Correction du BEPC 2014

Exercice1 (5points)

Question	1	2	3	4	5	6	7
Réponse	**B**	**B**	**C**	**A**	**B**	**C**	**B**

Justification(QCM) : **BEPC 2014**

7) $x = 7 \times \sqrt{12} - 2 \times \sqrt{3} - 4\sqrt{27} = 7 \times \sqrt{4} \times \sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 4\sqrt{9} \times \sqrt{3}$
   $= 7 \times 2 \times \sqrt{3} - 2 \times \sqrt{3} - 4 \times 3 \times \sqrt{3} = (14 - 2 - 12) \times \sqrt{3} = 0 \times \sqrt{3} = 0$
   $Donc\ \ x = 0 \Rightarrow Réponse\ \boldsymbol{B}$
8) ABCD est un parallélogramme d'après définition le point C symétrique du point A par rapport au point $O = B * D \Rightarrow (\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC})$ ou le $point\ C(x_c\ ; y_c)\ qui\ vérifie$:

$$\begin{cases} x_c = x_B + x_D - x_A \\ y_c = y_B + y_D - y_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_c = -1 + 3 - 2 = 0 \\ y_c = 2 + 1 - 4 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow le\ point\ C(0; -1) \Rightarrow Réponse\boldsymbol{B}$$

   - La solution graphiquement on placé les points : A (2 ; 4), B $(-1; 2), D(3; 1)$ $et\ C$
     Tel que : ABCD soit Parallélogramme.

9) IJKL est un losange $\leftrightarrow$ $par\ définition$ $[IK]$ et $[JL]$ ont le même milieu soit O, et aussi les droites (IK) et(JL) sont perpendiculaires, on calcul maintenant la longueur IJ
   On a le triangle OIJ est rectangle en O, d'après le théorème de Pythagore :

$$OI^2 + OJ^2 = IJ^2 \Leftrightarrow IJ^2 = 1^2 + 2^2 = 5 \Rightarrow IJ = \sqrt{5}\ \ \Rightarrow Réponse\ \boldsymbol{C}$$

10) Calcul le vecteur$\overrightarrow{IJ}$
   Méthode1

$$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\ \overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} \Rightarrow Réponse\ C$$ (D'après le théorème châles)

Méthode2 on a les rapports : $\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC} = \frac{IJ}{BC} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow d'$après la réciproque de Thales les droites (IJ) et (BC) sont parallèles et les vecteurs $\overrightarrow{IJ}\ et\ \overrightarrow{BC}$ ont le même sens $\Rightarrow \overrightarrow{IJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

11) $-10 \leq x \leq -5 \Rightarrow \frac{-1}{5} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{-1}{10} \Rightarrow \times -10 \Rightarrow \frac{10}{10} \leq \frac{-10}{x} \leq \frac{10}{5} \Rightarrow 1 \leq \frac{-10}{x} \leq 2 \Rightarrow\ Réponse\ \boldsymbol{B}$
   6) le moyen =M
   $M = \frac{6+10+8+13+15+11+19+9+9+10}{10} = 11\ \Rightarrow Réponse\ \boldsymbol{C}$

7. résoudre les systèmes par trois méthodes (Substitution-Combinaison-Graphiquement) :

Soit x le nombre voitures et y le nombre motos, on a le system suivant :

$\begin{cases} x + y = 336 \ \ \ \rightarrow (1) \\ 4x + 2y = 1240 \rightarrow (2) \end{cases}$ On résout ce system par méthode Combinaison

On multiple l'équation (1) par $-2 + l'$equation(2) :

$$+\begin{cases} -2x \ - 2y = -672 \ \to (1') \\ \ 4x \ + 2y = 1240 \quad \to (2) \end{cases}$$

$$2x = 1240 \ - 672 = 568 \Rightarrow x = \frac{568}{2} = 284 \Rightarrow Réponse \ \boldsymbol{B}$$

Exercice 2(4points) **BEPC 2014**

- 1**) Développement de l'expression de A** :
  $A(x) = x^2 - 4 \ + (x+2)(2x+1) = x^2 - \ 4 + x \times 2x + x \times 1 + 2 \times 2x + 2 \times 1$
  $= x^2 - 4 + 2x^2 + x + 2x + 2 = 3x^2 + 5x - 2 \ \Leftrightarrow \ A(x) = 3x^2 + 5x - 2$
- 2) Si $(x = \frac{-1}{2}) \ \Rightarrow A\left(\frac{-1}{2}\right) = 3(\frac{-1}{2})^2 \ + 5(\frac{-1}{2}) - 2 = \frac{-15}{4} \ \Leftrightarrow \ A\left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{-15}{4}$
- Si$(x = \sqrt{2}) \Rightarrow A(\sqrt{2}) = 3 \times (\sqrt{2})^2 + 5\sqrt{2} - 2 = 4 + 5\sqrt{2} \ \Leftrightarrow \ A(\sqrt{2}) = \ 4 + 5\sqrt{2}$

3) **Factorisation de l'expression de A** :
A(x) $= x^2 - 4 + (x+2)(2x+1) = x^2 - 2^2 + (x+2)(2x+1)$
$= (x+2)(x-2) + (x+2)(2x+1) = (x+2)(x-2+2x+1) = (x+2)(3x-1)$
$\Rightarrow A(x) = (x+2)(3x-1)$

- $Si \ A(x) = 0 \Rightarrow (x+2)(3x-1) = 0 \Rightarrow (x+2) = 0 \ ou \ (3x-1) = 0$
  $\Rightarrow x = -2 \ \ , ou \ \ x = \frac{1}{3} \Rightarrow S_R = \{-2; \frac{1}{3}\}$

Exercice 3 (6points) **BEPC 2014**

2) Les coordonnées les points : $C \ (5 \ ; \ 4) \ et \ D \ (1 \ ; \ 2)$

a) Soit M=A$*$ $C \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_C}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_C}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{-1+5}{2} \\ y_M = \frac{-2+4}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 2 \\ y_M = 1 \end{cases} \Rightarrow M(2;1)$

Et soit N=$B * D \ \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = \frac{x_B + x_D}{2} \\ y_N = \frac{y_B + y_D}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = \frac{3+1}{2} \\ y_N = \frac{0+2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 2 \\ y_N = 1 \end{cases} \Rightarrow N(2;1)$

D'où les segments $[AC] et [BD]$ ont le même milieu N= M (2 ; 1)

b) Calcule les distances AB et AD :

$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = (3 - -1)^2 + (0 - -2)^2 = 4^2 + 2^2 = 20$
$\Rightarrow AB = \sqrt{20}$
$AD^2 = (x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2 = (1 - -1)^2 + (2 - -2)^2 =$ 4+16=20
$\Rightarrow AD = \sqrt{20}$

2. b) $\boldsymbol{AD = AB = BC = DC = \sqrt{20}}$

Les angles $\widehat{A}, \widehat{B}, \widehat{C} \ et \ \widehat{D} \ ne \ sont \ pas$ des angles droits, les droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires $\Leftrightarrow ABCD \ est \ un \ losange$

3) équations des droites (AC) et (BD) :

e) (AC) : $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 - -1 \\ 4 - -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix} \to \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$, $soit \ M(x;y) \in (AC) \Rightarrow \overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x - -1 \\ y - -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+1 \\ y+2 \end{pmatrix}$

On a les vecteurs $\overrightarrow{AM} \ et \ \overrightarrow{AC}$ sont colinéaires donc règle de gamma vérifie :

(AC) : suite $\begin{pmatrix} x+1 \\ y+2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix} \Leftrightarrow 6(x+1) - 6(y+2) = 0 \Rightarrow 6x + 6 - 6y - 12 = 0$

$\Rightarrow 6x-6y-6=0 \Rightarrow\ 6(x-y-1)=0\ \Rightarrow x-y-1=0$ D'où l'équation de la droite (AC) est :

(AC) : $\boldsymbol{x-y-1=0}$ car ($6\neq \boldsymbol{0}$)

(BD): $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix} x_D-x_B \\ y_D-y_B \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1-3 \\ 2-0 \end{pmatrix}$=$\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$*soit le point* $M(x;y)\in(BD)\Rightarrow\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} x-3 \\ y \end{pmatrix}\Rightarrow$ *les vecteurs* $\overrightarrow{BM}$ *et* $\overrightarrow{BD}$ sont colinéaires $\rightarrow$ *produit en croix verifie*:

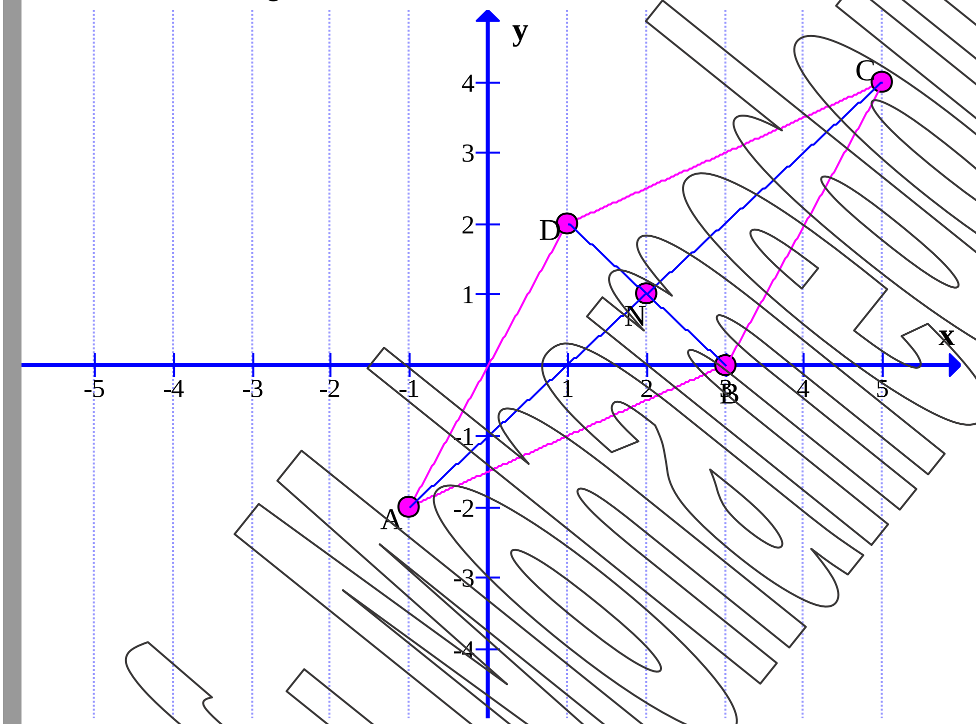
$$\begin{pmatrix} x-3 \\ y \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow 2(x-3)--2(y)=2x+2y-6=0$$

$$\Rightarrow 2(x+y-3)=0 \Rightarrow donc\ l'équation\ \ de\ la\ droite\ (BD)est:$$

(BD) : $\boldsymbol{x+y-3=0}$ car ($2\neq \boldsymbol{0}$)

f) Le system suivant :$\begin{cases} x+y-3=0, (BD) \\ x-y-1=0, (AC) \end{cases}$

- On résout ce system par méthode graphiquement la solution d'intersection des droites (AC) et (BD), d'après 2.a) les segments $[AC]$ *et* $[BD]$ ont le même milieu M (2 ; 1).
  M∈ (AC), : $x_M-y_M-1=0 \rightarrow 2-1-1=0$
  M∈ (BD),: $x_M+y_M-3=0\ \rightarrow 2+1-3=$Donc *le point* $\boldsymbol{M(2;1)}\in\boldsymbol{(BD)}\cap\boldsymbol{(AC)}$.
  Voir la figure **BEPC 2014**



5) Le triangle OSE est rectangle en O, d'après le théorème de Pythagore :

$OS^2 + OE^2 = SE^2 \Rightarrow \ SE^2 = OS^2 + 3^2 \ (*)$

Calcul la hauteur OS ?

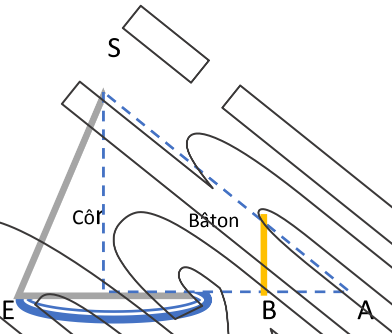
On a les droites (BC) et (OS) sont parallèles, d'après la propriété de Thales :

$\frac{AC}{AS} = \frac{AB}{AO} = \frac{BC}{OS} \Leftrightarrow \ \frac{AB}{AO} = \frac{BC}{OS} \rightarrow \frac{2m}{8m} = \frac{1m}{OS} \Rightarrow \therefore OS = \frac{8m}{2} = 4m$

$\Rightarrow (*) \ SE^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow \ \therefore SE = 5m$

D'où les résultats :

La hauteur→	OS=4m
La génératrice→	SE=5m



6) tan $\left(\widehat{A}\right)$ = $\frac{Cote\ opposé}{Cote\ adjacent}$ =$\frac{OS}{OA}$ =$\frac{4m}{8m}$ =0,5

Donc la tangente de l'angle sous lequel l'observateur A est : $\tan\left(\widehat{A}\right) = 0{,}5$

7) Le volume du cône=$\frac{1}{3} \times (Aire\ de\ base) \times hauteur = \frac{1}{3} \times (\pi \times (3m)^2) \times 4m$

$= \frac{36}{3} \times \pi \times m^3 = 12\pi\ m^3 \approx 37{,}68m^3 \quad \Rightarrow \ V_0 = 37{,}68m^3$

- Je convertis : $m^3 \rightarrow litre$ on multiple par 1000

  $\Rightarrow V_0 = 37680\ litre > 37600\ litre$

❖ Ce cône il peut contenir un volume 37600 litre.

FIN