres. En utilisant ces résultats, trouver parmi les propositions (a), (b), (c), (d), (e), l'expression de l'interfrange i , en justifiant le raisonnement.
- c - Donner la valeur de l'interfrange i obtenue avec le laser He- Ne

Exercice9

La lumière issue d'une fente source horizontale S éclaire un plan vertical P portant 2 fentes très fines S_1 et S_2 horizontales et distantes de 3 mm. S_1 et S_2 sont équidistantes de S. Sur un écran E placé à 3 mètres du plan des fentes S_1 et S_2 , on observe des franges d'interférences.

- 1 - Faire un schéma du dispositif.
- 2- Quelle est la direction des franges observées ?
- 3- Entre la 10^{ème} frange brillante située au dessus de la frange centrale et la 10^{ème} frange brillante située au dessous de la frange centrale, on mesure 11,8 mm. Quelle est la longueur d'onde de la lumière monochromatique utilisée? Quelle est sa fréquence?
- 4- On remplace la source monochromatique précédente par une source qui émet 2 longueurs d'ondes : 467 nm et 700nm. Chacune de ces longueurs d'onde donne son système de franges. Que voit-on au centre de la figure d'interférences? Pourquoi? A quelle distance minimale de la frange centrale pourra-t-on observer la superposition des franges brillantes des deux radiations ?
- 5 - La lampe utilisée est maintenant une lampe à halogène qui émet une lumière blanche dont la composition spectrale est proche de celle qu'émet le Soleil. Que peut-on observer au centre de l'écran ?

Exercice 10

Une lumière monochromatique de longueur d'onde λ . éclaire un dispositif d'interférences lumineuses schématisé ci-dessous :

L'interfrange a pour expression : $i = \frac{D\lambda}{a}$ Les franges sont numérotées à partir de la frange centrale.

Cette dernière porte le numéro 0.

- a) Le dispositif est éclairé par une lumière monochromatique violette de longueur d'onde λ_1 . Le milieu de la frange brillante n° 4 est situé à 1,8 mm du milieu de la frange centrale. En déduire la longueur d'onde de la lumière monochromatique utilisée.

On change de lumière monochromatique. Le dispositif est maintenant éclairé par une lumière monochromatique rouge de longueur d'onde $\lambda_2 = 7,2 \cdot 10^{-7}$ m. Quelle est la nature de la frange dont le milieu est situé 1,8 mm du milieu de la frange centrale?

QUATRIÈME PARTIE : PHÉNOMÈNES CORPUSCULAIRES

Chapitre I: Effet Photoélectrique

Chapitre II: Niveaux d'énergies

Chapitre III: La radioactivité

Institut Pédagogique National

CHAPITRE I:

Effet photoélectrique

Objectifs:

- * Définir le phénomène de l'effet photoélectrique.
- * Savoir la définition du seuil photoélectrique.
- * Définir le potentiel d'arrêt.
- * Connaître les lois de l'effet photoélectrique.
- * Comprendre l'interprétation de l'effet photoélectrique.

Institut Pédagogique National

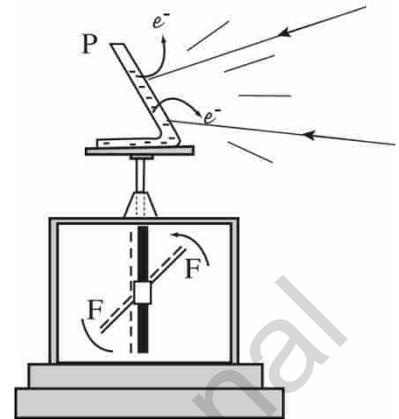
1-Notion d'effet photoélectrique :

1.1 -Expérience de Hertz :

Sur le plateau d'un électroscope on pose une lame de zinc.

On électrise l'ensemble, et on éclaire la lame de zinc par la lumière d'un arc électrique ou celle d'une lampe à vapeur de mercure à ampoule en quartz

- Chargeons l'électroscope positivement et éclairons le lame, on constate que l'électroscope ne se décharge pas .
- chargeons l'électroscope négativement et éclairons la lame : l'électroscope se décharge
- Re commençons l'expérience précédente après avoir intercalé entre la source et la plaque une lame de verre ordinaire, le phénomène ne se produit plus.



1.2 - Interprétation:

La décharge de l'électroscope portant initialement une charge négative s'explique par une émission d'électrons par la lame de zinc exposée à la lumière d'un arc électrique.

L'impossibilité de la décharge de l'électroscope portant initialement une charge positive s'explique par le fait que la lame de zinc ne peut émettre des électrons ; ceux-ci sont attirés par la charge positive du métal.

L'impossibilité de la décharge avec l'interposition d'une lame de verre ordinaire (verre opaque au rayonnement ultraviolet) montre que l'émission d'électrons par le zinc n'est possible que lorsque ce métal est éclairé par une lumière riche en rayonnement ultraviolet.

1.3 -Conclusion :

Eclairé convenablement par la lumière d'un arc électrique, le zinc émet des électrons : c'est l'effet photoélectrique.

1.4 - Définition de l'effet photoélectrique :

l'expérience montre que cette émission d'électrons n'est pas propre au zinc. Elle est possible avec tout autre métal éclairé par une lumière convenable.

Par définition, l'effet photoélectrique est l'émission d'électrons par un métal exposé à un rayonnement électromagnétique convenable.

2 - Etude quantitative:

2.1 -Cellule photoélectrique :

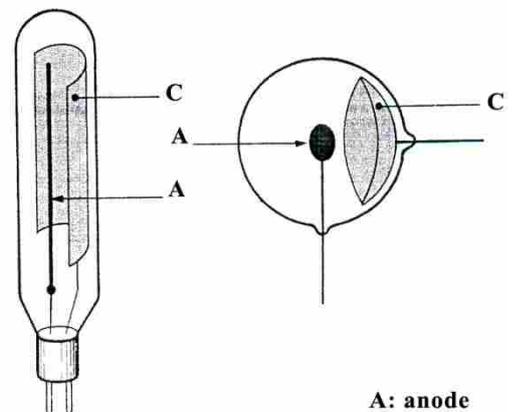
Les expériences qualitatives précédentes, réalisées dans l'air, ne permettent pas une étude complète du phénomène.

Pour dégager les lois de cette émission électronique nous placerons le métal dans le vide.

Pour cela nous emploierons une cellule photoélectrique constituée d'une ampoule de verre transparente aux ultraviolets et absolument vide.

A l'intérieur, une plaque métallique C, appelée cathode, sert de support à un métal pur (métal alcalin en général) déposé en couche mince.

Face à C une autre électrode métallique A, en forme de tige ou d'anneau, est appelée anode .



A: anode
C: cathode

Cellules photo - émissives

La cathode peut recevoir un flux lumineux et émettre des électrons par effet photoélectrique.

L'application d'une tension U_{AC} entre les deux électrodes permet soit d'accélérer les électrons émis ($U_{AC} > 0$) soit de les freiner ($U_{AC} < 0$).

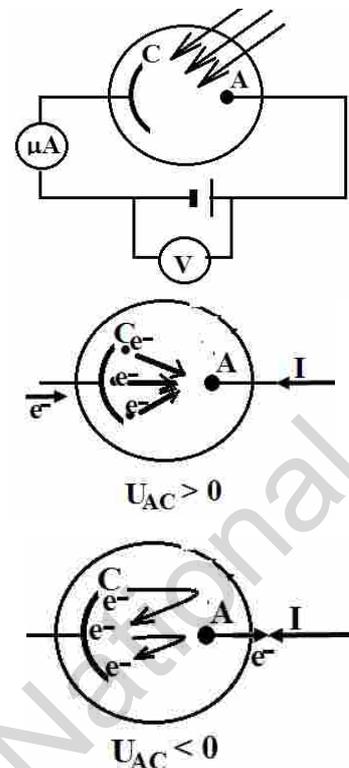
Dans le montage de la fig(3), un voltmètre permet de mesurer U_{AC} et un microampèremètre permet de mesurer l'intensité I du courant qui traverse le circuit.

Cette intensité est proportionnelle au nombre d'électrons qui atteignent l'anode.

$U_{AC} > 0$: les électrons émis par la cathode C sont accélérés par le champ électrique créé entre l'anode et la cathode.

Ils se dirigent, vers l'anode et donnent naissance dans le circuit extérieur à un courant d'intensité I .

$U_{AC} < 0$: les électrons sont freinés par le champ électrique, selon leur vitesse d'émission, certains peuvent atteindre l'anode et donner naissance à un courant d'intensité I , d'autres peuvent retourner vers la cathode.



2.2- Seuil photoélectrique :

Si l'on applique une tension U_{AC} positive, à la cellule photoélectrique, on détectera un courant électrique passant à travers la cellule dès que l'on éclaire convenablement sa cathode par une radiation monochromatique.

Précisément, on constate que lorsque la fréquence ν de la radiation utilisée est inférieure à une valeur limite ν_0 , le microampèremètre ne détecte plus de courant.

Cela implique que l'effet photoélectrique n'est possible que lorsque $\nu \geq \nu_0$ ou de manière équivalente $\lambda \leq \lambda_0$.

La fréquence $\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}$ est la fréquence de seuil.

Des expériences délicates utilisant des cellules photoélectriques permettent d'établir le tableau ci-dessous

métal	CS	K	Na	Ba	Zn	M0	Cu	W
$\lambda_0(\text{nm})$	650	540	520	500	370	300	290	270

Nous remarquons que pour le zinc $\lambda_0 = 370\text{nm}$, le seuil est bien dans l'ultraviolet.

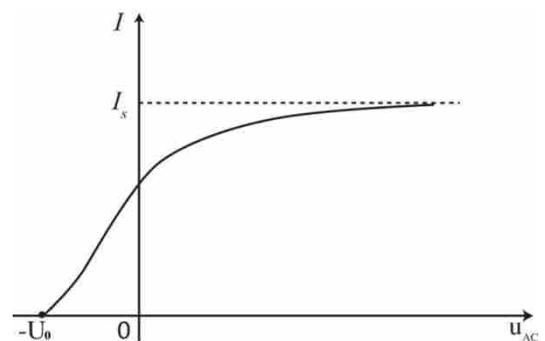
- **1^{ère} loi de l'effet photoélectrique:** l'émission photoélectrique ne se produit que si la fréquence de la radiation monochromatique tombant sur le métal est supérieure à une fréquence limite ν_0 caractéristique du métal ; cette émission est instantanée

2.3 -Caractéristique (U, I) d'une cellule photoélectrique

Eclairons une cellule photoélectrique par un faisceau monochromatique de fréquence déterminée ($\nu > \nu_0$) et de puissance constante P .

La puissance P du faisceau est l'énergie transportée par le faisceau par unité de temps

Faisons varier la tension U_{AC} et traçons la caractéristique tension courant de la cellule en relevant une série de couples de mesure (U_{AC}, I).



Analysons la courbe obtenue:

- **Intensité de saturation:** Lorsque la tension U_{AC} augmente, le nombre d'électrons qui atteint l'anode augmente. Donc l'intensité I augmente. Si tous les électrons émis par la cathode sont captés par l'anode l'intensité du courant atteint une valeur maximale appelée intensité de saturation I_s .

- **Potentiel d'arrêt :** lorsque la tension $U_{AC} = 0$, l'intensité n'est pas nulle : même sans tension accélératrice, certains des électrons émis parviennent à rejoindre l'anode.

Pour annuler l'intensité du courant, une tension négative $U_{AC} = -U_0$ est nécessaire : il s'agit de freiner les électrons éjectés de la cathode afin que même ceux ayant la plus grande vitesse d'émission ne parviennent pas à atteindre l'anode. U_0 est la tension ou potentiel d'arrêt.

- **Interprétation du potentiel d'arrêt :** L'application du théorème de l'énergie cinétique à un électron se déplaçant de C à A donne la relation.

$$\frac{1}{2} m V_A^2 - \frac{1}{2} m V_C^2 = q U_{CA} \quad (q = -e)$$

$$\frac{1}{2} m V_A^2 - \frac{1}{2} m V_C^2 = e U_{AC}$$

Lorsque $I=0$ et $U_{AC} = -U_0$ les électrons possédant la vitesse d'éjection maximale $V_C = V_{max}$ ont une vitesse V_A nulle lorsqu'ils arrivent au voisinage de l'anode, il vient alors :

$$\frac{1}{2} m V_{max}^2 = e U_0$$

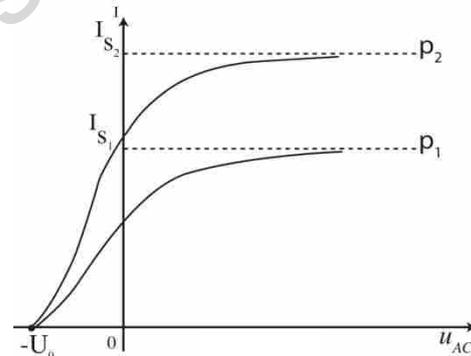
La mesure de la tension d'arrêt permet de connaître l'énergie cinétique maximale des électrons émis par la cathode .

2.4- Influence de la puissance transportée par le faisceau lumineux :

Conservons la même cellule et sans modifier la fréquence ν faisons varier la puissance P du faisceau incident en interposant un diaphragme à ouverture variable ou en agissant sur l'éclat de la source lumineuse.

Pour chaque valeur de la puissance nous obtenons une caractéristique différente

et, en particulier l'intensité de saturation croît avec la puissance transportée par le faisceau lumineux.



On peut expérimentalement établir le résultat suivant :

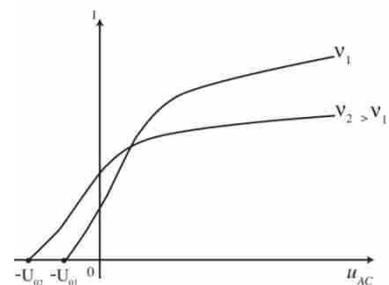
• **2^{ème} loi de l'effet photoélectrique :** l'intensité du courant de saturation est proportionnelle à la puissance transportée par le faisceau lumineux reçu par la cathode.

Nous constatons, par contre que le potentiel d'arrêt U_0 et par conséquent la vitesse maximale des électrons émis ne dépendent pas de la puissance du faisceau incident.

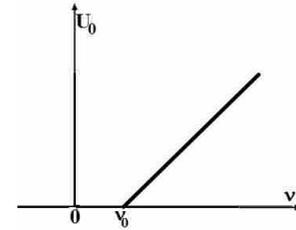
2.5 - Influence de la fréquence du faisceau incident :

Eclairons la même cellule (même métal) avec des faisceaux de fréquences différentes.

Pour chaque fréquence ν , nous obtenons une caractéristique différente et, en particulier une tension d'arrêt U_0 différente : la vitesse et l'énergie cinétique maximale des électrons émis augmentent avec la fréquence du rayonnement incident.



Pour un métal donné, la représentation graphique des couples (ν, U_0) donne une droite : pour $\nu > \nu_0$ U_0 est fonction croissante de ν .



Les résultats précédents se traduisent par la loi expérimentale suivante :

- **3^{ème} loi de l'effet photoélectrique** : l'énergie cinétique maximale des électrons émis par la cathode est indépendante de la puissance du faisceau monochromatique incident.

Elle ne dépend que de la fréquence ν de la radiation monochromatique incidente et croît de façon affine avec cette fréquence.

3 -Interprétation de l'effet photoélectrique :

3.1- Hypothèse d'Einstein :

La théorie ondulatoire de lumière est en contradiction avec certains faits expérimentaux :

Une radiation intense devrait communiquer une plus grande vitesse aux électrons éjectés.

Par exemple, en concentrant le faisceau lumineux sur une petite surface de la cathode, l'énergie cinétique maximale des électrons émis devrait augmenter et, par conséquent, la tension d'arrêt devrait croître également, Or, nous avons constaté qu'une plus grande puissance du faisceau ne faisait qu'augmenter le nombre d'électrons émis, mais ne modifiait pas le potentiel d'arrêt (2^{ème} loi)

- selon la théorie ondulatoire, on devrait s'attendre à une puissance seuil et non à une fréquence seuil.

En 1905, A. Einstein donna une explication de ces phénomènes et interpréta les lois de l'effet photoélectrique.

Il émet les hypothèses suivantes :

- L'énergie lumineuse est émise, se propage et est absorbée sous forme de grains d'énergie appelés photons.
- Chaque photon correspondant à une radiation électromagnétique de fréquence ν possède l'énergie : $E = h \nu$

h est une constante universelle appelée constante de Planck, les photons se propagent à la célérité de la lumière.

La constante de Planck a pour valeur $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Js.

3.2 - Interprétation des lois de l'effet photoélectrique :

1^{ère} loi : l'effet photoélectrique ne se produit qu'avec un rayonnement de fréquence $\nu \geq \nu_0$

Un électron dans un métal n'est pas libre, il est soumis à toutes les actions dues aux ions métalliques constituant le réseau cristallin et, aux autres électrons libérés de ces ions.

Ces forces se compensent à peu près pour des électrons éloignés de la surface, du métal, mais si un électron arrive au voisinage de cette surface, il est soumis à une force d'attraction qui va l'empêcher de sortir du métal.

Pour l'extraire, il faut lui fournir une énergie minimale E_0 encore appelée travail ou énergie d'extraction, cette énergie minimale peut-être fournie à l'électron par un photon de fréquence ν_0 , telle que : $E_0 = h \nu_0$

L'effet photoélectrique ne peut se produire que si le photon incident possède l'énergie minimale $h \nu_0$: il s'agit là de l'effet de seuil.

Une multitude de photons d'énergie $h\nu < h\nu_0$ cumulant leurs énergies ne peuvent réaliser l'extraction alors qu'un seul photon d'énergie $h\nu \geq h\nu_0$ est capable de le faire.

2^{ème} loi : l'intensité du courant de saturation I_s est proportionnelle à la puissance du faisceau incident.

Soit n le nombre de photons parvenant chaque seconde sur la cathode et $h\nu$ l'énergie d'un photon : la puissance P reçue par le cathode vaut $P = n h \nu$

Sur n photons incidents et possédant l'énergie suffisante seuls n' photons sont efficaces, c'est-à-dire capables d'extraire n' électrons.

Le rapport $\frac{n'}{n} = r$ est appelé rendement quantique de la cellule.

Pour une cellule donnée, ce rendement r est fonction que de la fréquence ν du rayonnement incident.

Ainsi $P = \frac{n'}{r} h\nu$

L'intensité de saturation est liée au nombre d'électrons éjectés du métal chaque seconde : $I_s = n'e$ d'où $P = \frac{I_s}{e} \cdot \frac{h\nu}{r} \Rightarrow I_s = \frac{P \cdot e \cdot r}{h\nu}$

L'intensité du courant de saturation est bien proportionnelle à la puissance transportée par le faisceau incident.

3^{ème} loi : la tension d'arrêt U_0 est fonction affine de la fréquence ν du rayonnement incident.

Soit un photon efficace possédant l'énergie $E > E_0$. Si nous considérons le système (photon-électron émis -cristal) comme un système isolé , nous

pouvons appliquer le principe de conservation de l'énergie :

$$E_{\text{photon}} = E_{\text{Ce}} + E_{\text{(extraction)}} + E_{\text{C(cristal)}}$$

L'énergie cinétique de recul de la cathode est tout à fait négligeable compte tenu de sa masse

et : $E_{\text{photon}} = \frac{1}{2} m V_{\text{max}}^2 + E_0$; $\frac{1}{2} m V_{\text{max}}^2 = h\nu - h\nu_0 = h(\nu - \nu_0)$

Or $\frac{1}{2} m V_{\text{max}}^2 = eU_0 \Leftrightarrow U_0 = \frac{h}{e} (\nu - \nu_0)$

Le potentiel d'arrêt U_0 est donc une fonction affine de la fréquence ν .

Application :

1 - Le seuil photoélectrique de la cathode d'une cellule est égal à $\lambda_0 = 0,6 \mu\text{m}$.

Evaluer l'énergie d'extraction d'un électron en joules puis en électrons - volts.

On donne $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$; $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{Js}$;

2 - La cellule est éclairée par un faisceau de longueur d'onde $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$.

Quelle est la vitesse maximale de sortie des électrons de la cathode.

On donne $m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{Kg}$.

3 - Déterminer la valeur du potentiel d'arrêt U_0 ? (λ reste égale à $0,5 \mu\text{m}$).

4 - La longueur d'onde reste égale à $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$. La tension appliquée à la cellule est égale à $U = 50 \text{V}$.

a - Quelle est l'énergie cinétique maximale des électrons arrivant sur la boucle anode ?

b - La cathode reçoit une puissance constante $p = 0,4 \text{mW}$ sous forme rayonnante.

L'intensité du courant de saturation obtenue est $I_s = 1,6 \mu\text{A}$. Déterminer le pourcentage de photons utiles c'est-à-dire qui expulsent un électron.

Solution :

$$1 - E_0 = h \frac{c}{\lambda_0}; \text{A.N: } E_0 = 3,3 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,06 \text{ eV} \quad 2 - h\nu = E_0 + \frac{1}{2} m V_{\max}^2 \Rightarrow \frac{1}{2} m V_{\max}^2 = h\nu - E_0$$
$$V_{\max} = \sqrt{\frac{2(h\nu - E_0)}{m}}; \text{A.N: } V_{\max} = 383 \text{ Km/s}$$
$$3 - \Delta E_c = \sum w_{\bar{f}} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m V^2 = -eU_0 \quad 4-a- \Delta E_c = \sum w_{\bar{f}} \Rightarrow E_{c_{\max}} - E_{c_0} = eU$$
$$U_0 = \frac{m V^2}{2e}; \text{A.N: } U_0 = 0,41 \text{ V} \quad E_{c_{\max}} = \frac{1}{2} m V_0^2 + eU_{\text{avec } v_0} = 383 \text{ Km/s}$$
$$\text{A.N: } E_{c_{\max}} = 8,07 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$
$$b - r = \frac{I_s \cdot h \cdot \nu}{p \cdot e}; \text{A.N: } r = 1\%$$

4 - Applications de l'effet photoélectrique

4.1 - Emplois divers de la cellule photoélectrique :

Les cellules photoélectriques permettent de convertir des variations de flux lumineux en signaux électriques.

Donnons quelques applications : mise en marche de dispositifs mécaniques tels que portes de garages, escaliers roulants, avertisseurs d'incendie

4.2- Photomultiplicateur :

C'est un appareil qui permet de déceler ou de compter des photons, même un par un. Ces détecteurs ont permis à la physique nucléaire d'accomplir d'énormes progrès dans l'étude des énergies de particules.

4.3 -Cellules photovoltaïques ou photopiles :

Ce sont des dispositifs qui transforment directement les radiations électromagnétique en courant électrique et ce , sans nécessiter un générateur.

Les cellules solaires utilisées dans les satellites artificiels, dans certaines installations électriques locales sont des photopiles.

L'essentiel:

- On appelle effet photoélectrique, l'extraction d'électrons de la matière sous l'action d'un rayonnement électromagnétique.

- La longueur d'onde maximale λ_0 produisant l'effet photoélectrique est appelée seuil de longueur d'onde du métal . La fréquence $\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}$ est la fréquence seuil. L'effet photoélectrique se produit si: $\lambda \leq \lambda_0$ ou $\nu \geq \nu_0$.

- Lois de l'effet photoélectrique:

1^{ère} loi: L'émission photoélectrique ne se produit que si la fréquence de la lumière tombant sur le métal est supérieure à une fréquence limite ν_0 caractéristique du métal. Cette émission est alors instantanée : $\nu \geq \nu_0$ ou $\lambda \leq \lambda_0$.

2^{ème} loi: L'intensité du courant de saturation I_s est proportionnelle à la puissance transportée par le faisceau lumineux reçue par la cathode: $I_s = \frac{p \cdot r \cdot e}{h \nu}$

3^{ème} loi : L'énergie cinétique maximale des électrons émis par la cathode est indépendante du faisceau incident .Elle ne dépend que de la fréquence ν de la radiation incidente et croit de façon affine avec cette fréquence : $\frac{1}{2} m v_{\max}^2 = h(\nu - \nu_0)$

$$\text{- Potentiel d'arrêt : } U_0 \quad \begin{cases} U_{AC} = 0 \Leftrightarrow I \neq 0 \\ U_{AC} = -U_0 \Leftrightarrow I = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = eU_0$$

Exercices

Exercice 1

Une cellule photoélectrique reçoit un rayonnement lumineux monochromatique de longueur d'onde $0,483 \mu\text{m}$. Elle est branchée dans un circuit série comprenant un générateur de tension continue réglable et un ampèremètre. On augmente progressivement la tension et on constate que le courant à travers l'ampèremètre diminue. Pour des tensions supérieures à $0,87 \text{ V}$ l'intensité de courant est nulle.

- Représenter le schéma du montage.
- Calculer le travail d'extraction d'un électron. Exprimer le en eV.
- Calculer la fréquence seuil et la longueur d'onde seuil.

On donne: $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Exercice 2

On éclaire la cathode d'une cellule photoélectrique à vide avec une lumière monochromatique dont chaque photon transporte une énergie de $2,75 \text{ eV}$.

- Calculer la valeur de la longueur d'onde de cette lumière.
- Calculer la valeur de la vitesse d'expulsion d'un électron du métal de la cathode sachant que le travail d'extraction vaut $2,25 \text{ eV}$.
- Pour augmenter cette vitesse d'expulsion faut-il changer la longueur d'onde de la lumière incidente ou la puissance lumineuse? Justifier la réponse.

Exercice 3

- Qu'est-ce que l'effet photoélectrique? Décrire l'expérience historique qui a permis de mettre ce phénomène en évidence.
- Pourquoi la théorie ondulatoire de la lumière ne permet-elle pas d'interpréter le phénomène observé.
- Expliquer la notion de potentiel d'arrêt et établir son expression en fonction de la fréquence des photons utilisés.
- Application: :

On éclaire une cellule photoélectrique avec un faisceau de lumière monochromatique de longueur d'onde 526 nm et de puissance $0,25 \text{ W}$.

- Calculer la vitesse des électrons photo-émis, si le travail d'extraction vaut $2,2 \text{ eV}$.
- Quelle est l'intensité du courant de saturation, si le rendement quantique de la cellule vaut $0,8\%$?

On donne: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Exercice 4

1- La photocathode en Cs d'une cellule photoélectrique reçoit un rayonnement lumineux monochromatique de longueur d'onde 430 nm et de puissance 1 mW . Sa fréquence de seuil est $4,6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$.

- Calculer en J puis en eV le travail d'extraction d'un électron de la photocathode.
- Quelle est l'énergie cinétique maximale des électrons émis en J, puis en eV?
- Calculer le potentiel d'arrêt de la photocathode pour ce rayonnement.

2 - Calculer la vitesse maximale d'impact d'un électron sur l'anode si la ddp entre l'anode et la photocathode est 10 V .

3- Le rendement quantique de la cellule $\eta = 0,03$.

Calculer l'intensité du courant de saturation obtenu avec ce rayonnement.

Exercice 5

La cathode d'une cellule photoélectrique est caractérisée par un travail d'extraction de 2,5 eV. On l'éclaire avec de la lumière monochromatique de longueur d'onde 400 nm

- 1 - Calculer l'énergie cinétique des électrons photo émis, ainsi que le potentiel d'arrêt.
- 2 - On applique une différence de potentiel $V_A - V_C = 10 \text{ V}$ entre cathode et anode. Calculer l'énergie cinétique des électrons lors de leur arrivée sur l'anode.
- 3 - Pour cette tension, la cellule est saturée ($I = I_s$). Sachant que la puissance du faisceau lumineux vaut 400 mW et le courant de saturation 50 mA, calculer le rendement de la cellule. $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Exercice 6

On envoie un faisceau de lumière monochromatique de puissance 1W et de longueur d'onde 0,489 μm sur une cellule photoélectrique pour laquelle le travail d'extraction vaut 2,1 eV.

- a- Déterminer la longueur d'onde seuil de la cellule.
- b- Calculer l'énergie cinétique d'électrons émis.
- c- Quelle tension faut-il appliquer à cette cellule pour annuler le courant ? Préciser la polarité .
- d- Déterminer l'intensité de saturation, sachant que 2% des photons incidents produisent l'effet photoélectrique. On donne : $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Exercice 7

- 1- Expliquer les termes suivants:
 - a) seuil photoélectrique
 - b) courant de saturation
 - c) potentiel d'arrêt.

Décrire le montage permettant l'étude de l'intensité du courant photoélectrique.

- 2- Comment doit-on modifier l'expérience de l'effet photoélectrique pour avoir:
 - a) un courant de saturation d'intensité double?
 - b) un seuil photoélectrique plus faible?
 - c) un potentiel d'arrêt plus grand?
- 3- Le travail d'extraction d'un électron de la cathode vaut $W_0 = 1,60\text{eV}$. Déterminer la longueur d'onde λ_0 qui correspond au seuil photoélectrique du métal de la cathode C.
- 4- On éclaire la cellule par une radiation de longueur d'onde $\lambda = 500\text{nm}$. La tension entre anode A et cathode C vaut $U_{AC} = 7,00\text{V}$.

Déterminer:

- a) La valeur V_c de la vitesse maximale des électrons émis par C.
- b) La valeur de la vitesse V_A à l'arrivée sur l'anode A des électrons émis par la cathode à une vitesse $v=4,5 \times 10^5 \text{ m/s}$.
- 5- Quelle tension maximale U'_{AC} permettrait d'annuler le courant photoélectrique, lorsque les électrons sont émis avec la vitesse $v=4,5 \times 10^5 \text{ m/s}$?

CHAPITRE II :

Niveaux d'énergie d'un atome : Etude de l'atome d'hydrogène

Objectifs:

- * Définir l'énergie de l'atome de l'hydrogène.
- * Représenter le diagramme d'énergies pour quelques niveaux de l'atome de l'hydrogène.
- * Savoir calculer l'énergie qu'il faut fournir à l'atome pour passer d'un niveau p à un niveau n .
- * connaître les noms des principales séries de raies d'émission de l'atome de l'hydrogène.

Institut Pédagogique National

1 - Rappel :

L'atome présente des niveaux d'énergie numérotée 1, 2, 3, 4 ... ou désignés par les lettres K, L, M, N... dans lesquels se répartissent les électrons.

Un niveau ne peut contenir plus de $2n^2$ électrons.

Les électrons remplissent d'abord les niveaux K, L,... en fonction des places disponibles.

L'état fondamental d'un atome est son état de plus faible énergie.

2 -Energie de l'atome de l'hydrogène :

L'atome de l'hydrogène est l'atome le plus simple, il possède un seul électron en mouvement autour du noyau constitué par un seul proton

L'énergie attribuée à l'atome englobe :

- l'énergie potentielle E_p d'interaction électrostatique électron – noyau

- l'énergie cinétique E_c de l'électron dans son mouvement autour du noyau.

Le système électron – noyau a ainsi une énergie totale $E = E_c + E_p$

Par convention l'énergie potentielle de l'atome ionisé est choisie nulle, l'électron se trouvant alors à une distance r infiniment grande du noyau : $E_{p\infty} = 0$

Pour ioniser l'atome ($E_{p\infty} = 0$) c'est-à-dire séparer l'électron du noyau sans lui communiquer de vitesse ($E_{c\infty} = 0$), il faut fournir un travail $W > 0$.

Ce travail s'ajoute à l'énergie E que possédait l'atome pour donner l'énergie E_∞ de l'atome ionisé : $E + W = E_\infty = E_{p\infty} + E_{c\infty} = 0$ D'où avec $W > 0$: $E < 0$

Si on adopte par convention $E_{p\infty} = 0$, l'énergie E de l'atome est négative.

L'étude des spectres d'émission de l'atome d'hydrogène a permis de trouver les valeurs possibles de l'énergie.

$$E = -\frac{13,6}{n^2} = -\frac{E_0}{n^2} \quad n \in \mathbb{N}^*$$

E en électron volt (eV).

n : (appelé nombre quantique principal) définit le numéro de la couche occupée par l'électron. Les valeurs de l'énergie de l'atome de l'hydrogène sont quantifiées (discrètes).

Elles dépendent du nombre quantique principal n

Si :

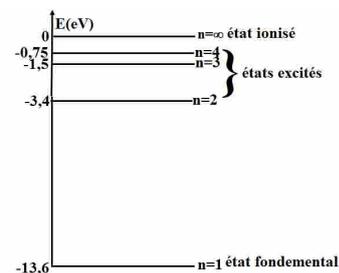
$n=1$ $E_1 = -13,6$ eV État fondamental

$1 < n < \infty$ $-E_0 < E < 0$ États excités

$n = \infty$ $E_\infty = 0$ Etat d'ionisation

• Diagramme des énergies

n	1	2	3	4	∞
E_n (eV)	-13.6	-3.4	-1.51	-0.85		0



• Energie d'ionisation :

C'est l'énergie qu'il faut fournir à l'atome pour l'ioniser à partir du niveau fondamental $n=1$

$$E_i = 0 - (-13,6)$$

$$E_i = E_\infty = 13,6 \text{ eV}$$

Application

- 1- A partir de quelle longueur d'onde λ_0 un photon est-il susceptible d'ioniser un atome d'hydrogène pris dans son état fondamental ?
- 2- Que se passe-t-il si le photon est tel que $\lambda < \lambda_0$?

Solution :

$$1-E_i = h\nu_0 = hc/\lambda_0 \quad ; \quad \lambda_0 = hc/E_i$$

$$\text{A.N : } \lambda_0 = 91\text{nm.}$$

- 2- Un photon de longueur d'onde inférieure à λ_0 , possède une énergie supérieure à $h\nu_0$. L'électron sera arraché avec une énergie cinétique $E_c = h(\nu - \nu_0)$ si l'atome est initialement dans l'état fondamental.

3 - Passage d'un électron d'un niveau d'énergie à un autre ou transition électronique.

Un atome est dit dans un état excité quand il reçoit de l'énergie qui le fait passer de l'état fondamental à l'état excité.

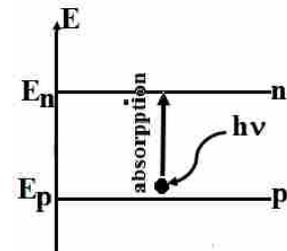
L'excitation d'un atome résulte d'un gain d'énergie.

Les états excités sont au dessus du niveau fondamental.

La durée de l'état excité est très courte et l'atome reprend son état fondamental qui est un état stable.

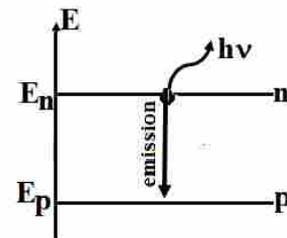
Quand l'atome revient vers un état stable il libère l'énergie emmagasinée en émettant de la lumière.

Le passage d'un électron d'un niveau p à un niveau supérieur n est provoquée par l'absorption d'énergie $E_n - E_p = h\nu$



Le passage de l'électron d'un niveau supérieur n à un niveau inférieur p est accompagnée par l'émission d'énergie

$$E_n - E_p = h\nu$$



Dans l'état fondamental l'électron est, en moyenne plus proche du noyau que dans les états excités.

Un atome excité a tendance à revenir dans son état fondamental : il le fait par des transitions électroniques, qui s'accompagnent d'une émission de photons.

Ce retour à l'état fondamental peut se faire par étapes.

Ainsi une transition depuis un état excité E_n vers un état E_p (E_p < E_n) s'accompagne de l'émission d'un photon d'énergie

$$h\nu_{np} = E_n - E_p = -13,6 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right) \text{ Avec } n < p$$

Cette valeur (en eV) représente aussi l'énergie qu'il faut fournir à l'atome pour l'exciter du niveau p au niveau supérieur n .

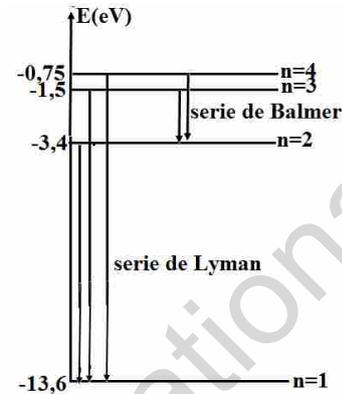
4 - Séries de raies d'émission:

L'ensemble des raies qui constituent le spectre d'émission de l'atome de l'hydrogène peut être classé en séries.

Une série correspond aux transitions qui aboutissent au même niveau d'énergie.

Exemples de séries :

- Séries de Lyman : retour vers $n=1$
- séries de Balmer : retour vers $n=2$
- série de Paschen : retour vers $n=3$
- série de Brackett : retour vers $n=4$
- série de Pfund : retour vers $n=5$



5 -Relation empirique :

$$h\nu_{np} = 13,6 \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\frac{hc}{\lambda_{np}} = 13,6 \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda_{np}} = \frac{13,6}{hc} \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

On pose : $R_H = \frac{13,6}{hc} = \frac{13,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} = 1,09 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ Constante de Rydberg.

$$\frac{1}{\lambda_{np}} = R_H \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

Application :

En se limitant au domaine visible, déterminer les longueurs d'ondes des raies de la série de Balmer, qui correspondent à des transitions électroniques de l'atome d'hydrogène des niveaux $n > 2$ vers le niveau excité $n = 2$.

Solution :

$$1/\lambda = R_H(1/2^2 - 1/n^2) ; \lambda = 1/(R_H(1/2^2 - 1/n^2))$$

$$\text{A.N : } \lambda_1 = 657\text{nm} ; \lambda_2 = 487\text{nm} ; \lambda_3 = 435\text{nm} ; \lambda_4 = 411\text{nm}$$

L'essentiel :

- Par définition l'énergie de l'atome de l'hydrogène est donnée par la relation:

$$E = \frac{-13,6}{n^2} (eV).$$

n : nombre quantique principal ou numéro de la couche occupée par l'électron.

- Le passage de l'atome de l'hydrogène d'un niveau supérieur n à un niveau inférieur p s'accompagne d'une émission de photon d'énergie: $E_n - E_p = -13,6 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right)$. Cette valeur

représente aussi l'énergie qu'il faut fournir à l'atome pour l'exciter du niveau E_p au niveau supérieur E_n .

- L'énergie d'ionisation E_i est l'énergie qu'il faut fournir à l'atome pour l'ioniser à partir du niveau fondamental $n=1$: $E_i = 13,6 eV$.

- La longueur d'onde de la radiation émise au cours d'une émission d'un photon obéit à la relation empirique : $\frac{1}{\lambda_{n,p}} = R_H \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ avec $n > p$.

R_H : constante de Rydberg.

$$R_H = 1,09 \cdot 10^7 m^{-1}.$$

Exercices

Exercice 1

L'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène est de $13,6\text{eV}$. Quelle est la longueur d'onde maximale que l'on peut utiliser pour ioniser cet atome.

Exercice 2

Les énergies des différents niveaux de l'atome de l'hydrogène sont donnés par la formule $E_n = -13,6/n^2$ (eV).

- Calculer les énergies correspondant à $n=1, 2, 3, \dots, \infty$ et représenter le diagramme des niveaux d'énergies de l'atome d'hydrogène.
- Quelle est l'énergie minimale que l'on doit fournir à un atome d'hydrogène pour qu'il passe de l'état fondamental à un état excité.
- Cette énergie apportée à l'atome par une radiation lumineuse monochromatique. Calculer sa longueur d'onde. On donne : $C=3.10^8\text{m/s}$; $h=6,62.10^{-34}\text{Js}$.
- Calculer la longueur d'onde de la radiation susceptible d'ioniser l'atome de l'hydrogène.

Exercice 3

Les niveaux d'énergie quantifiés de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation $E_n = -13,6/n^2$ (eV).

- Quelle est l'énergie d'ionisation d'un atome d'hydrogène
- Quelle est l'énergie cinétique minimale d'un électron capable de provoquer par choc l'excitation d'un atome d'hydrogène de son état fondamental ($n=1$) à son premier niveau excité ($n=2$).
- L'atome d'hydrogène précédemment excité revient à l'état fondamental avec émission d'une onde lumineuse. Quelle est sa longueur d'onde.
- Etablir la relation littérale donnant la fréquence des ondes lumineuses émises lorsque des atomes d'hydrogène préalablement excités passent d'un état d'énergie caractérisé par $n>2$ à l'état d'énergie caractérisé par $n=2$. calculer la plus grande longueur d'onde des ondes lumineuses émises dans ce cas. On donne $h=6,62.10^{-34}\text{Js}$; $e=1,6.10^{-19}\text{C}$; $C=3.10^8\text{m/s}$

Exercice 4

Données : célérité de la lumière dans le vide : 3.10^8 m/s; constante de Plank : $h=6,62.10^{-34}$ Js ; charge élémentaire : $e=1,6.10^{-19}$ C.

On rappelle que l'énergie d'un atome d'hydrogène est quantifiée et ne peut prendre que les valeurs suivantes : $E_n = -E_0/n^2$ avec $E_0 = 13,6$ eV et $n = 1, 2, 3, \dots$

- Représenter sur un diagramme les niveaux d'énergie en électron - volts de l'atome d'hydrogène pour n compris entre 1 et 5. Préciser ce qu'on appelle état fondamental et état excité. S'aider de ce diagramme pour justifier le caractère discontinu du spectre d'émission de l'atome d'hydrogène.

- 2 - Qu'appelle-t-on énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène ? Quelle est sa valeur ?
- 3 - L'atome d'hydrogène passe du niveau d'énergie correspondant à $n=5$ au niveau $n=3$.
 - Calculer la longueur d'onde de la radiation émise.
 - A quelle domaine de radiation cette longueur d'onde appartient-elle ?
- 4 - L'atome d'hydrogène étant dans un état correspondant au niveau $n=3$, il reçoit un photon d'énergie $0,5 \text{ eV}$. Le photon est-il absorbé ?
- 5 - L'atome d'hydrogène étant dans un état correspondant au niveau $n=3$, il reçoit un photon d'énergie 2 eV . Montrer que l'électron est arraché. Calculer son énergie cinétique en eV .

Exercice 5

La série des raies visibles de l'hydrogène (série de Balmer) est donnée par la relation :
 $1/\lambda = RH(1/2^2 - 1/n^2)$.

- 1 - Déterminer en nm les longueurs d'ondes des radiations visibles émises.
- 2 - calculer en eV les énergies des niveaux pour lesquels les transitions conduiront à ces radiations visibles.

CHAPITRE III :

La radioactivité

Objectifs

- * Définir l'énergie de liaison du noyau
- * Connaître les principales réactions nucléaires
- * Définir la radioactivité
- * Connaître les différents types de radioactivité
- * Utiliser la loi de décroissance radioactive
- * Définir l'activité d'une substance radioactive
- * Définir la période radioactive.

Institut Pédagogique National

1-Noyau atomique

1.1 - Constitution du noyau

Le noyau est formé de particules appelées nucléons. Il existe essentiellement deux types de nucléons : les protons et les neutrons.

- le proton : particule portant une charge élémentaire $+e$.
- le neutron : particule électriquement neutre

Le nombre de protons que contient un noyau est appelé nombre de charge ou numéro atomique : il est noté Z . Le nombre total de nucléons (protons + neutrons) est appelé nombre de masse, il est noté A

1.2- Le nucléide

Un nucléide ou noyau est caractérisé par son nombre de masse A et son nombre de charge Z .

On le note : ${}^A_Z X$ (où X est le symbole de l'élément correspondant)

Exemples:

${}^{12}_6 C$: 6 protons, 12 nucléons (soit 6 neutrons)

${}^{16}_8 O$: 8 protons, 16 nucléons (soit 8 neutrons)

${}^{35}_{17} Cl$: 17 protons et 35 nucléons (soit 18 neutrons)

1.3 Isotopes :

Les isotopes sont des atomes d'un même élément qui diffèrent par leur nombre de neutrons.

Les isotopes sont des atomes qui ont le même Z mais qui diffèrent par leur nombre de masse.

Exemples :

${}^1_1 H$; ${}^2_1 H$; ${}^3_1 H$; ${}^{12}_6 C$; ${}^{13}_6 C$; ${}^{14}_6 C$; ${}^{16}_8 O$; ${}^{17}_8 O$; ${}^{18}_8 O$

1.4 -Grandeurs caractéristiques du noyau

1.4.1 -Dimensions :

Les expériences montrent que le noyau a une forme sphérique de rayon r ; le rayon r est

donné en fonction du nombre de nucléons A par la relation : $r = r_0 A^{\frac{1}{3}}$ avec $r_0 = 1,2 \cdot 10^{-15} m$

1.4.2 - Masse :

Le noyau représente quasiment toute la masse de l'atome, la masse des électrons étant le plus souvent considérée comme négligeable par rapport à la masse totale.

L'unité de masse, le kilogramme, connue jusqu'à présent ne convient pas pour la physique nucléaire parce que les masses sont très petites.

Pour cela on utilise de nouvelles unités :

- l'unité de masse atomique u : $1u = \frac{m({}^{12}_6 C)}{12}$;

- le $\frac{MeV}{c^2}$ qui revient à donner l'énergie de masse en MeV au lieu de la masse.

$$1u = 1.661 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 931.5 \text{ MeV}/c^2$$

La masse du noyau vaut approximativement $m = Au$. Les valeurs des masses des particules de l'atome sont les suivantes :

Particule	Masse en kg	Masse en u	Masse en MeV/c^2
Proton	$1,672 \cdot 10^{-27}$	1,007	938,2
Neutron	$1,674 \cdot 10^{-27}$	1,009	939,5
Electron	$9,110 \cdot 10^{-31}$	$5,5 \cdot 10^{-4}$	0,51

1.5 - Etude énergétique du noyau

1.5.1- Cohésion nucléaire :

Comment les nucléons peuvent ils rester ensemble alors que les protons chargés positivement se repoussent ? il est nécessaire qu'une autre force attractive, équilibre cette répulsion, sinon le noyau n'existerait pas.

La force gravitationnelle est attractive, mais son intensité est trop faible par rapport à la force électrique pour jouer ce rôle.

Il y a donc une autre force fondamentale qui lie les nucléons à l'intérieur du noyau : C'est l'interaction forte découverte par YUKAWA en 1935, l'interaction forte est la force à très courte portée (10^{-14} m) qui assure la cohésion des noyaux .

1.5.2 -L'énergie de liaison du noyau

1.5.2.1- Défaut de masse :

Prenons l'exemple d'un noyau de deutérium ${}^2_1\text{H}$, isotope de l'hydrogène, il est formé d'un proton et d'un neutron. Sa masse, exprimée en unités de masse atomique vaut : $m = 2.01345u$, celles du proton et du neutron sont respectivement : $m_p = 1.007276u$, et $m_n = 1.008665 u$.

Si nous additionnons les masses du proton et du neutron, nous obtenons : $m_p + m_n = 2.015941u$.

Nous observons que la masse du noyau de deutérium est inférieure à la somme des masses de ses composants !

Ce phénomène est général :

La masse d'un noyau est toujours inférieure à la somme des masses des nucléons qui le constituent.

Lors de la formation d'un noyau, il y' a donc une « perte » de masse appelée défaut de masse.

Par définition, le défaut de masse d'un noyau est égal à la différence entre la masse des nucléons qui le composent et sa masse.

Le défaut de masse est une valeur positive, nous le noterons Δm

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{noy}}$$

1.5.2.2 -Relation d'Einstein

Dans la théorie de la relativité restreinte, Einstein a postulé que la masse est une des formes que peut prendre l'énergie : la masse et l'énergie sont donc équivalentes.

Cette équivalence est donnée par la relation d'Einstein $E = mc^2$ où m est la masse du système et c la célérité de la lumière dans le vide.

Tout système au repos a une énergie de masse. Considérons un système dont la masse varie, son énergie de masse doit donc changer.

A toute variation de masse d'un système au repos correspond une variation d'énergie de masse. donnée par la relation: $\Delta E = \Delta mc^2$

ΔE et Δm représentent les variations d'énergie et de masse du système.

Cette relation est algébrique :

- si la masse du système augmente ($\Delta m > 0$) l'énergie de masse du système augmente ($\Delta E > 0$).
- si la masse du système diminue ($\Delta m < 0$) l'énergie de masse du système diminue également ($\Delta E < 0$)

La théorie de la relativité nous apprend que l'énergie totale d'un système est la somme : de deux termes : son énergie de masse et son énergie cinétique.

Lorsque l'on considère un système isolé, son énergie totale est constante. Dans le cas de la diminution de son énergie de masse, il y a nécessairement augmentation de son énergie cinétique.

1.5.2.3 - Définition de l'énergie de liaison

L'énergie de liaison d'un noyau est l'énergie qui il faut lui fournir pour séparer ses nucléons. Nous la noterons E_ℓ

Nous la noterons E_ℓ

$$E_{\text{noyau}} + E_\ell = E_{\text{nucléonSéparés}}$$

$$E_\ell = E_{\text{nucléonSéparés}} - E_{\text{noyau}}$$

$$E_\ell = [Z m_p + (A-Z)m_n - m]c^2$$

$$E_\ell = \Delta mc^2$$

L'énergie de liaison est une grandeur positive car la masse des nucléons séparés est supérieure à la masse du noyau.

L'énergie de liaison est d'autant plus grande que les noyaux ont un nombre de nucléons élevé.

Pour pouvoir comparer les stabilités des noyaux, il faut rapporter cette énergie de liaison au même nombre de nucléons.

Nous définirons l'énergie de liaison par nucléon.

L'énergie de liaison par nucléon est l'énergie de liaison du noyau divisée par le nombre de

nucléons : $\frac{E_\ell}{A}$

Remarque :

Plus un noyau est lourd, plus son énergie de liaison est grande.

Mais cela n'implique pas qu'il soit stable.

Ainsi l'énergie de liaison de l'uranium 238 est 1802 MeV et celle du fer 56 est 4922 MeV, alors que le fer 56 est plus stable que l'uranium 238

Pour juger de la stabilité d'un nucléide il faut considérer l'énergie de liaison par nucléons :

$$\frac{E_\ell}{A} = [Z m_p + (A-Z)m_n - m]c^2 / A$$

Ainsi : pour ${}^{238}_{92}\text{U}$; $\frac{E_\ell}{A} = 7,57 \text{ MeV/nucléon}$

pour ${}^{56}_{26}\text{Fe}$; $\frac{E_\ell}{A} = 8,79 \text{ MeV/nucléon}$

Un nucléide est d'autant plus stable que son énergie de liaison par nucléon est grande.

2 - Réactions nucléaires

2.1 - Réactions nucléaires spontanées.

2.1.1 - La radioactivité:

Certains noyaux d'atomes naturels, ou artificiels, sont instables et se transforment spontanément. Le noyau instable est dit radioactif, la réaction est appelée désintégration ou réaction nucléaire.

L'ensemble des particules émises par un échantillon radioactif constitue le rayonnement radioactif.

La radioactivité est la propriété spécifique de certains noyaux instables de se transformer spontanément en émettant un rayonnement.

La radioactivité est :

- Une propriété du noyau.
- Spontanée.
- Indépendante des conditions physiques.
- Indépendante du composé auquel appartient le noyau.

2.1.2 -Lois de conservation :

Dans une réaction nucléaire il y'a conservation :

- Du nombre de nucléons.
- Du nombre de charges.

- soit la réaction suivante : ${}^A_Z X \rightarrow {}^{A_1}_{Z_1} Y_1 + {}^{A_2}_{Z_2} Y_2$

- conservation du nombre de nucléons $A = A_1 + A_2$
- conservation du nombre de charge $Z = Z_1 + Z_2$

2.2 -Les réactions nucléaires provoquées :

Les réactions nucléaires provoquées sont dues au bombardement d'un noyau par une autre particule ou par un autre noyau.

Elles dépendent de plusieurs facteurs :

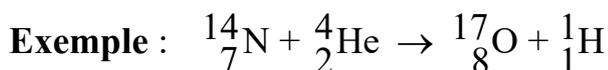
- la nature du noyau cible.
- la nature du projectile (proton, neutron, particule) et de son énergie cinétique.

Les réactions nucléaires provoquées sont très nombreuses et très variées.

Nous allons donner quelques exemples :

2.2.1 -La réaction de transmutation :

C'est une réaction nucléaire au cours de la quelle deux noyaux interagissent pour former deux autres nouveaux noyaux avec éventuellement création de particules élémentaires.



2.2.2 - La réaction de fission :

Certains noyaux atomiques massifs ont la propriété de se scinder en deux fragments, en général inégaux, lorsque diverses particules viennent les choquer.

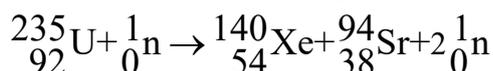
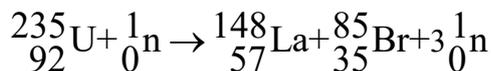
Quand cette scission est provoquée par un neutron, la réaction porte le nom de fission.



La fission est une réaction :

- provoquée.
- en chaîne.
- exothermique.

Exemples :

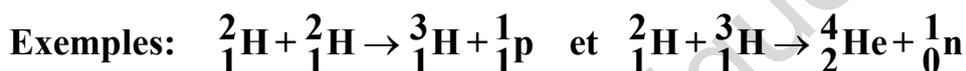


2.2.3 - La réaction de fusion :

On peut libérer de l'énergie aussi en unissant des petits noyaux pour en former de plus gros. Ces réactions sont appelées fusions nucléaires.

La fusion est une réaction :

- provoquée.
- exothermique.



Remarque : L'énergie nucléaire est produite essentiellement par les réactions nucléaires de fission ou fusion.

2.2.4 - Applications :

On pourra citer à titre d'exemple dans le cadre des applications :

- les centrales nucléaires.
- les effets biologiques des radiations.
- l'utilisation en chimie et métallurgie.
- la datation.

2.3- Les différents types de radioactivité :

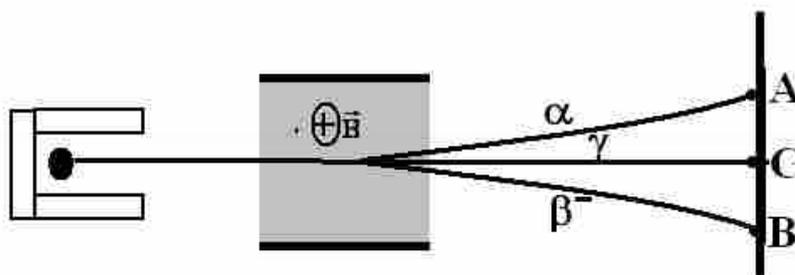
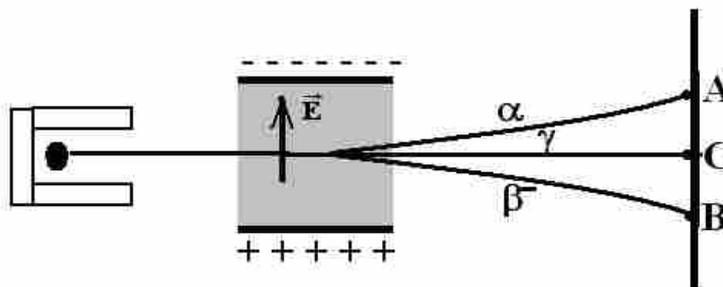
2.3.1 - Mise en évidence :

2.3.1.1 - Expérience : Une substance radioactive telle que le sel de radium est placée au fond d'une cavité étroite percée dans un cylindre de plomb à parois épaisses.

Le rayonnement émis par la substance est canalisé par le tube de plomb.

Lorsqu'on soumet ce rayonnement à l'action d'un champ électrique uniforme \vec{E} , on observe

sur l'écran trois points d'impact A, B, C.



On obtient le même résultat que précédemment lorsqu' on remplace le champ électrique par un champ magnétique uniforme \vec{B} .

2.3.1.2 -Analyse : les particules qui arrivent en **A** sont chargées positivement car déviées dans le sens du champ.

Elles ont été identifiées à des noyaux d'hélium ${}^4_2\text{He}$ (α)

- les particules qui arrivent en **B**, déviées en sens inverse du champ sont chargées négativement.

Ces particules ont été étudiées et identifiées à des électrons ${}^0_{-1}\text{e}$ (β^-)

- les particules qui arrivent au point **C** ne sont pas chargées puisqu'elles ne sont pas déviées : ce sont des photons.

L'étude des particules émises par certains éléments radioactifs artificiels révèle l'existence d'une autre particule déviée dans le sens du champ.

Cette particule est de masse égale à celle de l'électron mais de charge opposée, on l'appelle positon : ${}^0_{+1}\text{e}$ (β^+).

2.3.2- La radioactivité α :

Les particules α sont des noyaux d'hélium et symbolisés par: ${}^4_2\text{He}$

Au cours d'une émission α , l'équation de désintégration s'écrit : ${}^A_Z\text{X} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^{A-4}_{Z-2}\text{Y}$

Exemples : ${}^{212}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^{208}_{82}\text{Pb}$ et ${}^{229}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^{225}_{88}\text{Ra}$

2.3.3 -La radioactivité β^- :

C'est une particule qui à une masse et une charge identiques à celles de l'électron : il s'agit d'un électron.

Au cours d'une émission β^- , l'équation de la désintégration s'écrit :

${}^A_Z\text{X} \rightarrow {}^0_{-1}\text{e} + {}^A_{Z+1}\text{Y} + {}^0_{+1}\bar{\nu}$ (${}^0_{+1}\bar{\nu}$: antineutrino)

Tout se passe comme si un neutron du noyau se transforme en un proton selon :

${}^1_0\text{n} \rightarrow {}^0_{-1}\text{e} + {}^1_1\text{p} + {}^0_{+1}\bar{\nu}$.

Exemples : ${}^{14}_6\text{C} \rightarrow {}^0_{-1}\text{e} + {}^{14}_7\text{N} + {}^0_{+1}\bar{\nu}$ et ${}^{60}_{27}\text{Co} \rightarrow {}^0_{-1}\text{e} + {}^{60}_{28}\text{Ni} + {}^0_{+1}\bar{\nu}$

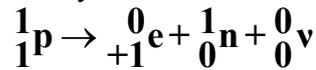
2.3.4 -La radioactivité β^+ :

C'est une particule qui a la même masse qu'un électron et une charge positive égale à la valeur absolue de celle de l'électron.

Au cours d'une émission β^+ la désintégration s'accompagne de la libération d'un positon ${}^0_{+1}\text{e}$

L'équation générale d'une émission β^+ s'écrit: $\boxed{{}_Z^A X \rightarrow {}_{+1}^0 e + {}_{Z-1}^A Y + {}_0^0 \nu}$ (${}_0^0 \nu$: neutrino).

Tout ce passe comme si un proton du noyau se transforme en un neutron selon :



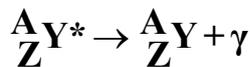
Exemples : ${}_{7}^{12} N \rightarrow {}_{+1}^0 e + {}_6^{12} C + {}_0^0 \nu$ et ${}_{17}^{32} Cl \rightarrow {}_{+1}^0 e + {}_{16}^{32} Y + {}_0^0 \nu$

2.3.5 -La radioactivité γ :

C'est une particule électriquement neutre ,sa masse est nulle et sa vitesse est égale à celle de la lumière: γ est un photon.

Les noyaux obtenus lors de la radioactivité α et β son généralement excités.

Le retour à l'état fondamental d'un noyau excité s'accompagne d'une libération d'énergie sous forme de rayonnement γ ; C'est la désexcitation γ . Si Y^* est le noyau excité ; l'équation de la désexcitation s'écrit :



Les désintégrations β^- et β^+ sont généralement accompagnée du rayonnement γ .

Application :

La radium 226 est un élément radioactif. Par une suite de désintégrations de types α et β^- , il se transforme en noyau stable de plomb 206.

- Donner la composition d'un noyau de radium 226.
- Définir les désintégrations α et β^- en précisant la nature de la particule émise.
- Écrire l'équation représentant la première désintégration du noyau ${}_{88}^{226} Ra$ sachant qu'elle est de type α .
- déterminer le nombre de désintégrations de type α et β^- qui permettent le passage du noyau ${}_{88}^{226} Ra$ au noyau ${}_{82}^{206} Pb$.

Solution:

- Nombre de protons: $Z = 88$; nombre de neutrons: $N = A - Z = 138$.
- La désintégration α est l'émission de noyau d'hélium.

La désintégration β^- est l'émission d'électron.



- Nombre de désintégrations de type α est : 5
- Nombre de désintégrations de type β^- est : 4

2.4- Loi de décroissance radioactive :

Soit N le nombre de noyaux identiques non désintégrés à la date t .

Soit dN la variation du nombre de noyaux radioactifs ($dN < 0$) pendant la durée dt . Entre les dates t et $t + dt$, le nombre de noyaux désintégrés est

$$[N - (N + dN)] = - dN.$$

Le comptage des particules émises par les noyaux radioactifs montrent :

- dN est proportionnel à dt
- dN est proportionnel à N

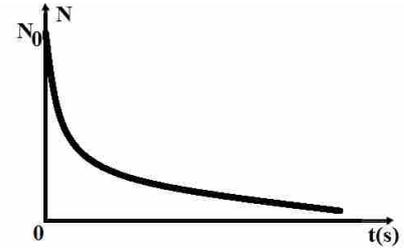
- dN dépend du noyau et de la particule émise. On a : $dN = -\lambda N dt$

En intégrant entre $t=0$ et t , il vient:

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t \Leftrightarrow N = N_0 e^{-\lambda t}$$

λ : Constante radioactive.

Le nombre de noyaux radioactifs décroît suivant une loi exponentielle en fonction du temps.



2.5 - Activité :

L'activité A d'une substance radioactive est le nombre de désintégration par unité de temps.

$$A = \frac{-dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = \lambda N$$

A est exprimé en becquerel (symbole Bq).

L'activité d'une substance radioactive décroît suivant une loi exponentielle en fonction du temps



2.6- Période radioactive :

C'est le temps T au bout duquel la moitié des noyaux initialement présents dans un échantillon se désintègre.

$$\begin{aligned} \text{à } t=0 \quad N &= N_0 \quad \text{et} \quad \text{à } t=T \quad N = \frac{N_0}{2} \\ N &= N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda T} \Rightarrow T = \frac{\ln 2}{\lambda} \end{aligned}$$

Application:

On considère un échantillon contenant initialement N_0 noyaux de polonium $^{210}_{84}\text{Po}$.

La constante de décroissance radioactive λ du polonium 210 est $5,8 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$

a - Calculer son temps de demi-vie T en seconde et en jour.

b - Combien reste-t-il de noyaux radioactifs aux instants T , $2T$, $3T$?

Solution:

a - temps de demi-vie T : $T = \frac{\ln 2}{\lambda}$; A.N: $T=138\text{j}$

b - Nombre de noyaux radioactifs aux différentes dates.

Les résultats sont rassemblés dans le tableau suivant:

t_0	N_0
T	$\frac{N_0}{2}$
$2T$	$\frac{N_0}{4}$
$3T$	$\frac{N_0}{8}$

2.7 -Les familles radioactives :

La radioactivité entraîne la transformation d'un nucléide en un autre nucléide.

Si ce dernier est lui même radioactif, il se transforme à son tour, et ainsi de suite jusqu'à ce que le nucléide obtenu ne soit plus radioactif mais stable, L'ensemble des nucléides issus d'un

même noyau père a reçu le nom de famille radioactive, la filiation radioactive étant le processus de transformation.

Les éléments radioactifs naturels ont été classés en quatre familles :

- famille du neptunium.
- famille de l'uranium- radium.
- famille de l'actinium.
- famille du thorium.

L'essentiel

- Le défaut de masse noté Δm est donné par : $\Delta m = Z m_p + (A-Z)m_n - m_{\text{noy}}$
- Tout système au repos à une énergie de masse donnée par la relation d'Einstein : $E = mc^2$
- L'énergie de liaison d'un noyau est l'énergie qu'il faut lui fournir pour séparer ses nucléons .Elle se calcule par : $E_l = \Delta m c^2$
- la radioactivité est la propriété spécifique de certains noyaux instables de se transformer spontanément en émettant un rayonnement.
- La radioactivité α est l'émission de noyau d'hélium.
$${}^A_Z X \rightarrow {}^4_2 \text{He} + {}^{A-4}_{Z-2} Y$$
- La radioactivité β^- est l'émission d'électron.
$${}^A_Z X \rightarrow {}^0_{-1} e + {}^A_{Z+1} Y + {}^0_0 \nu$$
- La radioactivité β^+ est l'émission de positon.
$${}^A_Z X \rightarrow {}^0_{+1} e + {}^A_{Z-1} Y + {}^0_0 \nu$$
- La radioactivité γ correspond à l'émission de photon .
$${}^A_Z Y^* \rightarrow {}^A_Z Y + \gamma$$
- Loi de décroissance radioactive : . $N = N_0 e^{-\lambda t}$
- **Activité** : C'est le nombre de désintégrations par unité de temps.
$$A = \frac{-dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = \lambda N$$
- **Période radioactive** : C'est le temps T au bout duquel la moitié des noyaux initialement présents s'est désintégrée : $T = \frac{\ln 2}{\lambda}$

Exercices

Exercice 1

Le polonium $^{210}_{84}\text{Po}$ est un isotope radioactif. L'atome de polonium se désintègre en émettant une particule α . L'élément fils est le plomb.

1- Ecrire l'équation de désintégration.

2- Calculer en joule et en MeV l'énergie émise au cours de cette désintégration.

3- La période du nucléide $^{210}_{84}\text{Po}$ est $T=136$ jours. Calculer la masse du polonium 210 restant au bout de 414 jours dans un échantillon qui en contenait initialement 20g.

Masse de l'atome de polonium 210 : 210,0482u Masse de l'atome de plomb : 206,0385u

Masse de la particule α : 4,0039u Célérité de la lumière $c=3.10^8\text{m/s}$

$1\text{u}=1,67.10^{-27}\text{kg}$

Exercice 2

On considère l'émission β^- liée à la désintégration du nucléide $^{210}_{83}\text{Bi}$. Sachant que le noyau fils est le polonium $^{210}_{84}\text{Po}$,

1 - Ecrire l'équation de désintégration

2 - Le polonium est radioactif. Il émet une particule α en se transformant en Pb.

2-.1 - Ecrire l'équation de désintégration.

2.2 - Calculer en joule et en MeV l'énergie libérée au cours de cette désintégration.

On donne : $m_{\text{Po}}=209,9829\text{u}$; $m_{\text{Pb}}=205,9745\text{u}$.

Exercice 3

L'uranium $^{238}_{92}\text{U}$ subit plusieurs désintégrations successives x de types α et y de types β ; A la fin de ces désintégrations on obtient du radium $^{226}_{88}\text{Ra}$.

1- Déterminer les valeurs de x et y ;

2 -La première désintégration est de type α .

2.1- Ecrire l'équation de cette désintégration de $^{238}_{92}\text{U}$. Quelle est la composition du noyau obtenu ?

2.2- Calculer l'énergie libérée au cours de cette désintégration ;

3 - On considère la demi-vie d'un élément radioactif.

3.1- Donner la définition de ce terme.

3.2 - Etablir la loi de désintégration $N=N_0e^{-\lambda t}$ et en déduire l'expression de la demi-vie en fonction de λ ;

3.3 - Calculer la constante de désintégration radioactive λ de $^{238}_{92}\text{U}$ sachant que sa période est $T=4,5.10^9\text{ans}$.

Masse du noyau d'uranium : 238,086u Masse du noyau du radium : 225,977u

Masse du noyau de thorium : 234,0781u Masse de la particule α : 4,0039u

Exercice 4

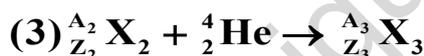
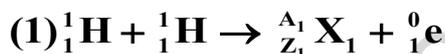
La méthode potassium- argon permet de dater les roches dont la teneur en potassium est significative dans une gamme d'âges de trois milliards d'années à quelques dizaines de milliers d'années. Les roches volcaniques contiennent l'isotope 40 du potassium ; ce dernier est radioactif et se désintègre en argon 40 avec une demi-vie ou période $t_{1/2}= 1,4 \cdot 10^9$ ans. L'argon est un gaz qui est en général retenu par la roche.

Lors d'une éruption la roche perd l'argon 40 : c'est le dégazage. A la date de l'éruption la lave ne contient donc plus d'argon. Au cours du temps l'argon 40 s'accumule à nouveau dans la roche alors que le potassium 40 disparaît peu à peu. On considère les masses des atomes de potassium 40 et d'argon 40 identiques.

- 1- Qu'appelle-t-on isotopes ? $^{40}_{19}\text{K}$ Que signifie les nombres 19 et 40 ? Quelle est la composition du noyau de potassium 40 ? Quel nombre caractérise l'élément chimique ?
- 2- L'analyse d'un échantillon de basalte montre qu'il contient $m=1,4$ mg de potassium 40 et une masse $m'=0,2$ mg d'argon 40. On prend l'origine des dates au moment de l'éruption volcanique.
 - a - Ecrire l'équation de désintégration du potassium 40 en argon 40 ($Z=18$).
 - b - Quelle était la masse m_0 de potassium 40 à la date de l'éruption ? Justifier.
 - c - Exprimer le nombre de noyaux de potassium 40, noté N en fonction de la constante radioactive, du temps et du nombre de noyaux initiaux noté N_0 .
 - d - Etablir l'expression entre la constante radioactive et la demi-vie . Exprimer $N(t)$ en fonction de N_0 et $t_{1/2}$.
 - e - Exprimer l'âge de la roche en fonction de m_0 , m et $t_{1/2}$. Faire le calcul.

Exercice 5

1- On considère les réactions nucléaires suivantes :



- Déterminer les symboles des noyaux X_1 , X_2 , X_3 et X_4 . Indiquer les lois utilisées.

2- Ecrire l'équation de la réaction globalement équivalente aux cinq réactions proposées. Nommer et définir ce type de réaction.

3- On s'intéresse à présent au noyau d'hélium résultant des réactions nucléaires précédentes.

a - Calculer le défaut de masse du noyau d'hélium, en u puis en kg.

b - En déduire l'énergie de liaison et l'énergie de liaison par nucléon de ce noyau en MeV.

4- Déterminer la valeur E en Joules puis en MeV de l'énergie libérée par la réaction globale déterminée à la question 2.

Données : Masses : Neutron : $m_n = 1,00866$ u ; Proton : $m_p = 1,00728$ u ; Hélium : $m_{\text{He}}=4,00151$ u

La masse du positron est supposée négligeable par rapport à celle des noyaux.

$1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $1 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$; $c = 2,99 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

Les 10 premiers éléments de la classification périodique des éléments : H : $Z = 1$;

He : $Z = 2$; Li : $Z = 3$; Be : $Z = 4$; B : $Z = 5$; C : $Z = 6$; N : $Z = 7$; O : $Z = 8$; F $Z = 9$;

Ne : $Z = 10$

Exercice 6

"Le carbone 14 est produit dans la haute atmosphère où les protons du rayonnement cosmique percutent les molécules qui composent l'air. Les réactions nucléaires qui résultent de ces chocs produisent des neutrons secondaires. Ces neutrons ont une forte probabilité de réagir avec l'azote de l'air (^{14}N) pour donner un proton et un isotope du carbone : le carbone 14.

Dans le milieu naturel la production du carbone 14 et sa disparition par désintégration radioactive s'équilibrent. On estime qu'il y a environ 10^{12} fois moins d'atomes de carbone 14 que d'atomes de carbone stable (^{12}C). Il en résulte une radioactivité faible du carbone.... Lors de la mort de l'organisme cet équilibre est rompu. Les atomes de carbone 14 disparaissent peu à peu."

Données : numéro atomique C : $Z=6$; N : $Z=7$.

La demi vie du carbone 14 est $T=5730$ ans ; lors de la désintégration du carbone 14 on détecte des particules β^- .

masse atomique molaire C=12 g/mol

$N_A=6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

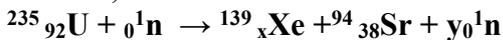
A partir du texte répondre aux questions :

- 1- Donner la composition des noyaux des deux isotopes du carbone ainsi que celui de l'azote.
- 2- Ecrire la réaction nucléaire qui produit le carbone 14 dans l'atmosphère.
- 3- Après avoir défini l'activité A d'un échantillon, déterminer l'activité d'un échantillon contenant 1 g de carbone lorsqu'il se trouve à l'équilibre.
- 4- Définir la particule β^- . Ecrire la réaction nucléaire de désintégration du carbone 14.
- 5- Donner la loi de décroissance radioactive des noyaux de carbone 14.
- 6- Dans la grotte de Chauvet (Ardèche) on a récupéré des fragments de charbon de bois qui avaient permis de réaliser les gravures pariétales. Le nombre N_{ch} d'atomes de carbone 14 dans 2 g de charbon a donné $N_{ch}=2,1 \cdot 10^9$ atomes. Calculer l'âge attribué à ces gravures.

Exercice 7

Première partie : fission de l'uranium

Parmi les réactions, très variées, de fission de l'atome d'uranium 235 bombardé par des neutrons lents, on considère la réaction suivante :



- 1- Compléter l'équation en calculant x et y.
- 2- À partir du tableau placé à la fin de l'énoncé, calculer :
 - a- l'énergie E, en joules puis en MeV, libérée par la fission d'un noyau d'uranium 235,
 - b- l'énergie E', en joules, libérée par la fission d'une masse $M = 1$ kg d'uranium 235.

Deuxième partie : Fusion de l'hydrogène

L'hydrogène possède trois isotopes stables ^1_1H , ^2_1H et ^3_1H ,

- Ecrire les différentes réactions qui, à partir de deux noyaux d'isotopes identiques ou différents, conduisent à la formation d'un noyau d'hélium accompagné ou non d'une ou plusieurs particules
- Parmi ces possibilités, on s'intéresse à celle qui produit un neutron en plus du noyau d'hélium. A partir des données de l'énoncé :
 - a- encadrer la réaction correspondante parmi celles écrites dans le document réponse.
 - b- calculer l'énergie E, en joules, accompagnant la production d'un noyau d'hélium,
 - c - calculer l'énergie E' libérée par la fusion totale d'une masse $M = 1$ kg de mélange contenant le même nombre d'atomes des deux isotopes.

noyau ou particule	$^{23}_{92}\text{U}$	$^{139}_x\text{Xe}$	$^{94}_{38}\text{Sr}$	${}_0^1\text{n}$	^1_1H	^1_1H	^2_2He
masse (u)	235,044	138,918	93,915	1,009	1,013	2,015	3,017

Bibliographie

- Guide de physique Terminale
- Physique T.C.E Scorel
- Physique T.C.E. Germain
- Physique T.C.E Colin
- Physique T.C.E Nathan
- Magnard Terminale D
- Physique Terminale D Hatier