CORRIGE PROPOSE PAR LA DIRECTION DES EXAMENS ET DES CONCOURS

Exercice 1 (4 points)

Question	1	2	3	4
Réponse	B	C	A	A

$\boxed{1\text{pt}\times 4}$

Exercice 2 : (5 points)

On considère l'expression $E=(x-4)(3x+2)+x^2-16$

1) Développer, réduire et ordonner l'expression E.

Développement de E:

$$E=(x-4)(3x+2)+x^2-16=3x^2+2x-12x-8+x^2-16$$
$$=3x^2+x^2+2x-12x-8-16=4x^2-10x-24$$

Donc $\boxed{E=4x^2-10x-24}$ $\boxed{1{,}5\text{ pt}}$

2) Calculer et simplifier la valeur de E si $x=\sqrt{3}$.

Calcul de $E(\sqrt{3})$:

$$E(\sqrt{3})=4\times\left(\sqrt{3}\right)^2-10\times\sqrt{3}-24=12-24-10\sqrt{3}$$

Soit $\boxed{E(\sqrt{3})=-12-10\sqrt{3}}$ $\boxed{1{,}5\text{ pt}}$

3) Factoriser l'expression E puis résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(x-4)(4x+6)=0$.

- Factorisation de E :

$$E=(x-4)(3x+2)+x^2-16=(x-4)(3x+2)+(x-4)(x+4)$$
$$=(x-4)\left[(3x+2)+(x+4)\right]=(x-4)(4x+6)$$

Soit $\boxed{E=(x-4)(4x+6)}$ $\boxed{1\text{ pt}}$

- Résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation $(x-4)(4x+6)=0$:

On a : $(x-4)(4x+6)=0 \Leftrightarrow (x-4)=0$ ou $(4x+6)=0$

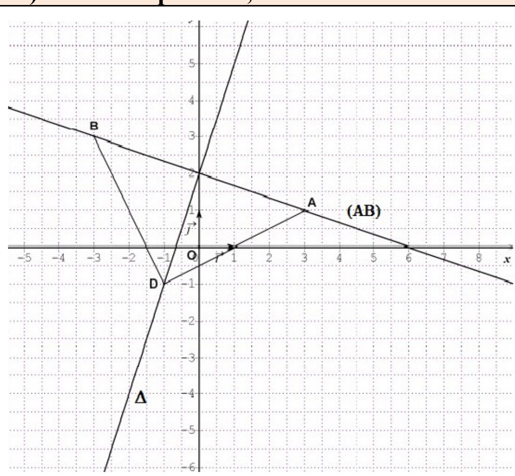
Soit $x=4$ ou $x=-\frac{6}{4}=-\frac{3}{2}$. Donc $\boxed{S=\left\{-\frac{3}{2}\ ;\ 4\right\}}$

$\boxed{1\text{ pt}}$

Exercice 3 : (5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé.
Soit $A(3;1)$, $B(-3;3)$ et $D(-1;-1)$

1.a) Placer les points A, B et D.



$\boxed{0{,}75\text{ pt}}$

b) Calculer les distances AB, AD et BD

Calcul des distances AB, AD et BD :
Nous avons :

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$
$$=\sqrt{(-3-3)^2+(3-1)^2}$$
$$=\sqrt{(-6)^2+(2)^2}$$
$$=\sqrt{36+4}$$
$$=\sqrt{40}$$
$$=2\sqrt{10}$$

Soit $\boxed{AB=2\sqrt{10}}$

$\boxed{0{,}25\text{ pt}}$

$$AD=\sqrt{(x_D-x_A)^2+(y_D-y_A)^2}$$
$$=\sqrt{(-1-3)^2+(-1-1)^2}$$
$$=\sqrt{(-4)^2+(-2)^2}$$
$$=\sqrt{16+4}$$
$$=\sqrt{20}$$
$$=2\sqrt{5}$$

Soit $\boxed{AD=2\sqrt{5}}$

$\boxed{0{,}25\text{ pt}}$

$$BD=\sqrt{(x_D-x_B)^2+(y_D-y_B)^2}$$
$$=\sqrt{(-1+3)^2+(-1-3)^2}$$
$$=\sqrt{2^2+(-4)^2}$$
$$=\sqrt{4+16}$$
$$=\sqrt{20}$$
$$=2\sqrt{5}$$

Soit $\boxed{BD=2\sqrt{5}}$

$\boxed{0{,}25\text{ pt}}$

c) Déterminer la nature du triangle ABD et déduire la mesure de l'angle $\widehat{ABD}$

Comme $AD=BD$ le triangle ABD est isocèle en D.
D'autre part $AD^2+BD^2=AB^2$ alors, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABD est rectangle en D.
Conclusion : ABD est un triangle isocèle et rectangle en D. $\boxed{0{,}5\text{ pt}}$

Puisque le triangle ABD est isocèle et rectangle en D, on en déduit que : $\widehat{ABD}=\widehat{BAD}=45^\circ$.

$\boxed{0{,}5\text{ pt}}$

2.a) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB)

La droite (AB) a pour vecteur directeur le vecteur $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-6\\2\end{pmatrix}$; Donc une équation cartésienne de (AB) est de la forme : $2x+6y+p=0$. Or

$A\in(AB)\Rightarrow 2x_A+6y_A+p=0$

$\Rightarrow 2\times3+6\times1+p=0\Rightarrow p=-12$

D'où $(AB): 2x+6y-12=0$,

soit $\boxed{(AB): x+3y-6=0}$ **1 pt**

b) Soit Δ la droite d'équation $3x-y+2=0$. Vérifier que Δ passe par D et que $\Delta\perp(AB)$

Nous avons :

$3x_D-y_D+2=3\times(-1)-(-1)+2=-3+3=0$

Les coordonnées du point D vérifient l'équation de la droite Δ. Alors D est un point de Δ.

0,25 pt

D'autre part, le coefficient directeur de la droite (AB) est $m=-\frac{1}{3}$, celui de la droite Δ est $m'=3$

on a donc $mm'=-\frac{1}{3}\times3=-1$, les deux droites (AB) et Δ sont donc perpendiculaires

0,25 pt

3) Résoudre le système $\begin{cases}x+3y-6=0\\3x-y+2=0\end{cases}$; que représentent, les solutions de ce système ?

En multipliant la première équation par -3 et en additionnant membre à membre, il vient :

$$\begin{array}{ll}\times(-3) & x+3y-6=0\\ + & 3x-y+2=0\\ \hline = & 0\times x-10y+20=0\end{array}$$

$\Rightarrow 10y=20\Rightarrow y=2$. En reportant cette valeur dans la première équation, on obtient :

$x+3\times2-6=0\Rightarrow x+0=0\Rightarrow x=0$,

d'où la solution $S=\{(0;2)\}$ **0,5 pt**

Interprétation graphique :

La première équation du système est celle de la droite (AB), la seconde est celle de la droite Δ. Donc le couple solution de ce système représente les coordonnées du point d'intersection de la droite (AB) avec Δ. **0,5 pt**

Exercice 4 : (2 points)

Un sac contient 6 boules rouges et 4 boules jaunes. Les boules rouges portent les numéros 1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 2 et 3. Les boules jaunes portent les numéros 2; 2 ; 3 et 3. Nous sommes dans un cas d'équiprobabilité donc

$P(A)=\frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}=0,6$ **1 pt**

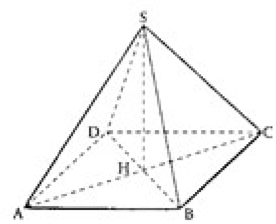
$P(B)=\frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}=0,2$ **0,5 pt**

$P(C)=\frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}=0,8$ **0,5 pt**

Exercice 5 : (4 points)

SABCD est une pyramide régulière SH=6cm et telle que AH=4cm

1) Reproduire soigneusement la figure sur votre feuille de réponse



1 pt

1) Montrer que la longueur des côtés du carrée ABCD est $4\sqrt{2}$ cm

Le carré ABCD a pour diagonale

$AC=2AH=2\times4=8$ cm

La longueur a du coté du carré ABCD est telle que :

$a^2+a^2=AC^2$, Soit

$2a^2=AC^2\Rightarrow a=\frac{AC}{\sqrt{2}}=\frac{8}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}$ cm. **1 pt**

2) Calculer le volume de la pyramide SABCD.

Soit V le volume de la pyramide SABCD, alors

$V=\frac{1}{3}\times SH\times aire(ABCD)=\frac{1}{3}\times6\times\left(4\sqrt{2}\right)^2$ **1 pt**

$=2\times16\times2=64cm^3$

3) Soit I le milieu de $[BC]$, Calculer $\tan\widehat{ISH}$ arrondi à l'unité

Le triangle SHI est rectangle en H, avec

$IH=\frac{1}{2}\times a=\frac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$ cm

D'où $\tan\widehat{ISH}=\frac{IH}{SH}=\frac{2\sqrt{2}}{6}=\frac{\sqrt{2}}{3}=0,8\simeq1$

1 pt