République Islamique de Mauritanie
Ministère de l'Education Nationale et de la Réforme du Système Educatif
Direction des Examens et des Concours

Concours d'entrée aux Lycées d'Excellences 2023

Epreuve de Mathématiques
Coefficient : 3
Durée : 2h

CORRIGE PROPOSE PAR LA DEC

Exercice 1 (4 points)

Question	1	2	3	4
Réponse	B	A	A	C

1pt × 4

Exercice 2 : (5 points)

On considère l'expression

$E(x)=(3x-6)^2-(10-5x)(x+4)$

1) Développer, réduire et ordonner l'expression E.

Développement de E :

$E=(3x-6)^2-(10-5x)(x+4)$

$=(3x)^2-2\times 3x\times 6+6^2-(10\times x+10\times 4-5x\times x-5x\times 4)$

$=9x^2-36x+36-(40-10x-5x^2)$

Donc $\boxed{E=14x^2-26x-4}$ 1,5 pt

2) Calculer et simplifier la valeur de E lorsque $x=\sqrt{2}$.

Lorsque $x=\sqrt{2}$:

$E=14\times\left(\sqrt{2}\right)^2-26\times\sqrt{2}-4=28-4-26\sqrt{2}$

Soit $\boxed{E=24-26\sqrt{2}}$ 1 pt

3) Factoriser l'expression E puis résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(x-2)(14x+2)=0$.

- Factorisation de E :

$E=(3x-6)^2-(10-5x)(x+4)=(3(x-2))^2+5(x-2)(x+4)$

$=(x-2)\left[9(x-2)+5(x+4)\right]$

Soit $\boxed{E=(x-2)(14x+2)}$

- Résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation $(x-2)(14x+2)=0$:

On a: $(x-2)(14x+2)=0 \Leftrightarrow (x-2)=0$ ou $(14x+2)=0$

Soit $x=2$ ou $x=-\frac{2}{14}=-\frac{1}{7}$. Donc $\boxed{S=\left\{-\frac{1}{7}\ ;\ 2\right\}}$

1,5 pt

Exercice 3 : (4 points)

Un commerçant a vendu deux objets A et B. leurs prix de ventes ensemble est de 6600 ouguiyas. Sur la vente de l'objet A, il a réalisé un benefice de 20% et il a perdu 10% sur la vente de l'objet B. au total il a réalisé un benefice de 10%. Soit x le prix d'achat de l'objet A et y celui de l'objet B.

1. Montre que x et y vérifie le système $\begin{cases}4x+3y=22000\\ x+y=6000\end{cases}$

D'une part le bénéfice total réalisé sur les deux objets est de 10%

Donc $(x+y)+(x+y)\times 10\%=6600$

$\Leftrightarrow 1,1(x+y)=6600$, Soit $x+y=6000$

D'autre part, comme le commerçant a réalisé un benefice de 20% sur la vente de l'objet A, et il a perdu 10% sur la vente de l'objet B

On en déduit que :

$1,2x+0,9y=6600 \Leftrightarrow 0,4x+0,3y=2200$,

Soit $4x+3y=22000$

Donc x et y vérfient le système :

$\begin{cases}4x+3y=22000\\ x+y=6000\end{cases}$ 2 pts

2) D'après (2) $y=6000-x$. En substituant y par $6000-x$ dans la première équation, il vient

$4x+3(6000-x)=22000 \Leftrightarrow 4x-3x=22000-18000$

Soit $x=4000$,

D'où $y=6000-x=6000-4000=2000$

Donc $\boxed{S=\{(4000\ ;\ 2000)\}}$ 2 pts

Conclusion : le prix d'achat de l'objet A est de 4000 ouguiyas donc son prix de vente est de 4800. Le prix d'achat de l'objet B est 2000 ouguiyas, donc le prix de vent de cet objet est 1800.

Exercice 4 : (5 points)

ABCD est une pyramide à base le triangle BCD isocèle rectangle en B et de hauteur AD=4cm

1. Sachant que le volume de cette pyramide est de $12cm^3$ calculer l'aire de sa base

Nous avons :

$$V=\frac{1}{3}h\times A_b \Rightarrow A_b=\frac{3V}{h}=\frac{3\times 12}{4}=9cm^2$$ 1 pt

2. Vérifier que $BC=3\sqrt{2}cm$ et en déduire la longueur CD.

La base est le triangle BCD isocèle rectangle en B donc

$$A_b=\frac{BC\times BD}{2}=\frac{BC^2}{2}\Rightarrow BC^2=2A_b=2\times 9=18$$

$\Rightarrow BC=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ cm. 1 pt

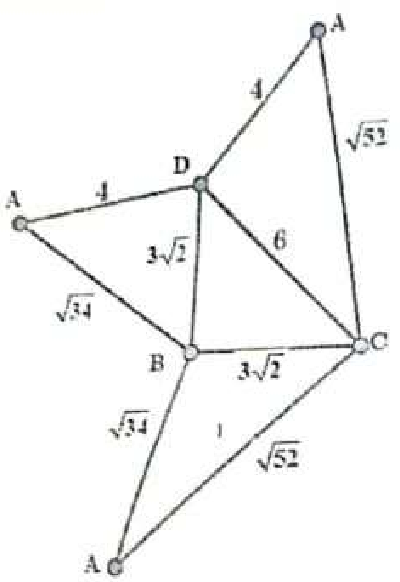
Calcul de CD :

le triangle BCD est isocèle rectangle en B. donc $BC=BD$ et

$CD^2=BC^2+BD^2=2BC^2 \Rightarrow CD=BC\sqrt{2}=3\sqrt{2}\times\sqrt{2}$

d'où $CD=6cm$.

3. Construire un patron de cette pyramide

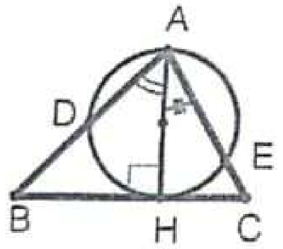


1 pt

Exercice 5 : (5 points)

ABC est un triangle, H le projeté orthogonal de A sur $[BC]$, $BAH = 45°$, $HAC = \frac{\pi}{6}$ et $AH = 6$. Le cercle T de diamètre $[AH]$ coupe (AB) en D et (AC) en E

1° a) Reproduire la figure



0,5 pt

b) Calculer AB et AC et montrer que $AE = 3\sqrt{3}$.

Dans le triangle ABH, rectangle en H,

$$\cos 45° = \frac{AH}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{6}{AB} \Rightarrow AB = 6\sqrt{2}$$

Dans le triangle ACH, rectangle en H,

$$\cos 30° = \frac{AH}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{6}{AC} \Rightarrow AC = 4\sqrt{3}$$

Dans le triangle AEH, rectangle en E,

$$\cos 30° = \frac{AE}{AH} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AE}{6} \Rightarrow AE = 3\sqrt{3}$$

1,5 pt

c) Démontrer que $ADE = 60°$.

$ADE = AHE = 60°$: angles inscrits interceptant le même arc, dans le même cercle.

0,5 pt

2° a) Calculer BC .

$$BC = BH + HC$$

$BH = AH \times \tan 45° = 6$ et

$$CH = AH \times \tan 30° = 6 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

Donc $\boxed{BC = 6 + 2\sqrt{3}}$

0,5 pt

b) Soit L le projeté orthogonal de B sur (AC), Calculer BL .

Dans le triangle BLC, rectangle en L :

$$\sin C = \frac{BL}{BC} \Rightarrow \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BL}{6+2\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \boxed{BL = 3 + 3\sqrt{3}}$$

0,5 pt

c) En déduire que $\sin 75° = \frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$.

Dans le triangle BLA, rectangle en L

$$\sin BAL = \frac{BL}{BA} \Rightarrow \sin 75° = \frac{3\sqrt{3}+3}{6\sqrt{2}}$$

0,5 pt

$$= \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$$

3° Soit F le point diamétralement opposé à D sur T.

Démontrer que $DFE = 75°$ puis en déduire q $DE = \frac{3}{2}(\sqrt{6}+\sqrt{2})$

$$DFE = DAE = 75°$$

Dans le triangle DEF, rectangle en E

$$\sin DFE = \frac{DE}{DF} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1) = \frac{DE}{6}$$

1 pt

$$\Rightarrow DE = \frac{3}{2}(\sqrt{6}+\sqrt{2})$$

Fin.