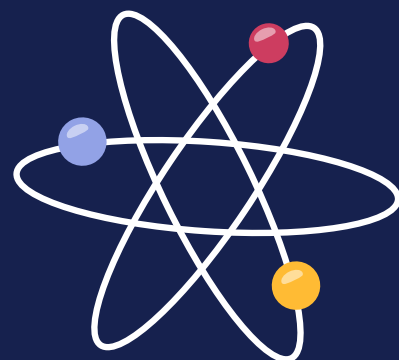




PHYSIQUE

7C | 7D



MED AHMED AHMED MAHMOUD



Ce livre est gratuit et destiné à un usage personnel uniquement. Il est strictement interdit de l'utiliser à des fins commerciales.

Avant- propos

Chers élèves de terminale C et D,

Bienvenue à la découverte du monde fascinant de la physique avec ce livre conçu spécialement pour les élèves de terminale 7D et 7C. Ce livre couvre l'intégralité du programme officiel de la Mauritanie, vous offrant une exploration détaillée de chaque chapitre.

Pour chaque chapitre, vous trouverez un résumé détaillé de toutes les notions à connaître. De plus, une multitude d'exercices vous sont proposés, dont beaucoup sont extraits des anciens sujets de bac. Ces exercices vous permettront de mettre en pratique vos connaissances et de vous préparer efficacement aux examens.

Ce livre est gratuit et destiné à un usage personnel uniquement. Il est strictement interdit de l'utiliser à des fins commerciales. Nous croyons fermement en l'éducation accessible à tous et nous espérons que ce livre sera un outil précieux dans votre parcours éducatif.

Enfin, nous apprécions grandement vos suggestions et remarques. Elles nous aideront à corriger et améliorer les prochaines versions de ce livre. Nous sommes convaincus que l'apprentissage est un processus continu et nous nous efforçons constamment d'améliorer nos ressources pour mieux vous servir.

Bonne lecture et bon apprentissage!

MOHAMED AHMED AHMED MAHMOUD

Table des matières

| | | |
|----------|---|-----------|
| 0 | Quelques Rappels | 1 |
| 1 | La cinématique | 2 |
| 1.1 | Repère d'espace - Repère de temps | 2 |
| 1.2 | Vecteur vitesse : définition , caractéristiques et expression analytique | 2 |
| 1.3 | Vecteur accélération : définition , caractéristiques et expression analytique | 3 |
| 1.4 | Expression de l'accélération dans le repère de Frénet | 4 |
| 1.5 | Étude de quelques mouvements particuliers | 5 |
| 2 | Force, travail et énergie | 6 |
| 2.1 | Force | 6 |
| 2.2 | Travail d'une force | 6 |
| 3 | Les énergies | 7 |
| 3.1 | Théorème de l'énergie cinétique | 7 |
| 3.2 | Théorème de l'énergie mécanique | 7 |
| 4 | Principe fondamental de la dynamique | 8 |
| 1 | Mouvement dans un champ gravitationnel : Projectile | 12 |
| 1 | Projectile | 13 |
| 1.1 | Vecteur accélération : | 13 |
| 1.2 | Vecteur vitesse | 13 |
| 1.3 | Vecteur position | 13 |
| 1.4 | Équation de la trajectoire | 14 |
| 1.5 | Portée | 14 |
| 1.6 | Flèche | 14 |
| 2 | Mouvement dans un champ électrique | 31 |
| 1 | Rappel : champ électrique uniforme | 32 |
| 1.1 | Caractéristiques du vecteur \vec{E} | 32 |
| 2 | Force électrique | 32 |
| 2.1 | Caractéristiques de la force électrique | 32 |
| 2.2 | Travail de la force électrique | 32 |
| 3 | Étude du mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique | 33 |
| 3.1 | Conditions initiales | 33 |
| 3.2 | Les équations horaires et équation de la trajectoire | 33 |
| 3.3 | Équation de la trajectoire | 34 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 4 | Caractéristiques du vecteur vitesse à la sortie | 34 |
| 5 | Durée du passage entre les plaques : | 35 |
| 6 | Coordonnée du point de sortie S : | 35 |
| 7 | La déviation angulaire électrique | 35 |
| 8 | Nature du mouvement à la sortie du champ : $(x > \ell)$ | 35 |
| 9 | Les coordonnées du point d'impact I sur l'écran | 36 |
| 3 | Mouvement des satellites | 46 |
| 1 | Mouvement circulaire | 47 |
| 1.1 | Trajectoire du point mobile M dans le repère R | 47 |
| 1.2 | Vitesse angulaire | 47 |
| 1.3 | Mouvement circulaire uniforme | 47 |
| 2 | Force de gravitation ou d'interaction | 48 |
| 3 | Étude du mouvement d'un satellite ou d'une planète | 48 |
| 3.1 | La vitesse | 49 |
| 3.2 | Troisième loi de Kepler | 49 |
| 3.3 | Période de révolution | 49 |
| 4 | Satellite géostationnaire | 50 |
| 5 | Les énergies | 50 |
| 5.1 | Énergie cinétique | 50 |
| 5.2 | Énergie potentielle de pesanteur | 50 |
| 5.3 | Énergie mécanique | 50 |
| 4 | Mouvement dans un champ magnétique | 58 |
| 1 | Quelques rappels sur les aimants | 59 |
| 1.1 | Les pôles d'un aimant | 59 |
| 1.2 | Interaction entre un aimant et le fer | 59 |
| 1.3 | Le champ magnétique | 59 |
| 1.4 | Le vecteur champ magnétique | 60 |
| 2 | La force de Lorentz | 60 |
| 2.1 | Les caractéristiques de la force de Lorentz | 60 |
| 2.2 | Règle de la main droite | 61 |
| 2.3 | Représentation conventionnelle d'un vecteur perpendiculaire à un plan | 61 |
| 3 | Étude du mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique | 61 |
| 3.1 | Étude énergétique | 61 |
| 3.2 | Étude dynamique | 62 |
| 3.3 | Allure de la trajectoire dans un champ magnétique | 62 |
| 4 | Applications de la force de Lorentz | 63 |
| 4.1 | Étude d'un Spectrographe de masse | 63 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 5 | Oscillations mécaniques libres | 76 |
| 1 | Étude cinématique d'un corps en mouvement rectiligne sinusoïdal | 77 |
| 1.1 | Vitesse instantanée du mobile | 77 |
| 1.2 | Relation indépendante du temps entre $x(t)$ et $v(t)$ | 77 |
| 1.3 | Courbe représentative de $x(t)$ et $v(t)$ | 78 |
| 1.4 | Représentation de v^2 en fonction de x^2 | 78 |
| 1.5 | Accélération instantanée du mobile : | 78 |
| 1.6 | Relation indépendante du temps entre $x(t)$ et $a(t)$ | 78 |
| 1.7 | Courbes $a(t)$ et $x(t)$: | 79 |
| 1.8 | Courbe représentative de $v(t)$ et $a(t)$ | 79 |
| 1.9 | Représentation de a^2 en fonction de v^2 | 79 |
| 1.10 | Équation différentielle d'un mouvement rectiligne sinusoïdal : | 80 |
| 2 | oscillations mécaniques libres non amorties | 80 |
| 3 | Allongement d'un ressort | 80 |
| 4 | Tension d'un ressort | 80 |
| 5 | Étude dynamique du ressort : cas d'un ressort horizontal | 81 |
| 5.1 | Inventaires des forces | 81 |
| 5.2 | Nature du mouvement | 81 |
| 6 | Étude dynamique du ressort : cas d'un ressort vertical | 81 |
| 7 | Les paramètres de l'équation du mouvement | 82 |
| 8 | Démarche d'identification des paramètres | 82 |
| 9 | Étude énergétique d'un ressort | 83 |
| 9.1 | Cas d'un ressort horizontal | 83 |
| 9.2 | Cas d'un ressort vertical | 83 |
| 9.3 | Représentation de E_p , E_c et E_m en fonction de x et de x^2 | 83 |
| 6 | Force de Laplace et induction magnétique | 96 |
| 1 | Mise en évidence de la force de Laplace | 97 |
| 2 | La loi de Laplace | 97 |
| 3 | Caractéristiques de la force de Laplace | 97 |
| 3.1 | Règle de la main droite | 98 |
| 4 | Induction magnétique : mise en évidence | 98 |
| 4.1 | Définitions | 99 |
| 4.2 | Conclusion | 99 |
| 5 | Vecteur normal à une surface | 99 |
| 6 | Notion de flux magnétique | 100 |
| 6.1 | Flux magnétique : quelques cas particuliers : | 100 |
| 7 | Le phénomène d'induction | 100 |
| 7.1 | Sens du courant induit : loi de Lenz | 100 |
| 7.2 | Force électromotrice induite f.e.m | 100 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 7 | Champ magnétique dans une bobine | 111 |
| 1 | Bobine | 112 |
| 2 | Courant électrique et champ magnétique | 112 |
| 3 | Champ magnétique crée au centre d'un solénoïde | 113 |
| 3.1 | Caractéristique du champ magnétique dans un solénoïde | 113 |
| 4 | Phénomène d'auto-induction | 114 |
| 5 | Flux propre et inductance L | 114 |
| 6 | Relation entre la tension et l'intensité dans une bobine | 114 |
| 6.1 | Bobine idéale | 114 |
| 7 | Énergie emmagasinée par une bobine | 114 |
| 8 | Les phénomènes périodiques | 119 |
| 1 | Phénomène périodique | 120 |
| 2 | Déphasage | 120 |
| 3 | La fréquence | 120 |
| 4 | La période | 120 |
| 5 | Stroboscope | 121 |
| 6 | Les ondes | 121 |
| 6.1 | Vocabulaire de base | 121 |
| 6.2 | Onde transversale et onde longitudinale | 121 |
| 7 | Propagation d'une onde sinusoïdale le long d'une corde | 122 |
| 7.1 | Périodicité dans le temps | 122 |
| 7.2 | Périodicité dans l'espace | 123 |
| 8 | Déphasage entre un point <i>M</i> et la source <i>S</i> | 124 |
| 9 | Observation du mouvement d'une corde En lumière stroboscopique | 124 |
| 10 | Transmission d'énergie par les ondes : | 125 |
| 11 | Superposition de deux ondes | 125 |
| 12 | les interférences lumineuses | 126 |
| 13 | L'expérience des fentes d'Young | 127 |
| 13.1 | La différence de marche | 127 |
| 13.2 | Position des franges brillantes et obscures sur l'écran | 128 |
| 13.3 | Interfrange | 128 |
| 9 | Effet photoélectrique | 135 |
| 1 | Définition de l'effet photoélectrique | 136 |
| 2 | Seuil photoélectrique : fréquence seuil et longueur d'onde seuil | 136 |
| 3 | Interprétation de l'effet photoélectrique | 136 |
| 3.1 | Hypothèse d'Einstein | 136 |
| 4 | Énergie cinétique maximale des électrons émis | 137 |
| 5 | Potentiel d'arrêt | 137 |
| 5.1 | Caractéristique d'une cellule photoélectrique | 137 |

| | | |
|-----------|---|------------|
| 5.2 | Relation entre intensité de saturation et puissance reçue | 138 |
| 10 | Niveaux d'énergie d'un atome | 141 |
| 1 | Niveaux d'énergie | 142 |
| 1.1 | Postulats de Bohr | 142 |
| 1.2 | Niveaux d'énergie d'un atome | 142 |
| 2 | Étude du spectre de raies de l'hydrogène. | 143 |
| 2.1 | Spectre d'émission de l'hydrogène | 143 |
| 3 | Interprétation des spectres de raies | 143 |
| 3.1 | L'énergie de l'atome d'hydrogène | 143 |
| 3.2 | Le photon | 144 |
| 4 | Passage d'un électron d'un niveau d'énergie à un autre | 144 |
| 5 | Séries de raies d'émission | 144 |
| 6 | Relation empirique : | 145 |
| 11 | La radioactivité | 148 |
| 1 | Stabilité des noyaux atomiques | 149 |
| 1.1 | Structure | 149 |
| 2 | Stabilité du noyau | 149 |
| 3 | Équivalence masse - énergie : | 149 |
| 3.1 | Relation d'Einstein | 149 |
| 3.2 | Les unités en physique nucléaire | 150 |
| 4 | Énergie de liaison du noyau | 150 |
| 4.1 | Défaut de masse | 150 |
| 4.2 | Énergie de liaison du noyau | 151 |
| 4.3 | Énergie de liaison par nucléon | 151 |
| 5 | La radioactivité | 152 |
| 5.1 | Les émissions radioactives | 152 |
| 6 | Transformations nucléaires | 152 |
| 6.1 | Généralités | 152 |
| 6.2 | Les lois de conservations | 152 |
| 6.3 | La radioactivité α | 152 |
| 6.4 | La radioactivité β^- | 153 |
| 6.5 | La radioactivité β^+ | 153 |
| 6.6 | Radioactivité γ | 154 |
| 7 | Lois de décroissance radioactive | 154 |
| 7.1 | Période radioactive T | 154 |
| 7.2 | Activité d'une source radioactive | 155 |

Quelques Rappels

| | | |
|-----|---|---|
| 1 | La cinématique | 2 |
| 1.1 | Repère d'espace - Repère de temps | 2 |
| 1.2 | Vecteur vitesse : définition , caractéristiques et expression analytique | 2 |
| 1.3 | Vecteur accélération : définition , caractéristiques et expression analytique | 3 |
| 1.4 | Expression de l'accélération dans le repère de Frénet | 4 |
| 1.5 | Étude de quelques mouvements particuliers | 5 |
| 2 | Force, travail et énergie | 6 |
| 2.1 | Force | 6 |
| 2.2 | Travail d'une force | 6 |
| 3 | Les énergies | 7 |
| 3.1 | Théorème de l'énergie cinétique | 7 |
| 3.2 | Théorème de l'énergie mécanique | 7 |
| 4 | Principe fondamental de la dynamique | 8 |

CE QU'IL FAUT COMPRENDRE PUIS RETENIR

1 La cinématique

Définition 1.1. La cinématique est une branche de la physique qui se concentre sur l'étude du mouvement des objets sans tenir compte des causes qui le produisent, telles que les forces ou les interactions. En d'autres termes, elle se penche sur la description de la manière dont les objets se déplacent et comment leurs positions changent dans l'espace au fil du temps, sans entrer dans les détails des forces qui agissent sur eux.

La cinématique se focalise sur des aspects tels que la position, la vitesse, l'accélération et le temps, et utilise des concepts tels que les trajectoires, les déplacements et les vitesses pour analyser et décrire le mouvement de manière mathématique. Cette branche de la physique est fondamentale dans des disciplines telles que la mécanique, l'ingénierie, la robotique, et en particulier dans le domaine du cinéma et de l'animation, où elle est utilisée pour créer des effets visuels réalistes et coordonner le mouvement des objets et des personnages à l'écran.

1.1 Repère d'espace - Repère de temps

Pour étudier le mouvement d'un point matériel, appelé mobile, il faut préciser deux repères :

♥ **Repère d'espace** : Le repère d'espace est un repère d'observation attaché à un référentiel choisi. Il est représenté par l'un des repères cartésiens suivants : (O, \vec{i}) de coordonnée x , (O, \vec{i}, \vec{j}) de coordonnées (x, y) et $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de coordonnées (x, y, z)

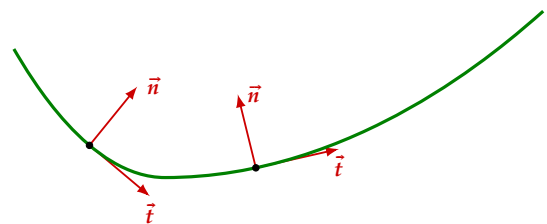
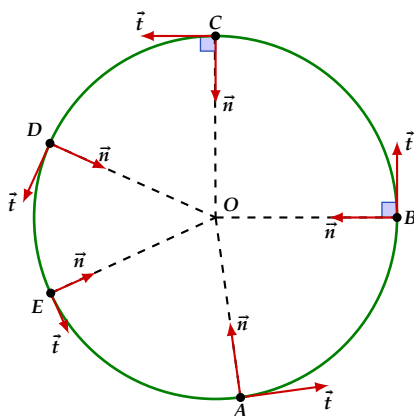
♥ **Repère de temps** : le repère de temps est constitué d'un instant origine correspondant au début du mouvement et d'une unité de temps : la seconde s . Sa coordonnée t est appelée date représentant la valeur algébrique d'un instant.

♥ **Repère de Frénet** : le repère de Frénet est un repère orthonormé lié au mobile M et que l'on note par (M, \vec{t}, \vec{n}) .

— \vec{t} : vecteur unitaire tangent à la trajectoire et toujours orienté suivant le sens positif choisi.

— \vec{n} : vecteur unitaire normale à \vec{t} et toujours orienté vers le centre de la trajectoire circulaire.

Exemples :



1.2 Vecteur vitesse : définition , caractéristiques et expression analytique

Par définition, le vecteur vitesse \vec{v} d'un point M en mouvement par rapport à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) attaché à un référentiel choisi est égal à la dérivée par rapport au temps du vecteur position \overrightarrow{OM} de ce point.

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$

Le vecteur vitesse a les caractéristiques suivantes :

- ♥ **Origine** : position occupée par le mobile à la date t .
- ♥ **Direction** : celle de la trajectoire rectiligne ou celle de la tangente à la trajectoire non rectiligne (parabolique ou circulaire).
- ♥ **Sens** : celui du mouvement.
- ♥ **Norme** : $v \geq 0$ en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

Dans le repère fixe (O, \vec{i}, \vec{j}) le vecteur position d'un point M quelconque s'écrit :

$$\overrightarrow{OM} = x \vec{i} + y \vec{j}$$

le vecteur vitesse \vec{v} s'écrit donc :

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j}$$

La norme du vecteur vitesse est :

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \text{ elle s'exprime en m/s}$$

Application 1

Soit un point M tel que : $\overrightarrow{OM} = 2t \vec{i} + (-5t^2 + 4t) \vec{j}$. Donner l'expression du vecteur vitesse en déduire la norme de la vitesse en fonction du temps. Faire l'application numérique pour $t = 2 \text{ s}$.

Correction le vecteur vitesse \vec{v} s'écrit : $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j}$

Alors :

$$\vec{v} = \frac{d(2t)}{dt} \vec{i} + \frac{d(-5t^2 + 4t)}{dt} \vec{j} = 2 \vec{i} + (-10t + 4) \vec{j}$$

La norme du vecteur vitesse est :

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{2^2 + (-10t + 4)^2} = \sqrt{100t^2 - 80t + 20}$$

Pour $t = 2 \text{ s}$ on trouve : $v = \sqrt{100 \times 2^2 - 80 \times 2 + 20} = 10 \text{ m/s}$

1.3 Vecteur accélération : définition , caractéristiques et expression analytique

Par définition, le vecteur accélération \vec{a} d'un point M en mouvement par rapport à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) attaché à un référentiel choisi est égal à la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse \vec{v} de ce point.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \overrightarrow{OM}}{dt^2}$$

Le vecteur accélération a les caractéristiques suivantes :

- ♥ **Origine** : position occupée par le mobile à la date t .
- ♥ **Direction** : celle de la trajectoire rectiligne ou toujours placé du côté concave de la trajectoire non rectiligne (parabolique ou circulaire).
- ♥ **Sens** : \vec{a} et \vec{v} sont de même sens si le mouvement est accéléré. et de sens contraires si le mouvement est décéléré.

♥ **Norme :** $a \geq 0$ en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

Dans le repère fixe (O, \vec{i}, \vec{j}) le vecteur vitesse d'un point M quelconque s'écrit :

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$$

le vecteur accélération \vec{a} s'écrit donc :

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j}$$

La norme du vecteur vitesse est :

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \text{ elle s'exprime en } \text{m/s}^2$$

Application 2

Dans l'application précédente on a trouvé que le vecteur vitesse s'écrit :

$$\vec{v} = 2\vec{i} + (-10t + 4)\vec{j}$$

Donner l'expression du vecteur accélération en déduire sa norme. Faire l'application numérique pour $t = 2 \text{ s}$

Correction le vecteur accélération \vec{a} s'écrit : $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j}$

Alors :

$$\vec{a} = \frac{d(2)}{dt} \vec{i} + \frac{d(-10t + 4)}{dt} \vec{j} = 0 \vec{i} + (-10) \vec{j}$$

La norme du vecteur accélération est :

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{0^2 + (-10)^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ m/s}^2$$

On constate que la norme de l'accélération est constante alors :

$$\forall t, a = 10 \text{ m/s}^2$$

1.4 Expression de l'accélération dans le repère de Frénet

Dans le repère de Frénet (M, \vec{t}, \vec{n}) l'accélération en un point M s'écrit sous la forme :

$$\vec{a} = a_t \vec{t} + a_n \vec{n}$$

♥ a_n : est l'accélération normale elle est donnée par la formule suivante :

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

Avec :

— v : la vitesse au point M .

— r : rayon de la courbure au point M

♥ a_t : est l'accélération tangentielle elle est donnée par la formule suivante :

$$a_t = \frac{dv(t)}{dt} : \text{la dérivé de la norme de la vitesse}$$

La norme de l'accélération s'écrit donc :

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$$

! Il ne faut pas oublier que :

- Pour un mouvement rectiligne (trajectoire un segment de droite) l'accélération normal est nulle alors $a = a_t$
- Pour un mouvement circulaire uniforme (trajectoire un arc de cercle et vitesse constante) l'accélération tangentielle est nulle mais pas l'accélération normale. dans ce cas l'accélération est $a = a_n = \frac{v^2}{r} \neq 0$.
- Pour une trajectoire curviligne (qui n'est pas circulaire) l'accélération normal varie d'un point à un autre même si la vitesse est constante car le rayon de la courbure n'est pas constant.

1.5 Étude de quelques mouvements particuliers

En fonction de la vitesse et de la trajectoire on peut définir quelques mouvements particuliers fréquemment rencontrés.

♥ **Mouvement rectiligne uniforme** : C'est le mouvement le plus simple, la trajectoire est un segment de droite et la vitesse est constante ($v = \text{cte}$) ce qui vaut à dire que l'accélération est nulle ($a = 0$).

Les équations horaires d'un mouvement rectiligne uniforme (MRU) sont :

(a) **Position** : $x(t) = vt + x_0$

— x : la position en (m);

— t : temps en (s);

— v : vitesse en $m.s^{-1}$;

— x_0 : la position initiale (position à $t = 0$)

(b) **Vitesse** : $v = \text{cte} = v_0$

(c) **Accélération** : $a = 0$

R Si le mobile débute son mouvement à un instant de date t_1 non nulle alors $x(t) = v_1(t - t_1) + x_1$ Avec :

■ v_1 : vitesse du mobile M à l'instant t_1 .

■ x_1 : abscisse du mobile M à l'instant t_1 .

♥ **Mouvement rectiligne uniformément varié** : c'est un mouvement de trajectoire un segment de droite (rectiligne) et d'accélération constante non nulle.

Les équations horaires d'un mouvement rectiligne uniformément varié (MRUV) sont :

(a) **Position** : $x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$

— a : l'accélération en $m.s^{-2}$

— x : la position en (m);

— t : temps en (s);

— v_0 : vitesse initiale (à $t = 0$) en $m.s^{-1}$;

— x_0 : la position initiale (position à $t = 0$)

(b) **Vitesse** : $v = at + v_0$

(c) **Accélération** : $a = \text{cte} \neq 0$

(d) Relation indépendante du temps entre la vitesse v et l'abscisse x du mobile : Si le mouvement est RUV entre deux positions A et B d'accélération a alors :

$$v_B^2 - v_A^2 = 2a(x_B - x_A)$$

2 Force, travail et énergie

2.1 Force

Définition 2.1. Une force est toute cause capable de déformer, mettre en mouvement ou changer la trajectoire d'un objet.

Exemples : Le poids, la tension d'un fil, la force électrique etc...

Un solide soumis à une force dont le point d'application se déplace peut :

- (a) être mis en mouvement;
- (b) changer d'altitude;
- (c) se déformer temporairement ou définitivement;
- (d) voir sa température s'élever.

Dans tous ces cas, on dit que la force fournit un travail.

2.2 Travail d'une force

Définition 2.2. Il mesure l'énergie transférée entre l'auteur de la force et le système le long d'un trajet. **Son unité est le Joule (J).**

Pour une trajectoire rectiligne on a :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \cdot AB \cdot \cos(\vec{F}, \vec{AB})$$

- (a) Si la force \vec{F} a la même direction et le même sens que le déplacement, alors $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) > 0$, on dit que **le travail est moteur**.
- (b) Si la force \vec{F} a la même direction mais un sens opposé au déplacement, alors $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) < 0$, on dit que **le travail est résistant**.
- (c) Si la force \vec{F} a une direction perpendiculaire au déplacement, alors $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = 0$

♥ **Force conservative :** une force est dite conservative si le travail de cette force est **indépendant du chemin suivi**. Si ce n'est pas le cas, elle est alors dite non conservative.

Exemples de forces conservatives : le poids, la tension d'un ressort, la force électrique etc....

♥ **Le travail du poids :** Si l'on reste assez proche de la surface de la Terre, le poids d'un corps peut être considéré comme une force constante.

Le travail du poids, au cours d'un déplacement du centre de gravité G , d'une position A vers une position B , s'écrit :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{AB} = -m \cdot g(z_B - z_A) = -mgh$$

Le travail du poids est indépendant du chemin parcouru. C'est une force conservative. Il ne dépend que de la différence d'altitude entre les points d'arrivée z_B et de départ z_A de G .

Le travail du poids est **positif** si le corps **descend** (travail moteur) et il est **négatif** si le corps **monte** (travail résistant).

♥ Le travail de la force de frottement :

Les forces de frottement sont en sens opposé du mouvement donc :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \overrightarrow{AB} = -f \cdot AB$$

Avec AB : la longueur du chemin suivi. Ici, **le travail dépend du chemin suivi entre l'état initial et l'état final. On dit que f n'est pas conservative.**

♥ **Le travail de la réaction normal** : généralement le travail de toute force normal (qui reste perpendiculaire au déplacement) est nul. La réaction normal n'est pas un cas particulière son travail est donc nul :

$$W(\vec{R}_n) = 0$$

3 Les énergies

♥ **Énergie potentielle de pesanteur E_{pp}** : On appelle énergie potentielle de pesanteur, la grandeur définie par

$$E_{pp} = m \cdot g \cdot h$$

Avec h est l'altitude en mètre et que $E_{pp} = 0$ à l'altitude $h = 0$. Son unité est le Joule (J).

♥ **Énergie cinétique E_c** : C'est l'énergie emmagasinée par un système, due à son mouvement.

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{Son unité est le Joule (J)}$$

♥ **Énergie mécanique E_m** : C'est la somme de l'énergie cinétique d'un système et de son énergie potentielle.

$$E_m = E_c + E_p$$

Son unité est le Joule (J).

3.1 Théorème de l'énergie cinétique

Théorème 3.1. *la variation de l'énergie cinétique d'un système soumis à un ensemble de forces (conservatives ou non) est égale à la somme des travaux des forces extérieures qui s'appliquent sur ce système.*

$$\Delta E_c = \sum W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{ext})$$

3.2 Théorème de l'énergie mécanique

Théorème 3.2. *La variation d'énergie mécanique E_m est égale au travail des forces non conservatives.*

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = W_{A \rightarrow B}(\overrightarrow{f_{non\ conservative}})$$

Comment évolue l'énergie mécanique d'un système qui n'est soumis qu'à des forces conservatives ? :

L'énergie mécanique d'un système qui n'est soumis qu'à **des forces conservatives** est constante (se conserve).

$$\Delta E_m = 0$$

Lorsque l'énergie mécanique se conserve, si l'énergie cinétique augmente, alors l'énergie potentielle diminue. Il y a transformation d'énergie potentielle en énergie cinétique ou inversement.

Comment évolue l'énergie mécanique d'un système soumis à des forces non conservatives ? :

La variation d'énergie mécanique E_m est égale au travail des forces non conservatives $W(\vec{f})$. Soit $\Delta E_m = W(\vec{f})$. Comme $W(\vec{f}) < 0$, l'énergie mécanique décroît.

Peut-on relier le travail et l'énergie potentielle ?

Le travail du poids est :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = -mg(z_B - z_A) = -(E_{P_B} - E_{P_A}) = -\Delta E_P$$

Cette relation signifie que la variation d'énergie potentielle de pesanteur est le travail qu'il faut fournir pour éloigner un corps d'un point A à un point B, le corps étant au repos en A et en B. Pour les forces non conservatives, il n'y a pas d'énergie potentielle associée.

4 Principe fondamental de la dynamique

Théorème 4.1. *La force nette agissant sur un objet est égale au produit de sa masse et de l'accélération qu'il subit, et elle est dirigée dans la même direction que cette accélération . Mathématiquement, cela peut être exprimé par l'équation :*

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}$$

- R** Pour déterminer la nature du mouvement ou déterminer une force qui ne travaille pas (par exemple la réaction normale) il faut penser à appliquer le principe fondamental de la dynamique.

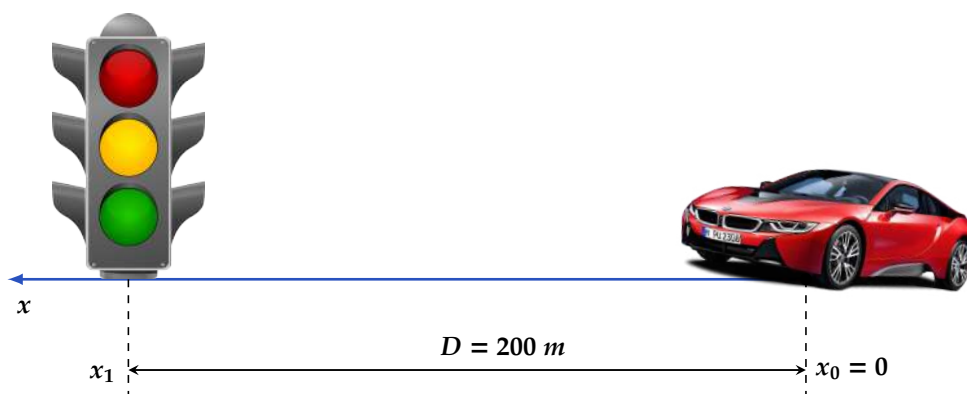
Exercice 1



$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = \frac{3}{2}t^2 - 2t \end{cases}$$

1. Donner les coordonnées du mobile à l'instant $t = 3$ s.
2. Donner les composantes du vecteur vitesse et calcule sa valeur à $t = 3$ s.
3. Donner les composantes du vecteur accélération.
4. donner l'équation de la trajectoire. et préciser sa nature.

Exercice 2

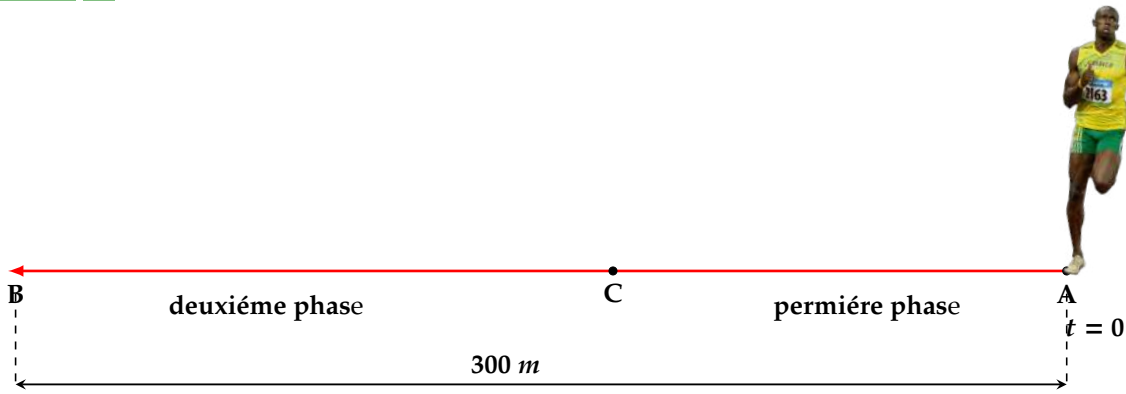


Un automobiliste se déplace sur une route horizontale à la vitesse constante de valeur $\|\vec{v}_0\| = 16 \text{ m.s}^{-1}$. Lorsqu'il est à une distance $D = 200 \text{ m}$ du feu, le feu vert s'allume et reste vert pendant 11 s.

Dans tout l'exercice, on prendra comme origine des temps ($t = 0$ s), l'instant où le feu vert s'allume et l'origine des espaces ($x_0 = 0 \text{ m}$), la position de la voiture à cet instant. Le sens positif est le sens du mouvement.

1. A partir de l'instant de date $t = 0$ s, l'automobiliste accélère et impose à sa voiture une accélération constante qu'on note a_1 . A l'instant t_1 , sa vitesse prend la valeur $v_1 = 21 \text{ m.s}^{-1}$. Entre $t_0 = 0$ et t_1 , l'automobiliste **parcourt 100 m**.
 - (a) Déterminer l'accélération a_1 .
 - (b) Déterminer la date t_1 .
 - (c) Écrire la loi horaire du mouvement de la voiture pour $t \in [0, t_1]$.
2. A partir de l'instant t_1 , l'automobiliste maintient sa vitesse constante.
 - (a) Écrire la loi horaire du mouvement de la voiture pour $t \geq t_1$.
 - (b) La voiture passe-t-elle devant le feu lorsqu'il est vert? Justifier la réponse.
3. A l'instant t_1 , l'automobiliste freine et impose à sa voiture un mouvement uniformément retardé d'accélération $a_2 = -2 \text{ m.s}^{-2}$.
 - (a) Calculer la distance parcourue par la voiture du début du freinage jusqu'à son arrêt.
 - (b) Déterminer la vitesse v_2 de la voiture en passant devant le feu et la date t_2

Exercice 3



Usain bolt parcourt une distance $AB = 300 \text{ m}$ en deux phases.

♥ première phase : mouvement rectiligne uniformément accéléré d'accélération $a_1 = 2 \text{ m.s}^{-2}$.

♥ deuxième phase : mouvement rectiligne uniformément retardé d'accélération $a_2 = -1 \text{ m.s}^{-2}$.

A $t = 0 \text{ s}$ il part du point A, pris comme origine des espaces et arrive au point B avec une vitesse nulle.

1. Soit C le point où le mouvement devient retardé :

- Exprimer, pour la première phase, x_c en fonction de v_c et a_1 .
- Exprimer, pour la deuxième phase, v_c en fonction de a_2 , x_B et x_c .
- Déduire d'après a) et b) l'expression de v_c en fonction de a_1 , a_2 et x_B . Calculer sa valeur

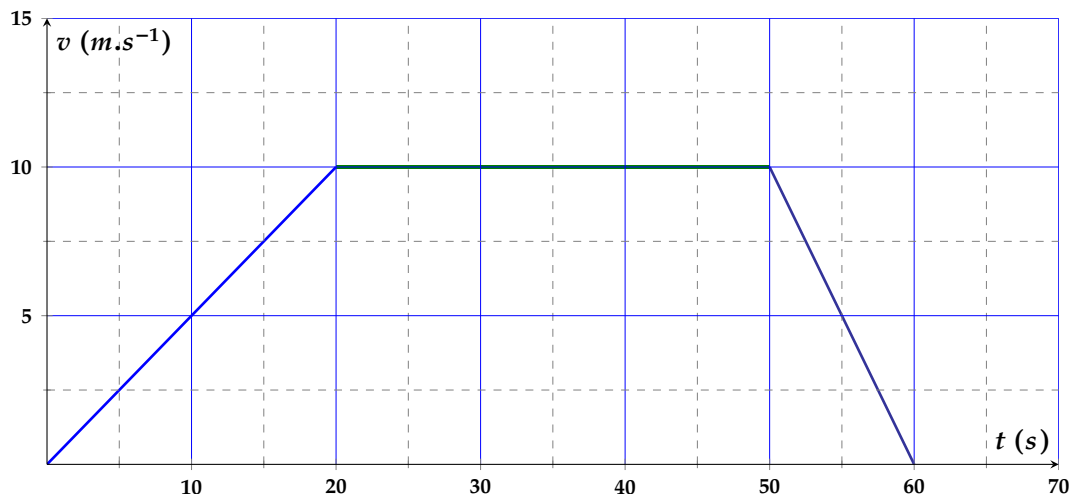
2. Calculer la distance parcourue AC par **usain bolt** pendant la première phase. Calculer sa durée.

3. Déduire la distance parcourue CB par **usain bolt** pendant la deuxième phase et Calculer la durée du trajet AB.

Exercice 4



Un mobile décrit une trajectoire rectiligne. Sur la figure suivante, on donne le diagramme des vitesses :



1. Déterminer l'accélération du mobile pour chaque phase du mouvement.

2. Donner les équations horaires du mouvement étudié durant les diverses étapes du mouvement sachant que le mobile se trouve à $t = 0 \text{ s}$ à l'origine des abscisses.

3. Déterminer la distance parcourue par le mobile dans chaque phase

Exercice 5



Un point M est en mouvement dans un plan (O, \vec{x}, \vec{y}) muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , son vecteur accélération est $\vec{a} = -4\vec{j}$. A l'instant $t = 0$ s, le mobile passe par l'origine du repère avec une vitesse $\vec{v}_0 = 3\vec{i} + 2\vec{j}$.

- Déterminer les expressions des vecteurs vitesse instantané et position du point mobile.
- En déduire l'équation de la trajectoire du mouvement de M.
- Déterminer les caractéristiques du vecteur vitesse du point ayant l'ordonnée maximal.
- Déterminer en ce point les composantes tangentielle et normale de l'accélération.
- Déterminer l'angle α que fait le vecteur vitesse avec (O, \vec{i}) , lorsque le mobile repasse par l'ordonnée $y = 0$. Représenter ce vecteur vitesse.
- Déterminer à l'instant de date $t = 1$ s le rayon de courbure de la trajectoire.

Un deuxième mobile M' en mouvement rectiligne uniforme avec la vitesse v_0 sur l'axe (O, \vec{x}) du repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , précédent, passe par le point d'abscisse $x = 8$ m à l'instant $t = 0$ s.

- Établir l'équation horaire du mobile M' en fonction de v_0 .
- Déterminer la valeur de v_0 pour que le mobile M' rencontre le mobile M.

Exercice 6



Un point mobile est en mouvement dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) son vecteur vitesse est $\vec{v} = a\vec{i} + (bt + c)\vec{j}$. A la date $t_1 = 1$ s le mobile passe par le point $M_1(3, 0)$ avec la vitesse $\vec{v}_1 = \vec{i} + \vec{j}$, à la date $t = 0$ il passe par le point $M_0(2, 0)$.

- Monter que $a = -c = 1$ et $b = 2$.
- Établir l'équation de la trajectoire du mouvement. Représenter le pour $x \in [0 \text{ m}, 5 \text{ m}]$.
- Déterminer l'expression du vecteur accélération.
- A quelle date t_2 la vitesse du mobile est perpendiculaire à \vec{j} .
- Déterminer à cette date l'accélération tangentielle et l'accélération normale. En déduire le rayon de courbure de la trajectoire à cette date.

A une date t_3 l'accélération normale est $a_N = 0,63 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

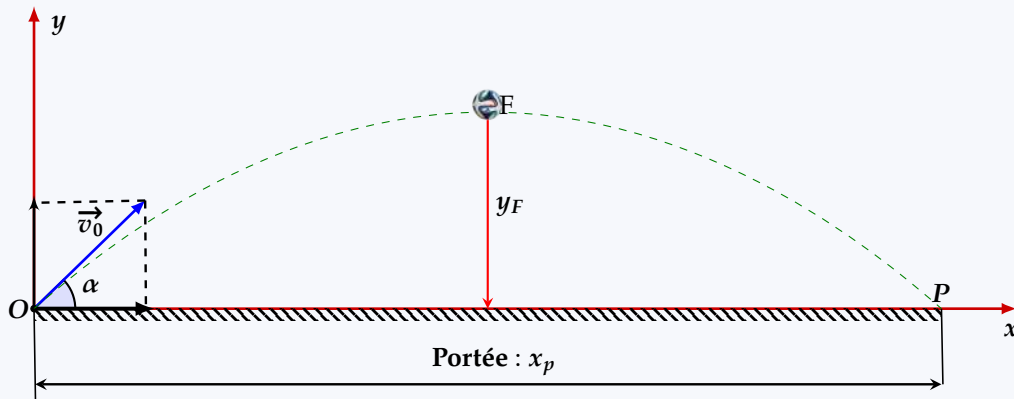
- Déterminer la norme de l'accélération tangentielle à cette date qu'on note $\|a_t\|$.
- En déduire l'angle β que fait la vitesse avec l'axe (O, \vec{j}) ainsi que la date t_3 sachant que à cette date $V_y > 0$

Mouvement dans un champ gravitationnel : Projectile

| | | |
|-----|--------------------------------------|----|
| 1 | Projectile | 13 |
| 1.1 | Vecteur accélération : | 13 |
| 1.2 | Vecteur vitesse | 13 |
| 1.3 | Vecteur position | 13 |
| 1.4 | Équation de la trajectoire | 14 |
| 1.5 | Portée | 14 |
| 1.6 | Flèche | 14 |

CE QU'IL FAUT COMPRENDRE PUIS RETENIR**1** Projectile

Définition 1.1. Nous appelons un projectile chaque objet qui envoie près de la terre à une vitesse initiale \vec{v}_0 .

**1.1 Vecteur accélération :**

En appliquant la relation fondamentale de la dynamique (RFD) on obtient :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

On projette cette relation dans le repère $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ on obtient :

$$a_x = 0 \quad \text{et} \quad a_y = -g$$

Alors le mouvement sur (O, x) est un mouvement **uniforme** et sur (O, y) le mouvement est **uniformément varié** d'accélération $a_y = -g$.

1.2 Vecteur vitesse

En intégrant les résultats trouvés précédemment on obtient :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_{0x} = v_0 \cos(\alpha) \\ v_y = -gt + v_{0y} = -gt + v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

1.3 Vecteur position

En intégrant les résultats précédents on trouve :

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = v_{0x}t + x_0 \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t + y_0 \end{cases}$$

Pour la suite on supposera que à $t = 0$ le mobile se trouve à l'origine alors : $x_0 = 0$ et $y_0 = 0$. On peut écrire donc :

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha \cdot t \end{cases}$$

1.4 Équation de la trajectoire

Établir l'équation de la trajectoire dans le plan (xOy) consiste à exprimer y en fonction de x . Il faut donc éliminer le paramètre temps t des équations horaires $x(t)$ et $y(t)$. Or on a :

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

En remplaçant t par son expression dans y on obtient l'équation de la trajectoire suivante :

$$y(x) = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x^2 + \tan \alpha \cdot x$$

Cette équation est de la forme $y = ax^2 + bx$ est celle d'une parabole. alors la trajectoire est parabolique.

1.5 Portée

Définition 1.2. On appelle portée de tir la distance entre le point de lancement O et le point d'impact P sur le plan horizontal contenant O . On la calcule, c'est la valeur de x différent de 0 qui annule y .

$$y_P = 0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x_P^2 + \tan \alpha \cdot x_P = 0 \quad \Rightarrow \quad x_P = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g}$$

R La portée est maximale $\Rightarrow \sin 2\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$

1.6 Flèche

Définition 1.3. On appelle la flèche y_F l'altitude maximale atteinte par le projectile. On montre facilement que :

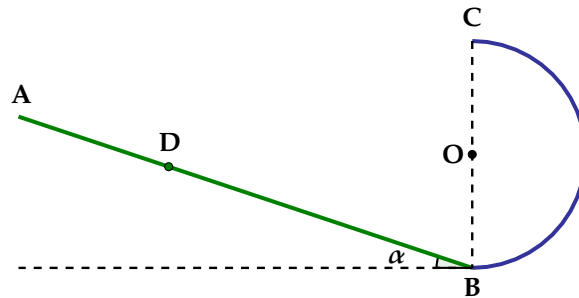
$$y_F = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g} \quad \text{et} \quad x_F = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{2g}$$

R Il suffit de constater que F est le sommet de la trajectoire alors $v_{yF} = 0 \quad t_F = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$ puis remplacer t_F par cette expression dans les expressions de x et y .

Exercice 1



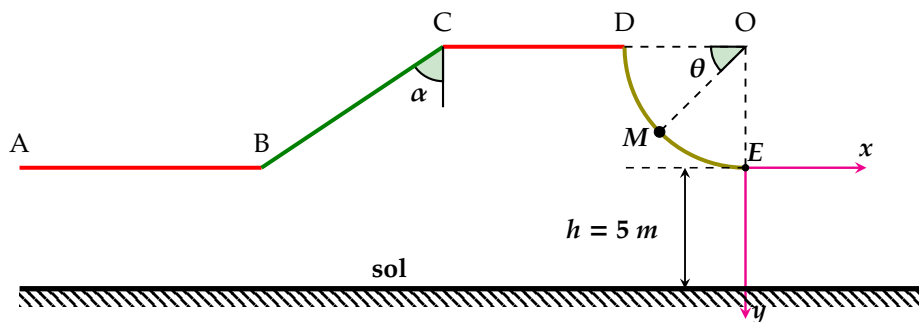
Une piste est constituée d'une partie rectiligne AB suivie d'une partie circulaire. L'ensemble de la piste est situé dans un plan vertical.



On donne : $AB = 5 \text{ m}$; $r = OC = OB = 0,5 \text{ m}$; $\alpha = 15^\circ$; $\|\vec{v}_B\| = 3 \text{ m.s}^{-1}$ et $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$

- Un mobile ponctuel de masse $m = 200 \text{ g}$ est lâché de A sans vitesse initiale. Il est soumis le long de AB à une force de frottement constante \vec{f} .
 - Énoncer le théorème de la variation de l'énergie cinétique
 - En appliquant ce théorème, donner l'expression de $\|\vec{f}\|$ puis donner sa valeur.
- Le mobile se déplace maintenant sans frottement, il est lâché sans vitesse d'un point D, tel que $DB = x$. On suppose que le changement de pente en B ne provoque pas de variation de la vitesse.
 - Exprimer la vitesse $\|\vec{v}_C\|$ du mobile au point C en fonction de r , α , x et $\|\vec{g}\|$
 - Par application de la relation fondamentale de la dynamique, exprimer en fonction de r , α , x , $\|\vec{g}\|$ et m l'intensité de la réaction $\|\vec{R}\|$ exercée par la piste sur le mobile en C.
 - Quelle valeur minimale faut-il donner à x pour que le mobile puisse quitter la partie circulaire de la piste en C ?

Exercice 2



On néglige les frottements et on prendra $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Un skieur de masse totale $m = 80 \text{ kg}$ aborde une piste verglacée A, B, C, D et E. voir figure précédente.

Dans cet exercice le skieur sera assimilé à un point matériel confondu avec son centre d'inertie G.

- Partant sans vitesse du point A il est poussé sur le parcours AB par une force \vec{F} parallèle à la piste pour arriver en B avec une vitesse \vec{v}_B . Cette vitesse \vec{v}_B lui permet d'atteindre le point C. On donne : $AB = l = 20 \text{ m}$; $BC = l' = 40 \text{ m}$; $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ et $\alpha = 60^\circ$.
 - Calculer la valeur de la vitesse \vec{v}_B pour laquelle le skieur arrive en C avec une vitesse nulle.

(b) Calculer alors la valeur supposée constante de la force \vec{F} .

(c) Déterminer la nature du mouvement du skieur entre B et C sachant que \vec{F} ne s'exerce qu'entre A et B .

En arrivant en C le skieur s'aide de ses bâtons pour repartir sur CD , horizontale, et acquérir au point D une vitesse de valeur $v_D = 10 \text{ m.s}^{-1}$ avec laquelle il entame le tronçon circulaire \widehat{DE} de rayon $r = OD = OE = 2,2\text{m}$.

2. Exprimer :

(a) La valeur v_M de la vitesse du skieur au point M en fonction de v_D, r, g et de l'angle α et en déduire sa valeur au point E .

(b) La valeur R de la réaction exercée par la piste sur le skieur au point M en fonction de m, v_D, r, g et de l'angle θ .

Le skieur quitte la piste au point E pour arriver au point P situé sur le sol.

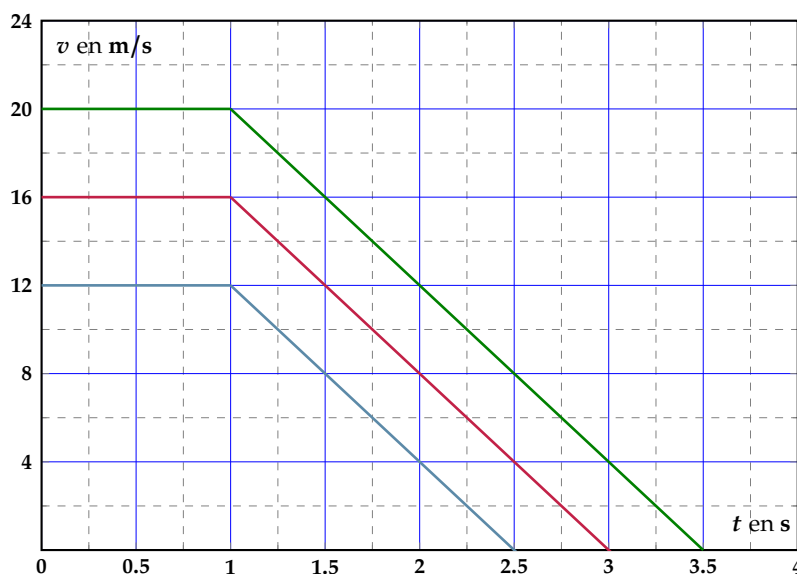
3. Calculer l'équation de la trajectoire dans le repère (E, \vec{x}, \vec{y}) .

4. Calculer l'abscisse du point P de chute.

Exercice 3



Les expériences réalisés par des fabricants de voitures a montré que : l'accélération de la voiture sur une route horizontale reste constante pendant le freinage et que cette valeur reste la même quelque soit la vitesse avant le début du freinage. La **figure 1** donne le graphe de ce type d'expériences à partir de l'instant $t = 0$ où le conducteur voit l'obstacle devant lui. Une seconde passe entre l'instant où il voit l'obstacle et l'instant où il appuie sur le frein.



1. Calculer à partir du graphe l'accélération de la voiture au cours du freinage.

2. En déduire la résultante des forces appliquées à la voiture lors du freinage si sa masse est **1 tonne**.

3. Si la vitesse de la voiture à l'instant où le conducteur voit l'obstacle est **72 Km/h**, calculer à partir du graphe :

(a) La distance parcourue avant que le conducteur ne réagisse.

(b) La durée du freinage.

4. Pendant que le conducteur roule à la vitesse de **72 Km/h** il voit un obstacle situé à **47m** du pare-choc avant. Est-ce qu'il y' aura un choc ou pas?.

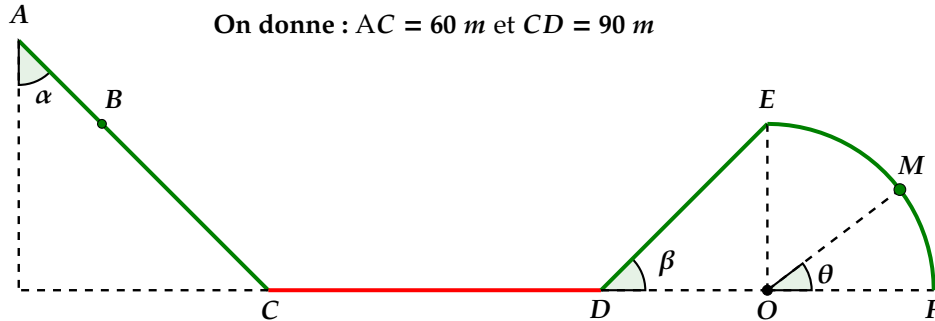
Exercice 4



Les forces de frottements ne s'exercent qu'entre B et D. On prendra $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

Un mobile de masse $m = 500 \text{ g}$ se déplace sur le trajet ayant la forme donnée par la figure précédente.

Le mobile commence sa course au sommet A de la partie rectiligne AC qui fait un angle $\alpha = 60^\circ$ avec la verticale et arrive au point B avec la vitesse $v_B = 10 \text{ m.s}^{-1}$.

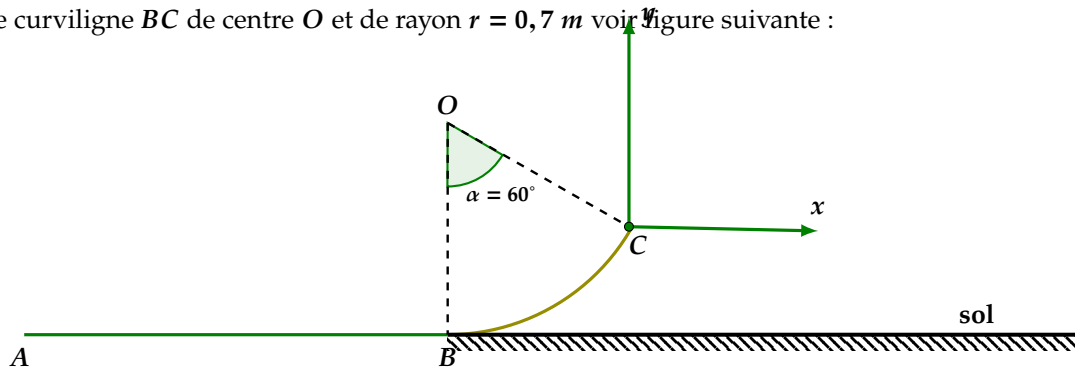


- Entre les points B et C s'exerce une force de frottement \vec{f}_1 qui ralentit le mouvement. Déterminer l'intensité de cette force f_1 pour que le mobile arrive en C avec une vitesse de valeur double de v_B .
- Déterminer la valeur de la vitesse au point D si la force de frottement s'exerçant sur la partie horizontale CD représente le sixième du poids du mobile.
- Le mobile aborde alors la partie DE qui fait un angle $\beta = 10^\circ$ avec l'horizontale. Déterminer la longueur l de cette partie pour que le mobile arrive en E avec une vitesse pratiquement nulle.
- Arrivé au point E le mobile glisse sans frottement sur le quart du cercle EF de rayon r et de centre O situé sur la même horizontale CDF. La position du mobile est repérée par l'angle $\theta = (\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{OM})$.
 - Exprimer la vitesse au point M en fonction de θ, l, β et g
 - Exprimer en fonction de θ, m et g la valeur de la réaction de la piste sur le mobile au point M.

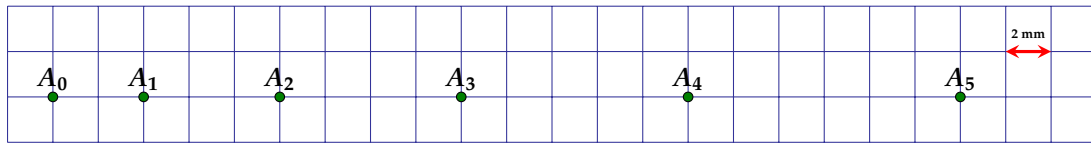
Exercice 5



Un solide S de masse $m = 200 \text{ g}$ se déplace sur une piste ABC, constituée d'une partie rectiligne et horizontale $AB = 1,6 \text{ m}$ et d'une partie curviligne BC de centre O et de rayon $r = 0,7 \text{ m}$ voir figure suivante :



- Le solide quitte le point A sans vitesse initiale sous l'action d'une force constante qui ne \vec{F} s'exerce qu'entre A et B. On enregistre à des intervalles de temps réguliers $\tau = 20 \text{ ms}$ les positions occupées par le solide et on obtient l'enregistrement de la figure ci-contre.



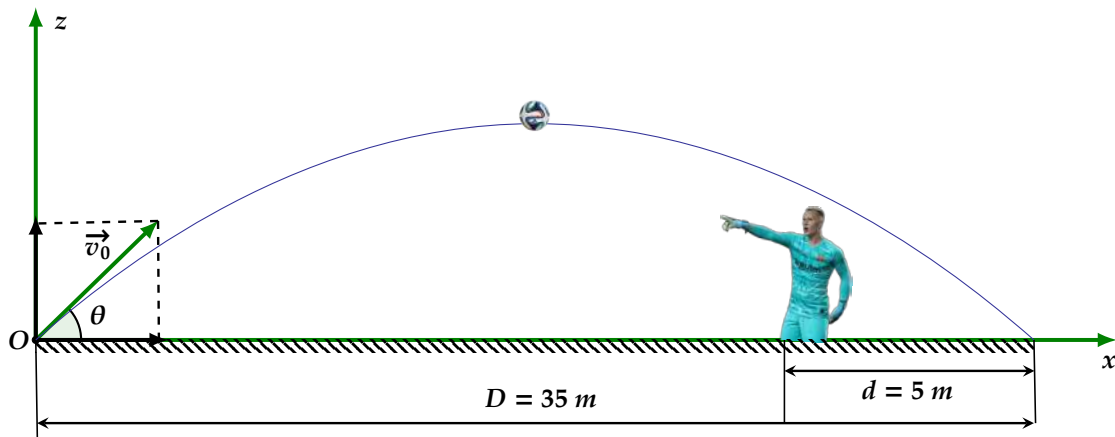
- Déterminer la nature du mouvement et calculer la valeur expérimentale de son accélération.
 - Sachant que la valeur de la force \vec{F} est $F = 2N$ dire est ce que le mouvement se fait sans frottement ou avec frottement.
 - Déterminer la valeur de la réaction exercée par la piste sur le solide ainsi que l'angle qu'elle fait avec la verticale.
 - Calculer la valeur de la vitesse au point B .
2. Le solide continue son mouvement sans frottement sur la partie curviligne BC .
- Déterminer les caractéristiques de la vitesse au point C .
 - Calculer la valeur de la réaction \vec{R}_C qu'exerce la piste sur le solide au point C
3. Le solide quitte la piste au point C avec la vitesse \vec{v}_C et effectue un mouvement aérien avant d'atterrir au point D .
- Déterminer l'équation de la trajectoire dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .
 - déterminer les coordonnées des points le plus haut et le plus bas de la trajectoire.

Exercice 6



Les forces de frottement dues à l'air sont négligées et le ballon est assimilé à un point matériel de masse m .

Au cours d'un match de football de Barça contre CD Leganés en 2019, Le phénomène **Martin Braithwaite**, l'attaquant de Leganés voyant la position avancée du gardien de Barça a tenté de marquer un but en lobant ce dernier. Le gardien de but (stegen) se trouve à une distance $d = 5 m$ de la ligne de but voir figure suivante :



Braithwaite communique au ballon placé au point O , à une distance $D = 35 m$ de la ligne de but, une vitesse \vec{v}_0 dont la direction fait un angle θ avec le plan horizontal. On prendra comme origine des dates l'instant où le phénomène frappe le ballon et comme origine des espaces le point O .

- Établir les équations horaires $x(t)$ et $z(t)$ en fonction de v_0 , g et θ du mouvement du centre d'inertie G du ballon dans le repère (O, \vec{i}, \vec{k}) .
- Faire l'application numérique.
- En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire et donner sa nature.

4. Déterminer :

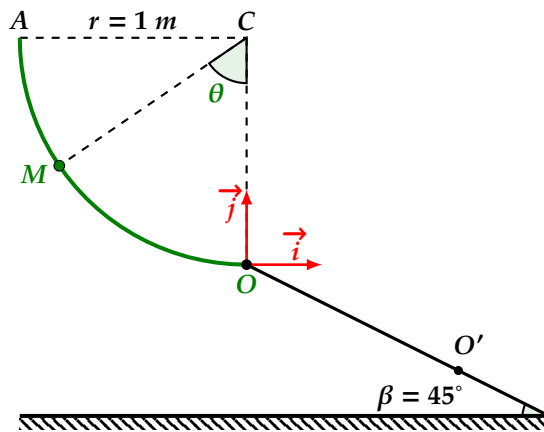
- la date t à laquelle le ballon arrive sur la ligne de but.
- la hauteur h par rapport au sol à cette date t_1 .

5. A la date $t = 0$ où **Braithwaite** frappe le ballon, un défenseur de Barça (le phénomène Lenglet) qui se trouvait sur la même ligne que lui à la distance d de la ligne de but, s'élance sans vitesse initiale vers les buts avec une accélération $a = 3 \text{ m.s}^{-2}$. Il voudrait empêcher le but. Pour cela, il faut qu'il arrive avant le ballon sur la ligne de but. Son mouvement est rectiligne suivant l'axe (Ox) .

- Montrer que l'équation horaire du mouvement du centre d'inertie du défenseur selon l'axe (Ox) . est : $x(t) = 1,5t^2 + 30$.
- Déterminer la date t_2 à laquelle le défenseur arrive sur la ligne de but.
- Le but est-il marqué? Justifiez votre réponse.

Données : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$; $\theta = 30^\circ$; $v_0 = 21 \text{ m.s}^{-1}$; $D = 35 \text{ m}$; $d = 5 \text{ m}$.

Exercice 7



Données : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$; $m = 10 \text{ g}$.

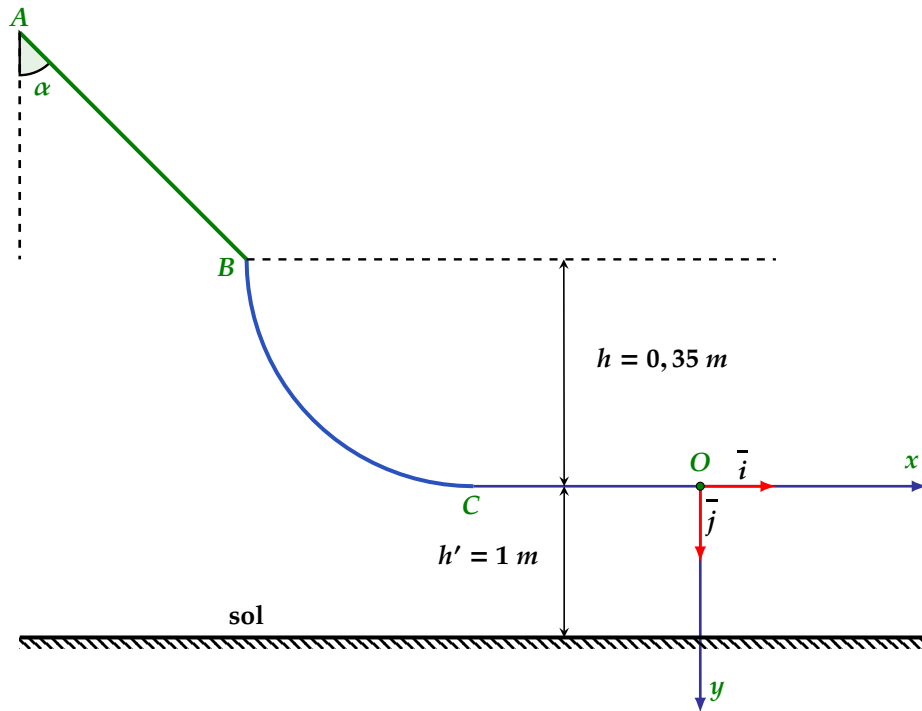
On dispose d'un rail AO dont la forme est celle d'un quart de cercle de rayon $r = 1 \text{ m}$, conformément à la figure précédente. Un point matériel de masse m , abandonné sans vitesse initiale, glisse sur le rail sans frottement. En O est fixé un plan incliné vers le bas de 45° . Le point matériel quittant le rail en O décrit une trajectoire qui rencontre le plan incliné en un point O' .

- On repère la position du point matériel par l'angle θ . Exprimer $\|\vec{v}_M\|$, norme de la vitesse du point matériel en M en fonction θ, r et g .
- Exprimer en fonction de θ, g et m l'intensité de la force \vec{R} que le rail exerce sur le point matériel.
- En quel point cette intensité est-elle maximale? La calculer.
- Après avoir déterminé les caractéristiques de la vitesse \vec{v}_0 au point O , déterminer l'équation de la trajectoire du point matériel entre O et O' , point de contact avec le plan incliné dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .
- Exprimer la distance OO' en fonction de v_0 et g et la calculer.
- En réalité, la force de frottement agissant tangentiellement entre A et O n'est pas négligeable. Ainsi, l'expérience donne $OO' = 4,7 \text{ m}$. Évaluer, alors, l'intensité de la force f responsable de l'écart entre la valeur expérimentale et la valeur théorique de OO' .

Exercice 8



Un solide S , supposé ponctuel de masse $m = 200 \text{ g}$ glisse le long de la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle α par rapport à la verticale.



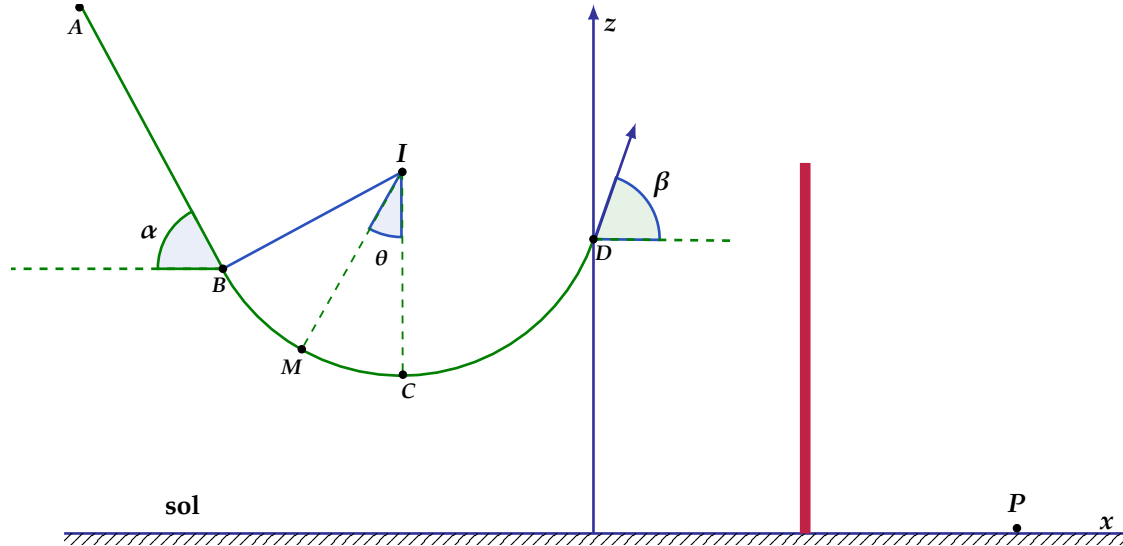
On donne : $\cos \alpha = 0,4$; $\sin \alpha = 0,91$; $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

- On abandonne le solide S sans vitesse initiale à $t = 0$ au point A voir figure. En supposant les frottements négligeables, calculer :
 - L'accélération a du solide S .
 - La vitesse v_B du solide S au point B sachant que la distance $AB = 2 \text{ m}$.
 - Le temps mis par le solide S pour parcourir la distance AB .
- On considère que les frottements ne sont pas négligeables et équivalent à une force constante \vec{f} parallèle à la ligne de plus grande pente et de sens contraire au déplacement. La vitesse du solide atteint au point B la valeur $v_B = 3 \text{ m/s}$.
 - Calculer le travail de \vec{f}
 - Déduire l'intensité de \vec{f}
 - Calculer l'intensité de la réaction du plan incliné sur S .
- Le solide S aborde la piste BCO avec une vitesse $v_B = 3 \text{ m/s}$. (voir figure). La portion BC est curviligne et CO est horizontale. La différence de niveau séparant les plans horizontaux passant par B et O est $h = 0,35 \text{ m}$. Au point O , le solide S quitte la piste pour arriver au sol au point P situé à une hauteur $h' = 1 \text{ m}$ en dessous du plan passant par O .
 - Calculer la vitesse de S au point O sachant que les frottements sont négligeables sur la piste BCO .
 - Déterminer l'équation de la trajectoire du mouvement de chute de S dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .
 - Calculer la vitesse de S à son arrivée en P .

Exercice 9



un jeu qui consiste à lancer un solide dans une gouttière et à déterminer la position de chute sur le sol, s'il parvient à passer au-dessus d'un obstacle constitué d'une planche disposée verticalement. Le solide (S), de dimensions négligeables et de masse $m = 50 \text{ g}$, glisse sans frottement dans la gouttière ABCD située dans le plan vertical. Le schéma simplifié du dispositif est représenté ci-contre.



AB est un plan incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontale. On donne $AB = 1,6 \text{ m}$.

BCD est un quart de cercle de centre I de rayon $r = 0,9 \text{ m}$. Le point C est situé sur la verticale passant par I.

Au premier essai, le solide est abandonné sans vitesse initiale au point A.

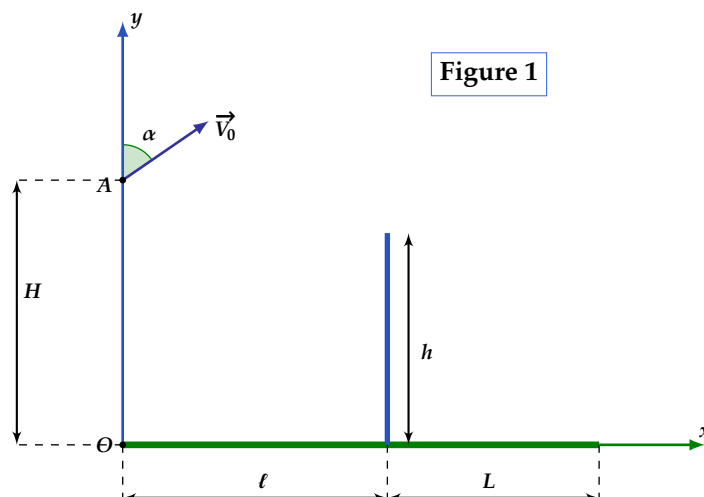
- Déterminer la vitesse du solide aux points B, C et D.
- Exprimer l'intensité R de la réaction exercée par la piste sur le solide (S) au point M situé entre B et C tel que $(\widehat{IM, IC}) = \theta$ en fonction de v_M, r, g et θ . En déduire sa valeur au point D où $\theta = 60^\circ$.
Le solide (S) quitte la piste en D avec la vitesse $v_D = 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ faisant un angle $\beta = 60^\circ$ avec l'horizontale. Le point D est situé à l'altitude $z_D = 2 \text{ m}$ du sol horizontal.
- Établir l'équation cartésienne de la trajectoire du mouvement de (S) à partir de D dans le repère (D, x, z) .
- La planche de hauteur $h = 2,2 \text{ m}$ est située à l'abscisse $x = 0,3 \text{ m}$. Le solide passera-t-il au-dessus de la planche?
- Dans le cas où le solide passe au-dessus l'obstacle, déterminer la distance OP où P est le point d'impact du solide (S) sur le plan horizontal.
- En réalité le point d'impact du solide se situe à une distance $OP' = 0,8 \text{ m}$. Déterminer la vitesse (v'_D) du solide au point D. En déduire l'intensité supposée constante des forces de frottement exercées par la piste BCD sur le solide (S).

Exercice 10

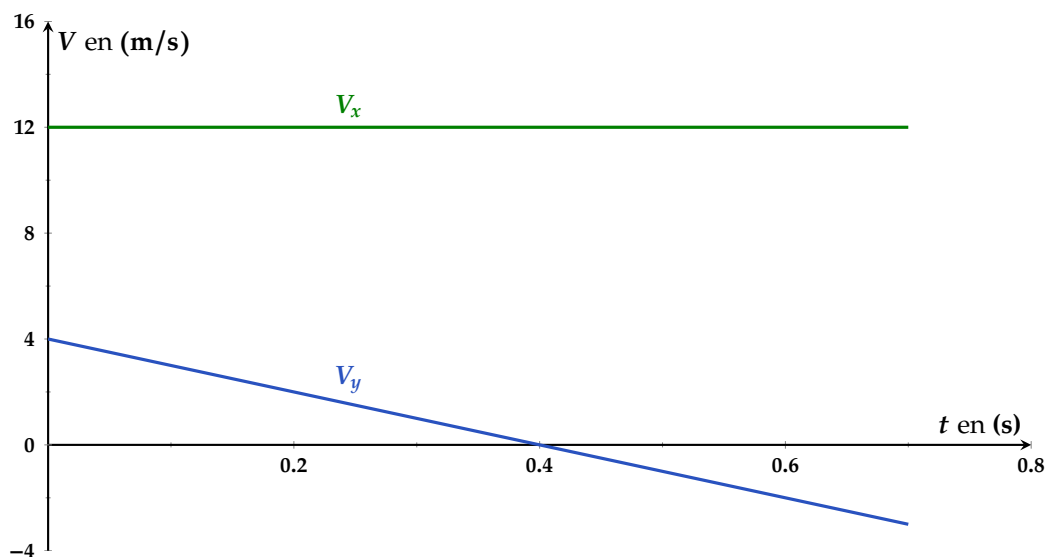


Lors d'un match de volley-ball, on enregistre une vidéo du mouvement de la balle à l'instant $t = 0$ où commence le mouvement de la balle ou du « service » à partir d'un point A situé à l'altitude $H = 3 \text{ m}$ au dessus du sol. Le joueur qui réalise le « service » est situé à la distance ℓ du filet. Pour réussir le service, il faut que la balle passe au dessus du filet dont la hauteur $h = 2,5 \text{ m}$ et qu'elle tombe dans le camp adverse de longueur L . On étudie le mouvement de la balle dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ lié à la terre. La balle qui est assimilée à un point matériel est lancée à partir du point A avec la vitesse

\vec{V}_0 , qui fait l'angle α avec la verticale (voir **figure suivante** :)



Après traitement électronique de la vidéo on obtient les courbes de la **figure suivante** qui représentent les valeurs des composantes V_x et V_y du vecteur vitesse \vec{V} de la balle.



1. Établir les expressions des équations horaires du mouvement.
2. En utilisant les courbes :
 - (a) Trouver les valeurs de α et V_0 .
 - (b) Déterminer l'instant t_s de passage par le sommet et justifier le résultat.
 - (c) Déterminer les caractéristiques du vecteur vitesse \vec{V} à l'instant $t = 0,2$ s.
3. Établir l'équation de la trajectoire de la balle.
4. En supposant qu'aucun adversaire n'intercepte la balle ; préciser si le « service » est réussi ou non. Justifier par un calcul.
On donne : $l = L = 9$ m ; $g = 10$ m/s².

Exercice 11



On enregistre la coordonnée v_x , de la vitesse d'une voiture de masse une tonne pendant les phases de son mouvement sur une portion de route rectiligne. L'axe étant orienté dans le sens du mouvement, on obtient les résultats du tableau suivant :

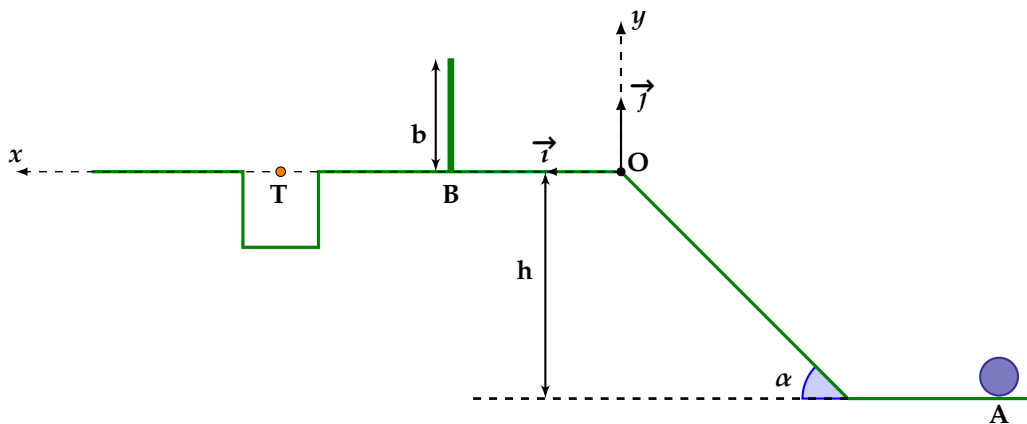
| | | | | | | | | | | | |
|--|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| t (s) | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
| v_x ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$) | 0 | 4 | 8 | 12 | 16 | 16 | 16 | 16 | 12 | 8 | 4 |

1. Représenter l'évolution de la vitesse en fonction du temps : $v_x = f(t)$.
2. identifier les trois phases du mouvement de la voiture.
3. En prenant comme origine des temps l'instant du démarrage de la voiture et comme origine des espaces la position du mobile à cet instant, écrire les équations horaires des trois phases du mouvement.
4. Calculer la distance totale parcourue par le mobile.
5. En supposant que la force de frottement le long du trajet reste constante et vaut $f = 3000 \text{ N}$, déduire la valeur de la force motrice supposée constante dans chaque phase.

Exercice 12



Dans le jeu de mini-golf, un des points les plus difficiles à réaliser est schématisé par la figure ci - dessous.



La balle, assimilée à un objet ponctuel de masse m , quitte le point **A** avec une vitesse horizontale \vec{v}_A . Elle monte la rampe d'angle α et de hauteur h , passe au-dessus de la barrière de hauteur b et tombe dans le trou si "le point" est réussi.

Les frottements avec le sol ou l'air sont négligés.

On donne : $g = 10 \text{ m/s}^2$; $\alpha = 30^\circ$; $h = 50 \text{ cm}$; $x_T = 3,00 \text{ m}$.

La barrière est au milieu des points **O** et **T**.

1. Donner une condition sur v_A en fonction de g et h pour que la balle parvienne en **O**.
2. On suppose que la balle parvient en **O**. déterminer les coordonnées du vecteur vitesse \vec{v}_O en **O**, en fonction de α , v_A , g et h .
3. Déterminer l'équation de la trajectoire en fonction de ces mêmes paramètres.
4. Calculer la valeur numérique de v_A pour que la balle parvienne en **T**, centre du trou.
5. Calculer la valeur numérique (en cm) de la hauteur maximale b_{\max} de la barrière pour que le "point" soit possible.

Exercice 13



Une pierre est abandonnée sans vitesse initiale à l'orifice d'un puits. L'observateur entend le bruit de choc de la pierre sur l'eau 3,12 secondes après l'abandon. A quelle profondeur l'eau est-elle située ?

On prendra $g = 10 \text{ m/s}^2$ et on admettra que le bruit est une perturbation de l'eau qui se déplace à la vitesse constante de 375 m/s .

Exercice 14



Un mobile peut se déplacer sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. On définit le coefficient de frottement du plan par la relation :

$$f = \frac{R_T}{R_N}$$

- Déterminer l'expression de l'accélération a en fonction de g , α et f .
- Déterminer la valeur limite α_m de α pour que le mouvement du mobile ait lieu ?

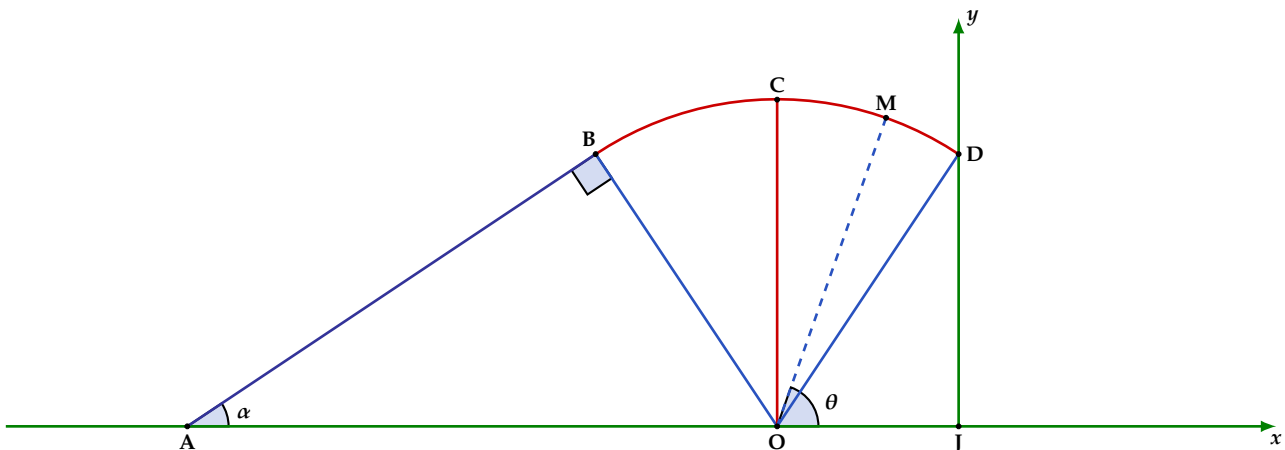
Exercice 15



Dans tout l'exercice on néglige la résistance de l'air. L'intensité du champ de pesanteur sera prise égale à $9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

On considère les points A, B, C, D d'une piste se trouvant dans un plan vertical. AB est une piste rectiligne de longueur $L = 1,4 \text{ m}$, formant un angle $\alpha = 30^\circ$ avec le plan horizontal contenant les points A, O et J.

BD est une piste circulaire de centre O et de rayon $r = 0,8 \text{ m}$. (voir figure ci-dessous)

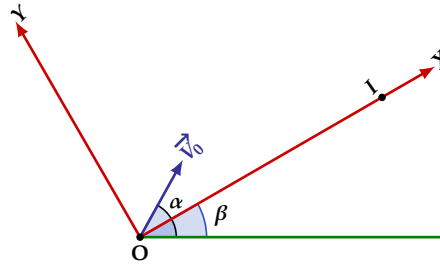


Un solide (S) ponctuel de masse $m = 100 \text{ g}$ est lancé en A et glisse sans frottement jusqu'au point B. Il atteint une vitesse $v = 4 \text{ m.s}^{-1}$ au point B. Dans la portion BC, le solide est soumis à une force de frottement \vec{f} qui s'oppose à la vitesse. Il arrive en C situé au-dessus du point O suivant la verticale, avec une vitesse nulle, puis aborde la piste CD sans frottement jusqu'à ce qu'il quitte la piste en D.

- Calculer la vitesse initiale avec laquelle le solide est lancé en A.
- Quelle est la valeur de l'intensité de la force de frottement \vec{f} .
- Sur la partie CD de la piste circulaire, la position M du mobile est repérée par l'angle $\theta = (\vec{OJ}, \vec{OM})$. Exprimer en fonction de r, g et θ la vitesse v_M du solide au point M.
- Exprimer en fonction de m, g et θ l'intensité R de la réaction \vec{R} de la piste en M.
- Calculer alors l'angle θ_D au point D.

6. (a) Énoncer le théorème du centre d'inertie.
 (b) On suppose que l'angle $\theta_D = 41,81^\circ$. Exprimer dans le repère (J_x, J_y) l'équation de la trajectoire du mouvement du solide quand il quitte le point D.
 (c) Calculer la distance AP , P étant le point d'impact au plan horizontal.
 (d) Pendant son mvt, combien de temps le solide n'est soumis qu'à son seul poids?
 (e) Donner les caractéristiques du vecteur vitesse \vec{v} au point de chute P .

Exercice 16

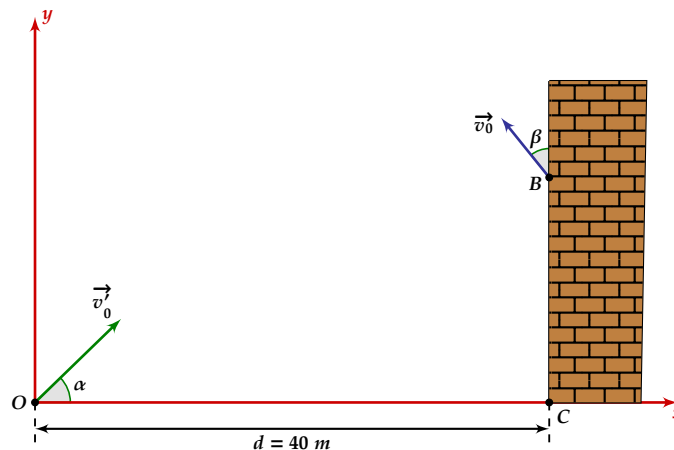


Un projectile est lancé avec la vitesse \vec{V}_0 , faisant un angle α avec le plan horizontal, à partir d'un point O d'un plan incliné d'un angle β par rapport à l'horizontale. Le mouvement se fait dans un plan vertical $(O; x; y)$ contenant la vitesse initiale \vec{V}_0 , et la ligne de plus grande pente. Soit I le point d'impact du projectile sur le plan.

1. Trouver les équations horaires du mouvement du projectile dans le repère $(O; x; y)$ en fonction des composantes V_{0x}, V_{0y} de \vec{V}_0 , et des composantes g_x, g_y de \vec{g} . (2 pts)
2. Trouver l'expression de la distance D entre le point de départ O et le point d'impact I sur le plan incliné en fonction des composantes des vecteurs \vec{V}_0 et \vec{g} . (2 pts)
3. Montrer que :

$$D = \frac{V_0^2 (\sin(2\alpha - \beta) - \sin \beta)}{g \cdot \cos^2 \beta} \quad (4 \text{ pts})$$

Exercice 17



Un enfant perché sur un immeuble cible un canard à l'aide d'un lance-pierre. L'enfant lance une pierre assimilée à

un point matériel P en direction du canard. La pierre quitte le lance-pierre avec un vecteur vitesse \vec{v}_0 de valeur $v_0 = 20 \text{ m/s}$ faisant un angle β de 30° avec la verticale au point B dont la verticale passe par le point C située à la distance $d = 40 \text{ m}$ du point O . Voir la figure ci-dessus.

A l'origine du mouvement $t = 0$.

1. **Étude du mouvement de la pierre :** On négligera les frottements sur la pierre.

- Établir les composantes $v_x(t)$ et $v_y(t)$ du vecteur vitesse \vec{v} dans le repère (O, x, y) en fonction du temps t .
- Établir les composantes $x(t)$ et $y(t)$ du vecteur position \vec{OM} de la pierre dans le repère (O, x, y) en fonction du temps t .
- Déterminer le temps t mis par la pierre pour atteindre l'oiseau si on suppose qu'il dort et que la pierre l'atteint alors qu'il est en O .
- Déterminer la distance BC .

2. **Étude du mouvement du canard :** On suppose maintenant qu'à l'instant où la pierre quitte le lance-pierre, le canard se lance à partir du point O avec une vitesse initiale \vec{v}'_0 faisant l'angle $\alpha = 60^\circ$ avec l'horizontale. Voir figure précédente.

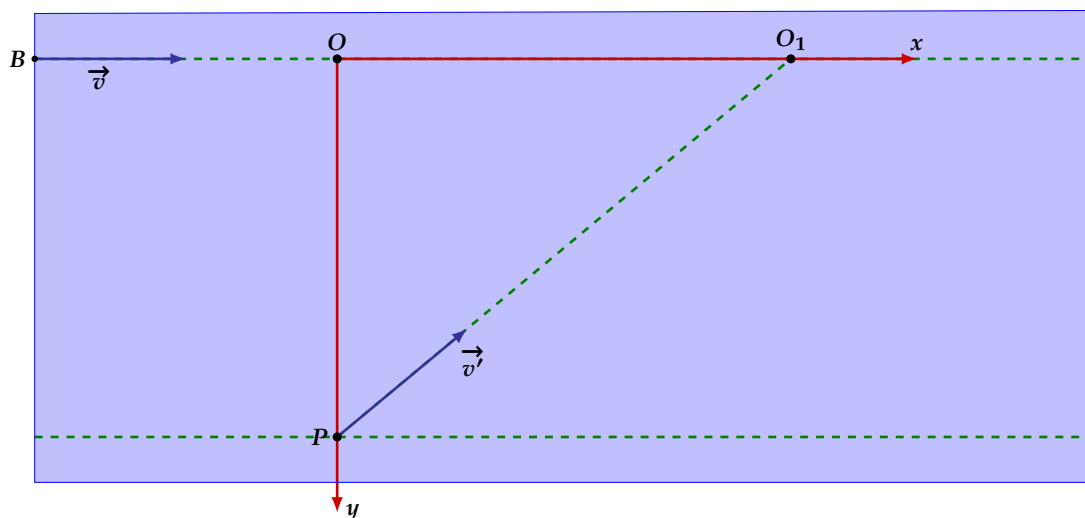
- Établir les composantes $x'(t)$ et $y'(t)$ du vecteur position \vec{OM}' du canard dans le repère (O, x, y) en fonction du temps t .
- Déterminer la valeur de la vitesse v'_0 du canard pour qu'il soit atteint par la pierre au moment où la vitesse de cette dernière devient horizontale.

Exercice 18



Un bateau B se déplace le long de la rive d'un fleuve suivant une ligne droite avec une vitesse v horizontale et constante. A un instant pris comme origine des dates ($t = 0$), le bateau passe par le point O origine du repère espace $(O; x; y)$ et qui fait face à la position P sur la 2^{ème} rive où stationne une petite barque B' . La barque B' transporté un passager qui veut rejoindre le bateau B . Pour cela la barque doit commencer à se déplacer de P après un retard de temps important après le passage de B par O .

Soit t_1 , l'instant du démarrage de la barque dont le trajet est rectiligne et fait l'angle α avec la normale aux deux rives qui passe par O et P comme le montre la figure. La vitesse de la barque dont la valeur v' est constante et plus petite que v .



1. Soit t_2 l'instant où la barque rejoint le bateau au point O_1 . Écrire les équations horaires des mouvements de B et B' dans le repère $(O; x; y)$.

2. Montrer que l'instant de démarrage t_1 , a pour expression :

$$t_1 = \frac{D \tan \alpha}{v} - \frac{D}{v' \cos \alpha} \quad \text{avec } D = OP$$

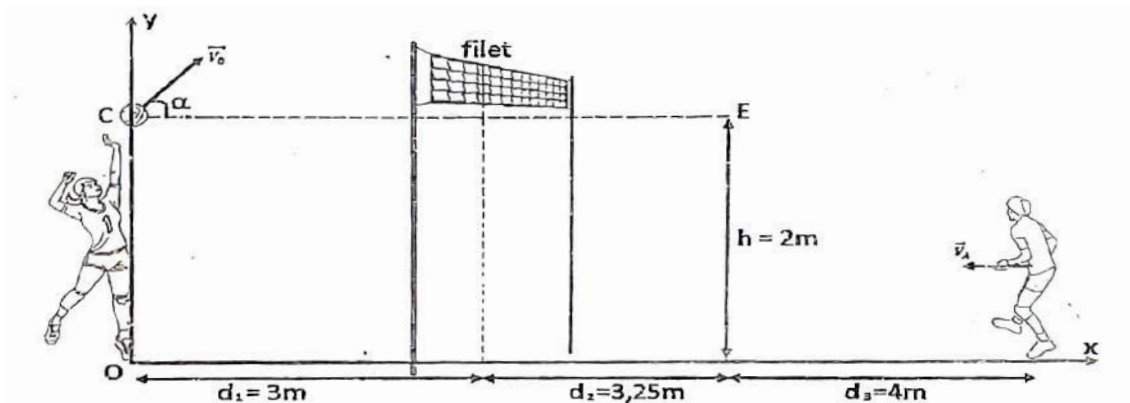
3. Quelle est l'expression de α pour que l'instant de démarrage soit le plus en retard possible ?

NB : Une grandeur physique est minimale ou maximale si la dérivée de cette grandeur par rapport à la variable est nulle.

Exercice 19



Lors d'un match de volley ball, un joueur frappe la balle de masse $m = 280 \text{ g}$, et lui communique une vitesse \vec{V}_0 à partir d'un point C situé à $h = 2 \text{ m}$ du sol et à une distance $d_1 = 3 \text{ m}$ du filet. Le vecteur vitesse \vec{V}_0 est incliné d'un angle $\alpha = 45^\circ$ par rapport à l'horizontale et sa norme vaut $V_0 = 7,9 \text{ m/s}$. On prendra l'accélération de la pesanteur $g = 10 \text{ m/s}^2$.



1. **Étude du mouvement de la balle :** la balle frappée à la date $t = 0$, décrit sa trajectoire dans le plan vertical contenant le vecteur \vec{V}_0 et rapporté au repère $(Ox; Oy)$ orthonormé supposé galiléen. On néglige les forces de frottement de l'air sur la balle.

- Déterminer les composantes des vecteurs : accélération \vec{a} , vitesse \vec{V} , et position \vec{OM} . En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire.
- La balle passe-t-elle au-dessus du filet, haut de $H = 2,43 \text{ m}$?
- Déterminer la hauteur maximale atteinte par la balle par rapport au point de départ.
- Déterminer les caractéristiques du vecteur vitesse de la balle lorsqu'elle touche le sol.

2. **Interception de la balle :** Pour intercepter la balle, au point E situé à $d_2 = 3,25 \text{ m}$ du filet et à 2 m au-dessus du sol, un adversaire part de derrière à une distance $d_3 = 4 \text{ m}$ de la verticale de E, à l'instant où la balle passe au-dessus du filet. On suppose qu'il suit une ligne droite parallèle à (Ox) , avec une vitesse \vec{V}_A constante.

- Vérifier que la balle passe par le point E.
- Exprimer la date t_1 à laquelle la balle passe au-dessus du filet en fonction de d_1 , V_0 et α .
- Exprimer la date t_2 à laquelle la balle passe au point E en fonction de d_1 , d_2 , V_0 et α .
- Montrer que la vitesse V_A de cet adversaire pour intercepter la balle est donnée par la relation :

$$V_A = \frac{d_3 V_0 \cos \alpha}{d_2} \quad \text{et Calculer } V_A$$

Exercice 20



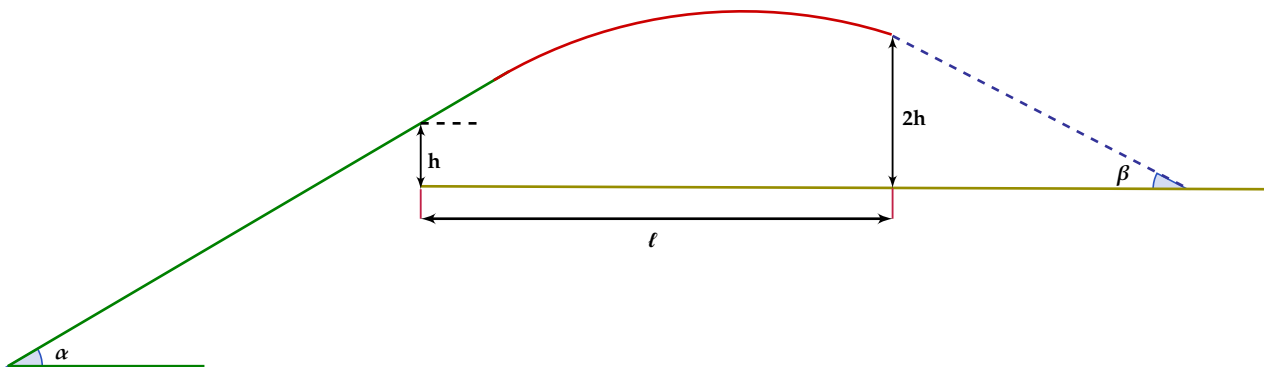
Dans tout l'exercice les frottements sont négligeables.

Un solide S assimilable à un point matériel de masse m est abandonné au point A de la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale voir figure suivante. Il glisse sur AB et arrive en B avec la vitesse v_B .

On donne : $\alpha = 30^\circ$ et $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Établir l'équation horaire du mouvement du solide S sur AB .
 - Calculer la longueur $\ell = AB$, en déduire les valeurs de la vitesse en B et en C .
- Le solide quitte la piste au point C pour tomber au point P sur l'axe (C, \vec{x}) .
 - Établir l'équation de la trajectoire du mobile entre C et P dans le repère (C, \vec{x}, \vec{y}) en fonction de v_B , α et g .
 - Donner l'expression de la portée CP en fonction de v_B , α et g puis en fonction de ℓ et α . Calculer CP .
 - Donner l'expression de la flèche en fonction de v_B , α et g . Pour quelle valeur de α cette flèche est-elle maximale?

Exercice 21



Un cascadeur en voiture (masse m) s'élance sur un tremplin incliné d'un angle α , dans le but de franchir une fosse aux lions (voir figure) de longueur $\ell = 30 \text{ m}$. Il souhaite retomber au sommet d'un second tremplin (angle β , tel que $\tan \beta = 0,25$, hauteur $2h = 8 \text{ m}$) et ce de façon tangentielle pour ne pas subir de choc ; il doit donc suivre une trajectoire du type de celle représentée en pointillés. On néglige la résistance de l'air. Dans ces conditions déterminer :

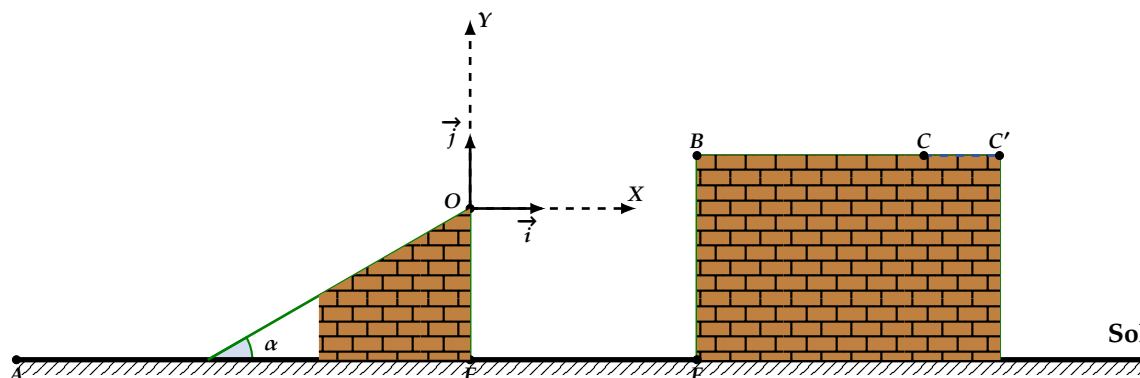
- L'angle d'inclinaison α du premier tremplin.
- La norme v_0 de la vitesse avec laquelle il doit passer au sommet de ce même tremplin.

Exercice 22



Un réalisateur de cinéma souhaite faire réaliser à un cascadeur professionnel un saut pour un film. Ce cascadeur doit sauter avec sa voiture sur la terrasse d'un immeuble. Pour cela, il utilise un tremplin distant d'une distance d de l'immeuble

et faisant un angle α avec l'horizontale. La masse du système {voiture + cascadeur } est $m = 900 \text{ kg}$.



Étant un ancien élève du lycée, ce cascadeur va essayer d'utiliser ses vieux souvenirs de mécanique pour réussir sa cascade.

Données :

- La poussée d'Archimède et les forces de frottement de l'air sont négligeables. Intensité de l'accélération de la pesanteur : $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
- Distances sur la figure : $OE = 9 \text{ m}$; $EF = 20 \text{ m}$; $BF = 12 \text{ m}$
- $\sin(2\alpha) = 2 \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)$

1. Étude du mouvement entre les points O et B :

On considère que, Le saut commence lorsque le centre d'inertie G de l'ensemble {voiture + cascadeur} est en O . A $t = 0$, le centre d'inertie G coïncide avec l'origine du repère O . A l'instant où les roues de la voiture touchent la terrasse, le centre d'inertie G est en B .

- (a) En appliquant la RFD sur l'ensemble {voiture + cascadeur}, établir les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement du centre d'inertie G entre les positions O et B . (1,5 pts)
- (b) Établir alors l'équation cartésienne $y = f(x)$ de la trajectoire à partir du point O du centre d'inertie G .
- (c) Le cascadeur souhaite atteindre la terrasse avec une vitesse horizontale. Avec quel point particulier de la trajectoire doit alors coïncider le point B ?
- (d) Exprimer les coordonnées du sommet S de la trajectoire en fonction de g , α et V_0 . (1,5 pts)
- (e) Calculer les valeurs de α et V_0 .

2. Étude du mouvement entre les points B et C :

Arrivé au point B (d'abscisse $x_B = 20 \text{ m}$), le cascadeur devra alors freiner pour s'arrêter avant d'avoir atteint l'extrémité de la terrasse de l'immeuble dont la largeur est $d' = 13 \text{ m}$. Pour des raisons de sécurité, la voiture doit s'arrêter au point C situé à 10 m du point B . On considère que :

- La nouvelle origine des dates est choisie telle que à $t = 0$, le centre d'inertie G est en B .
- A la date $t = 0$, le vecteur vitesse est horizontal et a pour valeur $V'_0 = 25,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

- (a) Faire le bilan des forces s'appliquant au système entre les points B et C . (0,5 pt)
- (b) On considère que pendant toute la phase de freinage, la composante tangentielle de la réaction du support a une intensité f constante. En appliquant la RFD, déterminer les coordonnées du vecteur accélération \vec{a} dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(c) En se basant sur les équations horaires du mouvement, montrer alors que la force de frottement s'exprime :

$$f = \frac{m \cdot V_0'^2}{20}$$

(d) Déterminer l'intensité de \vec{R} , réaction du support sur le système (S).

3. Étude du mouvement après le point C :

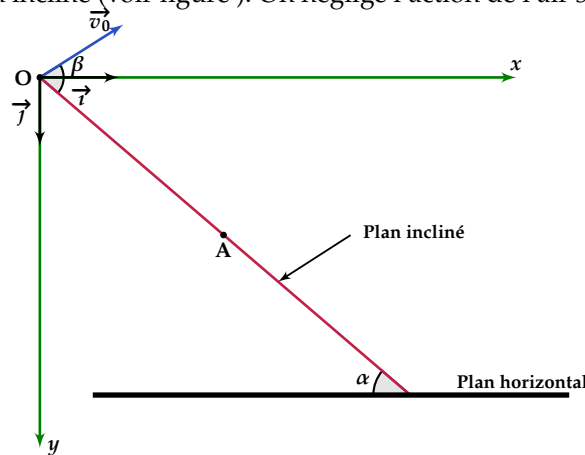
On considère ici le cas où le malheureux cascadeur ne réussira pas à s'arrêter avant le point C. Il tombait alors en chute libre à partir du point C' situé à l'aplomb de la terrasse.

au bout de combien de temps le centre d'inertie G de l'ensemble (S) frappera-t-il le sol?

Exercice 23



Du haut d'une colline dont le versant a la forme d'un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale, on lance un projectile supposé ponctuel, de masse m , à partir d'un point O avec une vitesse initiale \vec{v}_0 faisant un angle β avec le plan incliné ($\beta > \alpha$). L'origine des dates $t_0 = 0$ est prise au moment du lancer du projectile en O. L'étude du mouvement est rapportée au repère d'espace (O, x, y) muni des vecteurs unitaires \vec{i} et \vec{j} pris dans le plan vertical contenant \vec{v}_0 et la ligne de plus grande pente du plan incliné (voir figure). On néglige l'action de l'air sur le projectile.



- Établir les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement du projectile.
- Établir l'expression de la date t_A à laquelle le projectile tombe sur le plan incliné au point A en fonction de α, β, v_0 et de l'intensité de la pesanteur g .
- Montrer que la distance $d = OA$, appelée portée sur le plan incliné, peut se mettre sous la forme :

$$d = \frac{2v_0^2 \sin \beta \cos(\beta - \alpha)}{g(\cos \alpha)^2}$$

- On effectue des tirs avec des vitesses initiales de même valeur v_0 .
 - Établir, en fonction de α , l'expression de la valeur β_t de l'angle β pour laquelle la portée prend une valeur maximale d_{\max} .
 - En déduire l'expression de cette portée d_{\max} en fonction de g, α et v_0 .
- On considère un lancer de vitesse initiale $v_0 = 12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ avec $\alpha = 60^\circ$
 - Calculer β_t et d_{\max}
 - Calculer Le temps mis par le projectile pour tomber sur le plan incliné pour $\beta = \beta_t$.

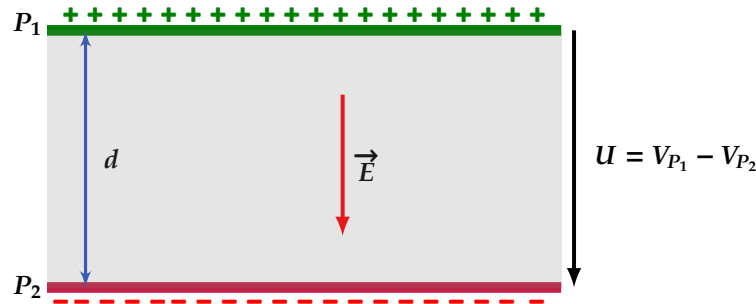
On prendra : $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Mouvement dans un champ électrique

| | | |
|-----|---|----|
| 1 | Rappel : champ électrique uniforme | 32 |
| 1.1 | Caractéristiques du vecteur \vec{E} | 32 |
| 2 | Force électrique | 32 |
| 2.1 | Caractéristiques de la force électrique | 32 |
| 2.2 | Travail de la force électrique | 32 |
| 3 | Étude du mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique | 33 |
| 3.1 | Conditions initiales | 33 |
| 3.2 | Les équations horaires et équation de la trajectoire | 33 |
| 3.3 | Équation de la trajectoire | 34 |
| 4 | Caractéristiques du vecteur vitesse à la sortie | 34 |
| 5 | Durée du passage entre les plaques : | 35 |
| 6 | Coordonnée du point de sortie S : | 35 |
| 7 | La déviation angulaire électrique | 35 |
| 8 | Nature du mouvement à la sortie du champ : $(x > \ell)$ | 35 |
| 9 | Les coordonnées du point d'impact I sur l'écran | 36 |

CE QU'IL FAUT COMPRENDRE PUIS RETENIR**1 Rappel : champ électrique uniforme**

On obtient un champ électrique uniforme en appliquant une tension constante U entre deux plaques planes et parallèles. On constitue ainsi **un condensateur plan**, chargé.

**1.1 Caractéristiques du vecteur \vec{E}**

Le vecteur champs électrique \vec{E} a les caractéristiques suivantes :

♥ Il est perpendiculaire aux plaques, dirigé de la plaque positive vers la plaque négative

♥ A pour intensité

$$E = \frac{U}{d}$$

Avec : U : différence de potentielle entre les deux plaques en volt (V) et d la distance séparent les deux plaques en (m). alors l'unité de E est (V/m).

Ⓡ d'une façon générale le champ électrique est toujours dirigé dans le sens des potentielles décroissantes.

2 Force électrique

Une **particule chargée** placée dans une zone où règne un champ électrique est soumise à une force électrique :

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

2.1 Caractéristiques de la force électrique

Cette force \vec{F} a donc les caractéristiques suivantes :

♥ Direction : parallèle à \vec{E} ;

♥ Sens : même sens que \vec{E} si $q > 0$ et de sens opposé si $q < 0$;

♥ Intensité : $F = |q|E = |q|\frac{U}{d}$ avec F en (N) q en (C) et E en (V/m)

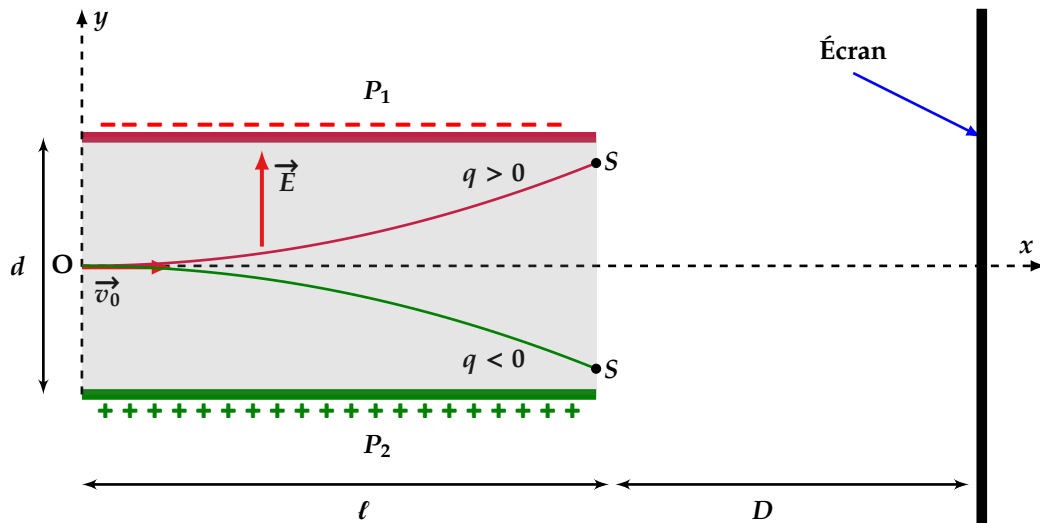
2.2 Travail de la force électrique

Le travail de la force électrique lors d'un déplacement de la particule entre les points A et B est donné par la formule suivante :

$$W(\vec{F}) = q(V_A - V_B) \quad \text{avec } V_A \text{ et } V_B \text{ les potentielles respectives en } A \text{ et } B$$

3 Étude du mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique

On considère une particule portant une charge électrique q de masse m et pénétrant dans un champ électrique uniforme avec une vitesse \vec{v}_0 perpendiculaire à \vec{E} .



- l : longueur des plaques
- D : distance normale entre l'écran et le point de sortie des plaques.
- d : distance entre les plaques

3.1 Conditions initiales

On prend comme origine des dates $t = 0$ l'instant de pénétration de la particule chargée dans le champ électrique. On note G le centre de gravité de la particule. alors on a :

Le vecteur position à $t = 0$ s'écrit :

$$\overline{OG} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

Le vecteur vitesse initiale s'écrit :

$$\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$$

3.2 Les équations horaires et équation de la trajectoire

On admet que le poids propre de la particule est négligeable ce qui est très logique car la masse est "très petite".

La RFD donne :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

Le vecteur accélération d'une particule de charge q et de masse m dans un champ électrique uniforme est alors un vecteur constant.

Équations horaires : On obtient les coordonnées du vecteur vitesse \vec{v} et du vecteur position \overline{OG} par intégration des coordonnées du vecteur accélération et du vecteur vitesse.

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{qE}{m} \end{cases} \Leftrightarrow \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = \frac{qE}{m}t \end{cases} \Leftrightarrow \overline{OG} \begin{cases} x = v_0 \cdot t \\ y = \frac{qE}{2m}t^2 \end{cases}$$

3.3 Équation de la trajectoire

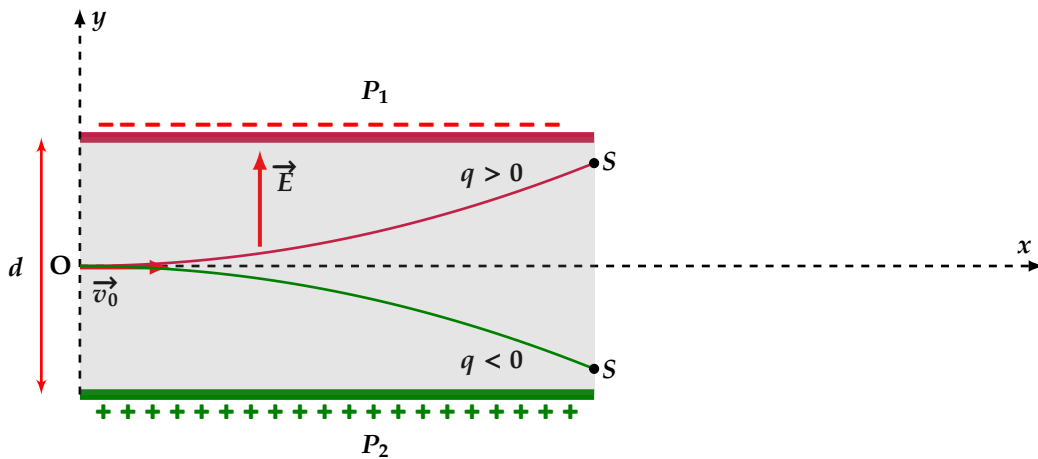
il suffit d'éliminer le temps t dans l'expression de y pour trouver $y = f(x)$. Pour cela à partir de l'équation $x = v_0 t$ on tire le temps t , on obtient : $t = \frac{x}{v_0}$.

On remplace t par l'expression précédente dans l'équation de y et on obtient ;

$$y = \frac{qE}{2mv_0^2} x^2 \quad \text{Pour } 0 \leq x \leq \ell$$

La trajectoire de G est donc **une portion de parabole contenue dans un plan vertical contenant le vecteur vitesse \vec{v}_0** .

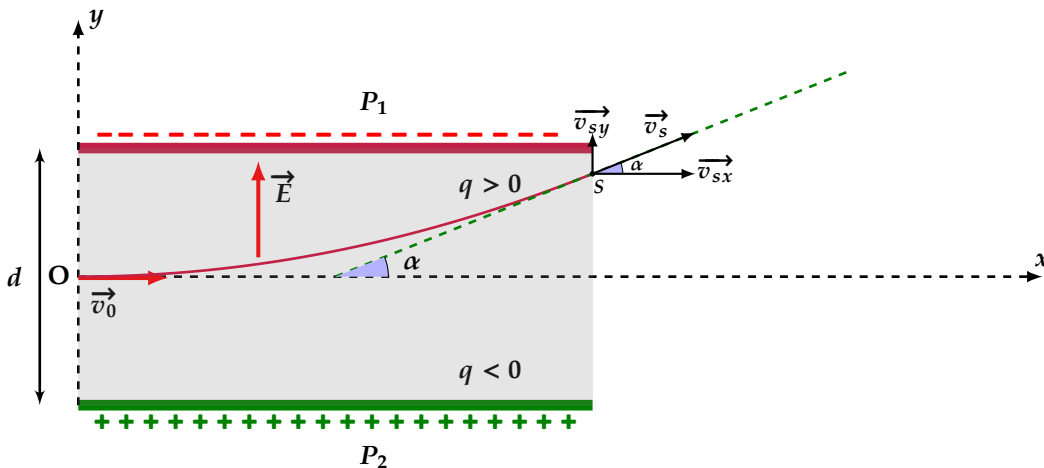
La particule chargée est déviée selon une trajectoire parabolique par le champ électrique uniforme voir figure suivante.



♥ si $q < 0$ y_S est négatif, la déviation s'effectue vers P_2

♥ si $q > 0$ y_S est positif, la déviation s'effectue vers P_1

4 Caractéristiques du vecteur vitesse à la sortie



À la sortie des plaques le vecteur vitesse \vec{v}_S a pour coordonnées :

$$\vec{v}_S \begin{cases} v_{Sx} = v_0 \\ v_{Sy} = \frac{qE}{m} t_S = \frac{qE\ell}{mv_0} \end{cases} \Rightarrow v_S = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{qE\ell}{mv_0}\right)^2}$$

! On pourrait utiliser le théorème de l'énergie cinétique pour calculer v_S en effet on a :

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_S^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = qU_{OS} \quad \text{or} \quad E = \frac{U}{d} = \frac{U_{OS}}{y_S} \Rightarrow U_{OS} = Ey_S$$

$$\Leftrightarrow \text{avec } y_S = \frac{qE}{2mv_0^2}\ell^2 \quad \text{soit} \quad v_S = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{qE\ell}{mv_0}\right)^2}$$

5 Durée du passage entre les plaques :

Lorsque la particule est au point de sortie S on a donc :

$$x_S = \ell = v_0 t_S \Rightarrow t_S = \frac{x_S}{v_0} = \frac{\ell}{v_0}$$

6 Coordonnée du point de sortie S :

L'abscisse du point S : $x_S = \ell$

L'équation de la trajectoire donne :

$$y_S = \frac{qE}{2mv_0^2}x_S^2 \quad \text{soit} : \quad y_S = \frac{qE}{2mv_0^2}\ell^2$$

7 La déviation angulaire électrique

Le vecteur vitesse \vec{v}_S est tangent à la trajectoire au point S et fait avec l'axe Ox l'angle α appelé déviation électrique et tel que :

$$\tan \alpha = \frac{v_{Sy}}{v_{Sx}} = \frac{qE\ell}{mv_0^2}$$

Autre méthode pour le calcul de la déviation électrique :

$$\tan \alpha = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=\ell} = \frac{qE\ell}{mv_0^2}$$

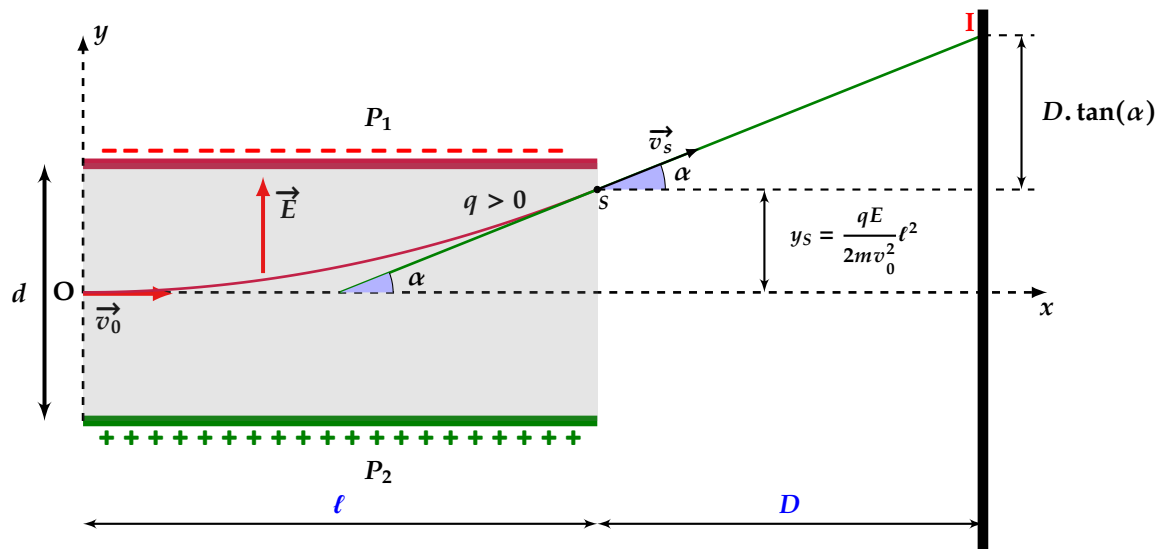
8 Nature du mouvement à la sortie du champ : ($x > \ell$)

La particule peut être considérée comme un système isolé son mouvement devient rectiligne et uniforme. La masse de la particule étant très faible, **l'influence du poids ne provoque qu'une incurvation négligeable de la trajectoire.**

La RFD donne :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \text{Le mouvement est donc uniforme}$$

La particule continue à l'extérieur des plaques son mouvement rectiligne uniforme à la vitesse v_S .



9 Les coordonnées du point d'impact I sur l'écran

Le point de contact de la particule avec l'écran a pour coordonnées :

$$I \begin{cases} x_I = \ell + D \\ y_I \end{cases}$$

Avec :

$$y_I = y_s + D \cdot \tan(\alpha) = \frac{qE}{2mv_0^2} \ell^2 + D \cdot \tan(\alpha)$$

or :

$$\tan \alpha = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=\ell} = \frac{qE\ell}{mv_0^2}$$

On obtient finalement :

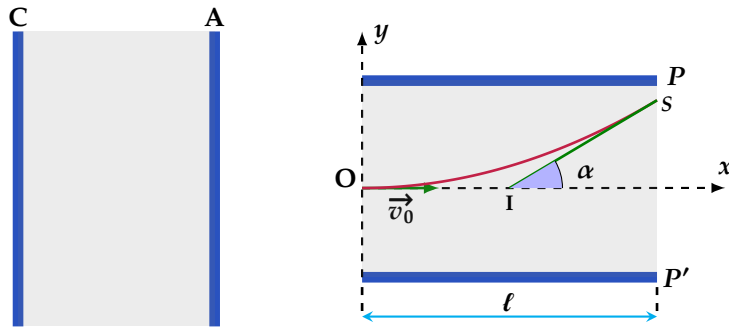
$$y_I = \frac{qE\ell}{mv_0^2} \left(D + \frac{\ell}{2} \right)$$

y_I : représente la déviation sur l'écran : elle est proportionnelle à E donc à $U_{P_1P_2}$

Exercice 1

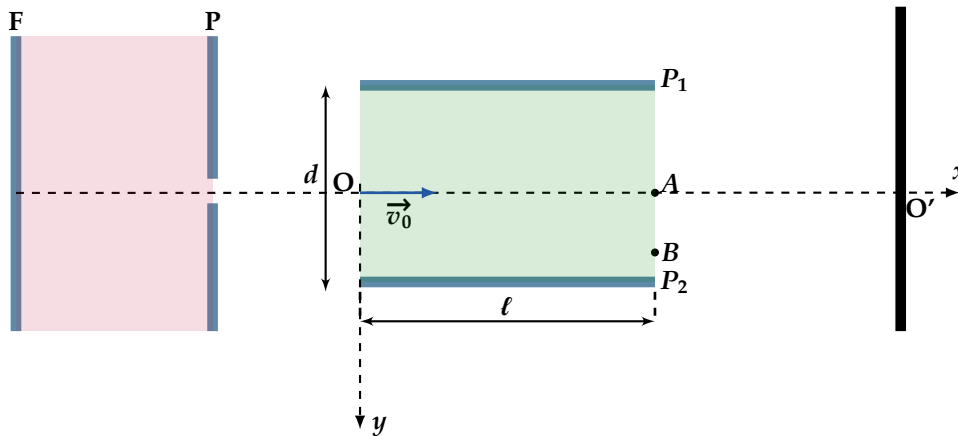


On applique une différence de potentielle $U_0 = 1140 \text{ V}$ entre une cathode C et une anode A .



- Un électron est émis sans vitesse initiale par la cathode et arrive sur l'anode avec la vitesse \vec{v}_0 . Calculer v_0 . A.N :
 $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$.
 L'électron pénètre au point O avec la vitesse \vec{v}_0 précédente entre les plaques P et P' de longueur ℓ distante de d telle que ($\ell = d$). On applique entre les plaques P et P' une différence de potentiel U .
- Déterminer les équations horaires du mouvement de l'électron sur les axes Ox et Oy .
- Donner l'équation de la trajectoire et montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme : $y = \frac{U}{4dU_0}x^2$
- La tangente à la trajectoire au point S fait un angle α avec l'horizontale tel que $\tan \alpha = 0,4$, Calculer la différence de potentiel U entre les plaques P et P' .

Exercice 2



Des électrons sont émis avec une vitesse initiale négligeable par un filament F chauffé. On établit une tension $U_1 = V_P - V_F$ entre le filament F et une plaque P disposée parallèlement à celui-ci. Il en résulte un champ électrostatique uniforme \vec{E}_1 régnant entre F et P . Les électrons arrivent alors en P avec une vitesse \vec{v}_0 de module $v_0 = 0,53 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ voir figure précédente.

- Préciser le signe de U_1 et calculer sa valeur. On donne : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$.
 La plaque P a un trou qui laisse passer les électrons. On dispose deux plaques P_1 et P_2 perpendiculairement au plan xOy (voir schéma). Les électrons pénètrent entre les plaques en O animés de la vitesse \vec{v}_0 parallèle à Ox .
 On applique entre P_1 et P_2 une tension $U_2 = V_{P_2} - V_{P_1} = 300 \text{ V}$ et on donne $\ell = 6 \text{ cm}$ et $d = 1,5 \text{ cm}$.
- Déterminer l'équation de la trajectoire du mouvement d'un électron entre P_1 et P_2 .

- Quelle est la déviation linéaire AB des électrons à la sortie des plaques? Quelle est la valeur de la déviation angulaire α ?
- Trouver la nature du mouvement d'un électron après B et déterminer l'équation de sa trajectoire.
- Calculer les coordonnées du point d'impact des électrons sur l'écran E parallèle à (Oy) et placé à 46 cm de A .

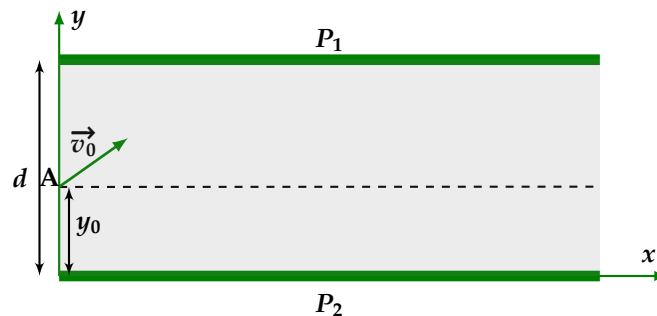
Exercice 3

Une particule ${}^4_2\text{He}^{2+}$ pénètre dans le champ électrostatique uniforme créé par deux armatures parallèles et horizontales de longueur $\ell = 10 \text{ cm}$ et distante $d = 6 \text{ cm}$. La particule pénètre en un point O équidistant des deux armatures avec une vitesse $v_0 = 3 \times 10^5 \text{ m/s}$ faisant un angle $\alpha = 30^\circ$ avec l'horizontale et dirigée vers le haut.

- Faire une figure et préciser les charges des armatures pour que la particule soit déviée vers le bas.
- Établir l'expression de l'équation cartésienne de la trajectoire entre les armatures. Préciser la nature du mouvement et de la trajectoire.
- Quelle est la valeur minimale U_m de la tension à appliquer entre les armatures pour que la particule sorte du champ. On donne : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$.
- Déterminer la tension U à appliquer entre les armatures pour que la particule sorte du champ par un point O' se trouvant à la même hauteur que le point O où elle est rentrée.
- Calculer la tension U_0 qui a été nécessaire pour amener la particule à la vitesse $v_0 = 30 \times 10^5 \text{ m/s}$ à partir du repos.

Exercice 4

Un champ électrique est créé par un condensateur plan constitué de deux plaques parallèles et horizontales P_1 et P_2 très longues reliées à un générateur de tension constante $U = 250 \text{ V}$ et séparées d'une distance d , comme l'indique la figure ci-dessous.



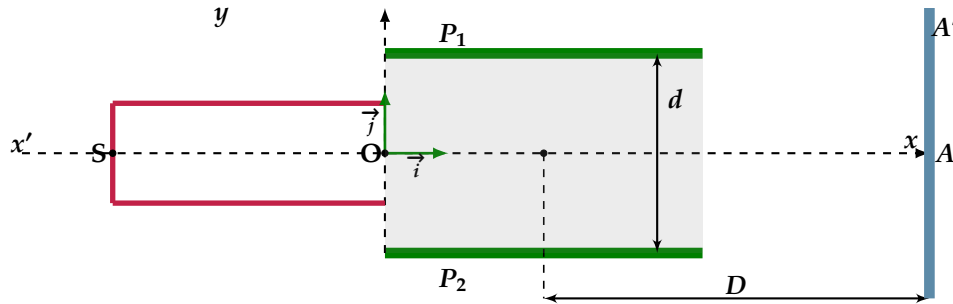
Tous les électrons pénètrent dans le champ, supposé uniforme, au point A et sont animés de la même vitesse \vec{v}_0 faisant l'angle $\alpha = 45^\circ$.

- Montrer, par un calcul, qu'il est légitime de négliger la force de pesanteur par rapport à la force électrique pour l'électron.
- On veut que le faisceau soit dévié vers le bas. Reproduire la figure et représenter la force qui s'exerce sur la particule à son entrée dans le champ ainsi que le champ électrique et les signes des plaques.
- Établir l'expression de l'équation cartésienne de la trajectoire.
- Déterminer la valeur max de y_0 pour que l'électron ne touche pas la plaque P_1 .
On donne : $m = 9 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $v_0 = 10^7 \text{ m/s}$; $d = 0,04 \text{ m}$; $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.
- Déterminer l'abscisse du point P d'impact de l'électron sur la plaque inférieure si y_0 prend la valeur calculée précédemment.

Exercice 5



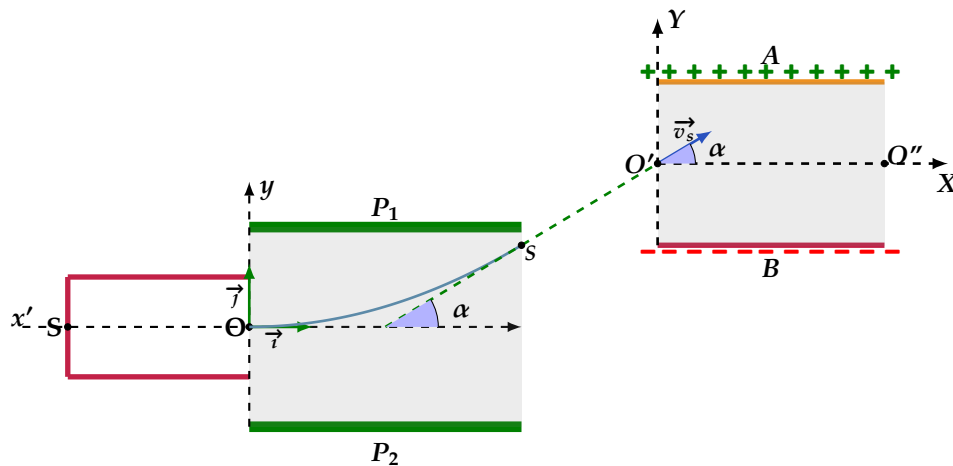
On se propose de déterminer la vitesse d'éjection des particules ${}^4_2\text{He}^{2+}$ (ou noyaux d'hélium) émis par le radium. On place la substance en S au fond d'un cylindre creux en plomb d'axe $(x'x)$ et on admettra que les particules émises sortent du cylindre avec un vecteur vitesse \vec{v}_0 parallèle à l'axe $(x'x)$.



Le faisceau pénètre en O dans l'espace vide d'air entre deux plaques horizontales P_1 et P_2 d'un condensateur dont la distance est $d = 10 \text{ cm}$ et la longueur $l = 15 \text{ cm}$. En l'absence de champ électrique entre les plaques on observe, une tache en A , sur une plaque photographique disposée perpendiculairement à $(x'x)$ à une distance D du centre des plaques. On crée un champ électrique uniforme en appliquant entre P_1 et P_2 une différence de potentiel constante $U = 2,05 \times 10^3 \text{ V}$. On constate que la tache se forme en A' .

1. Le champ électrique créé \vec{E} va-t-il de P_1 vers P_2 ou de P_2 vers P_1 ?
2. Étudier le mouvement d'une particule entre les plaques du condensateur dans le repère : $(O; \vec{i}; \vec{j})$: équation et nature de la trajectoire.
3. Que devient ce mouvement lorsque la particule n'est plus soumise au champ électrique \vec{E} ?
4. Déterminer la vitesse d'éjection v_0 des particules si la mesure de la déviation linéaire $AA' = 17,4 \times 10^{-2} \text{ m}$.
5. Déterminer alors l'instant d'arrivée au point S et calculer les composantes du vecteur \vec{v}_S ; déduire la valeur de v_s . Montrer que l'angle α que fait ce vecteur avec l'horizontale est de 30° environ.

On supprime l'écran, et on le remplace par un condensateur constitué de deux armatures horizontales A et B . Le mouvement du faisceau de particules est maintenant étudié lorsqu'il pénètre après sa sortie du premier champ \vec{E} dans le condensateur à la vitesse de valeur v_s dont la direction fait l'angle α avec l'horizontale voir figure suivante :



La longueur de l'armature est $l' = 10 \text{ cm}$; la distance les séparant est $d' = 4 \text{ cm}$; la tension entre les armatures est U' .

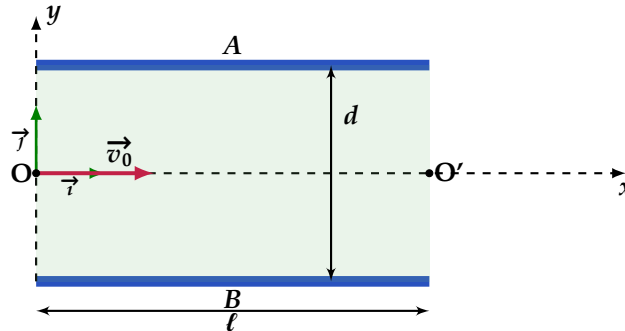
- Établir les équations horaires du mouvement entre les armatures du condensateur et établir l'expression de l'équation de la trajectoire entre les armatures du condensateur dans le repère $(O'XY)$.
- Déterminer la valeur de U' pour que le faisceau sorte des armatures au point O'' .

On donne : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $D = 30 \text{ cm}$ et $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

Exercice 6



Un faisceau de proton homocinétique horizontal de vitesse $v_0 = 6 \times 10^5 \text{ m/s}$ pénètre en O , origine du repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ entre les armatures horizontales **A** et **B**. Les armatures sont de longueur $\ell = 10 \text{ cm}$ et distantes l'une de l'autre de $d = 8 \text{ cm}$. On établit entre **A** et **B** une tension $U = V_A - V_B = 2 \text{ kV}$.

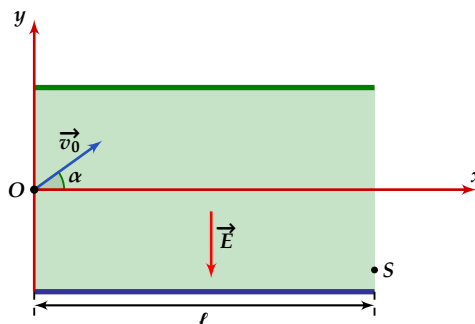


- Indiquer le sens du champ électrique \vec{E} maintenu entre **A** et **B**.
- Chercher les composantes du vecteur accélération de la particule dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ en fonction de e, U, m et d .
- Établir les équations horaires du mouvement de la particule selon les axes (O, x) et (O, y) .
- Établir l'équation de la trajectoire de la particule dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- Montrer que le faisceau de protons ne heurte aucune plaque. Représenter l'allure de la trajectoire.
- A quel instant le proton sort du champ ? Déterminer à cet instant la valeur du vecteur vitesse et l'angle α que la fait avec l'axe (O, x) . On donne : $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ et $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

Exercice 7



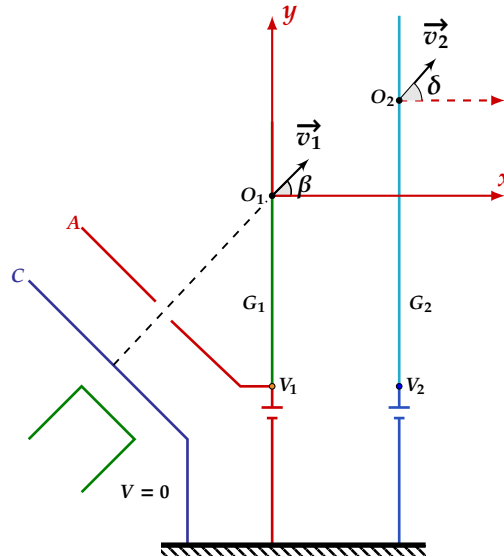
Un proton de masse $m = 1,67 \times 10^{-27} \text{ Kg}$ et de charge $q = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ pénètre en O dans le champ électrique supposé uniforme \vec{E} de valeur $E = 10^4 \text{ V/m}$ d'un condensateur plan avec une vitesse initiale \vec{v}_0 faisant l'angle α avec l'horizontale.



- A la date $t = 6 \times 10^{-8} \text{ s}$, le vecteur vitesse du proton est au-dessus de Ox , de valeur $1,6 \times 10^5 \text{ m/s}$ et fait un angle $\beta = 27,8^\circ$ avec l'horizontale, calculer v_0 et α .
- Sachant que l'ordonnée du point de sortie **S** est $y_S = -0,01 \text{ m}$ calculer :
 - La valeur de v_S .

- (b) La déviation θ du proton.
- (c) La longueur ℓ des plaques du condensateur.

Exercice 8



Une cathode C , émet des électrons à vitesse négligeable qui arrive sur l'anode A . Les grilles G_1 et G_2 sont planes et verticales. A et C sont parallèles, G_1 et G_2 sont parallèles et font l'angle α avec A et C .

Le potentiel de C est pris égal à zéro. A et G_1 sont au même potentiel $V_1 > 0$, de ce fait le champ électrique est nul entre A et G_1 .

G_2 est au potentiel positif V_2 réglable. Le champ électrique est nul après G_2 .

Les électrons traversent G_1 avec le vecteur vitesse \vec{v}_1 , incliné de β par rapport à l'axe (O_1, x) perpendiculaire aux grilles.

1. Quelle est la relation entre β et α ?
2. Quelle est la relation entre v_1 et V_1 ?
3. Quelle est l'équation de la trajectoire des électrons entre G_1 et G_2 dans le repère (O_1, x, y) ?
4. Quelle condition doit satisfaire $(V_2 - V_1)$ si l'on veut que les électrons atteignent G_2 . La distance d séparant G_1 et G_2 joue-t-elle un rôle dans cette condition ?
5. On suppose la condition précédente satisfaite, les électrons passent à travers G_2 à la vitesse \vec{v}_2 faisant un angle δ avec (O_2, x) . Quelle est la relation entre v_1, v_2, α et δ .
6. En déduire la relation entre V_1, V_2 et α pour que δ existe. La comparer à la réponse de la d.

Exercice 9



On dispose de deux plaques horizontales l'une au-dessous de l'autre (la plaque positive en haut et la négative en bas). Elles sont distantes de 5 cm et la différence de potentiel entre les deux est de 10^5 V . On place une goutte d'huile d'une masse $m = 0,1 \text{ mg}$ et portant une charge électrique de $q = -10^{-12} \text{ C}$.

1. Déterminer l'intensité du champ électrique E qui est entre les deux plaques et en déduire l'intensité de la force électrique, F , que subit la goutte d'huile.

- Faire un schéma de l'ensemble et représenter le champ \vec{E} ainsi que les forces qui agissent sur la goutte d'huile.
- D'après le bilan des forces, quel est le mouvement de la goutte ?

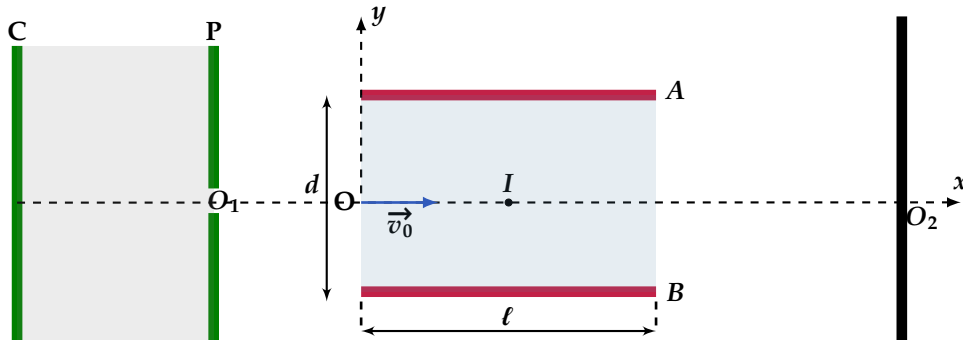
Exercice 10

On dispose deux plaques métalliques verticalement, l'une en face de l'autre. Elles sont reliées à un générateur de manière à ce que le champ électrique entre les deux plaques ait une valeur de $E = 2 \times 10^5 \text{ V/m}$. Les deux plaques sont distantes de $d = 20 \text{ cm}$. Au bout d'un fil, une petite sphère de masse $m = 0,40 \text{ g}$ pend entre les deux plaques. Cette sphère est chargée électriquement, et le fil est incliné d'un angle de $\alpha = 20^\circ$ par rapport à la verticale lorsqu'il est soumis au champ entre les deux plaques. Le fil est incliné vers la plaque chargée négativement.

- Déterminer la tension électrique aux bornes des deux plaques métalliques.
- Déterminer le signe de la charge de la sphère.
- Déterminer l'intensité du poids, P , de la sphère.
- La sphère étant en équilibre, représenter sur un schéma l'ensemble des forces qui agissent sur la sphère et en déduire la condition d'équilibre.
- D'après le schéma, la condition ci-dessus et les projections sur les axes Ox et Oy déduire la valeur de T (la tension du fil) puis celle de F l'intensité de la force électrique.
- En déduire la charge électrique portée par la sphère.

Exercice 11

La cathode C d'un oscilloscope émet des électrons dont la vitesse à la sortie du métal est négligeable. Ces électrons traversent ensuite une anode P , en un point O_1 .



- On établit une tension $U_0 = V_P - V_C$
 - Déterminer l'expression de la vitesse v_0 des électrons à leur passage en O_1 . Faire l'application numérique. On donne : $U_0 = 1000 \text{ V}$.
 - Quelle est la nature du mouvement des électrons après P .

Les électrons constituant un faisceau homocinétique, pénètrent au point O entre les armatures horizontales A et B d'un condensateur plan. Les armatures distantes de d ont une longueur l . On établit entre ses armatures une tension U_{AB} . On étudie le mouvement entre A et B .

- Déterminer l'expression de la trajectoire dans le repère (O, x, y) .

3. Exprimer la condition que doit vérifier U_{AB} pour que les électrons sortent du condensateur.

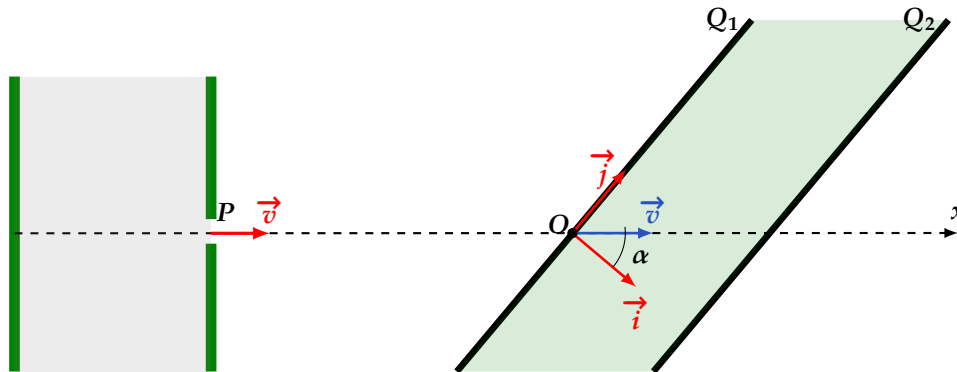
On donne : $d = 2 \text{ cm}$, $\ell = 10 \text{ cm}$. Faire l'application numérique.

4. Le faisceau arrive sur un écran fluorescent E situé à 20 cm du centre de symétrie I du condensateur. Montrer que le faisceau forme un point lumineux (spot) O_2 au centre de l'écran quand $U_{AB} = 0$ et déterminer le déplacement $y = O_2E$ du spot sur l'écran quand $U_{AB} = 20 \text{ V}$.

Exercice 12



Des électrons de charge $-e$ de masse m et émis avec une vitesse initiale nulle sont accélérés par une tension $U_1 = 410 \text{ V}$ et arrive en P avec une vitesse horizontale \vec{v} voir figure suivante :



On néglige le poids des électrons devant les autres forces et le système décrit est placé dans le vide.

1. Déterminer la vitesse v des électrons en P en fonction de m , e et U_1 et calculer sa valeur numérique.

On donne : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $m = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$.

En O les électrons pénètrent avec la vitesse \vec{v} dans un champ électrique uniforme E créé par une tension $U_2 = 228 \text{ V}$ appliquée en deux grilles Q_1 et Q_2 , planes et orientables. Le vecteur champ \vec{E} est dirigé de Q_1 vers Q_2 . Le vecteur vitesse \vec{v} est contenu dans le plan (O, \vec{i}, \vec{j}) et fait un angle α avec \vec{i} . La direction de \vec{i} est perpendiculaire aux deux plaques (voir figure). Les électrons sortent de la plaque Q_2 avec une vitesse \vec{v}' qui fait un angle α' avec \vec{i} .

On maintient la tension U_1 et U_2 constantes et on fait varier α et on mesure la valeur correspondante de α' on obtient les résultats suivants :

| | | | | |
|--------------------------------------|------------|------------|--------------|--------------|
| α | 10° | 20° | 30° | 40° |
| α' | 15° | 31° | $48,6^\circ$ | $74,6^\circ$ |
| $\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\alpha')}$ | | | | |

2. Compléter le tableau précédent, que peut-on déduire ?

3. Indiquer sans calcul la nature de la trajectoire des électrons entre Q_1 et Q_2 . Sur un schéma donner l'allure de cette trajectoire.

On désire vérifier les résultats ci-dessus par un calcul théorique.

4. Exprimer la valeur de v' en fonction de U_1, U_2, e et m

5. Montrer que la composante du vecteur vitesse suivant \vec{j} reste constante entre Q_1 et Q_2 .

6. Dédurre la relation liant v, v', α et α'

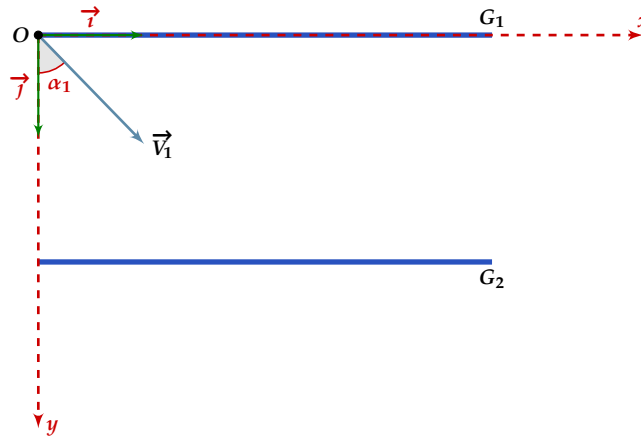
7. Exprimer le rapport $\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\alpha')}$ en fonction de U_1 et U_2 et vérifier que cette étude théorique est en accord avec les résultats expérimentaux.

Exercice 13



Donnés : masse de l'électron $m = 9,1 \times 10^{-31}$ kg ; charge électrique élémentaire $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C

- Des électrons, émis avec des vitesses pratiquement nulles, sont accélérés suivant un mouvement rectiligne par une tension $U_1 = 400$ V. Exprimer, en fonction de U_1, m et e , la valeur de \vec{V}_1 à la sortie du champ électrique, Calculer V_1 .
- Animé de la vitesse \vec{V}_1 ces électrons pénètrent en O (voir figure dans la page suivante) dans un espace où règne un champ électrostatique uniforme créée par une tension $U_2 = 200$ V appliqué entre deux grilles G_1 et G_2 planes et parallèles. Le vecteur vitesse \vec{V}_1 est contenu dans le plan du repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) représenté sur la figure et il fait un angle α_1 avec \vec{j} . Les électrons traversent la grille G_2 avec la vitesse \vec{V}_2 faisant un angle α_2 avec \vec{j} .



Les tensions U_1 et U_2 restant constantes, on fait varier α_1 et on mesure les valeurs de α_2 correspondantes. Les résultats sont rassemblés dans le tableau suivant :

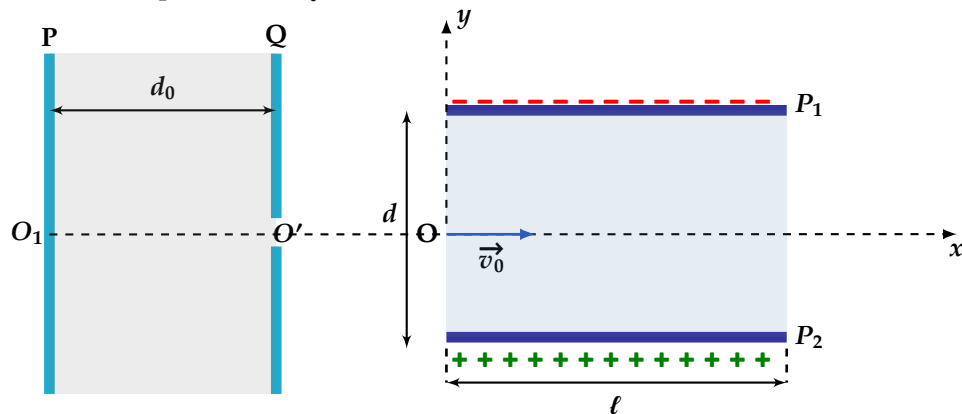
| | | | | | |
|---------------------------------------|------|----|----|------|----|
| α_1 (°) | 10 | 20 | 30 | 40 | 45 |
| α_2 (°) | 14,2 | 29 | 45 | 65.5 | 90 |
| $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}$ | | | | | |

- Compléter le tableau.
 - Indiquer sans calcul la nature de la trajectoire des électrons entre les grilles.
- Montrer que la tension $U_{G_2G_1}$ est négative.
 - On veut vérifier ces résultats expérimentaux par une méthode théorique.
 - Exprimer, en fonction de m_1, e, U_1 et U_2 , la valeur de la vitesse V_2 .
 - Montrer que la coordonnée du vecteur vitesse des électrons sur \vec{j} reste constante entre G_1 et G_2 . En déduire la relation liant V_1, V_2, α_1 et α_2 .
 - Exprimer le rapport $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}$ en fonction de U_1 et U_2 et vérifier alors, en faisant l'application numérique, que cette étude théorique est en accord avec les résultats expérimentaux.

Exercice 14



Les ions $^{40}\text{Ca}^{2+}$ quittent la chambre d'ionisation au point O_1 sans vitesse initiale grâce à un champ électrique E_0 existant entre deux plaques P et Q telle que $U_0 = U_{PQ} = 500 \text{ V}$.



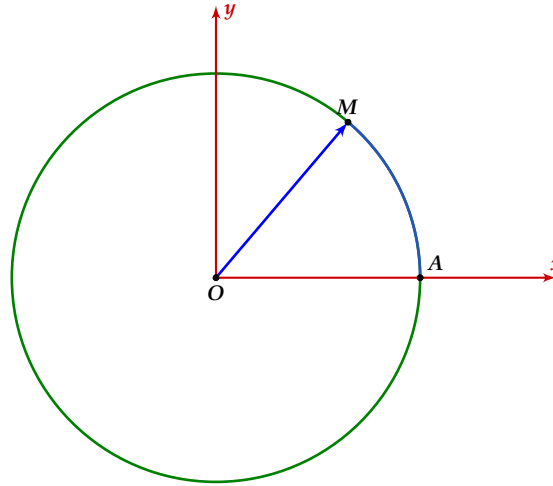
- Déterminer le sens du champ \vec{E}_0 régnant entre P et Q et calculer sa valeur si $d_0 = 5 \text{ cm}$.
- Calculer la vitesse v_0 des ions lorsqu'ils arrivent en O' .
- Sachant qu'il n'existe aucun champ entre O' et O , déterminer la nature du mouvement des ions entre ces deux points.
Les ions pénètrent au point O dans un autre champ électrique \vec{E} créée entre deux plaques P_1 et P_2 distantes de d et de longueur l chacune.
- Trouver l'équation de la trajectoire dans le repère (O, x, y) et préciser sa nature.
- Déterminer les coordonnées du point de sortie S .
- Déterminer la nature du mouvement à la sortie du champ.
- Déterminer les coordonnées du point d'impact I sur l'écran. L'écran est placé à 30 cm du champ.
On donne : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $l = 10 \text{ cm}$; $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$; $E = 10^3 \text{ V/m}$.

Mouvement des satellites

| | | |
|-----|--|----|
| 1 | Mouvement circulaire | 47 |
| 1.1 | Trajectoire du point mobile M dans le repère R | 47 |
| 1.2 | Vitesse angulaire | 47 |
| 1.3 | Mouvement circulaire uniforme | 47 |
| 2 | Force de gravitation ou d'interaction | 48 |
| 3 | Étude du mouvement d'un satellite ou d'une planète | 48 |
| 3.1 | La vitesse | 49 |
| 3.2 | Troisième loi de Kepler | 49 |
| 3.3 | Période de révolution | 49 |
| 4 | Satellite géostationnaire | 50 |
| 5 | Les énergies | 50 |
| 5.1 | Énergie cinétique | 50 |
| 5.2 | Énergie potentielle de pesanteur | 50 |
| 5.3 | Énergie mécanique | 50 |

CE QU'IL FAUT COMPRENDRE PUIS RETENIR**1** Mouvement circulaire

Définition 1.1. On dit qu'un point M est animé d'un mouvement circulaire par rapport à un repère R si sa trajectoire est un cercle fixe.

1.1 Trajectoire du point mobile M dans le repère R 

La position du point peut être définie dans le repère R :

- ♥ Soit par les coordonnées paramétriques : ce sont les composantes de \overrightarrow{OM} . Ces composantes dépendent ici, uniquement de l'angle θ . $\theta = f(t)$ amènera à définir les caractéristiques angulaires du mouvement de M par rapport à R .
- ♥ soit par l'abscisse curviligne $\widehat{AM} = s$ qui amènera à définir les caractéristiques linéaires du mouvement de M par rapport à R .

1.2 Vitesse angulaire

Définition 1.2. La vitesse angulaire est une grandeur physique qui mesure le taux de variation d'un angle par rapport au temps. C'est l'analogie de la vitesse linéaire pour un mouvement de rotation. Elle angulaire s'exprime en radians par seconde (rad/s) dans le Système international d'unités, mais on peut aussi utiliser des tours par minute (tr/min) ou des degrés par unité de temps. La vitesse angulaire est liée à la vitesse linéaire par la relation : $v = \omega r$, où v est la vitesse linéaire, ω est la vitesse angulaire et r est le rayon du cercle décrit par le point en mouvement.

1.3 Mouvement circulaire uniforme

Définition 1.3. Le mouvement circulaire uniforme est un mouvement dans lequel un objet se déplace sur une circonférence à une vitesse constante.

Les équations horaires d'un mouvement circulaire uniforme sont :

$$\theta = \omega t + \theta_0 \quad ; \quad v = \omega \cdot r \quad \text{et} \quad a = a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r$$

La vitesse est tangente à la trajectoire et perpendiculaire à l'accélération centripète orientée vers le centre du cercle. Lors de ce type de mouvement, la vitesse linéaire est constante en norme, mais pas en direction. Le vecteur vitesse étant par définition tangent à la trajectoire, ici circulaire, il prend à chaque instant une direction différente. Ainsi, un point décrivant une telle trajectoire à vitesse constante subit tout de même une accélération. Cette dernière, constamment orientée vers le centre du cercle autour duquel il tourne, porte le nom d'accélération centripète.

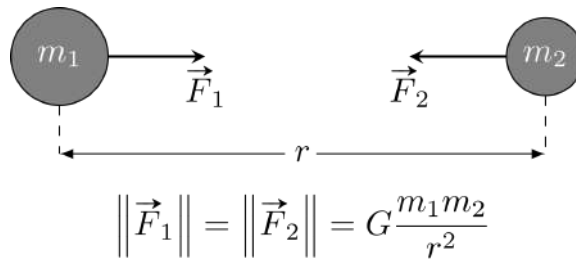
Période d'un mouvement circulaire uniforme

Définition 1.4. La période d'un mouvement circulaire uniforme est le temps nécessaire pour effectuer un tour complet. Elle est donnée par la formule suivante :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v}$$

où T est la période, r est le rayon de la trajectoire circulaire, et v est la vitesse linéaire constant.

2 Force de gravitation ou d'interaction

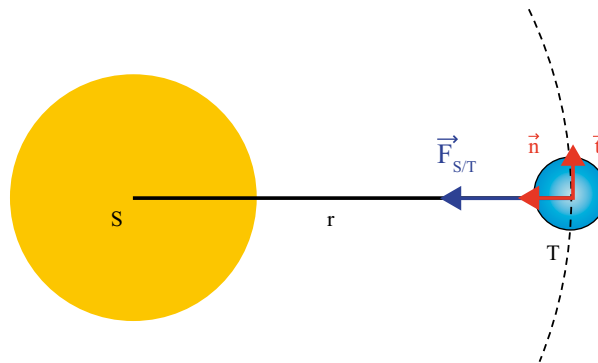


Théorème 2.1. Deux corps dont la répartition des masses m_1 et m_2 est à symétrie sphérique, séparés d'une distance r grande devant leur taille, exercent l'un sur l'autre des forces attractives $\vec{F}_{1/2}$ et $\vec{F}_{2/1}$, de même direction, de sens opposés et de même valeur :

$$\vec{F}_{1/2} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{u}_{12} \quad \text{où } \vec{u}_{12} \text{ est un vecteur unitaire orienté de 1 vers 2}$$

G est la constante de gravitation universelle. Avec $G = 6,67430(15) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

3 Étude du mouvement d'un satellite ou d'une planète



La Terre de masse m_T (constante) subit une force de gravitation universelle $\vec{F}_{s/T}$, exercée par le Soleil de masse m_s sur la Terre. La relation fondamentale de la dynamique donne :

$$\vec{F}_{s/T} = m_T \cdot \vec{a}$$

d'où

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{s/T}}{m_T} \quad \text{avec} \quad \vec{F}_{s/T} = G \frac{m_T \cdot m_s}{r^2} \vec{n}$$

Projetons dans la base de Frenet (\vec{t}, \vec{n}) :

♥ Sur \vec{t} : la force de gravitation étant radiale, elle n'a pas de composante sur cet axe alors :

$$0 = m_T \cdot a_t \Rightarrow a_t = 0 \Rightarrow v = cte \Rightarrow \underline{\text{le mouvement est uniforme}}$$

♥ Sur \vec{n} :

$$F_{s/T} = m_T a_n \Rightarrow G \frac{m_T \cdot m_s}{r^2} = m_T \cdot a_n \Rightarrow a_n = G \frac{m_s}{r^2} \Rightarrow r = \frac{G m_s}{v^2} = cte \Rightarrow \underline{\text{le mouvement est circulaire}}$$

R Le mouvement est donc circulaire uniforme.

3.1 La vitesse

Le mouvement est circulaire uniforme de vitesse v tel que :

$$v = \sqrt{\frac{G m_s}{r}}$$

R La vitesse dépend seulement de la masse du soleil et de la distance r entre les centres des deux astres.

3.2 Troisième loi de Kepler

Théorème 3.1. Pour toute planète du système solaire, le rapport entre le carré de la période de révolution et le cube du demi-grand axe est le même :

$$\frac{T^2}{a^3} = cte$$

Cette constante est appelée constante de la loi des aires. Elle ne dépend pas de la planète considérée, elle ne dépend que du Soleil.

3.3 Période de révolution

Le périmètre d'une révolution est $2\pi r$. La Terre accomplit cette distance en une période T . D'où

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{v^2} \quad \text{or} \quad v^2 = G \frac{m_s}{r} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot m_s} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G m_s} = cte$$

On retrouve la troisième loi de Kepler.

Dans le cas d'un satellite de masse m en mouvement circulaire autour de la Terre de masse m_T , sa période est :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot m_T}} \quad \text{et sa vitesse} \quad v = \sqrt{G \frac{m_T}{r}}$$

Si on pose $r = R_T + h$ avec R_T : rayon de la Terre et h : altitude du satellite par rapport au sol, on arrive à :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G \cdot m_T}} \quad \text{et} \quad v = \sqrt{G \frac{m_T}{R_T + h}}$$

La vitesse et la période du satellite sont les caractéristiques du mouvement du satellite; elles ne dépendent que de l'altitude de celui-ci et pas de sa masse.

4 Satellite géostationnaire

Définition 4.1. Un satellite géostationnaire est fixe (stationnaire) par rapport à la Terre (géo). Pour cela, il faut :

- ♥ qu'il décrive un mouvement circulaire uniforme dans un plan perpendiculaire à l'axe des pôles terrestres. Il évolue donc dans un plan équatorial (plan contenant l'équateur);
- ♥ qu'il tourne dans le même sens que la Terre autour de l'axe de ses pôles;
- ♥ que sa période de révolution soit exactement égale à la période de rotation de la terre autour de l'axe de ses pôles (24 heures environ).

R On démontre facilement que l'altitude par rapport au sol est d'environ $h = 36000 \text{ km}$.

5 Les énergies

Soit un satellite de masse m qui tourne autour de la terre de masse M et de rayon R . On note r le rayon de l'orbite ($r = R + h$).

5.1 Énergie cinétique

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{GmM}{2r}$$

5.2 Énergie potentielle de pesanteur

♥ Si l'origine choisie est l'infini :

$$E_p = -\frac{GmM}{r}$$

♥ Si l'origine choisie à la surface de la terre

$$E_p = -\frac{GmM}{r} + \frac{GmM}{R} = GmM \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right)$$

5.3 Énergie mécanique

♥ Si l'origine choisie est l'infini alors :

$$E_m = -\frac{GmM}{2r} = -E_c$$

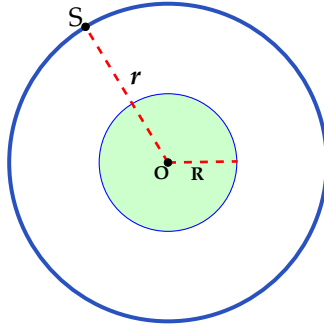
♥ Si l'origine choisie à la surface de la terre alors :

$$E_m = -\frac{GmM}{2r} + \frac{GmM}{R}$$

Exercice 1



On considère un satellite S de masse m ayant une orbite circulaire de rayon r dont le centre O est confondu avec le centre de la terre.



1. Donner les caractéristiques de la force de gravitation exercée sur ce satellite.
2. Montrer que le mouvement du satellite est circulaire uniforme.
3. Trouver l'expression de la vitesse du satellite en fonction de l'accélération de la pesanteur g_0 au sol, du rayon R de la terre et du rayon r de l'orbite puis en fonction de la constante de gravitation G , de la masse M de la terre et du rayon r .
4. Sachant que ce satellite est géostationnaire :
 - (a) Préciser le plan de l'orbite
 - (b) A quelle altitude est placé ce satellite ?
 - (c) Calculer sa vitesse angulaire et en déduire sa vitesse linéaire.
 - (d) Calculer la masse M de la terre.

$$\text{A.N : } R = 6400 \text{ km} ; \quad G = 6,67 \cdot 10^{-11} ; \quad g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2.$$

Exercice 2



On donne : $G = 6,67 \times 10^{11}$; La période de révolution de la terre autour d'elle même est $T = 86400 \text{ s}$; Rayon de la terre $R = 6380 \text{ km}$.

Un satellite artificiel S de masse m tourne autour de la terre sur une orbite circulaire à l'altitude z .

1. Donner les caractéristiques de la force gravitationnelle \vec{F} exercée par la terre sur S . Exprimer l'intensité F de cette force en fonction de z, m, G, R et M (masse de la terre).
2. Montrer que le mouvement du satellite est uniforme. Exprimer sa vitesse v sur son orbite.
3. Donner l'expression de la période T de révolution de S autour de la terre en fonction de G, M et r (rayon de l'orbite du satellite). Montrer que $\frac{T^2}{r^3}$ est une constante pour tous les satellites de la terre.
4. La lune tourne au tour de la terre sur une orbite circulaire de rayon $r = 385000 \text{ km}$, sa période est de $27,3$ jours. Calculer la masse M de la terre.
5. On considère maintenant un satellite géostationnaire.
 - (a) Quelle est la particularité de ce satellite.
 - (b) Exprimer l'altitude z à la quelle évolue un tel satellite puis la calculer.

Exercice 3



La formule de l'attraction universelle entre deux corps s'écrit : $F = \frac{GM_1M_2}{d^2}$ où G est une constante valant $6,67 \cdot 10^{-11}$ et d la distance entre les centres d'inerties de deux corps dont les masses sont M_1 et M_2 .

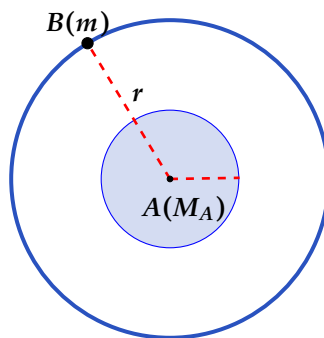
- Exprimer l'accélération de la pesanteur g_0 au niveau du sol en fonction de G du rayon R de la terre et de la masse M de la terre.
- sachant que $R = 6400 \text{ km}$, calculer M si $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$. Exprimer en fonction de g_0 , R et h , l'accélération g de la pesanteur à une altitude h quelconque.
- Un satellite artificiel de la terre évolue à très haute altitude, où l'accélération g de la pesanteur a pour expression celle trouvée à la question 2 en décrivant une circonférence concentrique à la terre.
 - Déterminer la nature du mouvement du satellite.
 - Exprimer sa vitesse en fonction de g_0 , R et h .
 - Quelle est cette vitesse si $h = 36000 \text{ km}$? Quelle est alors la durée d'une révolution? L'exprimer, en minutes et en heures. Si le satellite tourne dans le plan de l'équateur et dans le même sens de rotation que la terre; conclure?

Exercice 4



Donnée : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ S.I.}$

Dans un repère, on étudie deux satellites A et B : On suppose que la masse M_A du mobile A est très grande devant celle m du mobile B . Le mobile B tourne autour de A considéré comme étant fixe (voir figure suivante).



- Montrer que le mouvement de B autour de A est un mouvement circulaire uniforme.
- Établir la relation qui lie la vitesse v du centre d'inertie de B , le rayon r de l'orbite, la masse M_A de A et la constante de gravitation universelle G .
- Soit T la période de B autour de A ; Exprimer v en fonction de T et r , en déduire la relation $\frac{r^3}{T^2} = kM_A$ et donner l'expression de k en fonction de G .
- Un satellite artificiel tourne autour de la terre (dont la masse $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$) dans une orbite de rayon $r = 42,3 \cdot 10^3 \text{ km}$.
 - Calculer la période de ce satellite artificiel. Comment appelle-t-on ce type de satellite, s'il tourne, dans le plan de l'équateur et dans le même sens de rotation de la terre?
 - Tous les satellites se trouvant sur cette orbite ont-ils la même vitesse? La même masse? Justifier.
- Sachant que la terre décrit autour du soleil en 365,25 jours une orbite de rayon $r' = 1,496 \cdot 10^8 \text{ km}$. Calculer la masse M_s du soleil.

Exercice 5



Un satellite artificiel de masse $m = 200 \text{ kg}$ tourne autour de la terre sur un orbite circulaire de rayon r .

1. Calculer la vitesse v_1 de ce satellite en fonction de r , de la masse M de la terre et de la constante de gravitation G .

A.N : $r = 7000 \text{ km}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$; $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.

2. L'énergie potentielle du système {satellite-terre} étant

$$E_p = \frac{GmM}{R} - \frac{GmM}{r}$$

où R est le rayon de la terre. Donner l'expression de l'énergie mécanique de ce système en fonction de G, m, M, r et R .

La calculer. On donne $R = 6400 \text{ km}$.

3. Calculer l'énergie à fournir à ce satellite pour qu'il passe de l'orbite de rayon r à une autre de rayon $r' = 7100 \text{ km}$.

On considère que la terre est un point matériel qui tourne autour de soleil de masse $M' = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ sur une orbite circulaire de rayon $r = 1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$.

(a) Exprimer la vitesse angulaire ω et la période T du mouvement de la terre.

(b) Exprimer le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ en fonction de G et M' .

(c) Calculer T . Conclure.

Exercice 6



Données : la constante de gravitation $k = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$; le rayon de saturne $R_S = 58232 \text{ km}$.

La planète Saturne est la 6^{ème} planète du système solaire par ordre d'éloignement par rapport au Soleil et la 2^{ème} plus grande par la taille et la masse. Elle possède en plus le plus grand nombre de satellites naturels. La planète Saturne est assimilée à une sphère de masse M possédant une répartition sphérique de masse. Le mouvement d'un de ses satellites, supposé ponctuel, de masse m , est étudié dans un repère ayant pour origine le centre O de la planète et pour axes, trois axes dirigés vers trois étoiles fixes, supposées suffisamment éloignées.

1. Énoncer la loi de gravitation universelle.

2. On considérera que le mouvement du satellite étudié autour de la planète Saturne est circulaire.

(a) Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.

(b) Déterminer la vitesse v et la période T du satellite en fonction de K, r et M .

(c) Montrer que le rapport $\frac{r^3}{T^2}$ est constant.

3. Mimas est un satellite naturel de Saturne qui a une période de révolution $T = 22,6 \text{ H}$ et une orbite de rayon $r = 185500 \text{ km}$. Calculer la masse M de Saturne.

4. L'expression de l'énergie potentielle d'un satellite dans le champ de gravitation de Saturne est :

$$E_p = -\frac{kMm}{r} \quad (\text{La référence des énergies potentielle de gravitation est choisie à l'infini}).$$

(a) L'affirmation suivante « plus le satellite s'éloigne de Saturne, plus l'énergie potentielle du système Saturne – satellite croît » est-elle vraie? Justifier.

(b) Établir l'expression de l'énergie mécanique du satellite en fonction de k, M, m et r .

(c) On lance un satellite artificiel de masse $m = 50 \text{ tonnes}$ à partir de la surface de Saturne. Déterminer la vitesse de lancement v_s avec laquelle il faut propulser le satellite pour qu'il tourne autour de Saturne sur la même orbite.

Exercice 7



On suppose que la Terre, de masse M , de rayon R et de centre O , est une sphère et qu'elle présente une répartition de masse à symétrie sphérique. Un satellite artificiel S , de masse m , décrit une orbite circulaire de rayon r autour de la Terre. Le satellite peut être assimilé à un point matériel; on suppose qu'il est soumis uniquement à la force gravitationnelle exercée par la Terre. On notera K , la constante de gravitation universelle.

1. Exprimer l'intensité du champ de gravitation terrestre $g(h)$ en fonction de M, R, h et K .
2. Montrer que le mouvement du satellite dans le référentiel géocentrique est uniforme.
3. En déduire l'expression de la vitesse v du satellite en fonction de K, M et r puis celle de sa période T de révolution.
4. Le tableau suivant rassemble les valeurs numériques des périodes de révolution T et des rayons r des orbites de quelques satellites artificiels de la Terre.

| Base de lancement | Kourou | Baïkonour | Chine | Etats-Unis |
|-------------------|-------------|-------------|-----------|------------|
| Satellite | Intelsat-V | Cosmos-197 | Feng-Yun | USA-35 |
| T | 23 H 56 min | 11 H 14 min | 102,8 min | 12H |
| r (10^4 km) | 4,22 | 2,55 | 0,73 | 2,66 |

5. Vérifier, à partir des valeurs numériques du tableau, que le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est une constante que l'on déterminera.
6. A partir de la troisième loi de Kepler que l'on établira et de la valeur du rapport $\frac{T^2}{r^3}$, calculer la masse M de la terre. On donne : $K = 6,67 \times 10^{-11}$ SI.
7. A partir du travail élémentaire $dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$ de la force de gravitation \vec{F} exercée par la terre sur le satellite, montrer que le travail de \vec{F} , lors de son déplacement du sol jusqu'à l'orbite de rayon r est donné par :

$$W = KmM \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)$$

8. En déduire l'expression de l'énergie potentielle du système terre - satellite en fonction de K, M, m et r . On choisira le niveau du sol comme état de référence pour l'énergie potentielle.
9. Exprimer l'énergie cinétique de S en fonction de m, K, r et M . Déduire l'expression de l'énergie mécanique totale.

Exercice 8



Dans le domaine de l'aéronautique, une navette spatiale désigne conventionnellement un véhicule spatial pouvant revenir sur Terre en effectuant un atterrissage contrôlé à la manière d'un avion et pouvant être réutilisé pour une mission ultérieure. Le vol d'une navette spatiale comprend trois étapes : le lancement, le vol orbital et l'atterrissage. On se propose d'étudier le vol orbital.

Dix minutes après le décollage, la navette est en mouvement circulaire uniforme autour de la terre à l'altitude h . Sa masse est $m = 69,68 \times 10^3$ kg. L'intensité du champ de gravitation terrestre à l'altitude h est $g_h = 6,95$ $m \cdot s^{-2}$.

Le rayon de la terre est $R_T = 6380$ km. La masse de la terre sera notée M_T .

1. Rappeler l'expression de la force de gravitation universelle, puis établir l'expression de l'intensité du champ de gravitation g_h en fonction de g_0, R_T et h ; g_0 étant l'intensité du champ de gravitation au sol ($g_0 = 9,80$ $m \cdot s^{-2}$).

2. En déduire l'expression de l'altitude h de la navette. Calculer sa valeur.
3. Établir l'expression de la vitesse Vv du centre d'inertie de la navette à l'altitude h en fonction de g_h, R_T et h . Calculer cette vitesse v pour $h = 1196 \text{ km}$.
4. Établir l'expression de la période T de révolution de la navette à l'altitude h en fonction de R_T, v et h . Calculer la période T .
5. La navette doit être mise sur l'orbite d'altitude $h' = 2h$ pour une autre mission avant son retour.
Donner l'expression de l'énergie mécanique de la navette évoluant à l'altitude h en fonction de g_0, R_T, m et h .
L'expression de l'énergie potentielle de gravitation du satellite est :

$$E_p(r) = -\frac{KM_T m}{r} \quad \text{avec } r \text{ le rayon de l'orbite de la navette.}$$

6. Déterminer l'énergie que doivent fournir les moteurs pour faire passer la navette de l'altitude h à l'altitude $h' = 2h$.

Exercice 9



Pour étudier le passage d'une comète au voisinage de notre planète, un satellite lanceur de sonde est mis en orbite autour de la terre.

Données : constante gravitationnelle $G = 6,6710^{-11} \text{ SI}$; masse de la terre $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ Kg}$ et rayon de la terre $R_T = 6400 \text{ Km}$.

La terre est considérée comme un corps à répartition sphérique de masse.

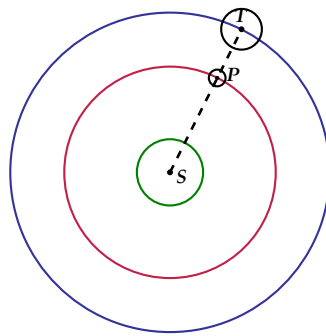
1. Étude du mouvement circulaire du système lanceur-sonde dans le référentiel géocentrique. Dans un premier temps, le système lanceur-sonde est supposé mis en orbite circulaire à l'altitude $h_0 = 200 \text{ Km}$. Il évolue avec une vitesse v_0 .
 - (a) En supposant ce système uniquement soumis au champ gravitationnel terrestre, montrer que son mouvement est uniforme.
 - (b) Exprimer la vitesse v_0 en fonction de G, M_T, R_T et h_0 et calculer sa valeur en Km.s^{-1} .
 - (c) Établir l'expression de sa période et la calculer.
2. L'énergie potentielle de gravitation s'écrit $E_p = -\frac{GmM_T}{r}$, r étant le rayon de l'orbite, m est la masse du système.
 - (a) Déterminer pour l'altitude h_0 , l'expression de l'énergie mécanique E_{m0} du système en fonction de r_0 puis en fonction de la vitesse v_0 .
 - (b) Lorsque l'altitude du satellite est peu élevée, il peut subir les frottements des hautes couches de l'atmosphère. Son énergie mécanique diminue suivant la loi : $E_m = E_{m0}(1 + \alpha \cdot t)$; $\alpha > 0$. On suppose que la trajectoire est circulaire. En comparant les énergies, montrer que le rayon de l'orbite diminue avec le temps alors que la vitesse augmente.
3. **Étude de la sonde s'éloignant de la terre :** A l'altitude h_0 , le lanceur et la sonde se séparent. Le lanceur communique à la sonde une vitesse v'_0 (supérieure à v_0) qui devra lui permettre d'échapper à l'attraction terrestre.
 - (a) Donner l'expression de la valeur minimale v_{min} de la vitesse v'_0 que le lanceur doit alors communiquer à la sonde en fonction de G, M_T, R_T et h_0 .
 - (b) Quelle relation relie alors v_{min} et v_0 ?

Exercice 10



La sonde spatiale SOHO (Solar and Heliospheric Observatory) est un satellite qui a été mis en orbite par la fusée **ATLAS II**. Elle a pour mission d'étudier la structure interne du soleil, la chaleur de son atmosphère et les origines du vent solaire. Dans ce qui suit, on étudie le mouvement de la sonde.

1. Au décollage, le mouvement de la fusée **ATLAS II** est étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen. La fusée et son équipement (y compris la sonde) ont une masse $M = 850$ tonnes supposée constante durant le décollage. La force de poussée \vec{F} générée par les propulseurs de la fusée a une intensité égale à 16×10^6 N durant la phase de décollage.
 - (a) Déterminer la valeur algébrique de l'accélération du centre d'inertie de la fusée durant le décollage sachant que le repère d'espace choisi est l'axe vertical (O, \vec{z}) orienté vers le haut et que le centre d'inertie de la fusée est initialement confondu avec l'origine O .
 - (b) Établir la loi horaire de son altitude $z(t)$ durant cette phase. Calculer l'altitude à la date $t = 15$ s.
2. Le Soleil, de centre S et de masse M_S et la Terre de centre T et de masse M_T , sont considérés comme des astres présentant une répartition de masse à symétrie sphérique. On admet que la Terre décrit autour du Soleil, d'un mouvement uniforme, une orbite circulaire de centre S et de rayon d . Sa période de révolution est de **365,25 jours**.
 - (a) On suppose que la Terre ne subit que l'action du Soleil. Exprimer la vitesse angulaire de la Terre sur son orbite en fonction de G , M_S et d .
 - (b) En déduire la valeur de la masse M_S du Soleil.
3. Le satellite **SOHO**, assimilé à un point matériel P de masse m , est placé à un endroit très particulier du système solaire, le point de Lagrange L_1 , situé à la distance ℓ du centre de la Terre. Il décrit autour du Soleil, d'un mouvement uniforme, une orbite circulaire de rayon $b = d - \ell$. Les centres de S , P et T sont constamment alignés. $d = TS$ et $\ell = TP$.



- (a) A quelle vitesse angulaire **SOHO** tourne-t-il autour du Soleil? Justifier la réponse.
- (b) Faire l'inventaire des forces qui agissent sur le satellite P . Les représenter sur un schéma.
- (c) Montrer que :

$$\frac{M_T}{M_S} = \ell^2 \left(\frac{1}{(d - \ell)^2} - \frac{1}{d^3} \right)$$

- (d) Tenant compte du fait que le point de Lagrange L_1 est situé beaucoup plus près du centre de la Terre que de celui du Soleil, on peut faire l'approximation $\frac{\ell}{d} \ll 1$. Établir alors la relation :

$$\left(\frac{\ell}{d} \right)^3 = \frac{M_T}{3M_S}$$

On admet que si $\epsilon \ll 1$ alors : $(1 - \epsilon)^n \approx 1 - n\epsilon$

- (e) Calculer la distance ℓ situant le point de Lagrange à la Terre.

4. Quel est l'avantage d'un satellite comme **SOHO** par rapport à des observatoires terrestres ?
5. D'après un article extrait d'un hebdomadaire de vulgarisation scientifique « **SOHO** est le premier observatoire spatial à être placé à un endroit très particulier du système solaire le point de Lagrange L_1 du nom d'un mathématicien français qui en a découvert l'existence... A cet endroit précis où l'attraction du Soleil équilibre très exactement l'attraction de la Terre, le satellite spatial peut observer le Soleil **24 h sur 24** ». L'information fournie par cet article selon laquelle **SOHO** est situé à un endroit précis où l'attraction du Soleil équilibre très exactement l'attraction de la Terre est-elle compatible avec le mouvement circulaire uniforme de SOHO autour du Soleil ? Justifier la réponse.

Données : masse de la Terre $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$; distance Terre-Soleil $d = 1,50 \times 10^8 \text{ km}$; Constante de gravitation $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; intensité du champ de gravitation terrestre au sol, $g_0 = 9,80 \text{ m/s}^2$.

Mouvement dans un champ magnétique

| | | |
|-----|---|----|
| 1 | Quelques rappels sur les aimants | 59 |
| 1.1 | Les pôles d'un aimant | 59 |
| 1.2 | Interaction entre un aimant et le fer | 59 |
| 1.3 | Le champ magnétique | 59 |
| 1.4 | Le vecteur champ magnétique | 60 |
| 2 | La force de Lorentz | 60 |
| 2.1 | Les caractéristiques de la force de Lorentz | 60 |
| 2.2 | Règle de la main droite | 61 |
| 2.3 | Représentation conventionnelle d'un vecteur perpendiculaire à un plan | 61 |
| 3 | Étude du mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique | 61 |
| 3.1 | Étude énergétique | 61 |
| 3.2 | Étude dynamique | 62 |
| 3.3 | Allure de la trajectoire dans un champ magnétique | 62 |
| 4 | Applications de la force de Lorentz | 63 |
| 4.1 | Étude d'un Spectrographe de masse | 63 |

1 Quelques rappels sur les aimants

Définition 1.1. Un aimant est un corps capable d'attirer le fer. Il peut être :

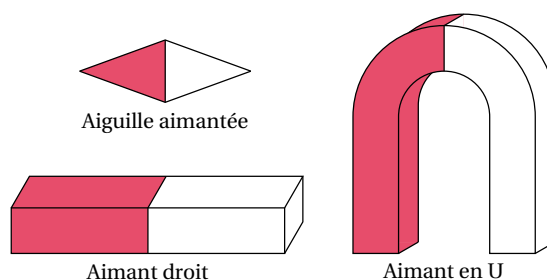
- ♥ **Naturel** : C'est le cas du minerai de fer appelé magnétite et constitué de l'oxyde de fer (Fe_3O_4) (appelé pour cette raison oxyde magnétique de fer).
- ♥ **Artificiel** : C'est le cas d'un morceau d'acier frotté toujours dans le même sens avec un aimant. Un aimant artificiel peut être **permanent** ou **temporaire**.

Les aimants artificiels ont des formes variées. Les plus usuels sont :

♥ Aiguille aimantée.

♥ Aimant droit.

♥ Aimant en U.



1.1 Les pôles d'un aimant

Plongeons un aimant dans la limaille de fer. Quelle que soit sa forme, nous constatons que l'aimant ne retient la limaille de fer qu'en certaines régions voisines de ses extrémités : **ces régions sont appelées pôles** de l'aimant. **Un aimant possède en général deux pôles** :

♥ **le pôle nord** orienté vers le Nord ;

♥ **le pôle sud** orienté vers le Sud.

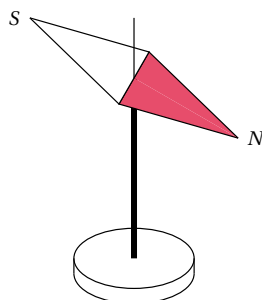
1.2 Interaction entre un aimant et le fer

Approchons un objet en fer d'un aimant suspendu. Nous constatons l'attraction de l'aimant par l'objet. Inversement, un objet en fer suspendu auquel on approche un aimant subit l'attraction de l'aimant.

- ⓘ L'interaction entre l'aimant et l'objet en fer est une action à distance. Elle peut s'exercer à travers des substances que l'aimant n'attire pas (papier, verre, aluminium, cuivre. . .). L'aimant attire aussi le nickel ainsi que les alliages contenant le fer et le nickel.

1.3 Le champ magnétique

On appelle champ magnétique, toute région de l'espace dans laquelle un aimant est soumis à des forces magnétiques. Le meilleur détecteur de champ magnétique est une aiguille aimantée montée sur un pivot (donc libre de s'orienter).



1.4 Le vecteur champ magnétique

L'état magnétique d'un point M est décrit grâce à un vecteur qu'on appelle vecteur champ magnétique \vec{B} en ce point. Les caractéristiques de ce vecteur sont :

♥ **Origine** : le point M du champ magnétique;

♥ **Direction** : celle de l'aiguille aimantée libre de s'orienter dans toutes les directions de l'espace et dont le centre d'inertie G est placé en M ;

♥ **Sens** : celui qui va du pôle nord vers le pôle sud de l'aiguille soit le sens du vecteur \vec{NS} ;

♥ **Norme de \vec{B}** : elle est égale à l'intensité du champ magnétique en ce point; on dit plus simplement au champ magnétique en ce point.

Cette grandeur champ magnétique B s'exprime en **Tesla T** dans de SI d'unités. Ce nom vient de celui de l'ingénieur croate Nikola Tesla (1857–1943). Le champ magnétique est mesurable à l'aide d'un appareil appelé Teslamètre.

2 La force de Lorentz

Théorème 2.1. En un point où le champ magnétique est représenté par un vecteur \vec{B} une particule portant une charge électrique q , animée d'une vitesse \vec{v} est soumise à une force magnétique dite force de Lorentz telle que :

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

2.1 Les caractéristiques de la force de Lorentz

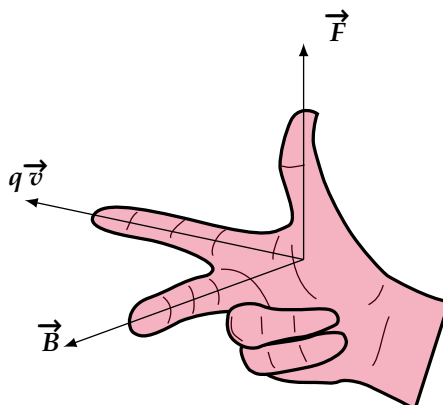
La force de Lorentz \vec{F} a les caractéristiques suivantes :

♥ **Direction** : perpendiculaire à \vec{v} et à \vec{B} donc au plan formé par les vecteurs $q\vec{v}$ et \vec{B}

♥ **Module** : $F = |q| \cdot v \cdot B \cdot \left| \sin(\vec{v}, \vec{B}) \right|$

♥ **Sens** : tel que le trièdre $(q\vec{v}, \vec{B}, \vec{F})$ soit direct.

Plusieurs méthodes permettent de vérifier qu'un trièdre est direct ou non. Nous retiendrons la règle des trois doigts de la main droite. On dispose perpendiculairement le pouce aux autres doigts joints.



♥ L'index dans le sens de $q\vec{v}$;

♥ En même temps le majeur orienté dans le sens de \vec{B} ;

♥ Le pouce indiquera alors le sens de \vec{F}

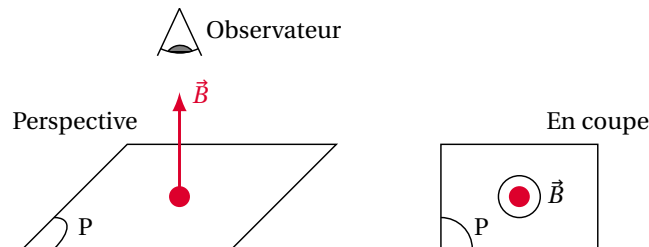
2.2 Règle de la main droite

On place la main droite le long de $q\vec{v}$ de telle sorte que $q\vec{v}$ entre par le poignet et sort par les doigts, en même temps, on tourne la paume dans le sens de \vec{B} , le pouce indique alors le sens de \vec{F}

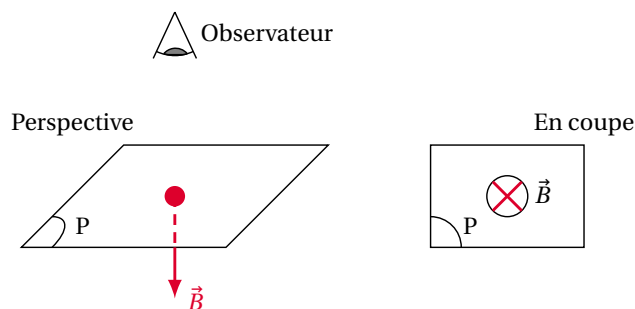
R L'élève choisira la règle qui lui semble la plus facile à appliquer.

2.3 Représentation conventionnelle d'un vecteur perpendiculaire à un plan

Pour des raisons de clarté, on préfère quelquefois les schémas en coupe plutôt qu'en perspective. Les vecteurs perpendiculaires au plan de la figure sont alors représentés ainsi qu'il suit : Le vecteur \vec{B} perpendiculaire au plan P est orienté vers l'observateur.



Le vecteur \vec{B} perpendiculaire au plan P "fuit" l'observateur.



3 Étude du mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique

3.1 Étude énergétique

Lors d'un petit déplacement $d\vec{l}$ d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme \vec{B} , le travail élémentaire de la force magnétique $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ vaut : $dW(\vec{F}) = \vec{F} \cdot d\vec{l}$.

L'expression de la puissance mécanique instantanée $P = \vec{F} \cdot \vec{v} = 0$, car $\vec{F} \perp \vec{v}$

Implique que :

$$P = \frac{dW(\vec{F})}{dt} \Rightarrow dW(\vec{F}) = P \cdot dt \Rightarrow dW(\vec{F}) = 0 \Rightarrow W(\vec{F}) = 0$$

Conclusion : La force magnétique ne travaille pas.

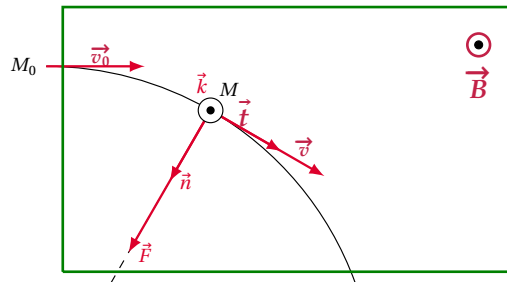
D'après le théorème de l'énergie cinétique appliquée à la particule entre t_0 et t , on a

$$\Delta E_c = W(\vec{F}) = 0 \Rightarrow \Delta E_c = 0 \Rightarrow E_c = E_{c0}$$

Alors le mouvement de la particule dans \vec{B} est uniforme.

3.2 Étude dynamique

Soit une particule chargée de masse m et de charge q , pénètre dans le champ magnétique \vec{B} avec une vitesse initiale \vec{v}_0 perpendiculaire à \vec{B} .



D'après la RFD on a :

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

♥ projection sur la tangentielle \vec{t} :

$$0 = m a_t \Rightarrow a_t = 0 \Rightarrow v = cte = v_0 \Rightarrow \underline{\text{Le mouvement est donc uniforme.}}$$

♥ projection sur la normal \vec{n} :

$$F = m a_n \Rightarrow |q| \cdot v \cdot B = m \frac{v^2}{r}, \Rightarrow R = \frac{mv_0}{|q| \cdot B} = cte \Rightarrow \underline{\text{Le mouvement est donc circulaire.}}$$

Conclusion : le mouvement de la particule dans \vec{B} est donc circulaire uniforme.

3.3 Allure de la trajectoire dans un champ magnétique

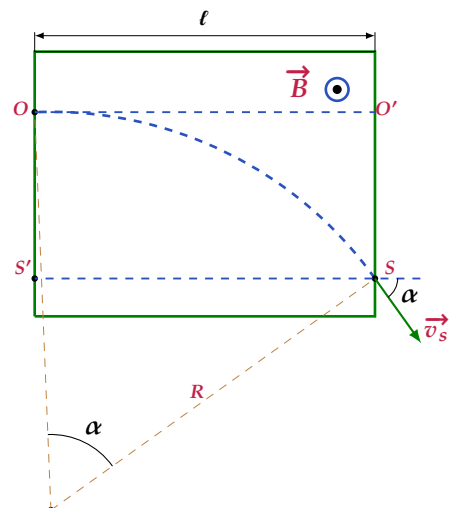
Dans l'exemple étudié, trois sorties sont possibles :

♥ 1^{er} cas : sortie par le coté opposé au coté d'entrée

α : déviation angulaire.

Calcul de α :

$$\sin \alpha = \frac{SS'}{R} \quad \text{avec} \quad SS' = \ell$$

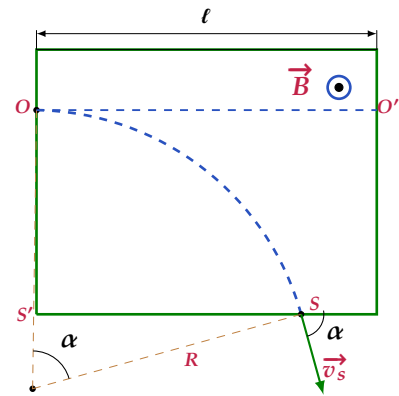


♥ 2^{ÈME} cas : sortie par le coté inférieur

α : déviation angulaire.

Calcul de α :

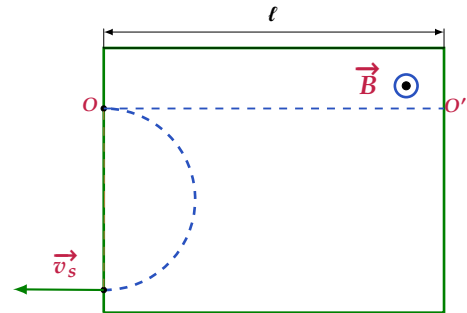
$$\sin \alpha = \frac{SS'}{R} \quad \text{avec} \quad SS' < \ell$$



♥ 3^{ÈME} cas : sortie par le coté d'entrée

α : déviation angulaire.

$$\alpha = \pi \text{ rad}$$



4 Applications de la force de Lorentz

4.1 Étude d'un Spectrographe de masse

C'est un appareil constitué de compartiment ou chambres qui permet une séparation isotopique.

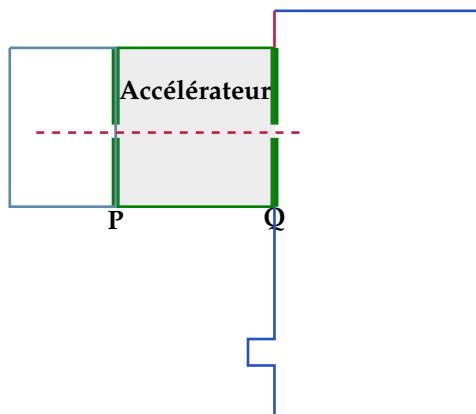
1^{ÈRE} chambre : la chambre d'ionisations ou les atomes des isotopes à séparer, sont ionisés : on obtient des particules chargées de même q mais de masse m_1 et m_2 différentes

2^{ÈME} chambre : la chambre d'accélération où règne un champ électrique uniforme \vec{E} qui permet d'accélérer les ions produits dans la **1^{ÈRE} chambre**.

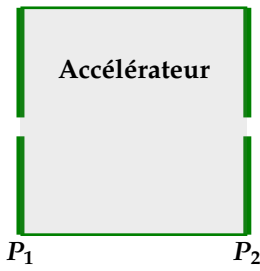
À la sortie de l'accélération, on obtient des particules chargées de même énergie cinétique $E_{c1} = E_{c2}$ mais de vitesses v_1 et v_2 différentes.

3^{ÈME} chambre : la chambre de déviation où règne un champ magnétique uniforme \vec{B} déviation permettant à la sortie la séparation des isotopes qui suivent des trajectoires circulaires différentes.

4^{ÈME} chambre : la chambre de collection pour y collecter les isotopes séparés.



Étude de l'accélérateur :



Soit à séparer ${}^A\text{X}$ et ${}^{A'}\text{X}$ de masses $m_1 = Am_p$ et $m_2 = A'm_p$.
 et de même charge $q > 0$.
 D'après le théorème de l'énergie cinétique appliquée à un

isotope

$$E_c - E_{c0} = q \cdot U_{P_1P_2} \quad \text{d'où} \quad E_{c1} = E_{c2} = q \cdot U_{P_1P_2}$$

Et les vitesses des isotopes sont :

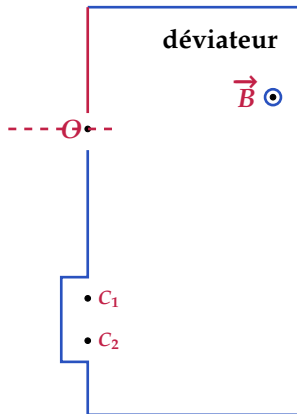
$$v_1 = \sqrt{\frac{2q \cdot U_{P_1P_2}}{m_1}}$$

et

$$v_2 = \sqrt{\frac{2q \cdot U_{P_1P_2}}{m_2}}$$

Étude de déviateur

les isotopes sont chargés positivement. Quel doit être le sens de \vec{B} pour que les ions soient collectés ?



Pour que les ions soient collectés, la force magnétique qui s'exerce sur un ion placé en O :

$$\vec{F}_1 = q\vec{v}_1 \wedge \vec{B}$$

doit être orienté vers le bas. \Rightarrow le trièdre (qv_1, \vec{B}, \vec{F}) est

direct.

\Rightarrow d'après la règle de la main droite \vec{B} est sortant.

Dans le champ magnétique les isotopes décrivent des demi-cercles de rayons

$$R_1 = \frac{m_1 v_1}{|q|B} \quad \text{et} \quad R_2 = \frac{m_2 v_2}{|q| \cdot B}$$

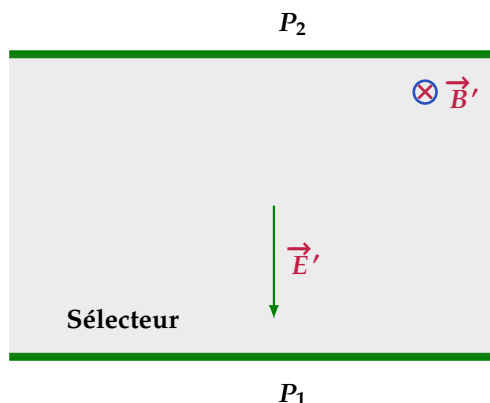
$$R_1 = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2m_1 U_{P_1P_2}}{|q|}} \quad \text{et} \quad R_2 = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2m_2 U_{P_1P_2}}{|q|}}$$

La distance C_1C_2 qui sépare les deux isotopes dans le collecteur est :

$$C_1C_2 = 2R_2 - 2R_1$$

$$\Rightarrow C_1C_2 = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{2U_{P_1P_2}}{|q|}} (\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1})$$

Filtre de vitesse



Le filtre de vitesse ou sélecteur de vitesse c'est une chambre que l'on place dans le spectrographe entre l'accélérateur et le déviateur, où règnent simultanément un champ électrique uniforme \vec{E}' et un champ magnétique uniforme $\vec{B}' \perp \vec{E}'$. Cette chambre ne laisse traverser qu'une particule de vitesse $v_0 = \frac{E'}{B'}$ appelée vitesse du filtre. Elle dévie toute particule de vitesse $v \neq v_0$

La particule traverse si

$$\vec{F}_m + \vec{F}_e = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_m + \vec{F}_e = \vec{0} \Rightarrow F_m = F_e \Rightarrow v_0 B' = E' \Rightarrow v_0 = \frac{E'}{B'}$$

Si

$$v > v_0 \Rightarrow v > \frac{E'}{B'} \Rightarrow v B' > E' \Rightarrow |q|v B' > |q|E' \Rightarrow F_m > F_e$$

La particule dévie vers le haut et ne traverse pas le filtre.

Si

$$v < v_0 \Rightarrow F_m < F_e$$

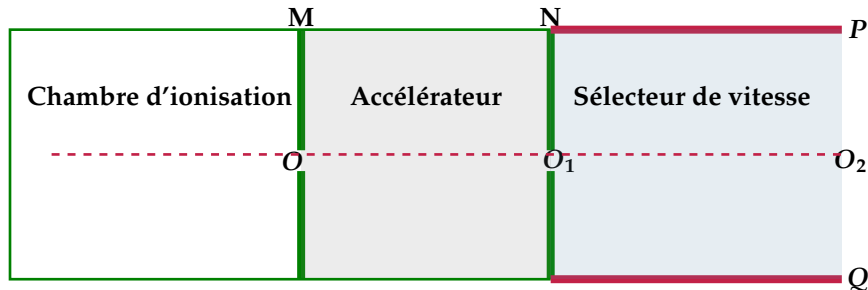
La particule dévie vers le bas et ne traverse pas le filtre.

Exercice 1



Une chambre d'ionisation produit des ions $^{20}\text{Ne}^+$ et $^{22}\text{Ne}^+$ de masses respectives m_1 et m_2 . Leur poids est négligeable devant les forces électromagnétiques qu'ils subissent et leur mouvement a lieu dans le vide.

Les ions produits pénètrent, avec une vitesse initiale négligeable, dans un accélérateur où ils sont soumis à un champ électrique uniforme \vec{E}_0 créé par une tension $U_0 = V_M - V_N$ établie entre deux plaques conductrices M et N selon le schéma ci-dessous.



On désigne par v_1 et v_2 les vitesses respectifs, en O_1 , des ions $^{20}\text{Ne}^+$ et $^{22}\text{Ne}^+$.

1. Représenter sur un schéma le vecteur champ électrique \vec{E}_0 et déterminer le signe de U_0 .
2. Exprimer v_1 , la vitesse de l'isotope $^{20}\text{Ne}^+$ en O_1 , sortie de l'accélérateur, en fonction de U_0 , e , et m_1 . Calculer sa valeur pour $U_0 = 2 \cdot 10^4$ V.
3. Montrer que qu'en O_1 : $m_1 v_1^2 = m_2 v_2^2$. En déduire la valeur de v_2 .

Arrivée en O_1 , les ions entrent dans un sélecteur de vitesse limité par les plaques P et Q . Dans cette région, ils sont soumis à l'action simultanée de deux champs : champ électrique uniforme \vec{E} créé par une tension positive $U = V_Q - V_P$ et un champ magnétique uniforme \vec{B} perpendiculaire aux vecteurs \vec{v}_1 et \vec{v}_2 et au vecteur champ électrique \vec{E} .

4. Représenter \vec{E} et \vec{B} , sur un schéma, pour que la force électrique \vec{F}_e et la force magnétique \vec{F}_m soient opposées.

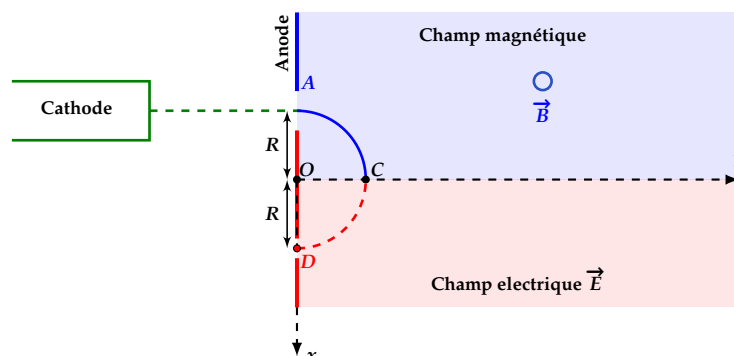
On règle U de façon que le mouvement des ions $^{20}\text{Ne}^+$ soit rectiligne uniforme de trajectoire $O_1 O_2$.

5. Représenter sur un autre schéma les forces agissant sur un ion $^{20}\text{Ne}^+$ ainsi que le vecteur \vec{v}_1 .
6. Exprimer U , en fonction de v_1 , d (distance entre les plaques P et Q) et de B . Calculer U pour $B = 0,1$ T et $d = 5$ cm.
7. Dans quelle direction seront déviés les ions $^{22}\text{Ne}^+$?

Exercice 2



Un faisceau d'électrons, émis d'une cathode par l'effet thermoélectrique est accéléré au moyen d'une anode A . La différence de potentiel entre l'anode et la cathode vaut $U_0 = 285$ V.



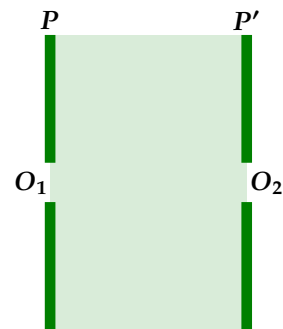
- En admettant que les électrons sont émis par la cathode avec une vitesse négligeable, calculer la vitesse v_0 des électrons lorsqu'ils traversent le trou A .
- Le faisceau d'électrons pénètre ensuite dans une région où règne un champ magnétique \vec{B} , dans laquelle il décrit un quart de cercle de rayon $R = 20 \text{ cm}$.
 - Préciser sur un schéma le sens du champ magnétique \vec{B} pour que le faisceau puisse parvenir en C . Montrer que le mouvement des particules est plan.
 - Montrer que le mouvement de ces particules est circulaire.
 - Calculer littéralement (en fonction de U_0 et de R) puis numériquement, la norme B du champ magnétique.
 - Caractériser le vecteur vitesse \vec{v}_C des électrons (direction et norme) au trou C .
- Le faisceau d'électron est enfin dévié par un champ électrique uniforme \vec{E} parallèle à l'axe (Oy) voir figure.
 - Établir les équations horaires du mouvement.
 - En déduire l'équation et la nature de la trajectoire.
 - Calculer la valeur à donner à la norme E du champ électrique pour que le faisceau d'électrons traverse le trou D à une distance R du point O , on exprimera E en fonction de U_0 et R .

Exercice 3

On étudie le mouvement des ions ${}^6\text{Li}^+$ dans différents champs électriques et magnétique.

Dans une première expérience les ions pénètrent au point O_1 , sans vitesse initiale dans un champ électrique E_0 créé entre deux plaques P et P' et sont accélérés par une tension :

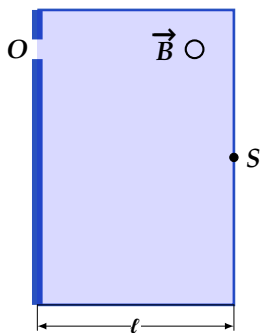
$$U = U_{PP'} = 1252,5 \text{ V.}$$



- Montrer que la valeur de la vitesse v_0 des ions au point O_2 est $v_0 = 2.10^5 \text{ m/s}$.

On donne : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_n = m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

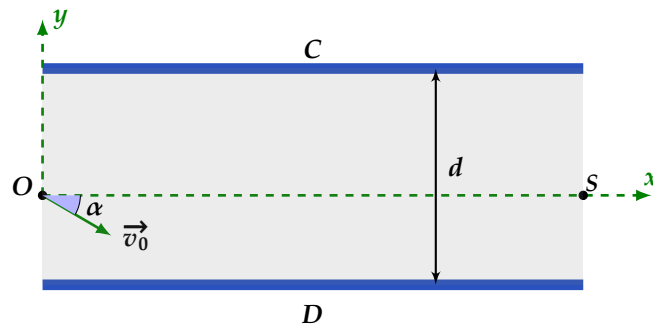
- Dans une deuxième expérience les ions rentrent avec une vitesse horizontale \vec{v}_0 ayant la valeur précédente au point O dans une zone de largeur $\ell = 1 \text{ cm}$ où règne un champ magnétique uniforme B d'intensité $B = 2,5 \times 10^{-1} \text{ T}$ (voir figure).



- Déterminer le sens du champ B pour que les particules sortent de ce champ par le point S .

- Montrer que le mouvement d'un ion dans ce champ est uniforme et donner l'expression du rayon r de sa trajectoire. Calculer r .
- Représenter sur le schéma la déviation angulaire α puis la calculer.
- Préciser les caractéristiques du vecteur vitesse au point de sortie S .

3. Dans une troisième expérience l'ion entre avec une vitesse de valeur v_0 , dans un champ électrique \vec{E} créé entre les armatures C et D d'un condensateur plan. Soit l' la longueur de ces armatures et d leur écartement.

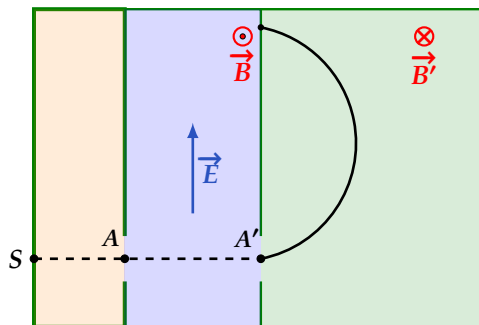


- (a) La vitesse \vec{v}_0 est contenue dans le plan (O, \vec{i}, \vec{j}) et fait un angle $\alpha = 15^\circ$ avec Ox . Déterminer le sens de la force électrique pour que les ions passent par le point S .
- (b) Établir l'expression de l'équation de la trajectoire des ions entre les armatures C et D .
- (c) Calculer alors la valeur de v_0 . On donne : $E = 2,5 \times 10^4 \text{ V/m}$ et $l' = 20 \text{ cm}$.
- (d) Déterminer la distance d entre les armatures C et D si la distance minimale séparent la trajectoire de l'ion et la plaque inférieure est $0,8 \text{ cm}$ et le point O est équidistant aux deux armatures.

Exercice 4



On négligera les effets de la pesanteur sur les ions



1. on considère les ions de deux isotopes du mercure $^{200}_{80}\text{Hg}^{2+}$ et $^{202}_{80}\text{Hg}^{2+}$ ils sont émis sans vitesse par la source S puis accélérés par la différence de potentiel U appliquée entre S et le plan P . les ions traversent le plan P par la fente A .
- (a) déterminer l'expression littérale de la vitesse en A d'un ion de masse m et de charge q .
- (b) Montrer que les deux espèces d'ions émis par la source S arrivent en ce point avec des vitesses différentes.
2. Les ions traversent la fente A du plan P , puis passent entre P et P' dans une zone où règnent un champ électrique \vec{E} et un champ magnétique \vec{B} ; dans cette zone ces deux champs sont constants et orthogonaux comme indiqués sur la figure suivante (\vec{E} est dans le plan de la feuille, \vec{B} est perpendiculaire à ce plan). Montrer que les ions qui ont une vitesse (notée \vec{v}_0) telle que $v_0 = \frac{E}{B}$ parviennent en A' .
3. Ces ions pénètrent en A' dans une capsule où règne un champ magnétique uniforme \vec{B}' (perpendiculaire au plan de de la figure), qui leurs impose une trajectoire circulaire de rayon r , puis ils impressionnent une plaque photographique

(voir figure).

(a) Déterminer la nature du mouvement d'un ion dans B' .

(b) Établir l'expression de rayon r en fonction de m, q, v_0, B' , puis en fonction de m, q, E, B et B' .

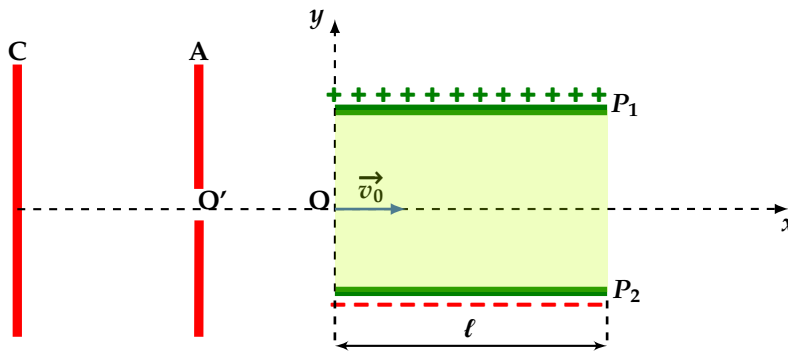
4. on réalise les réglages des valeurs de $\frac{E}{B}$ permettant successivement le passage en A' de ces deux espèces d'ions. En déduire la distance d qui sépare les deux points d'impact, sur la plaque photo, des ions des deux isotopes du mercure Hg^{2+} .

Données : $B = 0,1 \text{ T}$; $E = 6 \times 10^4 \text{ V/m}$; $B' = 0,2 \text{ T}$; masse d'un nucléon : $m_n = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$;
la valeur absolue de la charge de l'électron : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

Exercice 5



Le poids de l'électron sera négligeable devant les autres forces appliquées.



Un faisceau d'électrons est émis sans vitesse par une cathode C et accéléré par une anode A à l'aide d'une différence de potentiel $U_0 = V_A - V_C$.

1. Déterminer le signe de U_0 , appliquée entre C et A et calculer sa valeur si $AC = d_0 = 3 \text{ cm}$ et $E = 6 \times 10^3 \text{ V/m}$.

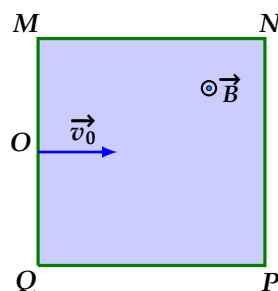
2. Calculer la vitesse v_0 , de l'électron lorsqu'il arrive en O' . On donne : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $m = 9 \times 10^{-31} \text{ kg}$.

En O , les électrons pénètrent avec la vitesse \vec{v}_0 dans une zone où règne un champ électrique dû à une tension U existant entre deux plaques P_1 et P_2 de longueur l et distantes de d . (voir figure).

3. Établir l'expression de l'équation de la trajectoire de l'électron entre les plaques. Donner cette expression en fonction de U_0, U et d . Préciser sa nature.

4. Déterminer la valeur de la tension U si la déviation angulaire électrique est telle que $\tan(\alpha) = 0,3$. On donne : $l = d = 4 \text{ cm}$.

On remplace le champ électrique \vec{E} par un champ magnétique \vec{B} créée dans une zone carrée $MNPQ$ de côté $a = 4 \text{ cm}$. Les électrons pénètrent dans cette zone au point O avec la vitesse \vec{v}_0 . (Voir figure suivante).

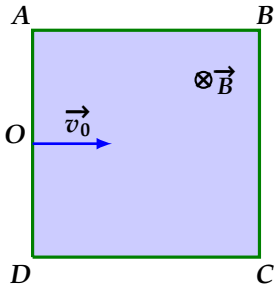


5. Déterminer la nature du mouvement de l'électron dans le champ magnétique \vec{B} .
6. Donner l'expression du rayon de la trajectoire en fonction de m, e, B et U_0 . Déterminer la valeur de la déviation angulaire magnétique α' si les électrons sortent entre P et N . On donne : $B = 2,25 \times 10^{-4} \text{ T}$.
7. Quelle est la valeur de B pour que l'électron effectue un quart de cercle?

Exercice 6



On néglige le poids de la particule devant les forces électrique ou magnétique.

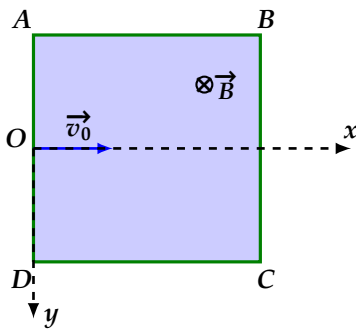


Une particule de masse m et de charge q positive est lancée dans le vide à la vitesse \vec{v}_0 dans un plan P carré de côté $a = 10 \text{ cm}$ où règne un champ magnétique uniforme

\vec{B} perpendiculaire à \vec{v} (voir fig).

- (a) Faire un schéma sur lequel il faut représenter la force \vec{F} . Montrer que le mouvement de la particule est uniforme et circulaire puis représenter sur la figure précédente la trajectoire.
- (b) Donner l'expression de la période T de rotation ainsi que celle de la fréquence N en fonction de $\frac{q}{m}$ et B . calculer T , si $B = 1 \text{ T}$ et $\frac{q}{m} = 10^8 \text{ C/Kg}$.

On applique simultanément au champ \vec{B} de la première question un champ électrique \vec{E} .



- (a) Indiquer sur une figure comment doit être dirigé \vec{E} si l'on veut que le mouvement de la particule de charge $q > 0$ soit rectiligne uniforme.
- (b) Calculer E . On donne $v_0 = 5.10^7 \text{ m/s}$.

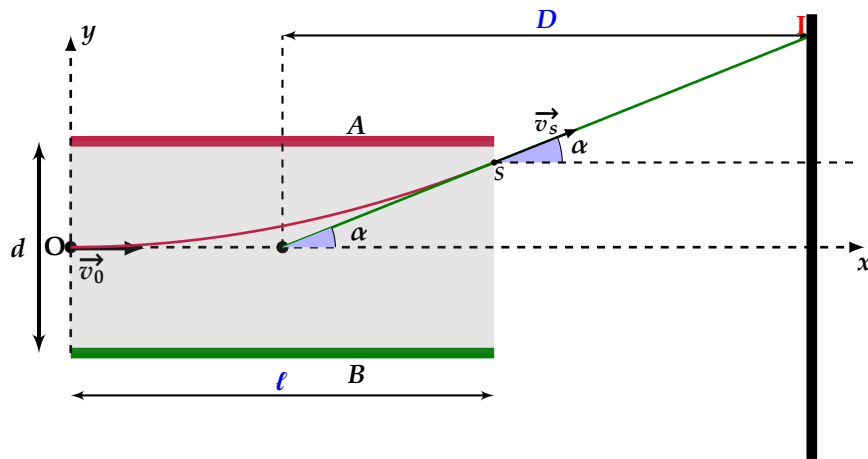
On supprime \vec{B} , la particule se déplace alors dans le champ électrique \vec{E} précédent (voir figure).

- (a) trouver l'expression de l'équation de la trajectoire de la particule dans ce champ. Conclure.
- (b) sachant que le particule sorte entre B et C . calculer la déviation angulaire α de la particule dans le champs électrique.

Exercice 7



Deux plaques métalliques rectangulaire et horizontales A et B , de longueur ℓ et distantes de d , sont soumises à un différence de potentiel positive $U = V_A - V_B = 100 \text{ V}$.



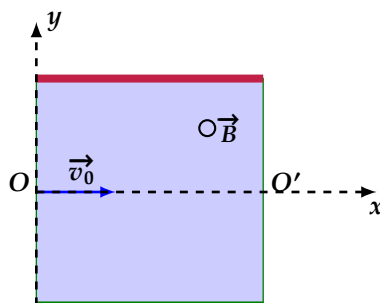
On donne : $d = 4 \text{ cm}$; $l = 10 \text{ cm}$.

1. Représenter le vecteur champ \vec{E} à l'intérieur des plaques et calculer sa norme E .
2. Un électron pénètre dans le champ électrostatique au point O avec une vitesse initiale \vec{v}_0 parallèle aux plaques.
 - (a) En négligeant le poids de l'électron devant la force électrostatique, établir l'équation cartésienne de la trajectoire de cet électron. En déduire les coordonnées du point S et la vitesse v_s de la particule à la sortie en S .
 - (b) Montrer que le mouvement de la particule au-delà de S est rectiligne uniforme et en déduire l'équation de la trajectoire la caractérisant.

On donne : $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$, $v_0 = 10^7 \text{ m/s}$

3. On place un écran à la distance $D = 50 \text{ cm}$ du centre des plaques, perpendiculaire à Ox .
 - (a) Calculer la valeur de l'angle α en degré.
 - (b) Déterminer les coordonnées du point d'impact I .
 - (c) Calculer la durée totale mise par la particule de O à I .

On superpose au champ électrostatique précédent, un champ magnétique uniforme \vec{B} perpendiculaire au plan xOy , et on place à la distance l' du point O un filtre qui ne laisse passer les particules que par le trou O' situé sur l'axe Ox voir figure.



4. Quelle doit être l'orientation du vecteur champ \vec{B} pour que les forces électromagnétiques soient de sens contraires.
5. Quelle condition doit remplir un électron pour traverser le filtre ?
6. Qu'arrive-t-il aux électrons qui ne remplissent pas cette condition ? Proposer un nom pour ce dispositif. **On donne :**
 $B = 3,33 \times 10^{-4} \text{ T}$

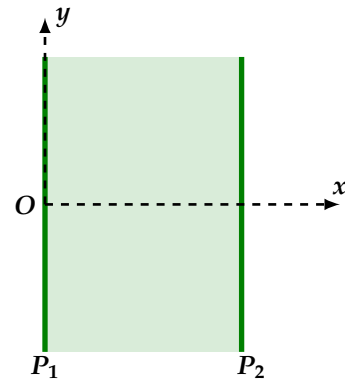
Exercice 8



Dans tout le problème on néglige les effets du champ de pesanteur sur les mouvements des ions.

Il existe deux isotopes de l'élément brome : ^{79}Br et ^{81}Br de masses respectives m_1 et m_2 .

des ions ^{79}Br et ^{81}Br de même charge q , pénètrent en O avec la même vitesse v_0 dans une région (R) de l'espace délimité par deux plaques P_1 et P_2 verticales et parallèles de distants d (voir figure).



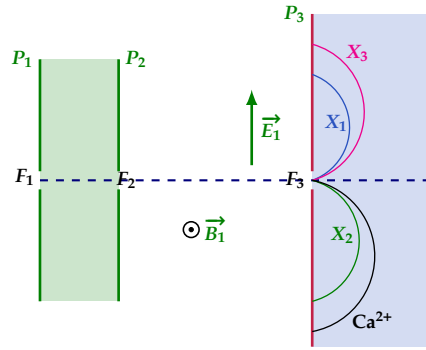
Dans la région (R) , on peut établir soit un champ magnétique uniforme \vec{B} , de valeur B ; soit un champ électrique uniforme \vec{E} de valeur E .

- Dans une première expérience, les ions sont dans la région (R) , en mouvement rectiligne uniformément accéléré.
 - Dans ce cas, quelle est la nature du champ appliqué? Justifier la réponse.
 - Faire un schéma clair précis sur lequel on indiquera la direction et le sens du vecteur champ ainsi que la vecteur force.
 - Montrer que la variation de l'énergie cinétique des ions entre l'instant t_0 d'entrée dans le champ et l'instant t_1 ils sortent est la même, quel que soit l'ion.
- Dans une deuxième expérience les ions de masse m_1 ou ceux de masse m_2 ont dans la région (R) une trajectoire circulaire de rayon r_1 ou r_2 située dans le plan (O, x, y) et sont déviés vers le haut.
 - Dans ce cas, quelle est la nature du champ appliqué? Justifier sans calcul la réponse.
 - Faire un schéma clair et précis sur lequel on indiquera la direction et le sens du vecteur champ et du vecteur force ainsi que la trajectoire dans (R) pour un ion de masse m_1 .
 - Établir l'expression littérale du rayon r_1 , de la trajectoire décrite par l'isotope de masse m_1
 - Déduire l'expression du rapport $\frac{r_1}{r_2}$
- Dans une troisième expérience, on applique simultanément un champ \vec{E} et un champ \vec{B} , le champ \vec{E} étant vertical ascendant. on constate alors que les ions ont un mouvement rectiligne uniforme.
 - Faire un schéma clair et précis sur lequel on indiquera les directions et les sens des vecteurs \vec{E} et \vec{B} . justifier la réponse.
 - Donner la relation liant E, B et v_0

Exercice 9



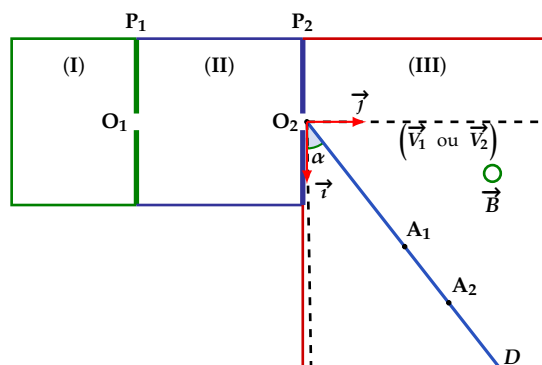
Des ions chargés positivement de masse m sont émis sans vitesse au trou F_1 , par une source S . On applique dans l'espace situé entre deux plaques P_1 et P_2 parallèles distante de d , une tension constante $U = V_{P_1} - V_{P_2}$ telle que $|U| = 10^3 \text{ V}$. (Voir la figure ci-dessous).



1. Déterminer le signe de la tension U pour que les ions atteignent la plaque P_2 avec une vitesse v .
2. Trouver l'expression de la vitesse v au point F_2 , en fonction de m, q et U .
3. La source S émet deux sortes d'ions $^{200}\text{Hg}^{2+}$ et $^{202}\text{Hg}^{2+}$. Calculer les vitesses d'arrivée de ces deux ions au point F_2 .
On donne : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_p = m_n = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$
4. Après la traversée du trou F_2 , les ions pénètrent dans l'espace délimité par les plaques P_2 et P_3 où règnent un champ électrique E_1 et un champ magnétique B_1 . Montrer que seuls les ions dont la vitesse vérifie la relation $V = \frac{E_1}{B}$, atteignent le trou F_3
Est-ce que les valeurs des vitesses calculées à la question 3 vérifient cette relation? On prendra $E_1 = 6 \times 10^4 \text{ V/m}$ et $B_1 = 1 \text{ T}$.
5. La source S émet à présent des ions X_1, X_2 et X_3 de masses respectives m_1, m_2 et m_3 et de même charge q telle que $|q| = e$. Ces ions arrivent au trou F_3 , avec la vitesse $v = \frac{E_1}{B_1}$, et sont déviés après F_3 , comme l'indique la figure par un autre champ magnétique \vec{B} de même valeur que \vec{B}_1 .
 - (a) Sachant que \vec{B} a fait dévier des ions Ca^{2+} comme l'indique la figure, déterminer le sens de \vec{B} et en déduire le signe de la charge de chacun des ions X_1, X_2 et X_3 .
 - (b) Calculer les masses m_1, m_2 et m_3 sachant que les rayons des trajectoires circulaires sont $r_1 = 2,2 \text{ cm}$, $r_2 = 1,44 \text{ cm}$ et $r_3 = 1,2 \text{ cm}$
 - (c) identifier les ions X_1, X_2 et X_3 , en utilisant le tableau suivant :

| | | | |
|-------------------|--------------------|--------------------|-------------------|
| $^{19}\text{F}^-$ | $^{35}\text{Cl}^-$ | $^{23}\text{Na}^+$ | $^{39}\text{K}^+$ |
|-------------------|--------------------|--------------------|-------------------|

Exercice 10



Donnés : masse ($^{12}\text{CO}_2^+$) : $m_1 = 44u$; masse ($^A\text{CO}_2^+$) : $m_2 = (32 + A)u$ et $1u = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$

- Des ions $^{12}\text{CO}_2^+$ et $^A\text{CO}_2^+$ quittent la chambre (I) d'ionisation au point O_1 sans vitesse et sont ensuite accélérés dans le vide entre deux plaques métalliques parallèles P_1 et P_2 qui délimitent la chambre (II) . La tension accélératrice a pour valeur absolue $U_0 = 4 \text{ kV}$.
 - Calculer la vitesse V_1 des ions $^{12}\text{CO}_2^+$ lorsqu'ils arrivent à la fente O_2 .
 - Exprimer en fonction de A et de V_1 , la vitesse V_2 des ions $^A\text{CO}_2^+$ en O_2 .
- Les ions pénètrent ensuite dans la chambre (III) où règne un champ magnétique uniforme orthogonal au plan de la figure, d'intensité $B = 0,25 \text{ T}$. Ils sont collectés sur la plaque détectrice (O_2D) inclinée de $\alpha = 30^\circ$ sur l'axe (O_2x).
 - Indiquer sur le schéma le sens du vecteur \vec{B} pour que les ions $^A\text{CO}_2^+$ parviennent en A_2 , et les ions $^{12}\text{CO}_2^+$ en A_1 .
 - Déterminer la nature du mouvement dans le plan (O_2, x, y).
 - Montrer que dans le repère (O_2, \vec{i}, \vec{j}) l'équation cartésienne de la trajectoire des ions est : $y = \sqrt{x(b-x)}$; b étant un réel positif dont on précisera la signification.
- Soit b_1 la valeur de b pour les ions $^{12}\text{CO}_2^+$. Exprimer b_1 en fonction de B, e, U_0 et u . Calculer sa valeur.
- Si b_2 est la valeur de b pour les ions $^A\text{CO}_2^+$, exprimer alors b_2 en fonction de b_1 et de A .
- Montrer que la hauteur $h = A_1A_2$ entre les points d'impact A_1 et A_2 des ions sur la plaque (O_2D) est :

$$h = b_1 \left(\sqrt{\frac{A+32}{44}} - 1 \right) \cos \alpha$$

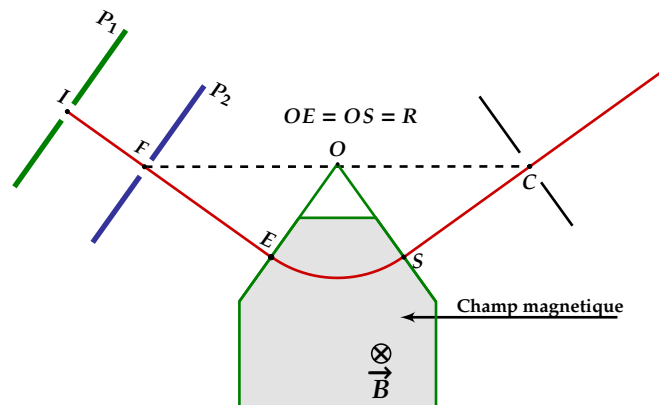
Calculer la valeur de A puis celle de V_2 sachant que $h = 4,87 \text{ mm}$.

Exercice 11



Dans tout l'exercice les ions se déplacent dans le vide et leur poids est négligeable devant les autres forces. On cherche à identifier les isotopes de l'hydrogène.

- Dans la chambre d'ionisation d'un spectrographe de masse, les atomes d'hydrogène sont transformés en ions H^+ . Chaque ion, de masse m et de charge q , sort de la chambre d'ionisation avec une vitesse quasiment nulle et est accéléré entre deux plaques P_1 et P_2 par une tension $U = V_{P_1} - V_{P_2}$, de valeur réglable. Ces ions sont ensuite déviés entre E et S par un champ magnétique uniforme \vec{B} . Ils sont enfin recueillis à l'entrée fixe C d'un collecteur à la sortie du champ magnétique voir figure suivante :



- Établir en fonction de la charge q , de la masse m de l'ion H^+ et de la tension U l'expression de la vitesse v avec laquelle un ion hydrogène pénètre en E dans le domaine du champ magnétique.

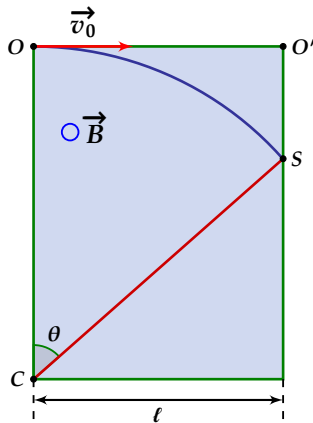
- (b) Montrer que la portion (E, S) de la trajectoire de chaque ion est un arc de cercle de centre O et de rayon R . On exprimera ce rayon R en fonction de la charge q , de la vitesse v de l'intensité B du champ magnétique et de la masse m puis en fonction de q , B , de la tension U et m .
- (c) Établir l'expression de la durée τ de la traversée de l'espace champ magnétique par les ions en fonction de q , B , m et de l'angle $\beta = \widehat{E\hat{O}S}$.
2. La chambre d'ionisation contient un mélange d'isotopes de l'hydrogène. Tous les ions que l'on veut recueillir dans le collecteur doivent suivre le même trajet (*IFESC*).
- (a) Pour que les ions ${}^1\text{H}^+$ soient collectés en C , il faut donner à la tension réglable, la valeur $U_0 = 8025 \text{ V}$. Calculer le rayon de leur trajectoire dans le champ magnétique d'intensité $B = 0,5 \text{ T}$.
- (b) Pour recueillir les autres isotopes de l'hydrogène dans le collecteur en C suivant le même trajet, il faut donner à la tension réglable, des valeurs comprises entre $U_1 = 2675 \text{ V}$ et $U_2 = 5350 \text{ V}$ déduire les valeurs des nombres de masse des autres isotopes de l'hydrogène.
3. Les points F , O et C se trouvent sur une même droite. Établir la relation :

$$D = \frac{4}{B} \sqrt{\frac{mU}{q(1 - \cos \beta)}} \quad \text{avec } D = FC$$

Exercice 12



Une particule de charge q et de masse m pénètre en un point O dans une zone où règne un champ magnétique uniforme \vec{B} perpendiculaire au plan de la figure avec une vitesse \vec{v}_0 horizontale et sort par le point S . La durée de la traversée est Δt .



- Calculer la déviation magnétique θ .
- Calculer la largeur l de la zone.
- Calculer le rapport $\frac{|q|}{m}$ et identifier la particule.
- Compléter le schéma en représentant \vec{F}_m et \vec{B} .
- Calculer l'intensité de la force magnétique.
- Donner les caractéristiques du champ \vec{B}' superposé à \vec{B} pour que la particule sorte par O' .

Données :

$$\Delta t = 10^{-5} \text{ s} ; T = 8 \times 10^{-5} \text{ s} ; v_0 = 10^5 \text{ m/s} ; B = 1,65 \times 10^{-3} \text{ T} ; e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C} ; m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ Kg}$$

| Particule | $\frac{ q }{m}$ (en C/Kg) |
|------------------------------|---------------------------|
| Électron | $1,7 \times 10^{11}$ |
| Proton | $9,5 \times 10^7$ |
| Alpha ${}^4_2\text{He}^{2+}$ | $4,8 \times 10^7$ |

Oscillations mécaniques libres

| | | |
|------|---|----|
| 1 | Étude cinématique d'un corps en mouvement rectiligne sinusoïdal | 77 |
| 1.1 | Vitesse instantanée du mobile | 77 |
| 1.2 | Relation indépendante du temps entre $x(t)$ et $v(t)$ | 77 |
| 1.3 | Courbe représentative de $x(t)$ et $v(t)$ | 78 |
| 1.4 | Représentation de v^2 en fonction de x^2 | 78 |
| 1.5 | Accélération instantanée du mobile : | 78 |
| 1.6 | Relation indépendante du temps entre $x(t)$ et $a(t)$ | 78 |
| 1.7 | Courbes $a(t)$ et $x(t)$: | 79 |
| 1.8 | Courbe représentative de $v(t)$ et $a(t)$ | 79 |
| 1.9 | Représentation de a^2 en fonction de v^2 | 79 |
| 1.10 | Équation différentielle d'un mouvement rectiligne sinusoïdal : | 80 |
| 2 | oscillations mécaniques libres non amorties | 80 |
| 3 | Allongement d'un ressort | 80 |
| 4 | Tension d'un ressort | 80 |
| 5 | Étude dynamique du ressort : cas d'un ressort horizontal | 81 |
| 5.1 | Inventaires des forces | 81 |
| 5.2 | Nature du mouvement | 81 |
| 6 | Étude dynamique du ressort : cas d'un ressort vertical | 81 |
| 7 | Les paramètres de l'équation du mouvement | 82 |
| 8 | Démarche d'identification des paramètres | 82 |
| 9 | Étude énergétique d'un ressort | 83 |
| 9.1 | Cas d'un ressort horizontal | 83 |
| 9.2 | Cas d'un ressort vertical | 83 |
| 9.3 | Représentation de E_p , E_c et E_m en fonction de x et de x^2 | 83 |

CE QU'IL FAUT COMPRENDRE PUIS RETENIR**1 Étude cinématique d'un corps en mouvement rectiligne sinusoïdal**

Définition 1.1. Dans un repère (O, \vec{i}) , un mobile est en mouvement rectiligne sinusoïdal si sa trajectoire est portée par une droite et que son abscisse est une fonction sinusoïdale au cours du temps tel que :

$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \varphi_x)$$

Avec :

♥ x_m : Amplitude du mouvement du mobile (m) et ♥ φ_x : Phase initiale du mouvement du mobile (rad) et $(-x_m \leq x(t) \leq x_m)$ $(-\pi < \varphi_x \leq \pi)$.

♥ ω : pulsation propre en rad/s

Le mouvement rectiligne sinusoïdal est caractérisé par :

♥ Une période c'est la durée d'une oscillation du mobile notée ' T ' et exprimée par

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (s)$$

♥ Une fréquence c'est le nombre d'oscillation par seconde notée ' N ' et exprimée par

$$N = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (Hz)$$

1.1 Vitesse instantanée du mobile

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -x_m \omega \sin(\omega t + \varphi_x) = v_m \cos(\omega t + \varphi_v)$$

Avec :

♥ v_m : vitesse maximale du mobile : $v_m = x_m \omega$ ($m \cdot s^{-1}$). ♥ φ_v : phase initiale de la vitesse (rad) : $\varphi_v = \varphi_x + \frac{\pi}{2}$.

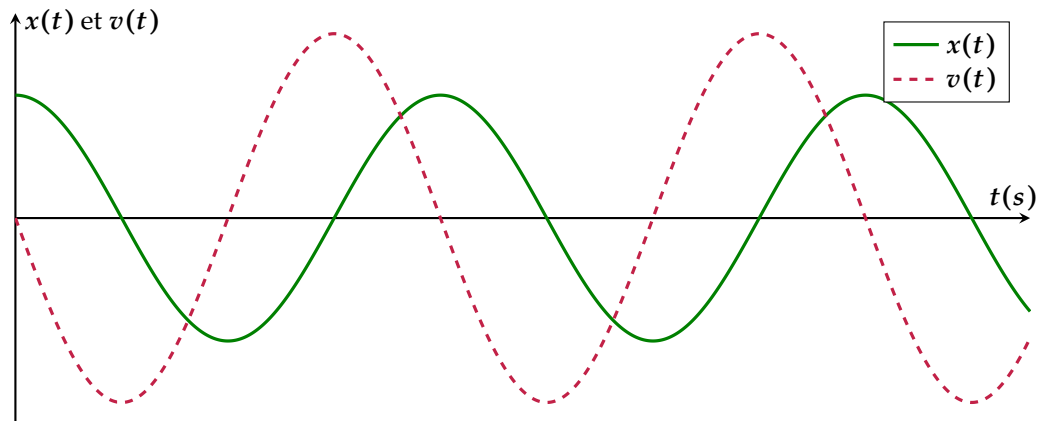
R $v(t)$ est en quadrature avance de phase par rapport à $x(t)$ c'est-à-dire que $v(t)$ atteint sa valeur maximale avant $x(t)$ et que lorsque l'une est nulle l'autre est minimale ou maximale.

1.2 Relation indépendante du temps entre $x(t)$ et $v(t)$

On montre facilement que :

$$v^2 = \omega^2 (x_m^2 - x^2) = \omega^2 x_m^2 - \omega^2 x^2$$

1.3 Courbe représentative de $x(t)$ et $v(t)$

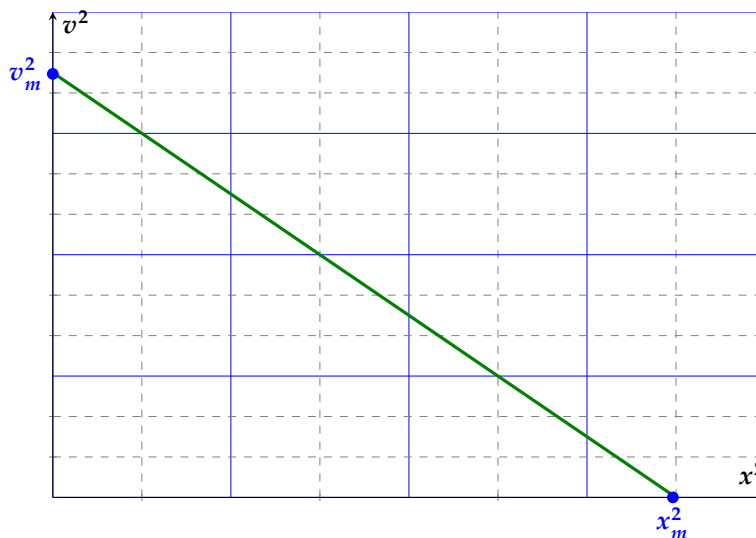


1.4 Représentation de v^2 en fonction de x^2

On a déjà que :

$$v^2 = \omega^2 x_m^2 - \omega^2 x^2$$

Alors $v^2 = f(x^2)$ est une droite affine décroissante de pente $-\omega^2$.



1.5 Accélération instantanée du mobile :

$$a_t = \frac{dv(t)}{dt} = -x_m \omega^2 \cos(\omega t + \varphi_x) = x_m \omega^2 \cos(\omega t + \varphi_x + \pi) = a_m \cos(\omega t + \varphi_a)$$

♥ a_m : Accélération maximale du mobile : $a_m = v_m \omega = x_m \omega^2$ ($m \cdot s^{-2}$).

♥ φ_a : Phase initiale de l'accélération du mobile (rad) : $\varphi_a = \varphi_v + \frac{\pi}{2} = \varphi_x + \pi$.

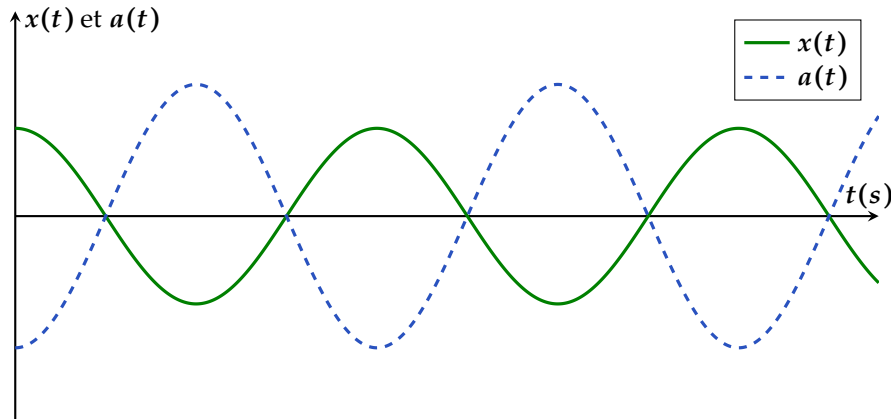
1.6 Relation indépendante du temps entre $x(t)$ et $a(t)$

On montre que :

$$a(t) = -\omega^2 x(t)$$

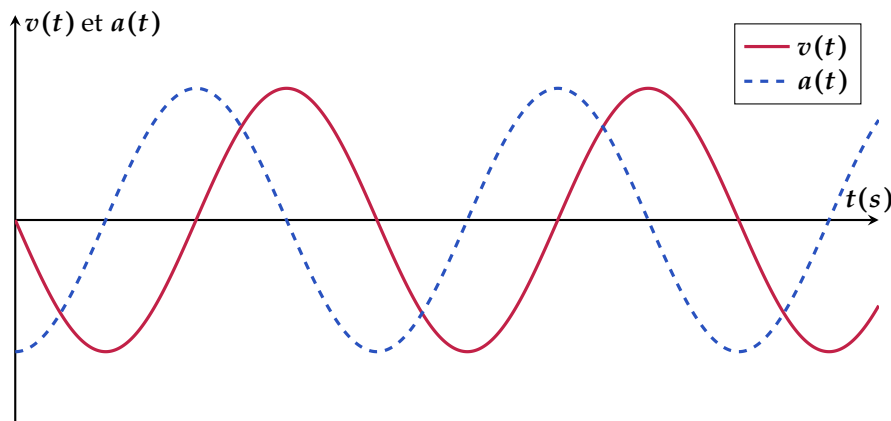
- R** On a : $\varphi_a = \varphi_x + \pi \Rightarrow a(t)$ et $x(t)$ sont en opposition de phase c'est-à-dire $a(t)$ et $x(t)$ s'annulent au même temps et lorsque l'une est maximale l'autre est minimale.

1.7 Courbes $a(t)$ et $x(t)$:



- R** $a(t)$ est en quadrature avance de phase par rapport à $v(t)$ c'est-à-dire que $a(t)$ atteint sa valeur maximale avant $v(t)$ et que lorsque l'une est nulle l'autre est minimale ou maximale.

1.8 Courbe représentative de $v(t)$ et $a(t)$

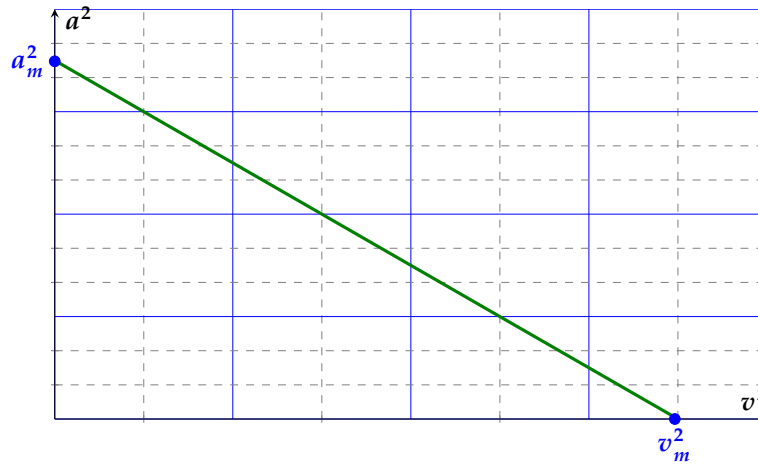


1.9 Représentation de a^2 en fonction de v^2

On montre que :

$$a^2 = -\omega^2 v^2 + a_m^2 \quad \text{avec} \quad a_m = \omega v_m = \omega^2 x_m$$

Alors $a^2 = f(v^2)$ est une droite affine décroissante de pente $-\omega^2$.



1.10 Équation différentielle d'un mouvement rectiligne sinusoïdal :

Puisque $a(t) = -\omega^2 x(t)$ alors :

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \omega^2 x(t) = 0 \Rightarrow x'' + \omega^2 x = 0$$

Cette équation différentielle admet comme solution $x(t) = x_m \sin(\omega t + \varphi_x)$.

2 oscillations mécaniques libres non amorties

Un système mécanique qui effectue un mouvement d'aller-retour de part et d'autre de sa position d'équilibre est dit oscillateur mécanique. Une oscillation est un aller-retour autour de la position d'équilibre.

Exemple : masse accroché à un ressort.

3 Allongement d'un ressort

L'allongement δl d'un ressort est la variation de sa longueur, il est donné par la formule suivante :

$$\delta l = l - l_0$$

Avec :

♥ l_0 : la longueur à vide (avant d'accrocher la masse)

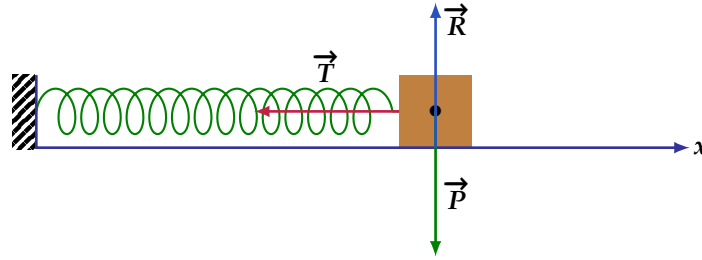
♥ l : La longueur finale du ressort.

4 Tension d'un ressort

Définition 4.1. La force \vec{T} exercée par le ressort sur le solide accroché au bout du ressort est appelée **force de rappel**. Elle est proportionnelle à l'allongement x du ressort :

$$T = kx$$

5 Étude dynamique du ressort : cas d'un ressort horizontal



5.1 Inventaires des forces

♥ Le poids : $\vec{P} = m\vec{g}$.

♥ la réaction du support : \vec{R} .

♥ La force de rappel exercée par le ressort : \vec{T} avec $\|\vec{T}\| = k.x$.

5.2 Nature du mouvement

Le principe fondamentale de la dynamique donne :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$$

On projette suivant le sens du mouvement on obtient :

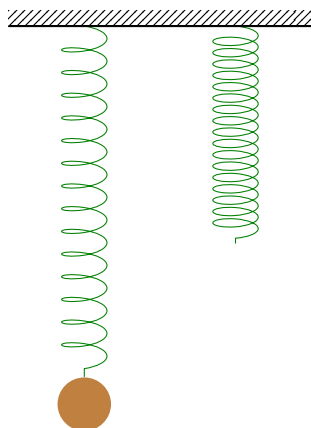
$$-T = m.a \quad \text{avec} \quad T = kx \quad \text{et} \quad a = x''$$

On obtient finalement :

$$x'' + \frac{k}{m}x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x'' + \omega^2 x = 0$$

C'est l'équation différentielle caractérisant un mouvement rectiligne sinusoïdal. Avec : $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$: pulsation propre en (rad/s), la période est donc : $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

6 Étude dynamique du ressort : cas d'un ressort vertical



Inventaires des forces :

- Le poids : $\vec{P} = m\vec{g}$.
- La force de rappel exercée par le ressort : \vec{T} avec $T = k(x + \delta\ell_0)$.

Avec $\delta\ell_0 = \ell_e - \ell_0$ l'allongement à l'équilibre (lorsque on a accroché la masse).

Le principe fondamentale de la dynamique donne :

$$\vec{P} + \vec{T} = m \vec{a}$$

En projetant suivant le sens du mouvement on obtient :

$$-T + P = m \cdot a \quad \text{avec} \quad T = k \cdot (x + \delta l_0) \quad \text{et} \quad a = x''$$

$$\Rightarrow mx'' + k(\delta l_0 + x) - mg = 0$$

Or à l'équilibre on a :

$$\vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$$

La projection suivant le sens du mouvement donne :

$$P - T = 0 \Rightarrow mg - k\delta l_0 = 0 \Rightarrow mg = k\delta l_0$$

En remplaçant dans l'équation précédente on trouve finalement :

$$x'' + \frac{k}{m}x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x'' + \omega^2 x = 0$$

7 Les paramètres de l'équation du mouvement

La solution de l'équation différentielle du mouvement obtenue précédemment à savoir :

$$x'' + \frac{k}{m}x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x'' + \omega^2 x = 0$$

est de la forme :

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$$

L'équation du mouvement de la masse accroché au ressort est donc de la forme :

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$$

Avec :

- x_m : la valeur maximale de x en m .
- φ : la phase initiale ou déphasage en rad .
- ω : Pulsation propre en rad/s ; $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

8 Démarche d'identification des paramètres

Bien que chaque cas soit différent et que seule la **pratique** et la **confrontation à des situations différentes** permettent de se préparer à faire face à des problématiques inédites, on peut proposer la démarche ci-dessous.

- L'identification de x_m se fait à partir de la valeur maximale sur la courbe du mouvement.
- Pour ω on peut utiliser directement la formule $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

- Pour φ on peut utiliser les conditions initiales :

Démarche : On sait que la vitesse est $v =$

$$-\omega x_m \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow v_0 = -\omega x_m \sin(\varphi) \text{ de même}$$

$$x_0 = x_m \cos(\varphi)$$

9 Étude énergétique d'un ressort

9.1 Cas d'un ressort horizontal

Pour un ressort horizontal et si l'origine des énergies de potentielle pesanteur est le support alors : $E_{pp} = 0$. il reste à définir l'énergie cinétique et l'énergie potentielle élastique et l'énergie mécanique.

- Énergie cinétique : $E_c = \frac{1}{2}mv^2$.
- Énergie potentielle élastique : $E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2$.
- Énergie mécanique :

$$E_m = E_c + E_{pe} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

On montre que l'énergie mécanique est constante (ne dépend pas du temps) en utilisant un calcul direct ou le théorème de l'énergie mécanique. sa valeur pour un ressort horizontal est :

$$E_m = \frac{1}{2}kx_m^2$$

9.2 Cas d'un ressort vertical

Pour un ressort vertical et si l'origine des énergies de potentielle pesanteur est le plan horizontal passant par le point d'équilibre alors :

- Énergie cinétique : $E_c = \frac{1}{2}mv^2$.
- Énergie potentielle élastique : $E_{pe} = \frac{1}{2}k(x + \delta\ell_0)^2$.
- Énergie potentielle de pesanteur : $E_{pp} = -mgx$.
- Énergie mécanique :

$$E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx + \delta\ell_0^2 - mgx$$

On montre que l'énergie mécanique est constante (ne dépend pas du temps) en utilisant un calcul direct ou le théorème de l'énergie mécanique. sa valeur pour un ressort vertical est :

$$E_m = \frac{1}{2}k(x_m^2 + \delta\ell_0^2)$$

9.3 Représentation de E_p , E_c et E_m en fonction de x et de x^2

Pour un ressort horizontal on a :

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

Alors : $E_p = f(x)$ est une branche parabolique de concavité orientée vers les énergies positives. et $E_p = f(x^2)$ est une droite linéaire de coefficient directeur égale à $\frac{k}{2}$.

Pour l'énergie cinétique on montre que :

$$E_c(x) = \frac{1}{2}k(x_m^2 - x^2) = E_m - \frac{1}{2}kx^2$$

Alors :

$E_c = f(x)$ est une branche parabolique de concavité orientée vers les énergies négatives. $E_c = f(x^2)$ est une droite affine de coefficient directeur égale à $-\frac{k}{2}$.

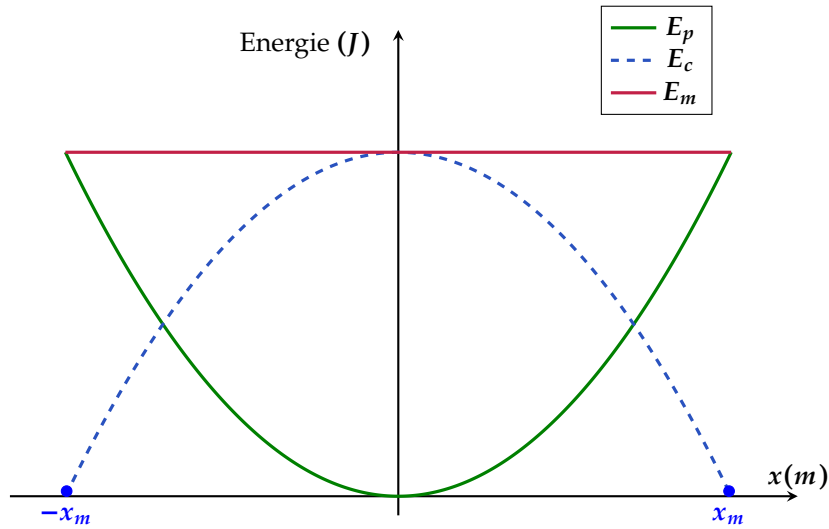


FIGURE 5.1 – Énergie en fonction de x

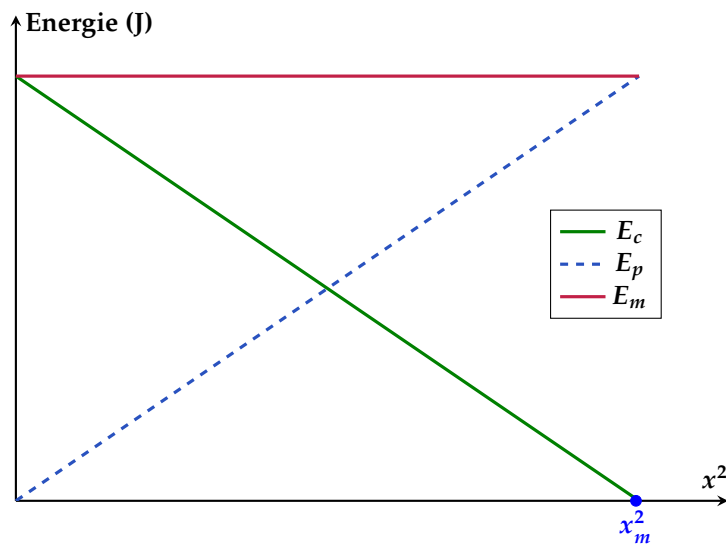
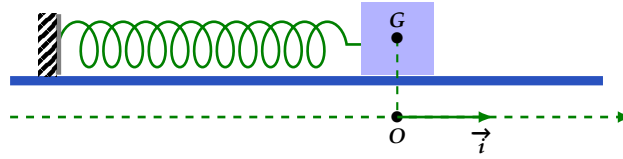


FIGURE 5.2 – Énergie en fonction de x^2

Exercice 1

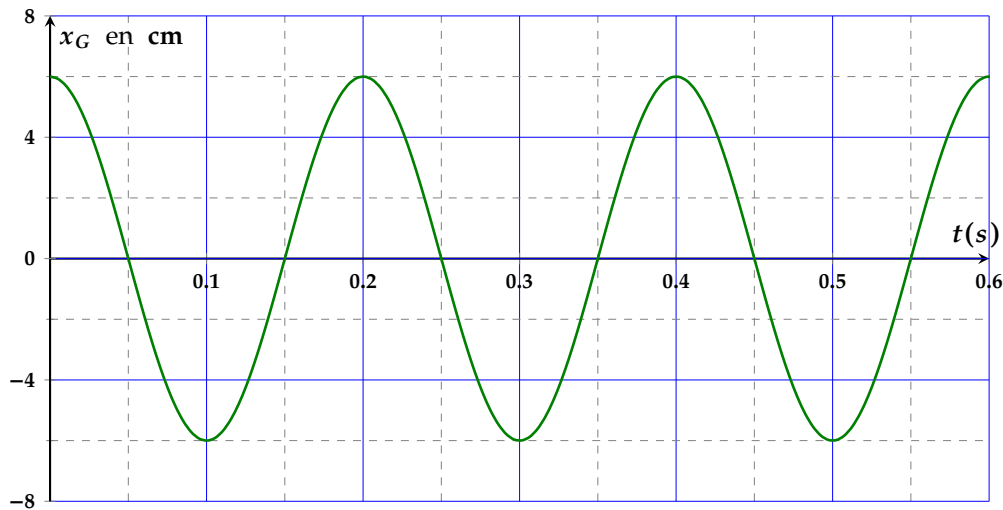


On relie un corps solide (S), de masse $m = 182 \text{ g}$, à un ressort à spires non jointive, de masse négligeable et de raideur k , et on fixe l'autre bout du ressort à un support fixe voir figure suivante :



Le corps (S) peut glisser sans frottement sur un plan horizontal. On écarte le corps (S) de sa position d'équilibre de la distance x_m , et on le libère sans vitesse initiale. Pour étudier le mouvement de G centre de gravité de S, on choisie le référentiel galiléen (O, \vec{i}) tel que la position de G à $t = 0$ est confondue avec l'origine O. On repère la position de G à l'instant t par l'abscisse x dans le repère (O, \vec{i})

1. Démontrer que l'équation différentielle du mouvement de G s'écrit : $x'' + \frac{k}{m}x = 0$. L'étude expérimentale du mouvement de G a permis d'obtenir le graphe représenté sur la figure suivante :



Sachant que la solution de cette équation s'écrit : $x(t) = x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$

2. Trouver l'expression de la période propre T_0
3. Déterminer en exploitant le graphe les grandeurs suivantes :
- l'amplitude x_m , la période T_0 et φ la phase à l'origine des dates .
 - En déduire la raideur k du ressort .

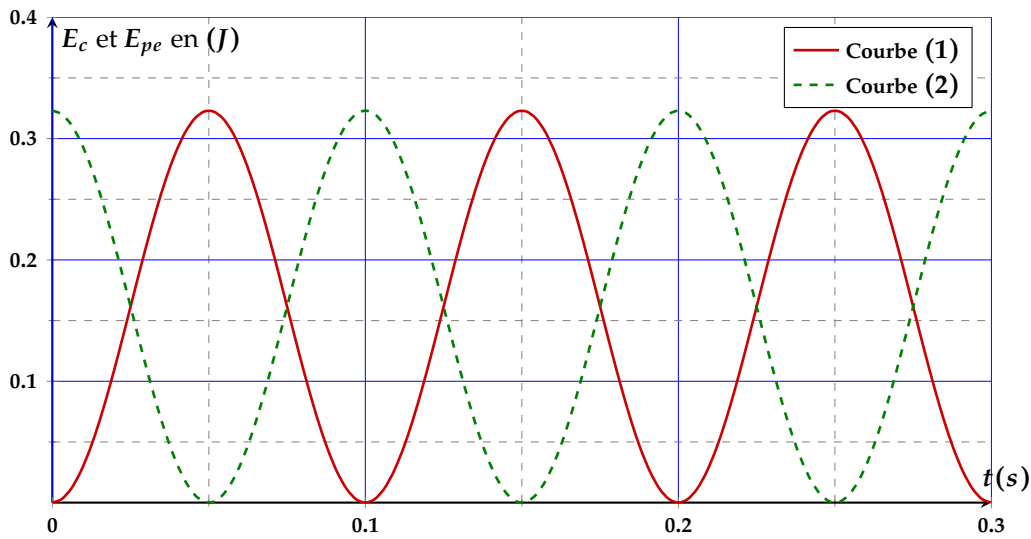
On choisi le plan horizontal passant par la position de G à l'équilibre comme origine de l'énergie potentielle de pesanteur et l'état où le ressort n'est pas déformé comme origine de l'énergie potentielle élastique .

4. Montrer que l'énergie cinétique E_c du corps S s'écrit :

$$E_c = \frac{k}{2} (x_m^2 - x^2)$$

5. Trouver l'expression de l'énergie mécanique du système (Corps ,ressort) en fonction de x_m et k et en déduire la vitesse v_G lorsque G passe par la position d'équilibre dans le sens positif .

A l'aide d'un dispositif informatique adéquat, on obtient les deux courbes représentant les variations de l'énergie E_c cinétique et l'énergie potentielle élastique E_{pe} du système oscillant en fonction du temps.



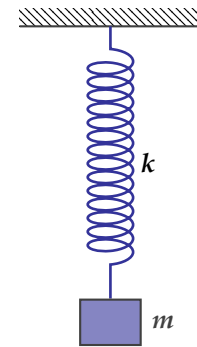
6. Indiquer parmi les courbes (1) et (2) celle qui représente les variations de l'énergie cinétique E_c . Justifier votre réponse.
7. Déterminer la valeur de l'énergie mécanique E_m du système oscillant.
8. En déduire la valeur de la distance x_m . Comparer cette valeur avec la valeur trouvée précédemment et conclure.

Exercice 2

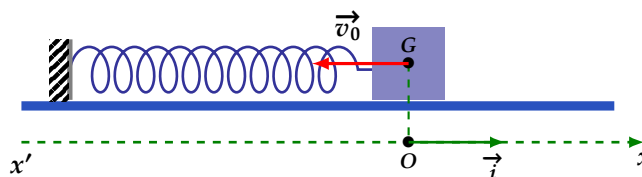


On donne $g = 10 \text{ m/s}^2$.

On suspend à l'extrémité inférieure d'un ressort de masse négligeable à spires non jointives et de coefficient de raideur k un solide S de masse $m = 100 \text{ g}$. Voir figure ci-contre.



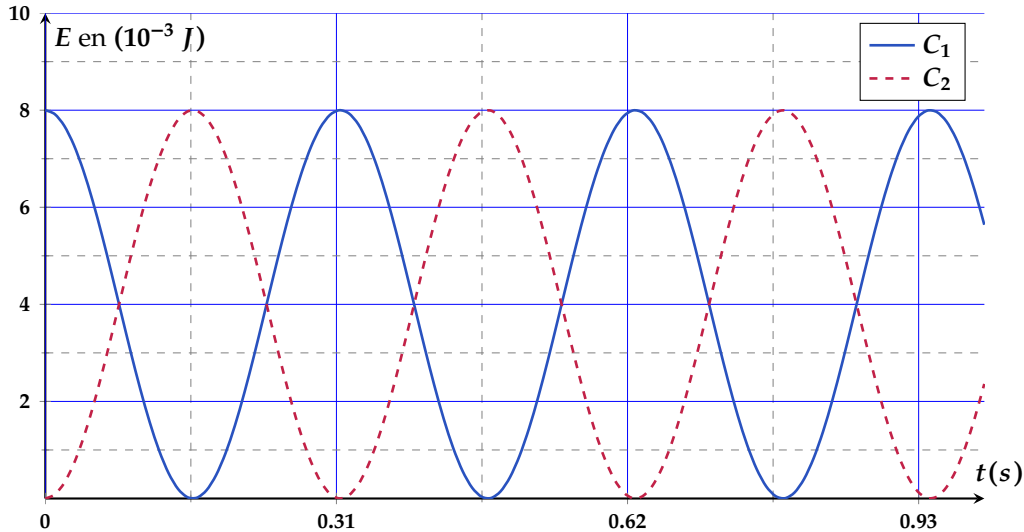
1. A l'équilibre le ressort est allongé de 10 cm . Calculer la raideur k du ressort.
2. Le pendule élastique précédant est maintenant placé sur un plan horizontal et la masse peut se déplacer sans frottement le long de l'axe horizontal ($x'x$).



A la date $t = 0$, le solide S étant en position d'équilibre, on lui communique une vitesse \vec{v}_0 de valeur $v_0 = 0,4 \text{ m/s}$ dirigée suivant l'axe du ressort comme l'indique la figure suivante.

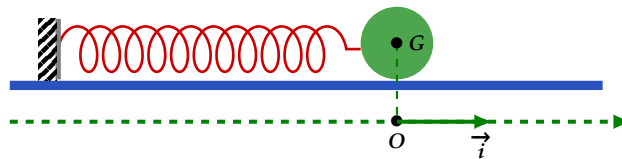
- (a) Établir l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie G du solide S .
- (b) Déterminer l'équation horaire du mouvement de G .
3. On prendra l'énergie potentielle de pesanteur du système nulle sur le plan horizontal passant par G . Exprimer, à la date t , l'énergie mécanique totale E_m du système (ressort; solide; terre) en fonction de k , m , x et v puis en fonction de k et de l'élongation maximale x_m .

La figure suivante représente les courbes C_1 et C_2 des variations des énergies cinétique E_c et potentielle E_p en fonction du temps.



4. Identifier la courbe représentative de chaque énergie.
5. En utilisant les courbes déterminer retrouver les valeurs de k et la masse m .

Exercice 3



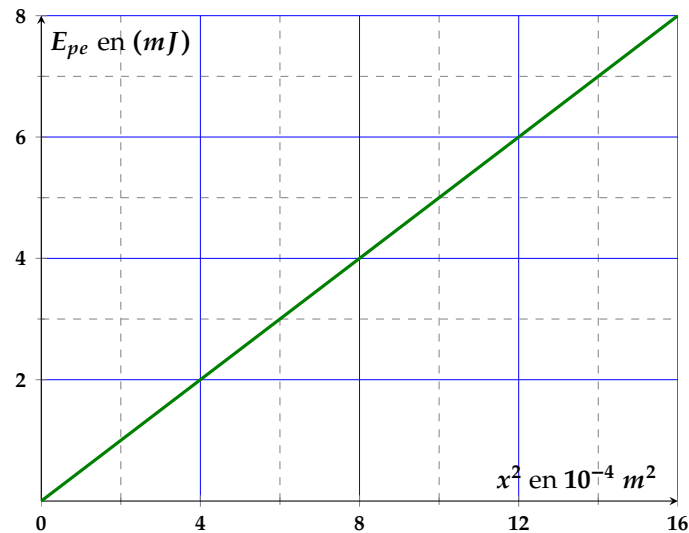
On fixe un solide (S) à un ressort horizontal à spires non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur k . À l'équilibre, le centre d'inertie G coïncide avec l'origine du repère (O, \vec{i}) lié à la terre considéré comme galiléen (Voir figure).

On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre et on le libère sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$.

Données :

- Tous les frottements sont négligeables.
- On choisit l'état où le ressort n'est pas déformé comme référence de l'énergie potentielle élastique E_{pe} et le plan horizontal contenant G comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} .

La courbe de la figure suivante représente les variations de E_{pe} en fonction de x^2 , carré de l'abscisse x du centre d'inertie G dans le repère (O, \vec{i}) .

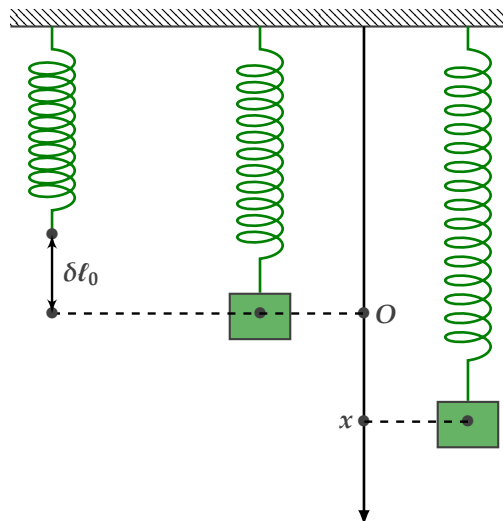


- En exploitant la courbe de la figure précédente, trouver les valeurs de :
 - la constante de raideur k .
 - l'énergie potentielle élastique maximale $E_{pe,max}$.
- Déduire, en justifiant votre réponse, la valeur de l'énergie mécanique E_m du système oscillant.
- Le centre d'inertie G passe par la position d'équilibre dans le sens positif avec la vitesse $v = 0,25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Montrer que l'expression de la période propre des oscillations s'écrit $T_0 = 2\pi \cdot \frac{x_m}{v}$. Calculer T_0 .

Exercice 4


On néglige les frottements.

On fixe l'une des extrémités d'un ressort à spires non jointives de raideur k et de masse négligeable (voir figure). Le ressort s'allonge de $\delta\ell = 2 \text{ cm}$ lorsqu'on suspend à son autre extrémité une masse ponctuelle $m = 400 \text{ g}$.



- Calculer la valeur de la constante de raideur k du ressort.

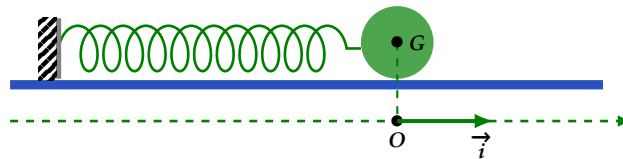
Le point matériel effectue des oscillations et à un instant t quelconque ce point matériel a pour abscisse x et pour vitesse v . On prend pour origine des énergies potentielles de pesanteur le plan horizontal passant par l'origine O des abscisses et pour origine des énergies potentielles élastiques l'énergie potentielle du ressort lorsqu'il n'est ni comprimé ni allongé.

- Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} en fonction de m , g et x .
- Exprimer l'énergie potentielle élastique du ressort E_{pe} en fonction de m , g , x et k .
- Exprimer l'énergie mécanique E_m du système (ressort-masse-terre) en fonction de m , g , x , v et k .
- Déterminer la nature du mouvement et écrire son équation horaire si à l'instant $t = 0$, $x_0 = 0$ et $v_0 = -2 \text{ m.s}^{-1}$.
- Calculer la valeur de E_m

Exercice 5



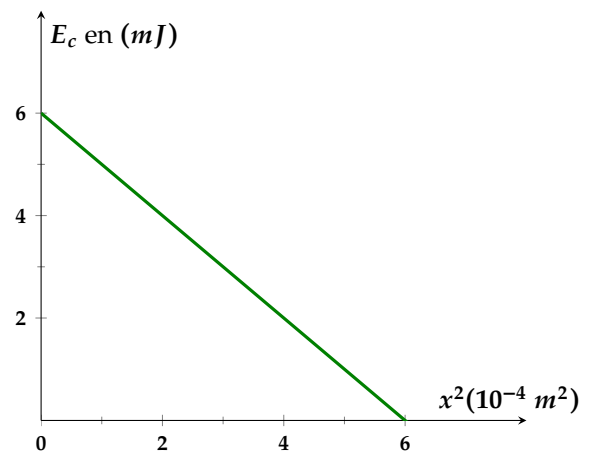
On dispose d'un corps (C) de masse $m = 0,1 \text{ Kg}$ supposé ponctuel, pouvant coulisser sans frottement sur une tige (T) horizontale. Le corps (C) est au repos tel que son centre d'inertie G coïncide avec la position O , origine du repère (O, \vec{i}) . Il est solidaire de l'extrémité d'un ressort (R) à spires non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur k , l'autre extrémité du ressort est fixe comme indiqué sur la figure suivante :



- On écarte le corps (C) de sa position d'équilibre O jusqu'au point d'abscisse $x_0 = +2 \text{ cm}$ et on le lance avec une vitesse v_0 de même direction et sens contraire que \vec{i} .
 - On suppose que l'énergie potentielle de pesanteur dans le plan horizontal contenant la tige (T) est nulle. Déterminer l'expression de l'énergie mécanique E du système { corps (C), ressort, Terre}.
 - Montrer que le système est { corps (C), ressort, Terre} conservatif.
 - Déterminer alors l'expression de l'énergie mécanique E en fonction de m , k , x_0 et v_0 .
 - En exploitant le caractère conservatif du système { corps (C), ressort, Terre}, montrer que le corps (C) oscille entre deux positions extrêmes symétriques par rapport à O dont on déterminera les abscisses x_1 et x_2 en fonction de m , k , x_0 et v_0 .
- Déterminer l'expression de l'énergie cinétique E_c du corps (C) en fonction de m , k , x_0 , v_0 et x .

On donne la courbe représentant la variation de l'énergie cinétique E_c en fonction du carré de l'élongation x^2 (figure ci-contre). Déduire :

- la constante de raideur k du ressort
- La valeur v_0 de la vitesse du corps (C)
- L'énergie mécanique E
- La valeur de la vitesse du corps (C) au passage par sa position d'équilibre

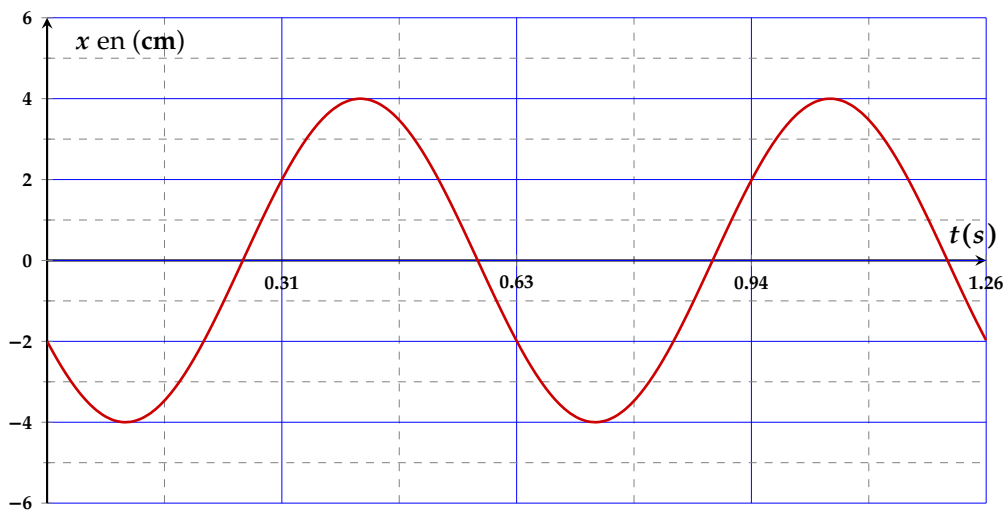
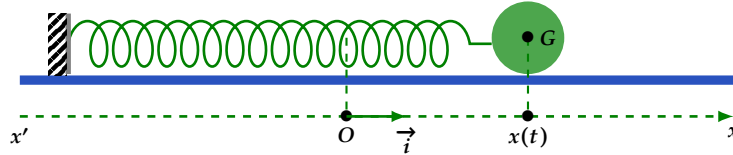


Exercice 6

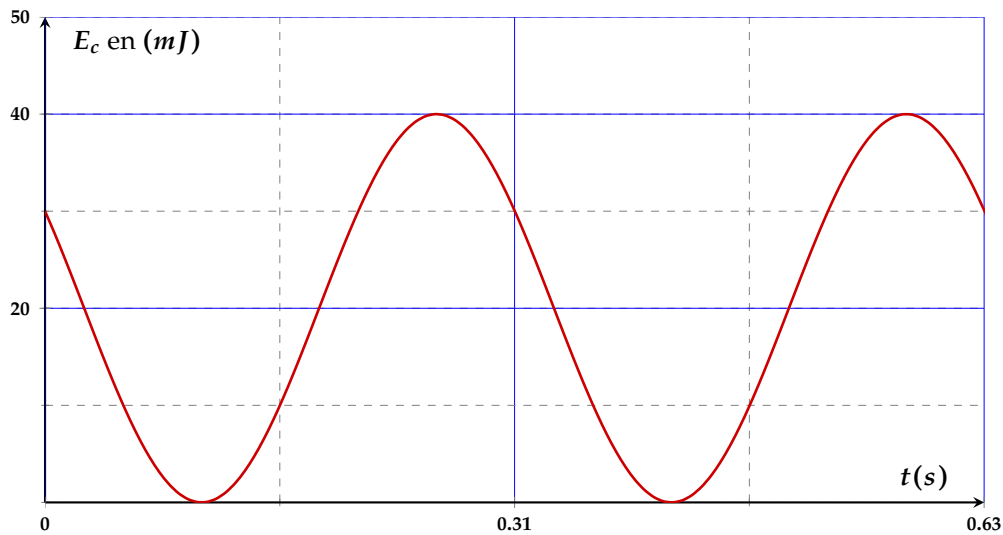


Un pendule élastique est constitué d'un solide (S) de masse m pouvant coulisser, sans frottement, sur une tige horizontale (T) et d'un ressort, à spires non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur k .

La position du centre d'inertie G de (S) est repérée par son abscisse $x(t)$ sur un axe horizontal ($x'Ox$). L'origine O des abscisses est confondue avec la position de G lorsque le solide (S) est en équilibre. Écarté de sa position d'équilibre puis abandonné, le solide (S) se met à osciller de part et d'autre du point O . A un instant de date t , le système est représenté comme indiqué sur la figure suivante :



- Reproduire la figure puis représenter les forces extérieures qui s'exercent sur (S).
- A l'aide d'un dispositif approprié, on enregistre l'évolution de l'abscisse x en fonction du temps. On obtient la courbe de la figure ci-dessous.
 - Quelle est la nature du mouvement du solide (S).
 - A partir de la courbe, dire si le solide (S) est abandonné à $t = 0$ s avec une vitesse ou sans vitesse. Justifier.
- Établir l'expression de l'énergie mécanique E_m du système { Solide S + ressort } en fonction de x , v , k et m .
- Sachant que $x(t) = x_m \cos(\omega t + \varphi)$. Montrer que cette énergie mécanique est constante. Dédurre ensuite l'équation différentielle qui régit l'évolution de l'abscisse $x(t)$ du centre d'inertie G .
- Déterminer à partir de la courbe de $x(t)$ l'amplitude x_m , la période T , la pulsation ω et la phase initiale φ . Dédurre l'expression de $x(t)$.
- La courbe de la figure ci-dessous représente les variations de l'énergie cinétique E_c du pendule au cours du temps.



7. Etablir l'expression de l'énergie cinétique :

$$E_c = \frac{1}{4} m \omega^2 x_m^2 (1 - \cos(2\omega t + 2\varphi))$$

8. Dédurre les valeurs numériques de la masse m du solide et de la constante de raideur k du ressort

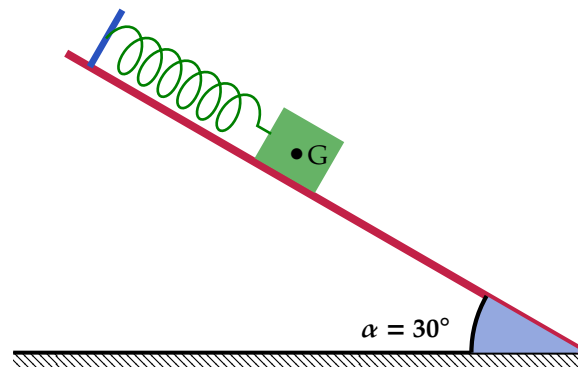
9. Quelle est les valeurs de x pour lesquelles $E_c = E_p$?.

Exercice 7



Un ressort (R) de masse négligeable et à spires non jointives a une extrémité A accrochée à un support fixe et l'autre B à un solide (S) de masse $m = 576 \text{ g}$ pouvant évoluer sans frottement sur la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle α sur l'horizontale. La longueur à vide du ressort est $\ell_0 = 16 \text{ cm}$ et lorsque le solide (S) est accroché, la longueur à l'équilibre du ressort vaut $\ell_1 = 19,6 \text{ cm}$.

On donne : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$; $\alpha = 30^\circ$.



1. Calculer la constante de raideur k du ressort.
2. On tire le solide (S) vers le bas d'une longueur $a = 4 \text{ cm}$ puis on le lâche à une date prise comme origine des dates, sans vitesse initiale.
3. Établir l'équation différentielle qui régit le mouvement ultérieur du solide.
4. Calculer la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur.
5. Écrire l'équation horaire du mouvement en tenant compte des conditions initiales.

Exercice 8



Un pendule élastique horizontal est constitué d'un solide S de masse m fixée à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives de masse négligeable et de raideur K . L'autre extrémité du ressort est fixée comme le montre la figure.

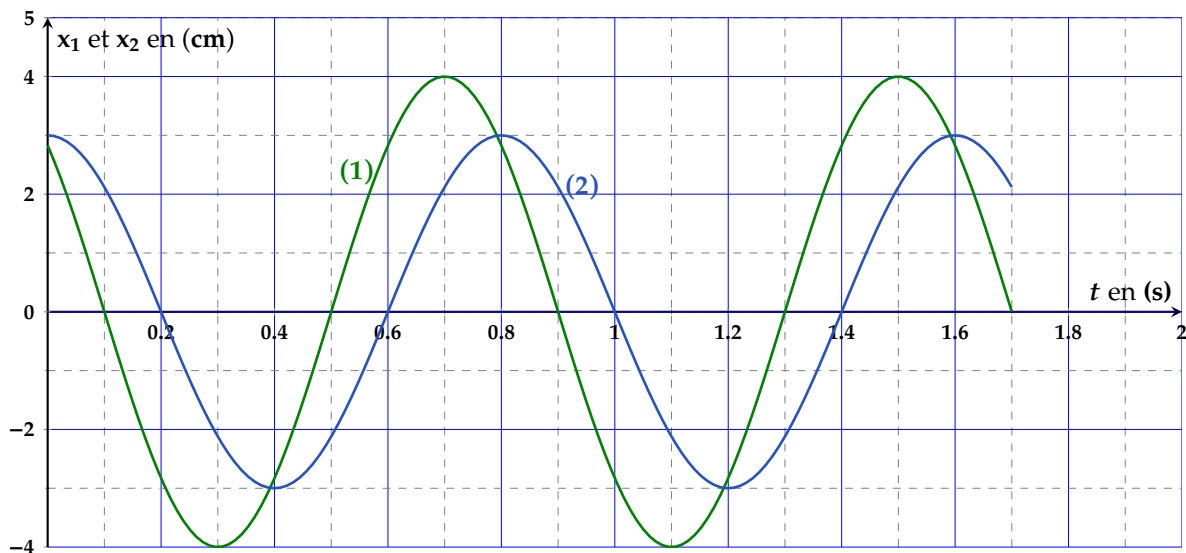
A l'équilibre le centre d'inertie G du solide est confondu avec l'origine O du repère (O, \vec{t}) . On déplace le solide S de sa position d'équilibre dans le sens positive jusqu'au point A situé à la distance d de O . On considère les deux cas suivants :

- 1^{er} cas : on libère le solide au point A sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$.
- 2^{ème} cas : On lance le solide à partir du point A dans le sens négatif avec une vitesse initiale à l'instant $t = 0$.

Dans les deux cas le solide S effectue des oscillations autour du point O .

1. Établir l'équation différentielle du mouvement.

2. A l'aide d'un dispositif approprié on obtient les courbes représentatives des variations des abscisses x_1 et x_2 du mouvement de S dans les deux cas.



Préciser en justifiant la réponse la courbe correspondante au mouvement du pendule dans le premier cas.

3. On considère l'oscillateur dans le 2^{ème} cas et on symbolise l'amplitude de son mouvement par x_{m2} et sa phase par φ_2 .

- (a) Déterminer à partir du graphe les valeurs de x_{m2} et d .
- (b) En appliquant la conservation de l'énergie mécanique, montrer que l'amplitude x_{m2} peut s'exprimer par :

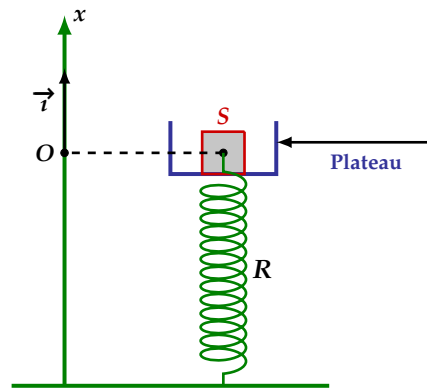
$$x_{m2} = \sqrt{\frac{mv_A^2}{K} + d^2}$$

- (c) Trouver l'expression de $\tan(\varphi_2)$ en fonction de x_{m2} et d .

Exercice 9

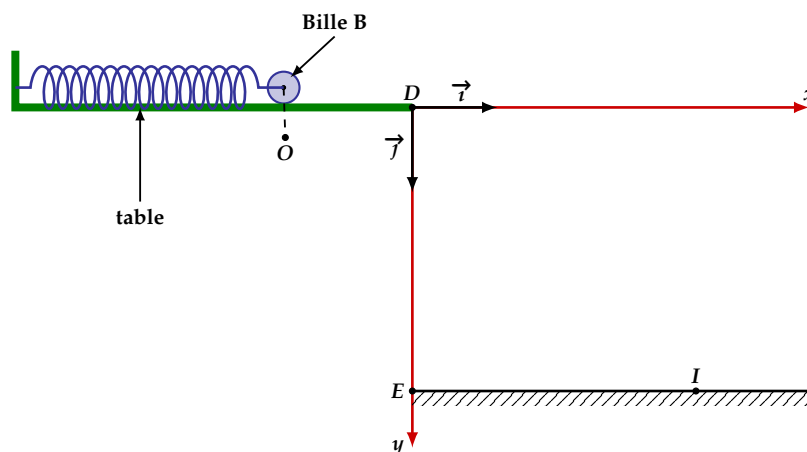


La figure ci-dessous représente un solide ponctuel de masse $m_1 = 100 \text{ g}$, posé sur un plateau d'épaisseur négligeable de masse $m_2 = 200 \text{ g}$, dont le centre O est accroché à l'extrémité supérieure d'un ressort R à spires non jointives de masse négligeable et de raideur $K = 30 \text{ N/m}$. L'autre extrémité du ressort est fixe. Le système est en équilibre lorsque son centre d'inertie G est sur l'horizontale passant par O origine du repère (O, \vec{t}) .



1. Trouver le raccourcissement $|\Delta l|$ en fonction de m_1, m_2, g et K . Calculer $|\Delta l|$.
2. On comprime le système $\{S, P\}$ vers le bas de $0,2 \text{ m}$ en lui donnant une vitesse initiale v_0 dirigée vers le bas et de valeur $v_0 = 1,5 \text{ m/s}$, pour obtenir un mouvement oscillatoire vertical.
 - (a) Trouver l'équation différentielle du mouvement de G .
 - (b) Trouver l'équation horaire du mouvement.
3. On choisit l'origine du repère comme origine de l'énergie potentielle de pesanteur ($E_{pp} = 0$) et de l'énergie potentielle élastique ($E_{pe} = 0$).
 - (a) Trouver l'expression de l'énergie mécanique et en déduire l'équation différentielle du mouvement.
 - (b) Calculer la vitesse v lors du passage du système par le point O pour la première fois.
 - (c) Montrer que le système peut osciller avec une amplitude x_1 plus grande que x sans que le solide S quitte le plateau, tant que la valeur de x_1 , n'a pas dépassé une valeur maximale x_{max} .
4. Expérimentalement, lorsque le système passe par le point O , le solide S se détache directement du plateau. Au passage par la position d'équilibre, et en allant vers le haut, le solide décolle. On appelle x_{max} la hauteur maximale atteinte par le solide S et X_{max} la hauteur maximale atteinte par le plateau et le ressort. Trouver les expressions de x_{max} et X_{max} .

Exercice 10



Pour pallier le manque de matériel, le garçon de laboratoire de ton lycée décide de fabriquer sur une table un dispositif d'étude de la chute parabolique. Pour ce faire, il utilise un ressort à spires non jointives, de raideur $k = 25 \text{ N/m}$ et de masse négligeable et une bille B de masse $m = 5 \text{ g}$.

Pour tout l'exercice, on prendra le niveau de la table comme niveau de référence des énergies potentielles de pesanteur.

PHASE I : Étude des oscillations

Le garçon de laboratoire accroche la bille B à l'extrémité libre du ressort. Il l'écarte de sa position d'équilibre de $a = 2 \text{ cm}$ et l'abandonne sans vitesse initiale. Le système (ressort-bille) se met à osciller.

- (a) Faire l'inventaire des forces extérieures appliquées à la bille et les représenter sur un schéma.
(b) Établir l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie de la bille B .
- Établir l'équation horaire du mouvement de la bille B ; On prendra l'instant du lâcher comme origine des dates.
- Calculer l'énergie mécanique du système (Terre-bille B-ressort).

PHASE II : Étude de la chute parabolique

L'expérience consiste à lancer la bille B posée sur la table à l'aide du ressort précédent et à déterminer son point d'impact I sur le sol. Le garçon de laboratoire met la bille B en contact avec l'extrémité libre du ressort. Le ressort est comprimé de 2 cm et l'ensemble (bille B- ressort) est abandonné sans vitesse initiale. La bille B quitte le ressort au point O et arrive au point D avec la vitesse v_D . On négligera tous les frottements.

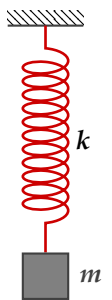
- Établir l'expression de la vitesse v_I de la bille B au point I en utilisant la conservation de l'énergie mécanique du système (Terre-bille -ressort).
- La bille B quitte le point D avec la vitesse horizontale de valeur $v_0 = 1,4 \text{ m/s}$
 - Faire le bilan des forces extérieures appliquées à la bille et les représenter sur un schéma.
 - Établir les équations horaires du mouvement de la bille B dans le repère $(D; \vec{i}; \vec{j})$.
 - Déduire l'équation cartésienne de la trajectoire et préciser sa nature.
- Déterminer le temps t_1 mis par la bille B pour atteindre le sol au point I .
 - Déterminer les coordonnées du point d'impact I de la bille au sol.

On donne : $DE = 1 \text{ m}$; $g = 10 \text{ m/s}^2$.

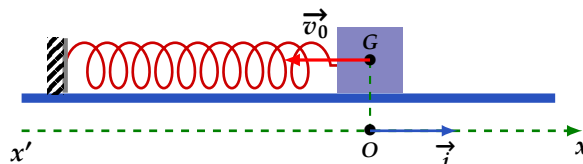
Exercice 11

On donne : $g = 10 \text{ m/s}^2$.

On suspend à l'extrémité inférieure d'un ressort de masse négligeable à spires non jointives et de coefficient de raideur k un solide S de masse $m = 100 \text{ g}$, voir figure ci-contre, A l'équilibre le ressort est allongé de 10 cm .

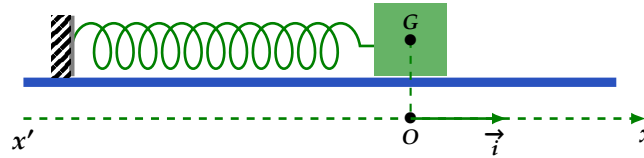


- Calculer la raideur k du ressort.
- Le ressort est maintenant placé sur un plan horizontal et la masse peut se déplacer sans frottement le long de l'axe horizontal $(x'x)$, voir figure suivante. A la date $t = 0$, le solide S étant en position d'équilibre, on lui communique une vitesse \vec{v}_0 , de valeur $v_0 = 0,4 \text{ m/s}$ dirigée suivant l'axe du ressort comme l'indique la figure précédente.



- (a) Établir l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie G du solide S .
- (b) Déterminer l'équation horaire du mouvement de G .
3. On prendra l'énergie potentielle de pesanteur du système nulle sur le plan horizontal passant par G .
- (a) Exprimer, à la date t , l'énergie mécanique totale E du système (**ressort - solide - terre**) en fonction de k, m, x et v puis en fonction de k et de l'élongation maximale x_m .
- (b) Retrouver l'équation différentielle établie en 2. (a) à partir de l'expression de l'énergie mécanique E .

Exercice 12



On dispose d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur K . A l'une des extrémités du ressort, on accroche un solide S cylindrique creux de masse m et on fixe l'autre extrémité. L'ensemble (ressort-solide) peut glisser sans frottement sur une tige horizontale. On étudie le mouvement du centre d'inertie G du solide S dans le repère $(O; \vec{i})$, O étant la position de G à l'équilibre. A l'instant t_0 choisi comme origine des temps, l'abscisse de G est x_0 et sa vitesse v_0 .
On donne : $m = 0,2 \text{ kg}$, $K = 5 \text{ N/m}$, $x_0 = 3 \text{ cm}$ et $v_0 = -\pi/10 \text{ m/s}$ On prendra $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Calculer l'énergie mécanique de l'oscillateur à l'instant t_0 . On considèrera que l'énergie potentielle de pesanteur du solide est nulle sur l'axe Ox .
- Établir l'équation différentielle du mouvement de G . En déduire l'équation horaire de ce mouvement en considérant les conditions initiales précisées plus haut.
- En appliquant le principe de la conservation de l'énergie mécanique; déterminer :
 - Les vitesses de G au passage par la position d'équilibre.
 - Les positions de G pour les quelles la vitesse s'annule.

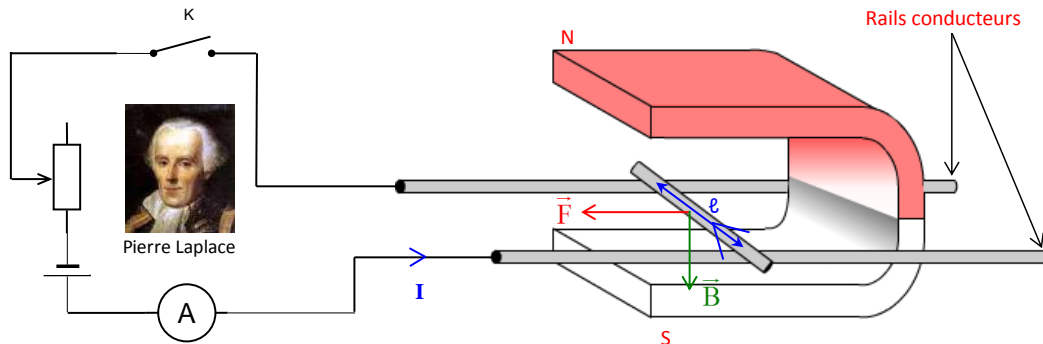
Force de Laplace et induction magnétique

| | | |
|-----|---|-----|
| 1 | Mise en évidence de la force de Laplace | 97 |
| 2 | La loi de Laplace | 97 |
| 3 | Caractéristiques de la force de Laplace | 97 |
| 3.1 | Règle de la main droite | 98 |
| 4 | Induction magnétique : mise en évidence | 98 |
| 4.1 | Définitions | 99 |
| 4.2 | Conclusion | 99 |
| 5 | Vecteur normal à une surface | 99 |
| 6 | Notion de flux magnétique | 100 |
| 6.1 | Flux magnétique : quelques cas particuliers : | 100 |
| 7 | Le phénomène d'induction | 100 |
| 7.1 | Sens du courant induit : loi de Lenz | 100 |
| 7.2 | Force électromotrice induite f.e.m | 100 |

CE QU'IL FAUT COMPRENDRE PUIS RETENIR

1 Mise en évidence de la force de Laplace

Expérience



Une portion (de longueur ℓ) de la tige baigne dans le champ magnétique uniforme créé par l'aimant en \mathbf{U} . On constate que si :

- ♥ K ouvert ($I = 0$), ou aimant absent ($\vec{B} = \vec{0}$) : La tige reste immobile.
- ♥ K fermé ($I \neq 0$), et aimant présent ($\vec{B} \neq \vec{0}$) : La tige se met sous l'action d'une force.

Voir le vidéo suivant sur Youtube pour mieux comprendre. [Experience force de Laplace](#)

2 La loi de Laplace

Théorème 2.1. Une portion rectiligne de conducteur de longueur ℓ placé dans un champ magnétique et parcouru par un courant I , est soumis à des forces réparties d'origine électromagnétique équivalentes à une force unique dite **force de Laplace** appliquée au milieu de cette portion et donnée par la relation :

$$\vec{F} = I \vec{\ell} \wedge \vec{B}$$

3 Caractéristiques de la force de Laplace

Cette force a les caractéristiques suivantes :

♥ **Point d'application** : La force de Laplace s'exerce en tous les points de la partie du conducteur ℓ qui baigne dans le champ magnétique; le vecteur \vec{F} qui la représente **part du milieu de cette partie**.

♥ **Norme** : La norme de cette force est :

$$F = I \ell B |\sin(\alpha)|$$

Avec :

- I : est l'intensité du courant en Ampère (A)
- B : est la norme du vecteur champ magnétique en Tesla.
- $\alpha = (\vec{\ell}, \vec{B})$: l'angle formé par $\vec{\ell}$ et \vec{B} .

♥ **Direction** : La direction de la force de Laplace est perpendiculaire au plan contenant (\vec{l}, \vec{B}) et la portion du conducteur de longueur (ℓ) .

♥ **Sens** : Le sens de \vec{F} est tel que le trièdre $(\vec{l}, \vec{B}, \vec{F})$ soit direct. Ce sens peut être déterminé par la **règle de la main droite**.

3.1 Règle de la main droite

On place la main droite sur le conducteur, de telle manière que le **courant sort par les bouts des doigts**, que la **paume soit tournée vers le sens indiqué par \vec{B}** alors le **pouce indique le sens de \vec{F}** .

R Quelques cas particuliers :

♥ Si $\alpha = 0$ ou π alors $F = 0$

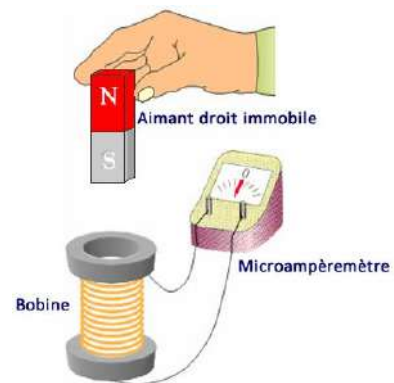
♥ Si $\alpha = \pm \frac{\pi}{2}$ alors $F = I\ell B$.

4 Induction magnétique : mise en évidence

Pour mettre en évidence le phénomène d'induction on réalise quatre expériences en utilisant un aimant, une bobine et un microampèremètre (pour mesurer des courants de petites intensités).

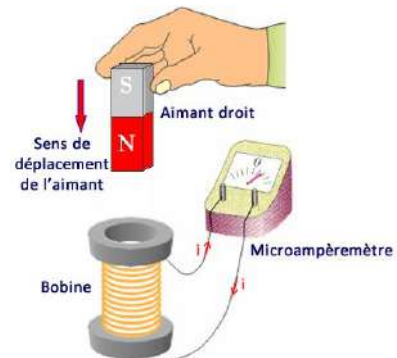
Expérience 1

L'aimant est immobile à proximité de la bobine, le microampèremètre indique un courant nul.



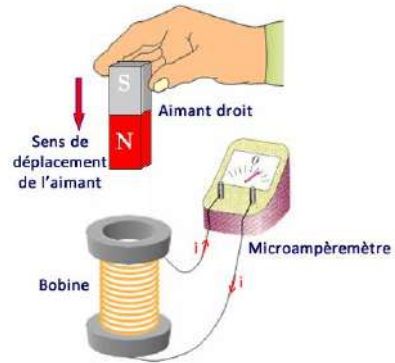
Expérience 2

En **rapprochant** l'aimant de la bobine, le microampèremètre indique le **passage d'un courant** dans le circuit.



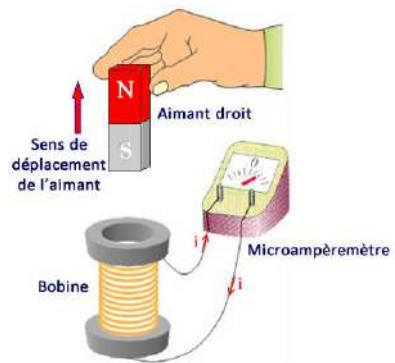
Expérience 3

En **éloignant** l'aimant de la bobine, le courant indiqué par le microampèremètre **change de sens**.



Expérience 4

On garde le même sens de déplacement de l'aimant et on **modifie ses pôles** : le **sens du courant change** dans le circuit.



R Les mêmes constatations ont été observées lorsqu'on a déplacé la bobine alors que l'aimant est maintenu immobile.

4.1 Définitions

- ♥ Le **phénomène** observé s'appelle **induction électromagnétique**.
- ♥ Le courant observé s'appelle **courant induit**. Son intensité, généralement **variable** dans le temps, est notée i .
- ♥ La bobine dans laquelle le courant induit circule est **la bobine induite**. L'aimant est appelé **inducteur**.
- ♥ De même que tout courant est dû à une tension, le courant induit est dû à une tension induite appelée **force électromotrice induite** ou f.é.m. induite notée e .

4.2 Conclusion

On observe l'apparition d'un courant induit dans un circuit fermé si :

- ⊕ l'**intensité** ou **la direction** d'un champ magnétique à travers ce circuit **varie** ;
- ⊕ la surface délimitée par le circuit traversé par le champ varie.

5 Vecteur normal à une surface

Tout d'abord on **choisit un sens positif** sur le contour de la surface. On définit la normale à la surface S par le vecteur \vec{n} dont les caractéristiques sont :

♥ **Origine** : le centre de la surface

♥ **Direction** : perpendiculaire à la surface

♥ **Sens** : déterminé par la règle de la main droite : alors que la paume est orientée vers la surface; les doigts courbés indiquent le sens + et le pouce indique le sens de \vec{n}

6 Notion de flux magnétique

On définit une grandeur physique appelée **flux magnétique** ϕ qui mesure le nombre ou la "quantité" de lignes de champ passant à travers une surface fermée. Le flux magnétique ϕ est **proportionnel à B et à S**.

Le flux ϕ d'un champ magnétique \vec{B} à travers une surface S de normal \vec{n} est défini par :

$$\phi = S \cdot \vec{B} \cdot \vec{n} = BS \cos(\vec{B}, \vec{n}) \quad \text{Avec } \phi \text{ en (Wb) , } B \text{ en (T) et } S \text{ en (m}^2\text{)}$$

6.1 Flux magnétique : quelques cas particuliers :

■ Si $\vec{B} \parallel \vec{n}$ alors $\phi = \pm BS$

■ Si $\vec{B} \perp \vec{n} \Rightarrow \phi = 0$

7 Le phénomène d'induction

Le **phénomène d'induction électromagnétique** n'apparaît dans un circuit électrique que si le **flux magnétique** à travers ce circuit **varie**.

⊕ Si le circuit est ouvert le phénomène se manifeste par *une f.é.m. apparaissant aux bornes du circuit*.

⊕ Si le circuit est fermé, il se manifeste par *un courant induit circulant dans le circuit*

7.1 Sens du courant induit : loi de Lenz

Théorème 7.1. *Le courant induit circule dans un sens tel qu'il tente de s'opposer à la cause qui lui donne naissance.*

Cette cause est évidemment la variation du flux inducteur. Donc : Le courant induit circule dans un sens tel qu'il tente de s'opposer à la variation du flux inducteur qui lui donne naissance.

7.2 Force électromotrice induite f.e.m

La **f.é.m. induite moyenne** dans un circuit est égale à l'**opposé** de la variation du flux inducteur à travers ce circuit par unité de temps :

$$e_m = \frac{-\Delta\phi}{\Delta t}$$

La **f.é.m. induite (instantanée)** dans un circuit est égale à l'opposé de la dérivée par rapport au temps du flux inducteur à travers ce circuit :

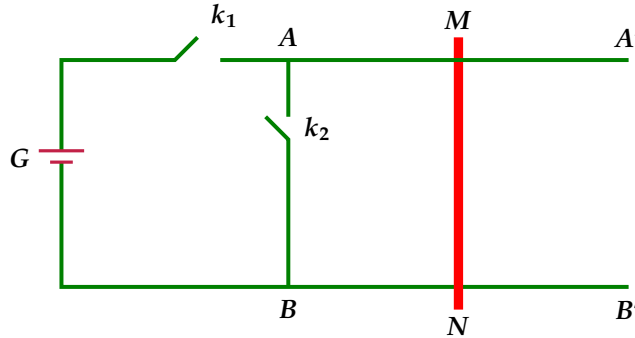
$$e = \frac{-d\phi}{dt}$$

Si le circuit est fermé et de résistance totale r , l'expression de l'intensité du courant induit est : $i = \frac{e}{r}$

Exercice 1



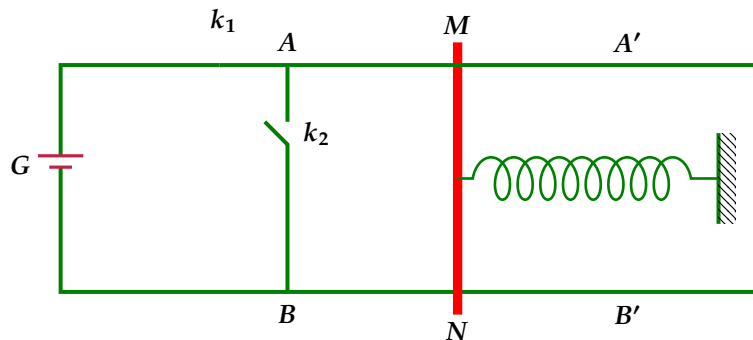
On considère le système suivant constitué d'une barre MN de cuivre de longueur $\ell = 20 \text{ cm}$ qui peut se déplacer sur deux rails horizontaux et parallèles AA' et BB' , d'un générateur de force électromotrice $E = 4 \text{ V}$ de deux interrupteurs k_1 et k_2 . L'ensemble est placé dans un champ magnétique uniforme \vec{B} de valeur $B = 1 \text{ T}$ qui reste vertical créé par un aimant en U qui n'est pas représenté. On néglige toutes les résistances devant celle de la barre qui est $r = 5 \Omega$.



On ferme l'interrupteur k_1 et on laisse k_2 ouvert.

1. Calculer l'intensité I du courant qui traverse la barre ainsi que l'intensité de la force électromagnétique exercée sur cette barre.
2. Déterminer le sens du champ \vec{B} pour que la barre se déplace vers la gauche. Dédire les positions des pôles de l'aimant en U .

On relie le milieu de la barre à l'extrémité isolée d'un ressort à spires non jointives de masse négligeable et de raideur k , l'autre extrémité est fixée à un support fixe de manière que l'axe du ressort soit horizontal. La barre s'immobilise alors que le ressort est allongé de 2 cm . (voir figure ci-contre).



3. Représenter les forces agissant sur la barre et calculer la valeur de k .

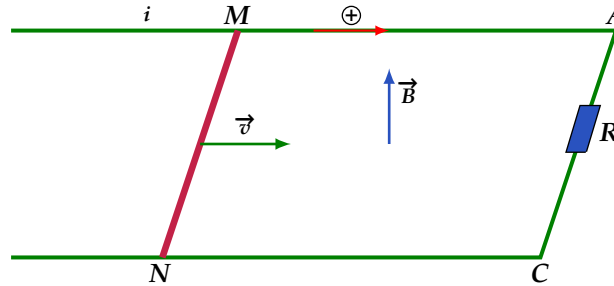
On ferme l'interrupteur k_2 , on ouvre k_1 et on supprime le ressort. On déplace la tige avec une vitesse constante $v = 4 \text{ m/s}$ de la gauche vers la droite.

4. Donner l'expression du flux à un instant t quelconque et calculer la force électromotrice (f.e.m) induite e .
5. Déterminer l'intensité du courant induit et préciser son sens.
6. Préciser les caractéristiques de la force électromagnétique \vec{F} créée lors du déplacement.

Exercice 2



Une tige conductrice MN placée sur deux rails métalliques parallèles disposés dans un plan horizontal est déplacée dans le plan des rails en restant perpendiculaire aux rails à la vitesse constante $v = 5 \text{ m/s}$. L'ensemble est placé dans un champ magnétique uniforme \vec{B} qui reste toujours perpendiculaire au plan des rails (voir figure).



Pour déplacer cette tige MN , il faut appliquer une force \vec{F} sur celle-ci.

- Un conducteur ohmique de résistance $R = 5 \Omega$ relie les deux rails. (On néglige la résistance des rails et de la tige devant la résistance R).
 - Donner l'expression du flux magnétique à travers le circuit $MNCAM$ à un instant t quelconque?
 - Déterminer la valeur de la f.e.m induite dans le circuit.
 - Quel est le sens et l'intensité du courant induit qui circule dans la tige.
- Déterminer après une étude dynamique du mouvement de la tige, les caractéristiques de la force \vec{F} appliquée. Les frottements sont supposés négligeables.
- On supprime la force \vec{F} , de quel angle α faut-il incliner les rails par rapport à l'horizontale pour que la tige garde la même vitesse sur les rails.

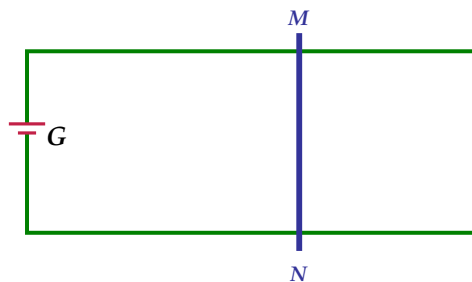
On donne : masse de la tige $m = 40 \text{ g}$, $B = 2 \text{ T}$, $\ell = 20 \text{ cm}$ et $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Exercice 3



Une barre MN de longueur $\ell = 20 \text{ cm}$ et de masse $m = 30 \text{ g}$ peut glisser sans frottement sur deux rails parallèles et horizontaux de résistance négligeable qui sont reliés à un générateur G (voir fig 1).

Le générateur G a une f.e.m $E = 1.5 \text{ V}$ et une résistance interne $r = 0.5 \Omega$. La barre MN a une résistance $R = 0.5 \Omega$. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique dont l'intensité $B = 1 \text{ T}$ reste constante.



On considère les trois cas suivants :

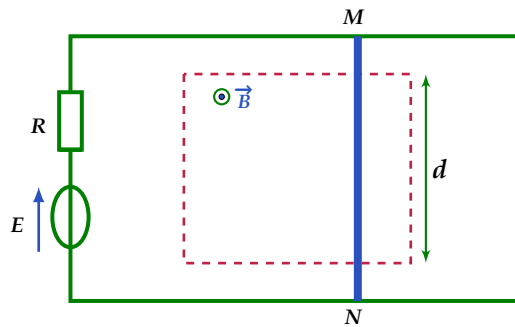
- \vec{B} est vertical et ascendant.

- (b) \vec{B} est horizontal, perpendiculaire à MN et dirigé de gauche vers la droite.
- (c) \vec{B} est horizontal et parallèle à MN .
- Déterminer, dans chacun des cas précédents, les caractéristiques de la force électromagnétique exercée sur la barre en précisant chaque fois si cette force peut la faire glisser sur les rails ;
 - faire un schéma dans chaque cas et calculer l'accélération du mouvement sur les rails s'il y a lieu.
Le générateur est remplacé par un conducteur ohmique de résistance $R' = 0.5 \Omega$. le circuit formé est placé dans un champ magnétique uniforme \vec{B} perpendiculaire aux rails et d'intensité $B = 1 T$ (sortant). A $t = 0$, la surface du circuit est S_0 et la barre commence à se déplacer de droite vers la gauche avec une vitesse constante \vec{v} .
 - Établir l'expression du flux magnétique à travers le circuit à une date t quelconque.
La valeur de la vitesse de déplacement de la barre est $v = 1 m/s$
 - Calculer la f.e.m induite, l'intensité du courant induit dans le circuit et préciser son sens. Montrer que ce sens vérifie la loi de Lenz.
On déplace maintenant la barre MN initialement immobile de gauche vers la droite d'un mouvement accéléré d'accélération $a = 0.4 m/s^2$ entre les instants $t_1 = 0$ et $t_2 = 1 s$ puis d'un mouvement uniforme avec la vitesse acquise à la date t_2 .
 - Établir l'expression du courant induit dans le circuit en fonction du temps t dans les deux phases

Exercice 4



Considérons deux conducteurs parallèles formant un "rail de Laplace" sur lequel peut se déplacer une barre mobile conductrice MN selon le schéma ci-dessous (vue de dessus) .



Le générateur a une f.é.m. $E = 5 V$ et une résistance interne $R = 5\Omega$, la barre MN de longueur totale $L = 0,12 m$ a une résistance négligeable ; elle crée un court-circuit en refermant le circuit entre les deux rails. On place MN dans l'entrefer d'un aimant en U de largeur $d = 4 cm$ où règne un champ magnétique uniforme $B = 0.1 T$.

- Déterminez le sens et l'intensité du courant dans le circuit.
- Déterminez en direction, sens et grandeur la force de Laplace agissant sur la barre MN . (Aidez- vous d'un schéma représentant les vecteurs significatifs).
- La barre MN se déplace à vitesse constante) dans le champ magnétique sur une longueur de $6 cm$ dans le sens impliqué par la force de Laplace.
 - Déterminer le flux coupé par la barre.

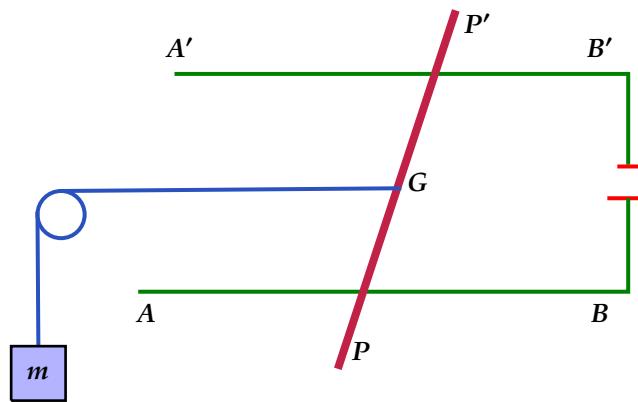
- (b) En déduire le travail exercé lors de ce déplacement de la barre MN.
4. Quelle est alors la force électromotrice induite dans le circuit si le parcours a lieu en 1ms ? Représenter cette force.
5. En conclusion, commenter le sens de la force électromotrice induite.

Exercice 5

On place une tige en cuivre PP' de longueur $\ell = 10\text{ cm}$ de masse $m = 15\text{ g}$ sur deux rails AB et $A'B'$ conducteurs et parallèles séparés par une distance $d = 5\text{ cm}$.

On relie les extrémités B et B' des rails à un générateur et on place le circuit dans un champ magnétique uniforme dont le vecteur \vec{B} reste vertical.

Quand on fait passer un courant dans la lige, on constate qu'elle glisse sur les rails. Pour conserver l'équilibre de la lige on la relie à l'extrémité d'un fil de masse négligeable qui passe sur la gorge d'une poulie de masse également négligeable, l'autre extrémité est attachée à une masse m comme l'indique la figure suivante :



On rappelle que les valeurs des tensions aux extrémités d'un fil de masse négligeable passant dans la gorge d'une poulie de masse également négligeable sont gales.

1. Déterminer le sens de \vec{B} pour que la tige soit en équilibre. Exprimer alors l'intensité B du champ magnétique en fonction de l'intensité I du courant, de la masse m , de la distance d et de g .

On fait varier l'intensité du courant et on accroche chaque fois à l'extrémité du fil une masse marquée pour conserver l'équilibre. L'étude expérimentale a permis d'établir tableau ci-contre.

| | | | | | | | |
|-----------------------------|---|------|-----|------|-----|------|-----|
| I (A) | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 |
| m (10^{-3} kg) | 0 | 0,15 | 0,3 | 0,45 | 0,6 | 0,75 | 0,9 |

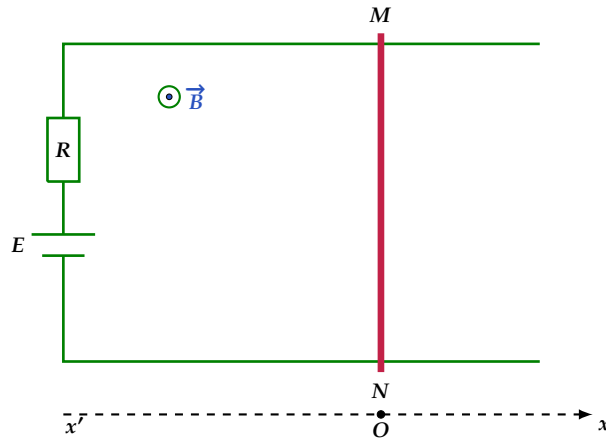
2. Représenter graphiquement $m = f(I)$ les variations de la masse en fonction de l'intensité I .
On utilisera l'échelle : $1\text{ cm} \rightarrow 0,5\text{ A}$ et $1\text{ cm} \rightarrow 0,15 \times 10^{-3}\text{ kg}$
3. Trouver l'équation de la courbe.
4. En déduire l'intensité B du champ magnétique.
5. En décroche le fil de la tige et on donne à l'intensité du courant la valeur $I = 15\text{ A}$. Pour conserver l'équilibre, on incline les rails d'un angle α par rapport à l'horizontale. Calculer α .

Exercice 6



On considère deux rails parallèles horizontaux, de résistance négligeable et distants de $\ell = 0,4 \text{ m}$. Dans toute la région de l'espace où se trouvent les rails règne un champ magnétique \vec{B} (de valeur $B = 0,5 \text{ T}$) vertical, uniforme, dirigé de bas en haut.

Une tige conductrice mobile rectiligne MN de masse $m = 4 \text{ g}$, elle est aussi de résistance négligeable, peut glisser sans frottement sur les rails en leur restant à chaque instant perpendiculaire (voir figure suivante en vue de dessus).



Cette tige ferme le circuit constitué par les rails et un générateur de f. é. m. constante $E = 4,5 \text{ V}$ en série avec une résistance $R = 2 \Omega$.

A l'instant $t = 0$, la tige MN est au repos au point d'abscisse $x = 0$ et on ferme l'interrupteur K . On constate alors que la tige s'est mise à se déplacer.

1. Représenter les forces extérieures qui s'exercent sur la tige MN au cours de son déplacement. En déduire le sens de déplacement.
2. Le déplacement de la tige provoque une variation du flux magnétique à travers le circuit.
 - (a) Exprimer la variation du flux magnétique ϕ au cours d'un déplacement x en fonction de B, ℓ et x . En déduire la f.é.m. induite e dont la tige est le siège en fonction de B, ℓ et v (vitesse de la tige).
 - (b) Exprimer l'intensité du courant I en fonction de E, B, v, ℓ et R .
3. Montrer que l'équation différentielle qui régit les variations de sa vitesse v est

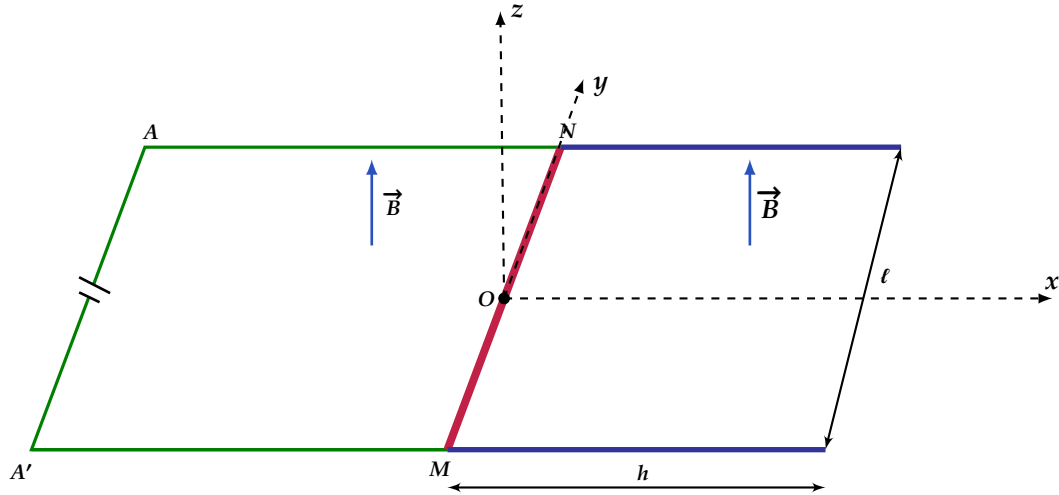
$$\frac{dv}{dt} + \frac{B^2 \ell^2}{mR} v - \frac{E \ell B}{mR} = 0$$

4. En déduire que la loi de variation de la vitesse v en fonction du temps est de la forme $v = C_1 e^{-\alpha t} + C_2$, où C_1, C_2 et α sont des constantes qu'on exprimera en fonction de R, B, ℓ, m et E .
5. En déduire la loi de variation de l'intensité du courant I en fonction du temps.
6. Calculer les valeurs limites des grandeurs I et v au bout d'un intervalle de temps très grand (t tend vers l'infini).

Exercice 7



Deux rails rectilignes, conducteurs, parallèles et distants de ℓ sont disposés dans un plan horizontal. Une barre rigide MN , de masse m , conductrice de résistance R , assujettie à rester perpendiculaire aux deux rails, peut se déplacer sans frottement sur ces derniers. On négligera la résistance des rails devant R . Entre les extrémités A et A' des deux rails de résistance négligeable, on dispose un générateur de force électromotrice E . L'ensemble est plongé dans un champ magnétique \vec{B} extérieur uniforme et vertical voir figure ci-dessous.



1. Il apparaît un courant I_0 dans le circuit. Exprimez I_0 , en fonction de E et R .
2. Donner la direction, le sens et l'expression de la norme de la force de Laplace \vec{F}_L qui agit sur la barre.
3. Déterminer l'expression de la vitesse $v(t)$ de la barre à la date t .
4. En déduire la position $x(t)$ de la barre à chaque instant.
5. En supposant que les extrémités libres des deux rails sont repérées par l'abscisse $x = h$, calculer le temps nécessaire à la barre MN pour quitter les deux rails.
6. Quelle est l'énergie cinétique de la barre à cet instant ?

Principe du frein à induction

Sans supprimer le champ magnétique, on retire le générateur et on relie A et A' par un fil de court-circuit. A l'instant $t = 0$, on communique à la barre occupant la position initiale $x_0 = 0$ une vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_0 \vec{i}$ avec ($v_0 > 0$).

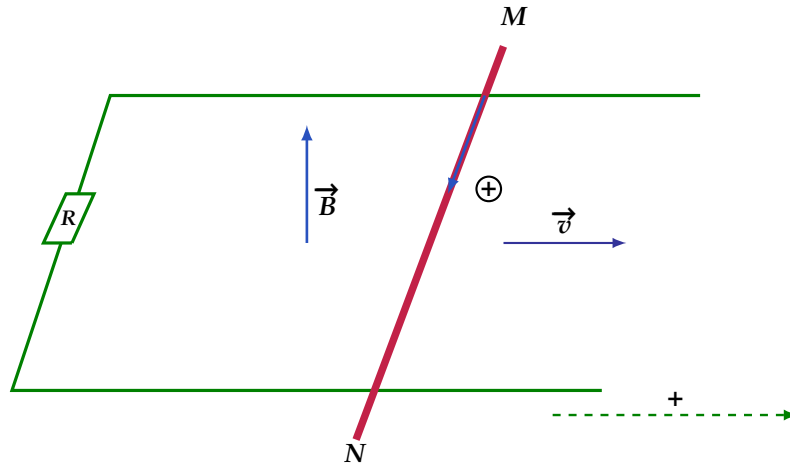
7. Exprimer la f.e.m $e(t)$ induite à l'instant t dans le circuit fermé comprenant la barre mobile.
8. En déduire l'expression de l'intensité $i(t)$ du courant induit dans le circuit. Quel est son sens ?
9. Détermine la force de Laplace agissant sur la barre et montrer qu'elle agit sur cette dernière comme un frein électromagnétique.
10. Montrer que la barre finira par s'arrêter sans qu'on ait besoin de prendre en compte le frottement sur les rails. On introduira la constante de temps $\tau = \frac{mR}{B^2 L^2}$ Quelle distance aura-t-elle parcourue? Calculer l'énergie W , dissipée par effet Joule dans la résistance R en fonction de m et v_0 , lors du mouvement de la barre.

On rappelle que l'énergie dissipée par effet de Joule dans une résistance est donnée par la formule : $W = R.I^2$

Exercice 8



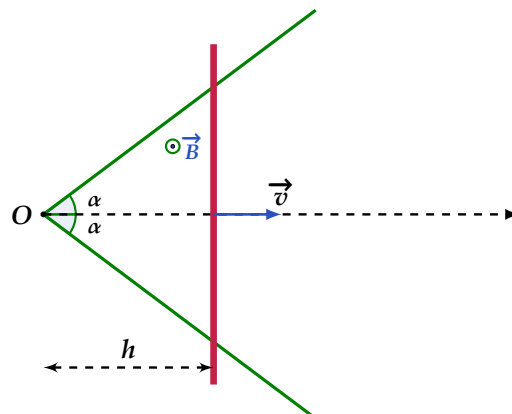
Deux rails parallèles distants de a définissent un plan horizontal. Sur ces rails se déplace sans frottement un conducteur MN de masse m perpendiculaire à la direction des rails. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique \vec{B} uniforme vertical dirigé vers le haut. Les rails sont reliés par une résistance, ce qui avec le conducteur MN constitue un circuit fermé de résistance totale R ; la figure ci-dessous indique le sens positif choisi sur le circuit ainsi que le sens positif servant à la mesure de la vitesse \vec{v} du conducteur MN et de la force \vec{f} qui lui est appliquée.



A la date $t = 0$, on lance MN avec une vitesse \vec{v}_0 , parallèle aux rails ($v_0 > 0$), puis on l'abandonne à son mouvement.

1. Donner, en fonction de B , a , R , v , les expressions de la f.e.m, induite et l'intensité du courant induit à la date t ou le conducteur a la vitesse v , de mesure v .
2. Quelle est, en fonction de B , a , v , R la mesure de force subie par le conducteur MN du circuit?
3. Établissez l'équation du mouvement du conducteur MN , sous la forme d'une relation entre son accélération et sa vitesse.
4. Trouver la loi horaire $v(t)$ suivie par la vitesse, sachant qu'une relation de la forme $\frac{dv}{dt} = kv$ admet une solution de la forme $v(t) = Ae^{kt}$ Quelle est la valeur finale de la vitesse? (Ce résultat était-il prévisible)?
5. En combien de temps la vitesse de MN est-elle réduite à la moitié de sa valeur initiale : faites le calcul numérique avec les valeurs suivantes : $a = 10 \text{ cm}$, $B = 1 \text{ T}$, $m = 100 \text{ g}$ et $R = 1 \Omega$.

Exercice 9



On coupe un long fil conducteur rectiligne afin de réaliser le dispositif ci-dessous. Une partie du fil est soudée suivant un angle 2α , l'autre partie glisse perpendiculairement à la bissectrice de l'angle, à la vitesse v constante. Le tout forme un circuit plan horizontal qui est placé dans un champ magnétique \vec{B} vertical.

1. Exprimer le flux du champ magnétique à travers le circuit en fonction de B , de la hauteur h du triangle et de α .
2. En déduire l'expression de la f.e.m induite e .
3. Soit μ la résistance du fil par unité de longueur ($R = P \cdot \mu$) avec P le périmètre du circuit et R la résistance totale. Montrer que l'intensité du courant induit peut s'écrire :

$$i = \frac{-vB \sin(\alpha)}{\mu(1 + \sin(\alpha))}$$

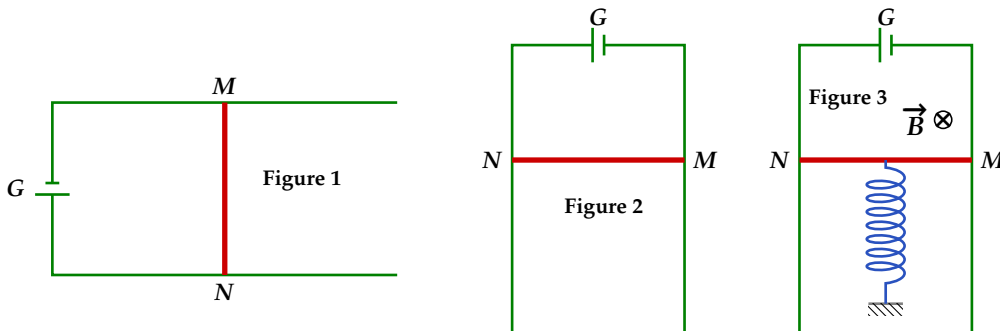
4. On recommence l'expérience en lançant la tige avec une vitesse v_0 à partir du sommet du triangle.
 - (a) Faire le bilan de forces s'exerçant sur la tige au cours de son mouvement sur les rails.
 - (b) Etablir l'équation différentielle vérifiée par la distance x parcouru par la tige.
 - (c) Sachant que la vitesse de la tige admet une valeur limite la calculer.
 - (d) Exprimer l'énergie dissipé par effet de Joule

Exercice 10



On néglige le phénomène d'induction dans questions 1 et 2.

On dispose d'une barre de cuivre MN homogène, de masse $m = 40 \text{ g}$, de deux rails également de cuivre distant de $d = 20 \text{ cm}$ et d'un générateur G .

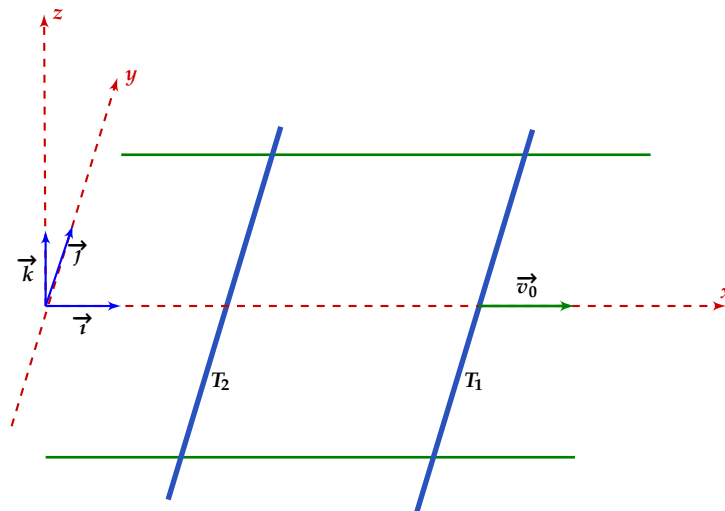


1. Les rails sont disposés horizontalement comme le montre la **figure 1**. La barre qui peut glisser sans frottement, le long des deux rails reste perpendiculaire aux rails et maintient avec eux un contact électrique en M et N . Le circuit ainsi constitué est placé dans un champ magnétique uniforme \vec{B} , dont la direction reste toujours perpendiculaire au plan des rails et de valeur constante $B = 0,5 \text{ T}$. L'intensité I du courant électrique qui parcourt le circuit peut varier.
 - (a) Quelle est la direction et le sens de \vec{B} pour que la barre s'éloigne du générateur G .
 - (b) Calculer l'intensité de la force électromagnétique qui s'exerce sur la barre MN si $I = 5 \text{ A}$.
2. On dispose maintenant les rails verticalement comme l'indique la **figure 2**. La barre est munie de deux crochets qui s'adaptent sur les rails permettant le glissement.
 - (a) Quelle est maintenant la direction et le sens de \vec{B} pour que la barre MN glisse sans frottement vers G .

- (b) Déterminer la valeur minimale de l'intensité du courant I à partir de laquelle la barre commence à monter.
- (c) La barre est maintenant reliée à l'extrémité supérieure d'un ressort parfaitement élastique de raideur $k = 10 \text{ N/m}$ dont l'autre extrémité est fixe comme montre **la figure 3**. La barre s'équilibre lorsque le ressort s'allonge de 1 cm ; calculer alors l'intensité du courant.
3. On remplace dans **la figure 3** le générateur par un fil conducteur et on supprime le ressort. On constate que la barre commence à se déplacer vers le bas. La résistance totale du circuit ainsi constitué est $r = 2 \Omega$.
- (a) Exprimer en fonction de la vitesse v de la barre, la force électromotrice e induite dans le circuit et l'intensité i du courant induit qui le parcourt, en précisant le sens de ce courant dans la barre.
- (b) Déterminer la direction et le sens de la force électromagnétique \vec{f} qui agit sur la barre MN animée de la vitesse v . Exprimer le module de cette force en fonction de v .

Exercice 11

Deux tiges T_1 et T_2 identiques (masse m , résistance R) peuvent se déplacer sans frottement sur deux rails parallèles distants de a , situés dans un plan horizontal avec $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ une base orthonormée (voir figure ci-dessous).



Un champ magnétique $\vec{B} = B \cdot \vec{k}$ permanent uniforme et vertical règne en tout point. A l'instant initial, on communique à la tige T_1 une vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \cdot \vec{i}$ tandis que T_2 est immobile.

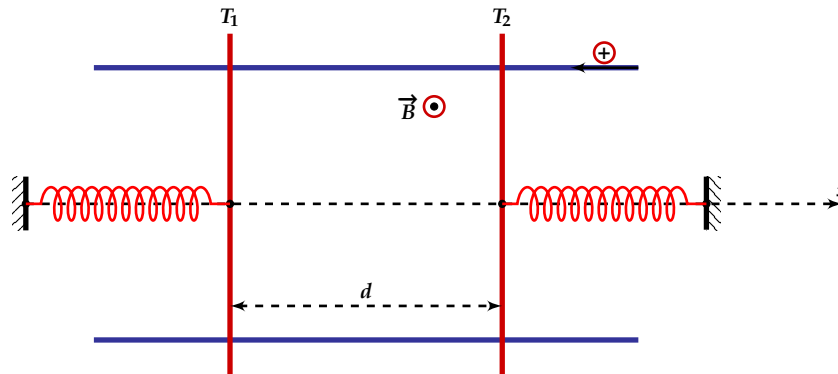
On néglige les effets dus au champ propre.

- Montrer qualitativement que T_2 va se mettre en mouvement et que T_1 va ralentir.
- Montrer que l'une des tiges se comporte en générateur et l'autre en récepteur.
- Exprimer la force électromotrice induite apparaissant dans le circuit en fonction de B , a , v_1 et v_2 avec v_1 et v_2 les vitesses respectives des tiges T_1 et T_2 à un instant t . En déduire l'expression du courant induit.
- Établir l'expression de l'intensité de deux forces de Laplace s'exerçant sur les deux tiges.
- En appliquant la relation fondamentale de la dynamique sur chacune des tiges, montrer que :
 - $v_1 + v_2 = v_0$
 - $v_1 - v_2 = A e^{-\frac{t}{\tau}}$. Avec A est constante qu'on déterminera,
- En déduire pour chaque tige, la vitesse $v(t)$. Tracer les graphes correspondants. Commenter la situation finale obtenue.

Exercice 12



Deux barres métalliques, de résistance R chacune, glissent sans frottement sur deux rails parallèles distants de d et dont la résistance est négligeable. Les barres sont distantes de d à l'équilibre (voir la figure ci-dessous).



Chaque barre est attachée à un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 . Il règne un champ magnétique vertical, uniforme et permanent \vec{B} .

À $t = 0$, on écarte la barre T_1 , de sa position d'équilibre d'une distance a selon l'axe des x . Les abscisses des barres par rapport à leur position d'équilibre respective sont $x_1(t)$ et $x_2(t)$.

1. Exprimer la f.e.m. du circuit en fonction des dérivées $x_1'(t)$ et $x_2'(t)$.
2. Les deux barres oscillent. Établir les équations différentielles de leurs mouvements.
3. À partir de la somme des deux équations différentielles, trouver l'expression de $(x_1 + x_2)$ en fonction du temps.

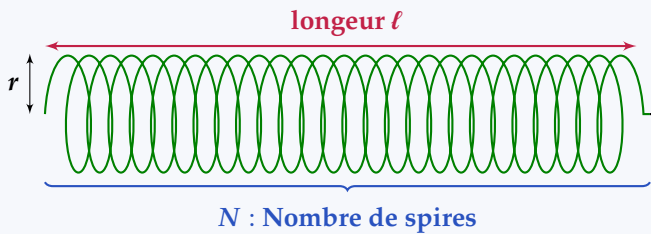
Champ magnétique dans une bobine

| | | |
|-----|--|-----|
| 1 | Bobine | 112 |
| 2 | Courant électrique et champ magnétique | 112 |
| 3 | Champ magnétique crée au centre d'un solénoïde | 113 |
| 3.1 | Caractéristique du champ magnétique dans un solénoïde | 113 |
| 4 | Phénomène d'auto-induction | 114 |
| 5 | Flux propre et inductance L | 114 |
| 6 | Relation entre la tension et l'intensité dans une bobine | 114 |
| 6.1 | Bobine idéale | 114 |
| 7 | Énergie emmagasinée par une bobine | 114 |

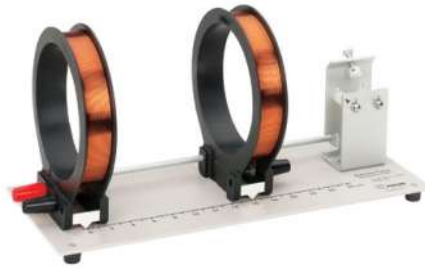
CE QU'IL FAUT COMPRENDRE PUIS RETENIR

1 Bobine

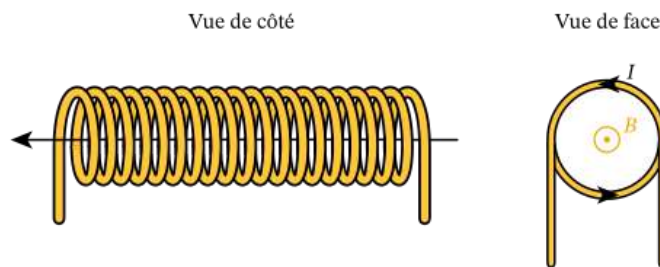
Définition 1.1. Une bobine est constituée par un fil électrique enroulé régulièrement sur un cylindre de section généralement circulaire. Les extrémités du fil constituent les deux bornes d'une bobine et les extrémités du cylindre ses deux faces. Une bobine est caractérisée par sa longueur ℓ , son rayon r et le nombre de ses spires N .



♥ Si $r \gg \ell$, la bobine est dite **plate**; elle est caractérisée par r et N .



♥ Si $r \ll \ell$ la bobine est un **solénoïde** caractérisé par le nombre de spires par unité de longueur $n = \frac{N}{\ell}$.



2 Courant électrique et champ magnétique

Un fil parcouru par un courant électrique se comporte comme un aimant. Il crée un champ magnétique. Le courant parcourant le circuit électrique crée un champ magnétique propre qui vient modifier localement le champ magnétique total. Le vecteur champ magnétique crée par un courant dépend de l'intensité de ce courant et de son sens mais aussi de la forme du circuit.

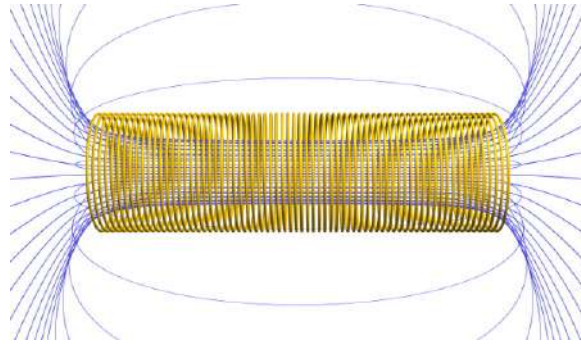
Remarques :

- ⊕ Une bobine (ou un solénoïde) traversée par un courant se comporte comme un aimant. Elle crée un champ magnétique.
- ⊕ La bobine(ou le solénoïde) parcourue par un courant présente **une face nord** et **une face sud** qui s'inversent si on change le sens du courant.

- ⊕ La face Nord est la face devant laquelle on se place pour voir circuler le courant dans le sens trigonométrique.
- ⊕ La face Sud est la face devant laquelle on se place pour voir circuler le courant dans le sens contraire du sens trigonométrique.
- ⊕ Comme pour les aimants, les faces de même noms se repoussent et les faces de noms différents s'attirent. C'est le champ magnétique qui est responsable de ces interactions

3 Champ magnétique créé au centre d'un solénoïde

Les lignes de champ sont parallèles (les vecteurs champs sont colinéaires et de même sens) pas très proche des extrémités. Le champ magnétique \vec{B} conserve la même valeur. D'après les deux remarques précédentes, nous pouvons affirmer que : **Dans un solénoïde long, le vecteur champ magnétique \vec{B} est constant. On dit que le champ magnétique est uniforme à l'intérieur du solénoïde.**



3.1 Caractéristique du champ magnétique dans un solénoïde

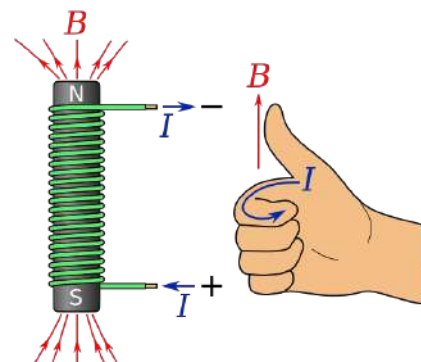
⊕ **Direction** : parallèle à l'axe du solénoïde.

⊕ **Intensité** :

$$B = \mu_0 \frac{N \cdot i}{\ell} = \mu_0 \cdot n \cdot i \quad \text{avec} \quad n = \frac{N}{\ell}$$

Avec :

- N : Nombre de spires du solénoïde.
 - ℓ : sa longueur.
 - i : Le courant qui le traverse.
 - $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$: perméabilité magnétique du vide.
- ⊕ **Sens** : de la face sud vers la face nord et peut être déterminé avec **la règle de la main droite** : On place la main droite sur une spire de telle manière que le courant sort par les bouts des doigts que la paume soit tournée vers le centre de la spire alors le pouce indique le sens du champ magnétique \vec{B} .



4 Phénomène d'auto-induction

Un courant qui passe dans une spire crée un champ magnétique. Si ce courant varie, le champ magnétique varie également. Ainsi, on est en présence d'un champ magnétique variable à l'intérieur d'un conducteur, la bobine elle-même!. Il y a donc phénomène auto-induction.

5 Flux propre et inductance L

Le flux propre à travers toute la bobine est :

$$\Phi_p = NBS \quad \text{avec} \quad B = \mu_0 \frac{N}{\ell} i \quad \Rightarrow \quad \Phi_p = \mu_0 \frac{N^2 S}{\ell} i$$

Par définition :

$$\Phi_p = Li \quad \Rightarrow \quad L = \mu_0 \frac{N^2 S}{\ell}$$

D'où :

$$L = \mu_0 \frac{N^2 S}{\ell} = \mu_0 \frac{N^2 \pi r^2}{\ell} = \mu_0 n^2 \ell \pi r^2$$

L : est appelée l'**inductance du bobine** et elle s'exprime en Henry (H)

6 Relation entre la tension et l'intensité dans une bobine

La f.e.m auto-induite s'écrit :

$$e = -\frac{d\Phi_p}{dt} = -\frac{d(Li)}{dt} = -L \frac{di}{dt} \Rightarrow e = -L \frac{di}{dt}$$

La tension s'écrit :

$$u = ri + L \frac{di}{dt}$$

6.1 Bobine idéale

Une bobine idéale est **une bobine dont la résistance est nulle**. La relation entre la tension et l'intensité pour une bobine idéale est donc :

$$u = L \frac{di}{dt}$$

7 Énergie emmagasinée par une bobine

La bobine parfaite ne produit pas de chaleur, pas d'effet Joule. En régime variable elle absorbe de l'énergie qu'elle stocke sous forme magnétique et qu'elle peut ensuite restituer. L'énergie emmagasinée dans une bobine a pour expression :

$$E_B = \frac{1}{2} Li^2$$

Exercice 1



Une bobine de longueur $\ell = 40$ cm, de rayon $r = 2$ cm et d'inductance L , comportant 250 spires et parcourue par un courant d'intensité $I = 5$ A. Cette bobine est considérée comme un solénoïde.

- Déterminer les caractéristiques du vecteur champ magnétique \vec{B} créé au centre du solénoïde par le passage du courant I .
- Calculer l'inductance L du solénoïde.
- Calculer le flux propre du champ \vec{B} à travers ce bobine.
On coupe le courant et on plonge la bobine dans un champ magnétique uniforme \vec{B} . On fait alors tourner la bobine autour d'un axe vertical (Δ) avec une fréquence $N = 50$ Hz.
- Donner l'expression du flux $\Phi(t)$ sachant que à l'instant $t = 0$, $\Phi(t = 0) = \Phi_{\max}$
- Montrer que la bobine est le siège d'une f.é.m. d'auto-induction. Donner son expression $e(t)$.
- En déduire la valeur maximale de cette f.é.m.

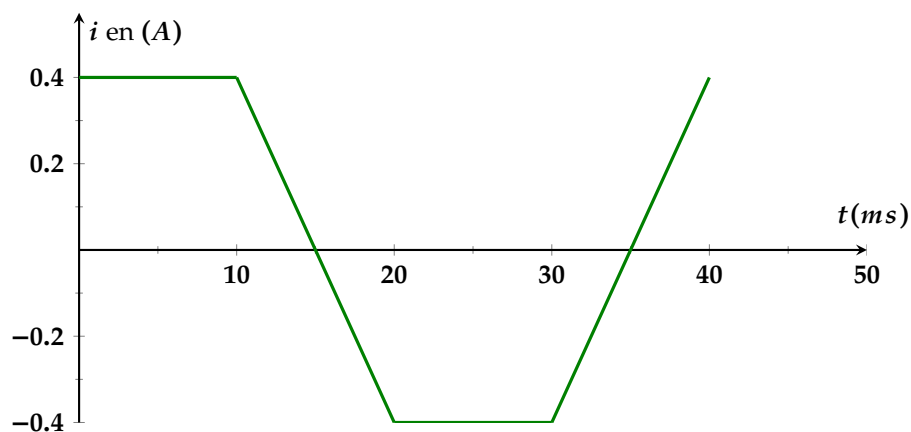
Exercice 2



Un solénoïde de résistance négligeable, de longueur $\ell = 2$ m, comportant 100 spires, de rayon $r = 5$ cm. Il est traversé par un courant d'intensité $I = 2$ A.

- Le solénoïde est-il le siège d'une f.é.m. d'auto-induction? Justifier votre réponse.
- Faire un schéma et donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique créé par le passage du courant.
- Établir l'expression de l'inductance L du solénoïde puis calculer sa valeur.

Le solénoïde est maintenant parcouru par un courant dont l'intensité i varie avec le temps comme l'indique le graphe ci-dessous.



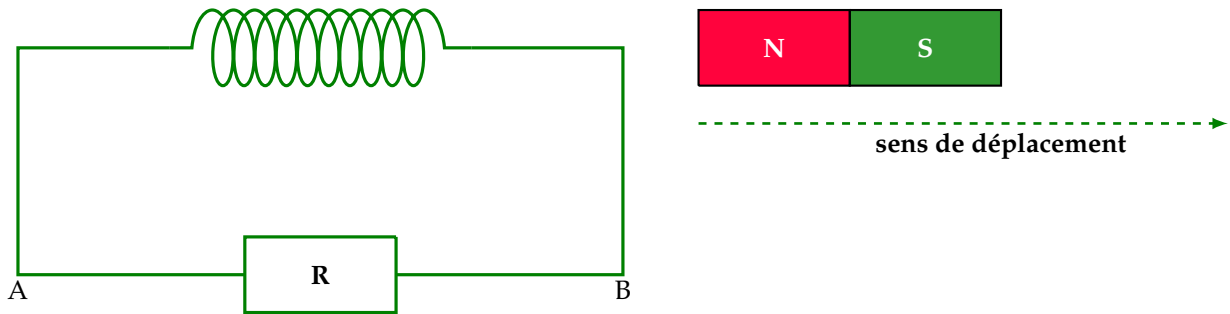
On prendra $L = 5$ mH.

- Pour quels intervalles de temps y a-t-il phénomène d'auto-induction?
- Donner l'expression $i(t)$ du courant électrique traversant la bobine sur chaque intervalle de temps.
- En déduire $e(t)$ et $u(t)$ sur chaque intervalle de temps.
- Déterminer l'expression de l'énergie emmagasinée dans le solénoïde pour chacun des intervalles de temps.

Exercice 3

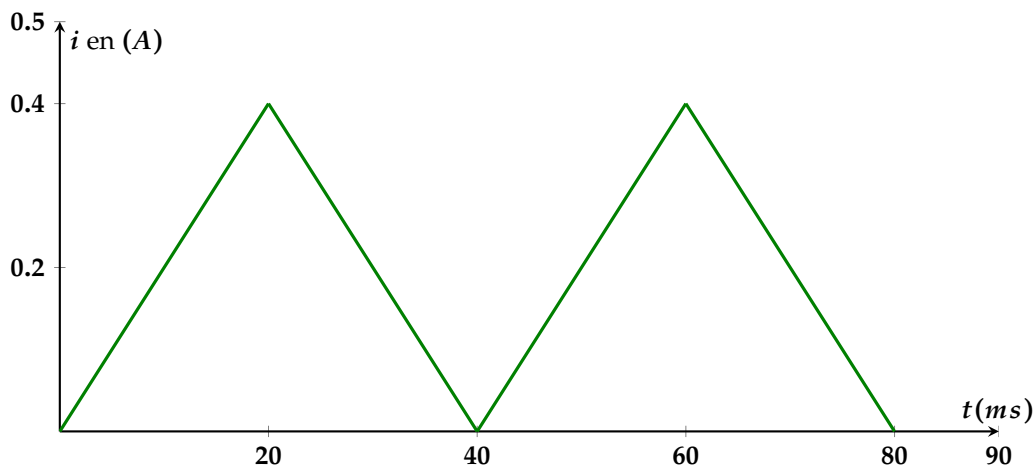


Une bobine (**B**) de résistance négligeable et d'inductance L fermée sur un résistor de résistance R est placée dans le champ magnétique créé par un aimant droit comme l'indique la figure ci-dessous.



1. Représenter le vecteur champ magnétique \vec{B} créé par l'aimant au centre de la bobine.
2. Énoncer la loi de Lenz.
3. Représenter le champ magnétique induit \vec{b}
4. Déduire le sens du courant induit i créé dans la bobine (**B**) et le nom de chaque face de la bobine.
5. Quel est le phénomène qui engendre l'apparition de ce courant induit i ?

La bobine (**B**) est maintenant insérée dans un circuit électrique comportant un interrupteur et un générateur de courant variable dont les variations sont données par la figure ci-dessous :



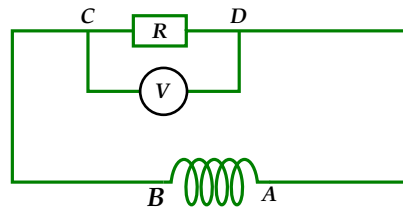
Sachant que cette bobine est purement inductive et d'inductance $L = 0,15 \text{ H}$.

6. Donner l'expression de la tension U_L aux bornes de la bobine en fonction de $i(t)$ et L .
7. Donner l'expression de l'intensité de courant $i(t)$ au cours des deux intervalles $[0\text{s} ; 20\text{ms}]$ et $[20 \text{ ms} ; 40 \text{ ms}]$
8. En déduire la valeur de U_L dans chacun des intervalles cités.
9. En précisant l'échelle utilisé, représenter graphiquement U_L en fonction du temps.

Exercice 4

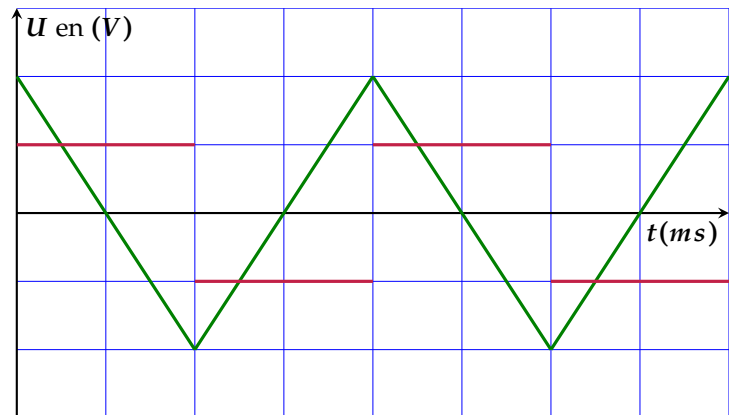
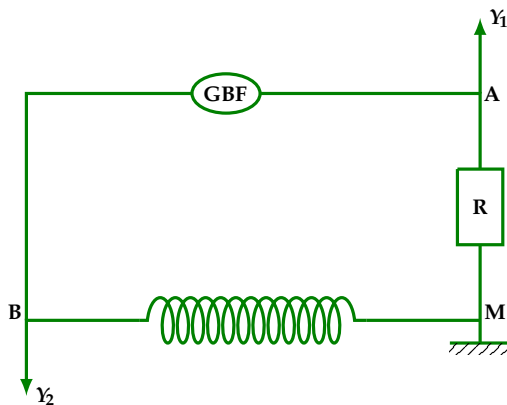


On déplace un barreau aimanté devant la face **A** d'une bobine branchée au bornes d'un résistor de résistance R comme le montre la figure suivante :



Lors du déplacement de l'aimant, le voltmètre indique une tension U_{DC} positive.

1. Préciser le signe de la f.e.m $e = V_A - V_B$.
2. En déduire le sens du courant électrique induit dans la bobine.
3. Représenter les champs \vec{b} induit et \vec{B} inducteur à l'intérieur de la bobine.
4. On fait circuler dans la bobine d'inductance L et de résistance négligeable un courant variable pour déterminer expérimentalement son inductance L . Pour cela on utilise le schéma de la figure ci-dessous.



Pour le graphe donnant la tension en fonction du temps on donne :

- Sensibilité horizontale : **10 ms/div**
 - Sensibilité horizontale : **1 V/div** pour le voie Y_1 et **0,1 V/div** pour le voie Y_2
5. On visualise les tensions U_{AM} sur la voie Y_1 , et U_{BM} sur la voie Y_2 d'un oscilloscope ; on obtient sur l'écran les courbes de la figure précédente.
 6. Associer chaque courbe à la tension qui lui correspond.
 7. Exprimer U_{BM} en fonction de U_{AM} .
 8. En utilisant l'intervalle de temps $[0 : 20 \text{ ms}]$, déduire la valeur de l'inductance L de la bobine si $R = 200 \Omega$.
 9. Trouver sur le même intervalle de temps l'expression de $i(t)$ et en déduire la valeur de la f.e.m d'auto-induction e sur cet intervalle.

Exercice 5



Un solénoïde S comprend $N = 1000$ spires de section moyenne $S = 15 \text{ cm}^2$ réparties régulièrement sur une longueur $\ell = 40 \text{ cm}$

1. Un courant continu d'intensité $I = 0,6 \text{ A}$ parcourt le fil conducteur du solénoïde S . Donner les caractéristiques du

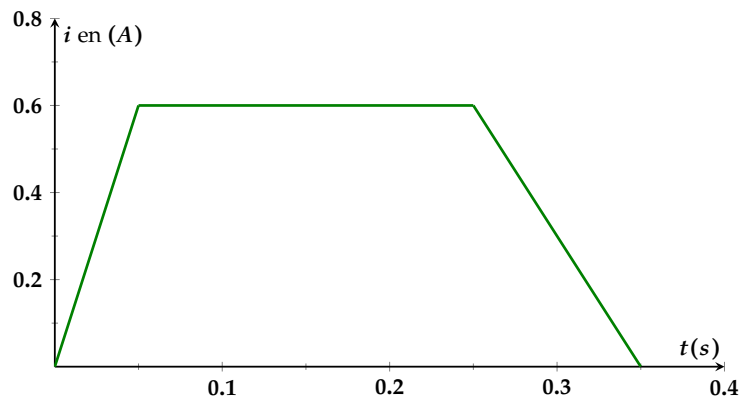
vecteur champ magnétique \vec{B} crée à l'intérieur du solénoïde. Faire un schéma sur lequel on précisera le sens du courant et du champ magnétique. On donne : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ SI}$

L'intensité du courant devient nulle en 0,04 s suivant une fonction affine.

2. Quelle est la variation du Flux propre ?
3. Calculer l'inductance propre de la bobine. Quelle est la valeur de la force électromotrice d'auto-induction ?
Les variations de l'intensité du courant sont maintenant celles indiquées sur le graphe (voir page suivante)
4. Calculer les valeurs prises par la f.e.m induite pour :

$$t_1 \in [0; 0,05] \quad ; \quad t_2 \in [0,05; 0,25] \quad \text{et} \quad t_3 \in [0,25; 0,355]$$

5. Représenter les variations de cette f.e.m en fonction du temps.



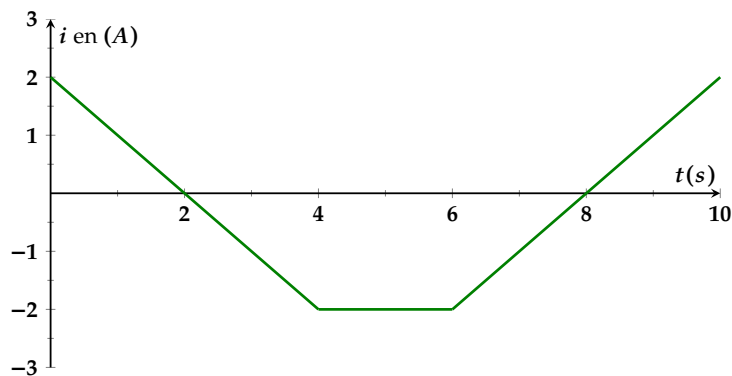
Exercice 6



On considère un solénoïde S de longueur $\ell = 0,5 \text{ m}$, de diamètre 10 cm et comportant $N = 5000$ spires.

1. Établir l'expression de l'inductance L du solénoïde S . AN : On prendra $\pi^2 = 10$ et $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ SI}$

Le solénoïde S est parcouru maintenant par un courant dont l'intensité i varie comme l'indique la courbe suivante :



2. Quel phénomène apparaît dans le solénoïde ? Justifier la réponse.
3. Donner en fonction de L et i l'expression de la force électromotrice induite qui apparaît dans le solénoïde et calculer ses valeurs dans les intervalles suivants : $[0; 4]$; $[4; 6]$ et $[6; 10]$
4. Soient A et C les bornes du solénoïde. Déterminer l'expression de la tension dans chacun des intervalles précédents, sachant que la résistance du solénoïde est $r = 10 \Omega$.
5. Représenter graphiquement $U_{AC} = f(t)$ dans l'intervalle $[0; 10]$.

Les phénomènes périodiques

| | | |
|------|--|-----|
| 1 | Phénomène périodique | 120 |
| 2 | Déphasage | 120 |
| 3 | La fréquence | 120 |
| 4 | La période | 120 |
| 5 | Stroboscope | 121 |
| 6 | Les ondes | 121 |
| 6.1 | Vocabulaire de base | 121 |
| 6.2 | Onde transversale et onde longitudinale | 121 |
| 7 | Propagation d'une onde sinusoïdale le long d'une corde | 122 |
| 7.1 | Périodicité dans le temps | 122 |
| 7.2 | Périodicité dans l'espace | 123 |
| 8 | Déphasage entre un point M et la source S | 124 |
| 9 | Observation du mouvement d'une corde En lumière stroboscopique | 124 |
| 10 | Transmission d'énergie par les ondes : | 125 |
| 11 | Superposition de deux ondes | 125 |
| 12 | les interférences lumineuses | 126 |
| 13 | L'expérience des fentes d'Young | 127 |
| 13.1 | La différence de marche | 127 |
| 13.2 | Position des franges brillantes et obscures sur l'écran | 128 |
| 13.3 | Interfrange | 128 |

CE QU'IL FAUT COMPRENDRE PUIS RETENIR**1 Phénomène périodique**

Définition 1.1. Un phénomène périodique est un phénomène qui se reproduit, identique à lui-même, à intervalles de temps égaux.

Exemples : Même si une activité physique peut modifier leur rythme, les battements du coeur représentent un bel exemple de phénomène périodique.

La rotation de la terre autour d'elle même est aussi un phénomène périodique.

Les phénomènes périodiques étudiés en BAC sont généralement des phénomènes sinusoïdaux régis par une équation horaire de la forme :

$$y(t) = a \cos(\omega t + \varphi)$$

Avec :

♥ a : Amplitude du mouvement ou élongation maximale

♥ ω : Pulsation du mouvement en rad.s^{-1}

♥ $\omega t + \varphi$: phase du mouvement a un instant quelconque

♥ φ : Phase initiale du mouvement en rad

2 Déphasage

Définition 2.1. Le déphasage entre deux phénomènes périodiques de même pulsation est la différence entre leurs phases.

Si on note : $y_1(t) = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ et $y_2(t) = a_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ alors la déphasage entre ces deux phénomènes est :

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

3 La fréquence

Définition 3.1. La fréquence d'un phénomène périodique correspond au nombre de fois où le phénomène se répète par seconde. Elle est notée f et s'exprime en Hertz (Hz).

Exemple : La fréquence cardiaque d'une souris dont le coeur bat 600 fois par minute est de **10 Hz**.

4 La période

Définition 4.1. On appelle période d'un phénomène périodique, **la plus petite durée** qui sépare **deux reproductions** à **l'identique** du phénomène. Elle est notée T et s'exprime en secondes (s).

Exemple : La période de révolution de la lune autour de la Terre est, par exemple, d'environ **29 jours**.

R

♥ La période et la fréquence sont liées par la relation suivante : $T = \frac{1}{f}$.

♥ La période et la fréquence sont liées à la pulsation par les relations suivantes :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{et} \quad f = \frac{\omega}{2\pi}$$

5 Stroboscope

Définition 5.1. La stroboscopie donne d'un phénomène périodique, une « image » ralentie. Le principe de l'appareil, appelé stroboscope est d'émettre des éclairs très brefs à des intervalles de temps égaux appelés période T' des éclairs. L'utilisateur peut régler, à volonté ces intervalles de temps, donc la fréquence N' des éclairs.



Resultat 5.1: Ce qu'il faut retenir

- ♥ Si $N = kN'$ on a alors **une immobilité apparente**
- ♥ Si N est **légèrement supérieure** à N' : le mouvement est ralenti **dans le sens direct**.
- ♥ Si N est **légèrement inférieure** à N' : le mouvement est **ralenti dans le sens inverse**.
- ♥ La fréquence du mouvement apparent, ralenti est $n = |N - N'|$.

6 Les ondes

6.1 Vocabulaire de base

Lorsqu'une pierre tombe à la surface plane d'une eau calme, une ride circulaire se forme et s'élargit progressivement. Cette déformation de l'eau créée par la pierre au point de chute, s'appelle **ébranlement**. Celui-ci se transmet aux différents points de la surface du liquide, **on dit qu'il se propage**. L'eau qui est capable de **reprendre son état initial**, après avoir subi une déformation est un **milieu élastique**. Alors :

- ♥ **Un ébranlement** : est une déformation locale imposée à un milieu élastique.
- ♥ **Milieu élastique** : tout milieu capable de reprendre son état initial lorsque cesse une déformation qui lui a été imposée.
- ♥ **Une onde** : C'est une succession d'ébranlements identiques.

6.2 Onde transversale et onde longitudinale

- ♥ **Une onde est transversale** : lorsqu'un point du milieu affecté par la perturbation se déplace perpendiculairement à la direction de propagation de l'onde.

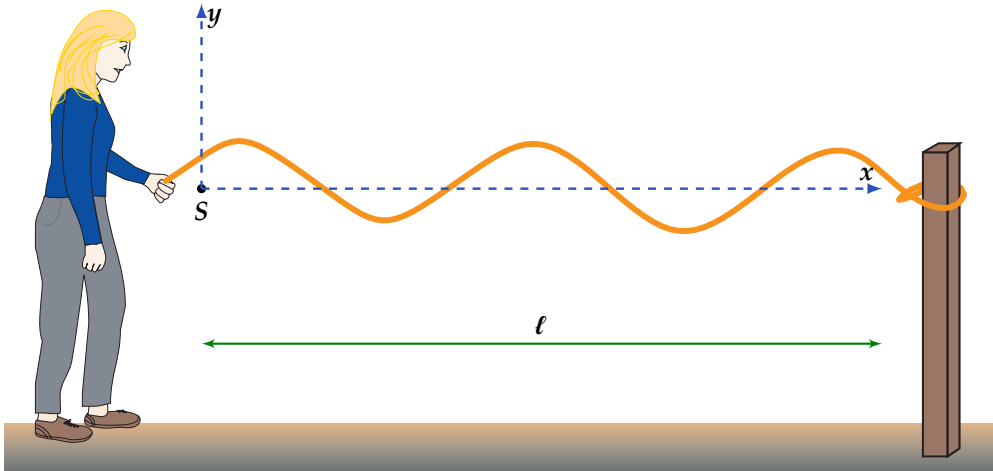
Exemple : Onde se propageant le long d'une corde, ondes dans l'eau etc....

♥ **Une onde est longitudinale :** lorsqu'un point du milieu affecté la perturbation se déplace parallèlement à la direction de propagation de l'onde.

Exemple : Onde se propageant le long d'un ressort , ondes sonores etc

7 Propagation d'une onde sinusoïdale le long d'une corde

Soit une corde élastique de longueur ℓ



Pour la source, S , l'élongation y à un instant t est :

$$y_S(t) = a \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_S\right)$$

♥ Pour un point M , quelconque de la corde situé à la distance x de la source S , l'amplitude est aussi a (amortissement négligeable), la période est T , mais la vibration parvient en M après avoir mis un certain temps θ_M . Si v désigne la vitesse (célérité) de propagation de la vibration alors

$$\theta_M = \frac{x}{v}$$

le point M reproduit donc exactement le mouvement, de la source S , mais avec un certain retard.

Alors :

$$y_M(t) = y_S(t - \theta_M) = a \cos\left(\frac{2\pi}{T}(t - \theta_M) + \varphi_S\right) = a \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_S - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

Avec : $\lambda = v.T$: Longueur d'onde en (m).

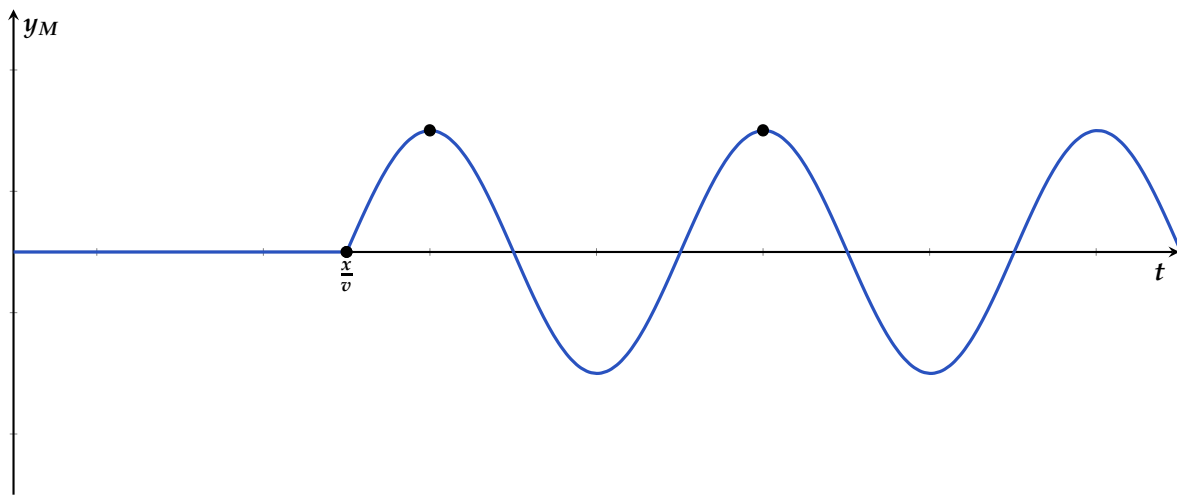
Cette équation est l'équation de propagation d'une onde progressive.

7.1 Périodicité dans le temps

Pour un point considéré de la corde, x a une valeur déterminée. Donc pour $t \geq \theta_M$ On a :

$$y_M(t) = a \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_M\right) \quad \text{avec : } \varphi_M = \varphi_S - \frac{2\pi x}{\lambda}$$

La représentation graphique de la fonction $y_M(t)$ dans ce cas, est appelée « sinusoïde » des temps.



R Si $t \leq \theta_M \Rightarrow y_M(t) = 0$ car la perturbation n'est pas encore arrivée à M .

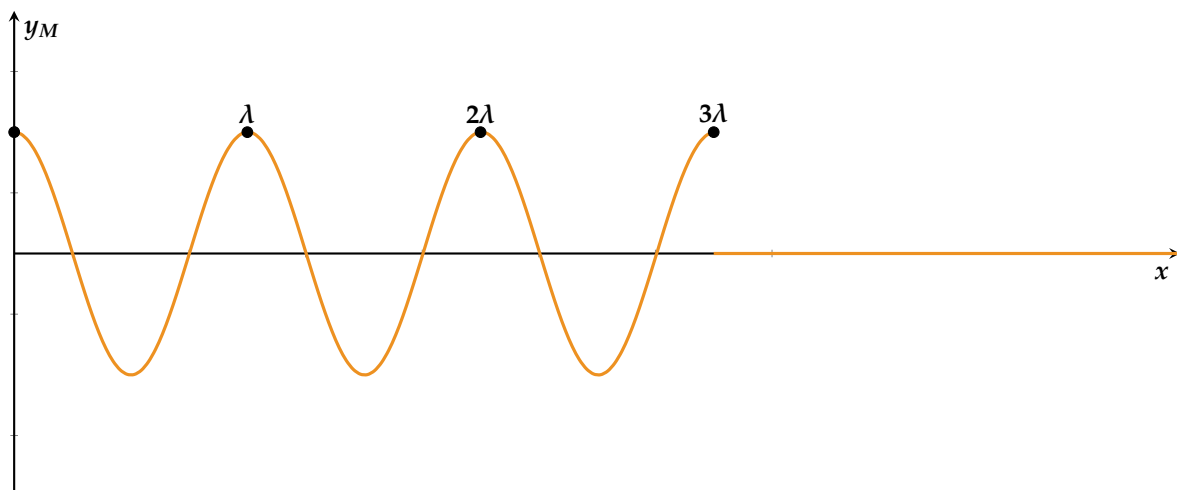
! Pour un point M de la corde autre que la source, on ne considère pas la date $t = 0$ pour déterminer sa phase initiale (φ_M) mais on doit dire à $t = \theta_M$ car à cette date commence le mouvement de ce point (pour $t < \theta_M$ le point M est encore au repos).

7.2 Périodicité dans l'espace

Considérons un instant t_1 donnée, l'élongation du point M est :

$$y_M(x) = a \cos \left(Cte - \frac{2\pi x}{\lambda} \right)$$

Donc λ : est une période spatiale du mouvement de M . La représentation graphique de y en fonction de x est appelée « sinusoïde » des espaces. Elle correspond à l'image que l'on trouverait si on photographiait la corde à cet instant.



! Pour déterminer la phase initiale des points, on ne doit pas dire à $t = 0$ on a $y_M(0) = a$ car l'aspect de la corde est donné à la date $t = t_1$ et non à la date $t = 0$. Donc on doit dire à $t = t_1$ $y_M(t_1) = a$.

En résumé :

♥ Les ondes progressives sinusoïdales sont caractérisées par trois grandeurs : la période T , la célérité v et la longueur d'onde λ .

$$y(x, t) = a \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_S\right)$$

♥ Si on fixe un point M ($x = x_M$) : $y(x_M, t)$ Mouvement d'un point M de la corde.

♥ Si on fixe $t = t_1$: $y(x, t_1)$ Aspect de la corde à la date t_1 .

8 Déphasage entre un point M et la source S

On a :

$$y_S(t) = a \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_S\right) \quad \text{et} \quad y_M(t) = a \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_S\right) = a \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_M\right)$$

Avec :

$$\varphi_M = -\frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_S \quad \text{alors} \quad \Delta\varphi = \varphi_S - \varphi_M = \frac{2\pi x}{\lambda}$$

♥ **Points de la corde vibrant en phase avec la source** : M vibre en phase avec la source S si et seulement si :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi x}{\lambda} = 2k\pi \quad \Leftrightarrow \quad x = k\lambda \quad k \in \mathbb{N}^* \quad \text{avec} \quad 0 < x < \ell$$

♥ **Points de la corde vibrant en opposition de phase avec la source** : M vibre en opposition de phase avec la source S si et seulement si :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi x}{\lambda} = (2k+1)\pi \quad \Leftrightarrow \quad x = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad k \in \mathbb{N} \quad \text{avec} \quad 0 < x < \ell$$

♥ **Points de la corde vibrant en quadrature de phase par rapport à la source** : M vibre en quadrature de phase par rapport à la source S si et seulement si :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad \Leftrightarrow \quad x = (2k+1)\frac{\lambda}{4} \quad k \in \mathbb{N} \quad \text{avec} \quad 0 < x < \ell$$

9 Observation du mouvement d'une corde En lumière stroboscopique

On éclaire la corde par un stroboscope de fréquence N_e réglable. En comparant la fréquence des éclaires N_e du stroboscope à la fréquence de la corde on peut distinguer trois cas :

♥ $N = kN_e$ ou ($T_e = kT$) : la corde paraît immobile sous forme d'une sinusoïde (cette sinusoïde apparemment immobile représente bien l'aspect de la corde à un instant t donné).

♥ N_e est légèrement inférieure à $\frac{N}{k}$ ou (T_e est légèrement supérieure à kT) : la corde paraît sous forme d'une sinusoïde mais en mouvement apparent lent dans le sens réel de propagation de l'onde.

♥ N_e est légèrement supérieure à $\frac{N}{k}$ ou (T_e est légèrement inférieure à kT) : la corde paraît sous forme d'une sinusoïde mais en mouvement apparent lent dans le sens contraire de propagation de l'onde.

10 Transmission d'énergie par les ondes :

La propagation d'un mouvement vibratoire se fait avec un transport d'énergie. Pendant le passage de l'onde, un point matériel de masse m subit un ébranlement au cours duquel, il passe par une vitesse maximale.

Il possède donc une certaine énergie qui se trouve à ce moment là entièrement sous forme d'énergie cinétique :

$$E = E_c = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = \frac{1}{2} m a^2 \omega^2 = 2m\pi^2 N^2 a^2$$

11 Superposition de deux ondes

Soit deux sources de vibration cohérentes S_1 et S_2 . pour simplifier le calcul on suppose que :

$$y_{S_1} = a \cos(\omega t) \quad \text{et} \quad y_{S_2} = a \cos(\omega t)$$

On se propose d'établir l'équation du mouvement d'un point M quelconque situé à une distance d_1 de S_1 et à une distance d_2 de S_2 .

Le point M reçoit simultanément les ondes issues de S_1 et de S_2 , on dit que ces ondes se **superposent ou interfèrent** en ce point.

Soient y_1 et y_2 (respectivement) les elongations du point M quand il reçoit seulement les ondes issues de S_1 et de S_2 , on suppose que les mouvements de S_1 et S_2 sont identiques et leur amplitude reste toujours faible. Alors on a :

$$y_1(t) = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_1\right) \quad \text{et} \quad y_2(t) = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_2\right)$$

d'après le principe de superposition des petits mouvements on a :

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_1\right) + a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_2\right)$$

Rappel : On rappelle que :

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p - q}{2} \cdot \cos \frac{p + q}{2}$$

Alors :

$$y(t) = 2a \cos\left(\frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1)\right) \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\lambda} (d_2 + d_1)\right) = y_m \cos(\omega t + \varphi)$$

Avec :

$$y_m = 2a \cos\left(\frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1)\right) \quad \text{et} \quad \varphi = -\frac{\pi}{2} (d_2 + d_1)$$

On distingue deux cas particulières :

♥ **Points vibrant avec une amplitude maximale :** les points vibrant avec une amplitude maximale sont tel que :

$$\cos\left(\frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1)\right) = \pm 1 \iff \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) = k\pi \iff d_2 - d_1 = k\lambda$$

Pour déterminer leurs nombre on peut utiliser la relation :

$$-\frac{d}{\lambda} \leq k \leq \frac{d}{\lambda} \quad \text{avec} \quad d : \text{ distance entre les deux sources}$$

♥ **Points vibrant avec une amplitude nulle (points immobiles) :** Le point M vibre avec une amplitude nulle si les ondes issues de S_1 et S_2 s'y superposent **en opposition de phase**, c'est-à-dire si :

$$\cos\left(\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right) = 0 \iff \frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = (2k' + 1)\frac{\pi}{2} \iff d_2 - d_1 = (2k' + 1)\frac{\lambda}{2}$$

Pour déterminer leurs nombre on peut utiliser la relation :

$$-\frac{d}{\lambda} - 0,5 \leq k' \leq \frac{d}{\lambda} + 0,5 \quad \text{avec } d : \text{ distance entre les deux sources}$$

12 les interférences lumineuses

♥ **Décomposition de la lumière blanche** : Un faisceau de lumière blanche tombe sur un prisme P . le faisceau réfracté, arrive sur un écran et on peut observer un ensemble de lumières colorées allant du violet (le plus réfracté) au rouge (le moins réfracté).

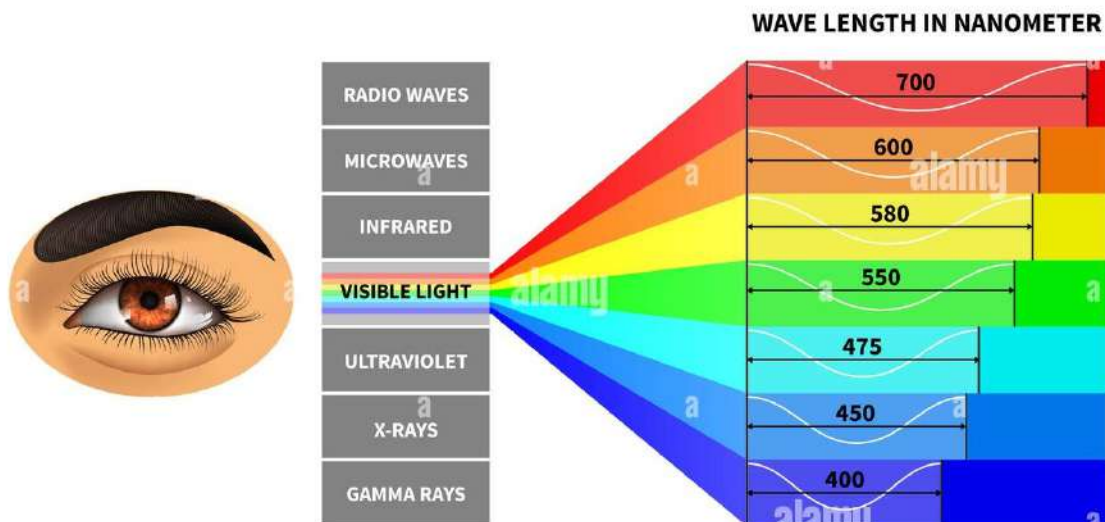
Conclusion : la lumière blanche est formée d'un ensemble de lumières monochromatiques ou radiation. La lumière blanche est polychromatique.

♥ **Célérité de la lumière** : la célérité de la lumière, dans le vide est indépendante de sa couleur. Elle vaut $C = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$. Pour tout autre milieu d'indice de réfraction n , la vitesse de la lumière est $v = \frac{C}{n}$. Exemples : $n_{\text{verre}} = \frac{3}{2}$; $n_{\text{eau}} = \frac{4}{3}$ etc
.....

♥ **Longueur d'onde et spectre visible** : Chaque radiation est caractérisée, par sa longueur d'onde λ , dans le vide.

Exemples : violet : $\lambda = 0,4 \mu\text{m}$ et rouge : $\lambda = 0,75 \mu\text{m}$.

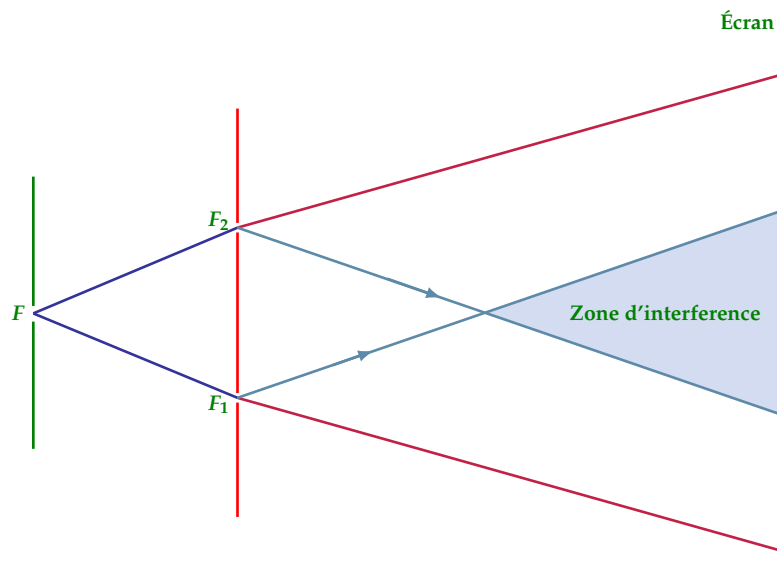
Comme toutes les radiations, observées, sont comprises entre le violet et le rouge, on en déduit que : le spectre visible est formé des radiations dont les longueurs d'onde sont comprises entre $0,4 \mu\text{m}$ et $0,75 \mu\text{m}$.



On définit deux autres domaines invisibles à l'oeil nu :

- **L'ultra violet** : est le domaine des radiations optiques invisibles de longueur d'onde inférieur à $0,4 \mu\text{m}$.
- **L'infrat rouge** : est le domaine des radiations optiques invisibles de longueur d'onde supérieure à $0,75 \mu\text{m}$.

13 L'expérience des fentes d'Young

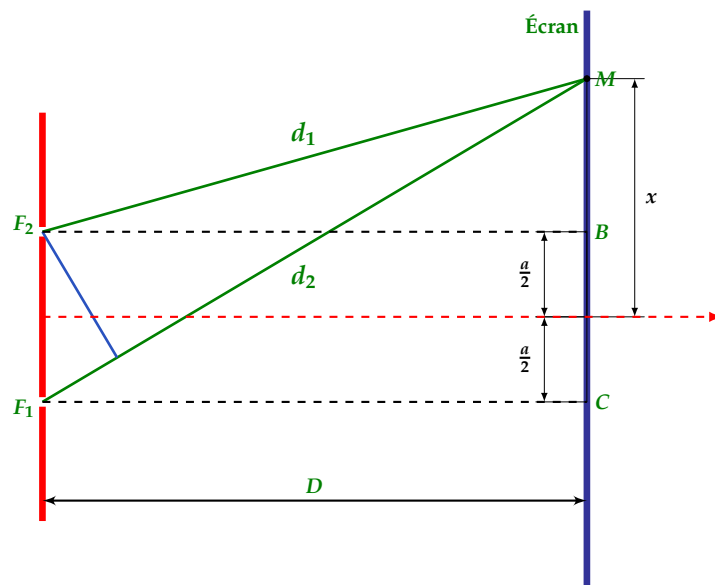


Le Montage comporte une fente principale F pouvant être éclairée par une lumière monochromatique. Le faisceau diffracté issu de F peut éclairer deux fentes secondaires F_1 et F_2 , situées à égale distance de F . Un écran E est placé à une distance D , du plan des deux fentes F_1 et F_2 . Dans la partie commune aux deux faisceaux diffractés issus de F_1 et F_2 , on peut observer **des raies alternativement brillantes et obscures, appelées franges d'interférence**. Cette partie commune est d'ailleurs appelée **zone ou champ d'interférence**.

13.1 La différence de marche

Définition 13.1. En optique ondulatoire, la différence de marche (parfois différence de chemin optique de l'anglais optical path difference) entre deux rayons lumineux est la différence des chemins optiques parcourus par ces deux rayons.

$$\delta = d_2 - d_1$$



On a :

$$d_2^2 = D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 \quad \text{et} \quad d_1^2 = D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad d_2^2 - d_1^2 = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow (d_2 - d_1)(d_2 + d_1) = 2ax \quad \Rightarrow \quad d_2 - d_1 = \frac{2ax}{d_2 + d_1}$$

Dans l'expérience, x et a sont toujours petits par rapport à D , x et a sont de l'ordre du mm alors que D est de l'ordre du mètre alors :

$$d_2 \approx d_1 \approx D$$

Alors la différence de marche est :

$$\delta = d_2 - d_1 = \frac{ax}{D}$$

13.2 Position des franges brillantes et obscures sur l'écran

♥ Les franges brillantes sont telle que :

$$d_2 - d_1 = k\lambda \Rightarrow \frac{ax}{D} = k\lambda \Rightarrow x = \frac{k\lambda D}{a}$$

k : ordre de la frange brillante :

— $k = 0 \Rightarrow x_0 = 0$ on a la frange brillante centrale (d'ordre 0)

— $k = 1 \Rightarrow x_1 = \frac{\lambda D}{a}$ on a la frange brillante d'ordre 1

— $k = 2 \Rightarrow x_2 = \frac{2\lambda D}{a} = 2x_1$ on a la frange brillante d'ordre 2

♥ Les franges obscures sont telle que :

$$d_2 - d_1 = (2k' + 1)\lambda/2 \Rightarrow \frac{ax}{D} = (2k' + 1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow x = (2k' + 1)\frac{\lambda D}{2a}$$

k' : ordre de la frange obscures.

— $k' = 0$ on a la 1^{er} frange obscure, sa position sur l'écran est donnée par :

$$x'_0 = \frac{\lambda D}{2a} = \frac{1}{2}x_1$$

Elle est donc intercalée entre les franges brillantes d'ordre 0 et 1

13.3 Interfrange

Définition 13.2. L'interfrange c'est la distance séparant deux franges consécutives de même nature (deux brillantes ou deux sombres). Elle a pour expression :

$$i = \frac{\lambda D}{a}$$

Ⓡ Étant donné la position d'une frange et on cherche sa nature, il suffit de calculer le rapport $\frac{x}{i}$, si on trouve un entier alors la frange est brillante si on trouve un entier + 0,5 alors la frange est sombre.

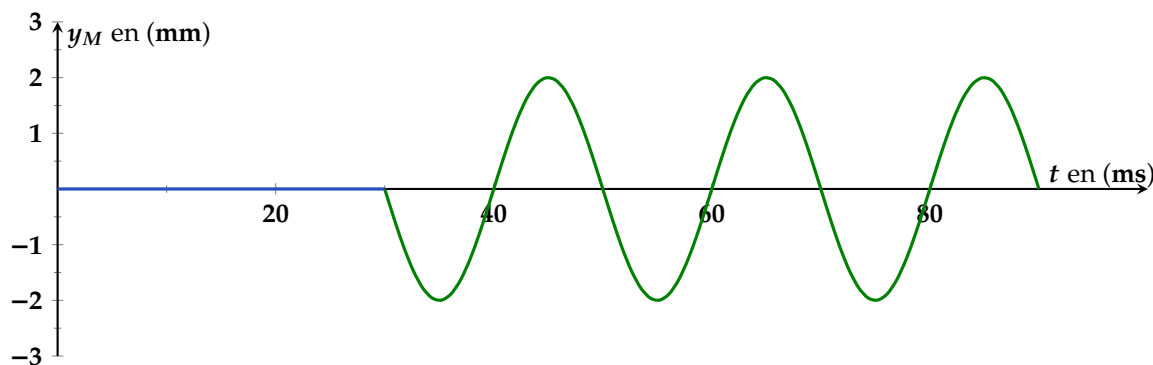
Exercice 1



Les parties A et B sont indépendantes.

PARTIE A

On donne le diagramme de mouvement d'un point M (sinusoïde des temps) d'abscisse x_M par rapport à la source S , extrémité d'une corde le long de laquelle se propage une onde sinusoïdale transversale à une célérité constante $v = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.



1. Prélever du graphe :

(a) La période temporelle T de l'onde. Calculer sa fréquence et déduire sa longueur d'onde λ .

(b) Le retard temporel θ_M du point M . Calculer son abscisse x_M

2. Déterminer l'équation horaire de mouvement du point M , déduire celle du point S .

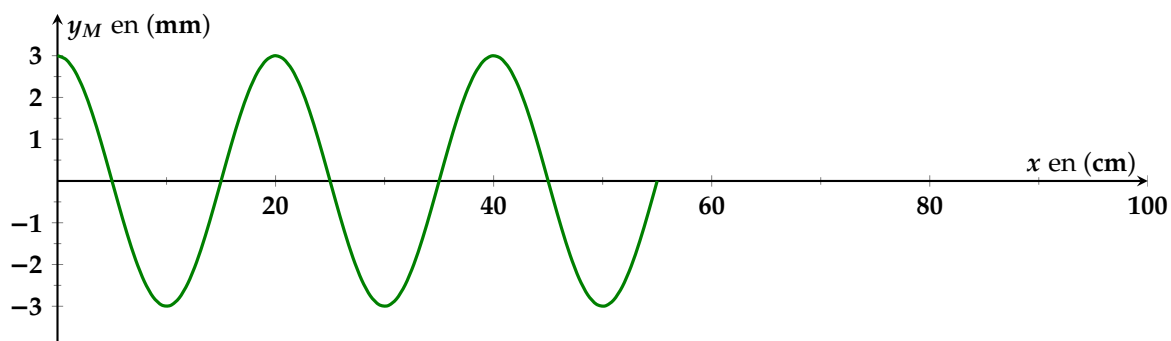
PARTIE B

On donne l'aspect d'une corde (voir figure dans la page suivante) à la date $t_1 = 0,0275 \text{ s}$ (sinusoïde des espaces) le long de laquelle se propage une onde sinusoïdale transversale à une vitesse constante v .

3. Prélever du graphe la période spatiale λ de l'onde. Déduire l'abscisse x_f du front d'onde à la date t_1 .

4. Calculer la célérité v de l'onde. déduire sa fréquence N .

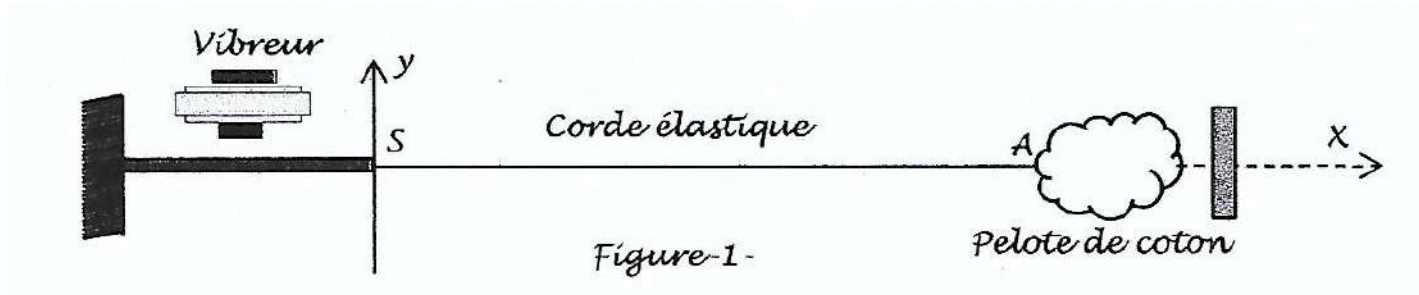
5. Déterminer l'équation horaire du mouvement du point source S .



Exercice 2



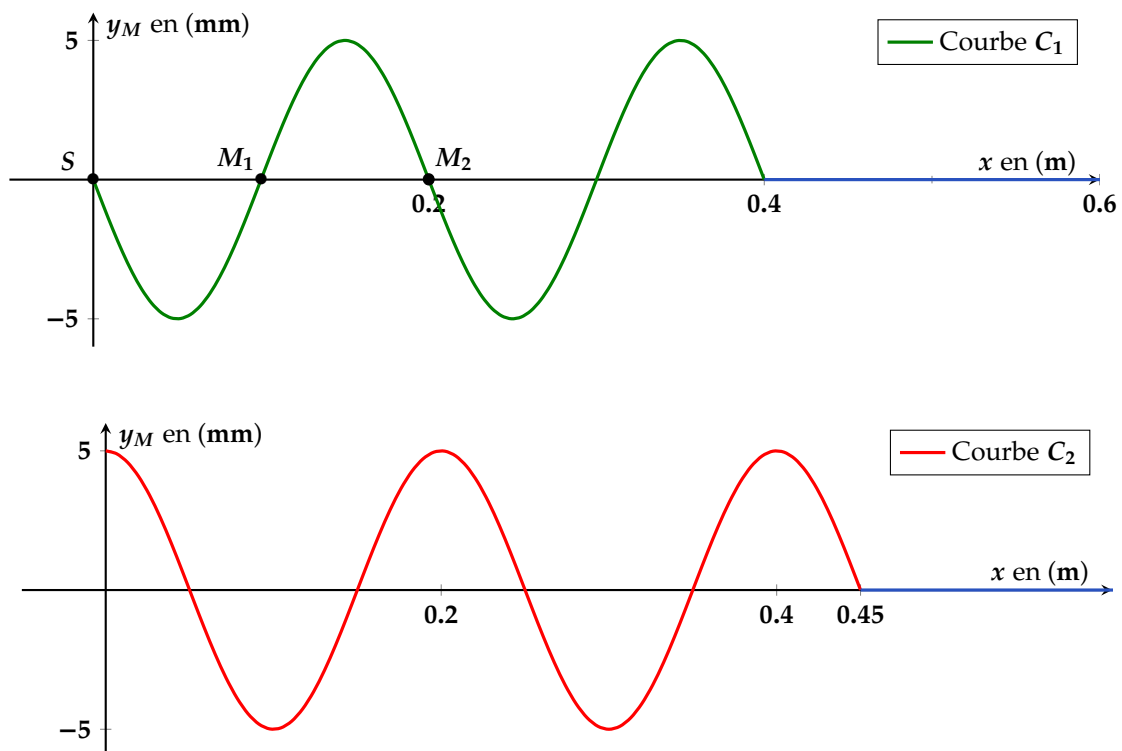
On dispose d'une corde élastique, homogène, tendue horizontalement et de longueur $\ell = 70$ cm. L'extrémité S de cette corde est attachée à un vibreur qui lui impose des vibrations verticales sinusoïdales d'amplitudes $a = 5$ mm et de fréquence N . L'autre extrémité A est reliée à un support fixe à travers une pelote de coton comme l'indique la figure 1 suivante :



1. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous en attribuant à chacun des éléments du dispositif le rôle qui lui convient parmi les suivants : milieu de propagations, source d'énergie, absorbant énergétique.

| Élément du dispositif | Vibreur | Corde tendue | Pelote de coton |
|-----------------------|---------|--------------|-----------------|
| Rôle | | | |

Les courbes (C_1) et (C_2) de la figure suivante, représentent les deux aspects de la corde respectivement aux instants t_1 et t_2 tel que $t_2 - t_1 = 5.10^{-3}$ s. La position de chacun des trois points S , M_1 et M_2 de la corde, à l'instant t_1 , est indiquée sur la courbe (C_1) .



2. Indiquer, sur la courbe (C_2) , les nouvelles positions des points S_1 , M_1 et M_2 à l'instant t_2 .

3. Comparer chacun des mouvements des points M_1 et M_2 à celui de S .

L'équation horaire du mouvement S s'écrit : $y_S(t) = a \sin(\omega(t) + \varphi_S)$

4. En exploitant les courbes précédentes :

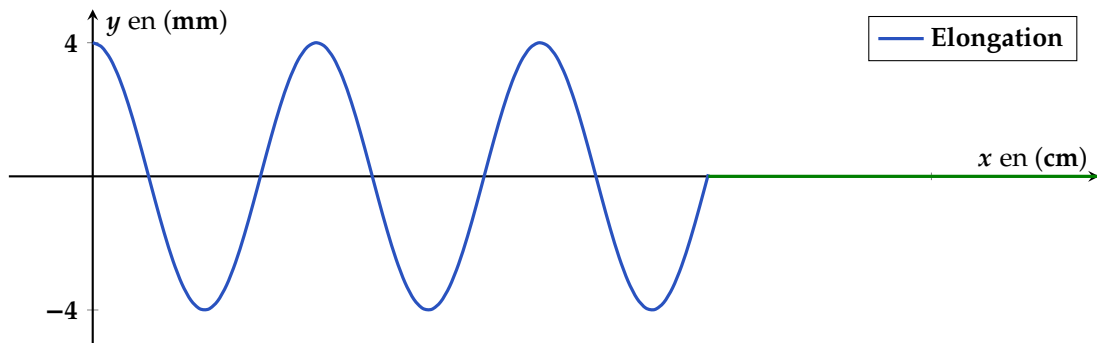
- Préciser la valeur de λ ;
- Déterminer la valeur de la célérité v . En déduire la valeur de la fréquence N ;
- Calculer la valeur de la phase initiale φ_S .

5. Déduire les abscisses des points qui vibrent en phase avec S à l'instant t_2 .

Exercice 3

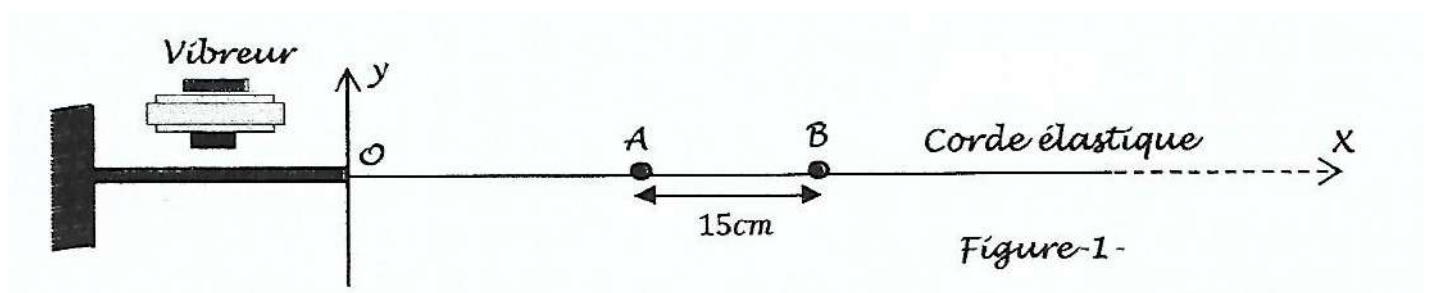


Une corde souple et très longue, tendue horizontalement, est attachée par l'une de ses extrémités S à une lame vibrante qui lui communique, à partir de l'instant $t = 0$, des vibrations verticales sinusoïdales d'équation $y_S(t) = 4.10^{-3} \sin(100\pi t + \varphi_S)$; l'élongation y est exprimée en (m) et le temps t en (s). On néglige tout amortissement et toute réflexion de l'onde issue de S . L'aspect de la corde à un instant de date t_1 est donné par la courbe de la figure suivante :



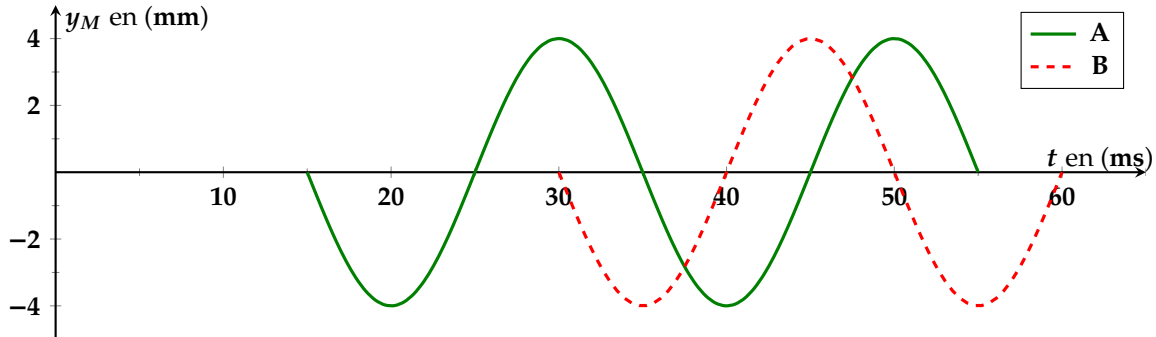
- Définir la longueur d'onde λ .
- Montrer que $t_1 = 5,5 \cdot 10^{-2}$ s.
- Sachant que la distance parcourue par l'onde à l'instant de date t_1 est égale à **66 cm**, déterminer la valeur de λ ainsi que celle de la célérité v de l'onde.
- Préciser la valeur de l'élongation de S à un instant de date t_1 . En déduire celle de sa phase initiale φ_S .
Soit A le point de la corde le plus proche de S et vibrant en opposition de phase avec la source .
- Déterminer l'abscisse $x_A = SA$ du point A .
- Représenter le diagramme du mouvement du point A

Exercice 4



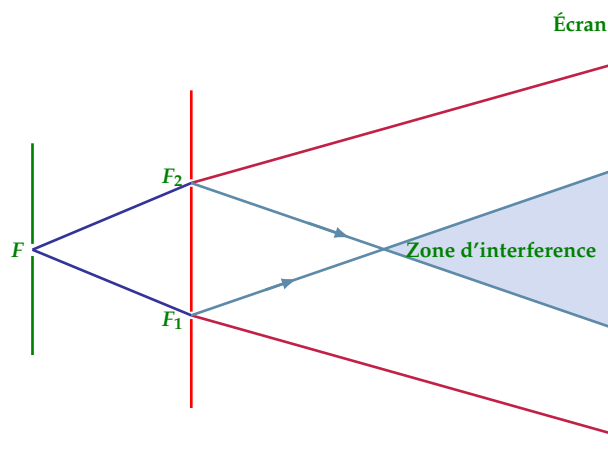
Une lame vibrante communique à l'extrémités d'une corde élastique homogène tendue horizontalement, un mouvement vibratoire transversal, sinusoïdal d'amplitude a et de fréquence N . Le mouvement de la source S débute à l'instant $t = 0$, à partir de sa position d'équilibre prise comme origine des élongations y . On néglige toute réflexion et tout amortissement de l'onde.

Les deux courbes ci-dessous représentent les mouvements des points A et B



- Déterminer les décalages horaires θ_A et θ_B entre S et A et entre S et B .
- Déterminer la période T , la célérité v et la longueur d'onde λ de l'onde transversale à travers cette corde.
- En déduire les distances x_A et x_B qui séparent la source S de A et de B .
- Écrire l'équation horaire des vibrations de la source S et celle du point A de la corde. Représenter l'aspect de la corde à l'instant $t_1 = 4,5 \cdot 10^{-2} \text{ s}$.
- Déterminer le nombre et les abscisses des points de la corde qui vibrent en quadrature retard de phase par rapport à la source à l'instant $t_1 = 4,5 \cdot 10^{-2} \text{ s}$.

Exercice 5



On réalise l'expérience d'Young à l'aide d'une fente éclairée F équidistante de deux autres fentes F_1 et F_2 parallèles à F , percées dans un écran P . La distance entre F_1 et F_2 est $a = 1,5 \text{ mm}$. Un écran E parallèle à P est placé à la distance $D = 2,4 \text{ m}$ de P (voir figure).

- La fente F est d'abord éclairée par une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$.
 - Qu'observe-t-on sur l'écran dans la région commune aux deux faisceaux ?

- (b) Rappeler l'expression de la différence de marche δ au point M d'abscisse $x = OM$ sur l'écran E . Calculer sa valeur pour $x = 6 \text{ mm}$.
- (c) Déterminer la valeur de l'interfrange i et préciser la nature des franges dont les milieux sont situés aux points d' abscisses respectives $x_1 = 3,2 \text{ mm}$ et $x_2 = 4,4 \text{ mm}$.

2. La fente F est maintenant éclairée en lumière blanche.

- (a) Qu'observe-t-on sur l'écran E dans la région commune aux deux faisceaux ?
- (b) Quelles sont les longueurs d'ondes des radiations appartenant au spectre visible pour lesquelles une frange obscure se forme sur l'écran E à la distance $x = 6 \text{ mm}$ de la frange centrale brillante ?

On donne pour le spectre visible $0,4 \mu\text{m} \leq \lambda \leq 0,8 \mu\text{m}$.

Exercice 6



Une lame vibrante porte une pointe dont l'extrémité A est animée d'un mouvement rectiligne sinusoïdale de fréquence $N = 80 \text{ Hz}$ et d'amplitude $a = 2 \text{ mm}$.

- En prenant pour origine des dates l'instant où A passe par sa position d'équilibre dans le sens positif ; donner l'expression de son élongation en fonction du temps. l'extrémité A de la pointe est liée à une corde élastique à qui elle imprime des vibrations transversales. La célérité de propagation le long de la corde est $C = 8 \text{ m/s}$.
- Donner l'expression de l'élongation d'un point B situé à 5 cm de A . Quel est l'état vibratoire de B par rapport à A ?
- Quelle sera l'élongation de B à l'instant $t = 31,25 \text{ ms}$.
- Quel est l'aspect de la corde à cet instant t ?
- On éclaire la corde par un stroboscope de fréquences variables. Qu'observe-t-on si on donne au stroboscope les fréquences suivantes : 160 Hz , 40 Hz , 82 Hz et 79 Hz .

On considère maintenant deux lames vibrantes portant respectivement deux pointes dont les extrémités O_1 et O_2 sont distantes de $d = 8 \text{ cm}$ et produisent à la surface de l'eau, des perturbations sinusoïdales de même amplitude $a = 2 \text{ mm}$ et de même fréquence 80 Hz . La célérité des ondes à la surface de l'eau est $V = 3,2 \text{ m/s}$. On donne : $Y_{O_1} = a \cos \omega t$ et $Y_{O_2} = a \cos(\omega t + \pi)$

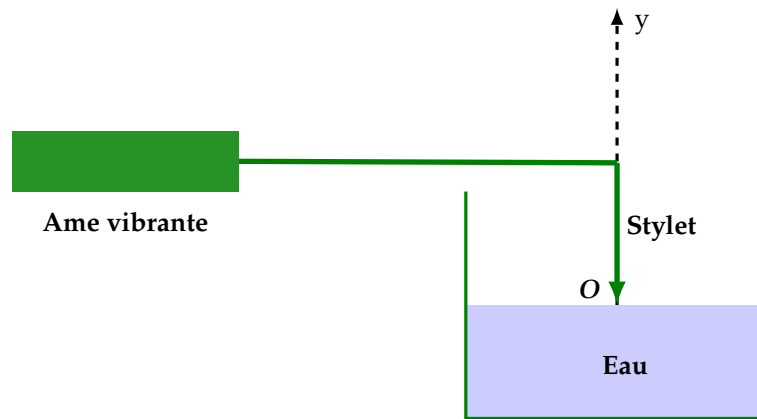
- Montrer que l'équation horaire du mouvement d'un point M de la surface de l'eau situé à d_1 de O_1 et à d_2 de O_2 est :

$$Y_x = 2a \cos \left[\frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) - \frac{\pi}{2} \right] \cdot \cos \left[\frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi}{\lambda} (d_2 + d_1) + \frac{\pi}{2} \right]$$

Faire l'application numérique pour $d_1 = 4 \text{ cm}$ et $d_2 = 6,5 \text{ cm}$.

- Comparer le mouvement de M à ceux de O_1 et de O_2 .
- Quelle est le lieu des points d'amplitude maximale ?
- Déterminer sur le segment $[O_1; O_2]$ le nombre ces points.

Exercice 7



L'extrémité d'une lame vibrante horizontale est munie d'un styler dont la pointe est animée d'un mouvement vertical rectiligne sinusoïdal d'amplitude $a = 2 \text{ mm}$ et de fréquence 50 Hz . Lorsque la lame est au repos la pointe du styler affleure en un point O la surface libre de l'eau contenue dans une cuve de grande dimension. Quand la pointe du styler vibre des ondes transversales sinusoïdales se propagent à partir de O dans toutes les directions avec une célérité $C = 50 \text{ cm/s}$.

1. Établir l'équation horaire $y = f(t)$ du mouvement du point O . On prendra pour axe Oy l'axe orientée positivement vers le haut et pour origine des dates l'instant où débute le mouvement de la pointe du styler en se déplaçant vers le haut.
2. Établir l'équation horaire du mouvement d'un point M de la surface de l'eau situé à une distance x de O ; le point M sera considéré assez proche de O pour que l'amortissement de l'amplitude en ce point soit négligeable. Que peut-on dire du mouvement de M par rapport à celui de O dans le cas où $x = 2,25 \text{ cm}$.

On remplace le styler précédent par une fourche à deux pointes S_1 et S_2 distantes de $d = 3,5 \text{ cm}$. Lorsque la lame vibre, les deux pointes S_1 et S_2 provoquent en deux points O_1 et O_2 de la surface de l'eau des vibrations en phase de fréquence $f = 50 \text{ Hz}$ et d'amplitude $a = 2 \text{ mm}$. On donne : $Y_{O_1} = Y_{O_2} = a \cos \omega t$

3. Établir l'équation horaire du mouvement d'un point M de la surface de l'eau situé au voisinage de O_1 et O_2 et se trouvant respectivement à des distances d_1 et d_2 de ces deux points.
4. Déterminer le nombre de points de la surface de l'eau qui se trouvent sur le segment $[O_1, O_2]$ et qui vibrent avec une amplitude maximale.

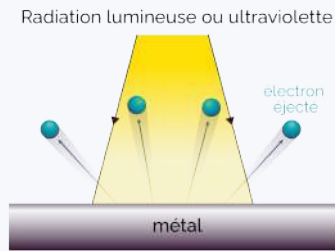
Effet photoélectrique

| | | |
|-----|--|-----|
| 1 | Définition de l'effet photoélectrique | 136 |
| 2 | Seuil photoélectrique : fréquence seuil et longueur d'onde seuil | 136 |
| 3 | Interprétation de l'effet photoélectrique | 136 |
| 3.1 | Hypothèse d'Einstein | 136 |
| 4 | Énergie cinétique maximale des électrons émis | 137 |
| 5 | Potentiel d'arrêt | 137 |
| 5.1 | Caractéristique d'une cellule photoélectrique | 137 |
| 5.2 | Relation entre intensité de saturation et puissance reçue | 138 |

CE QU'IL FAUT COMPRENDRE PUIS RETENIR

1 Définition de l'effet photoélectrique

Définition 1.1. Par définition, l'effet photoélectrique est l'émission d'électrons par un métal convenablement éclairé.



2 Seuil photoélectrique : fréquence seuil et longueur d'onde seuil

Théorème 2.1. Pour un métal pur, l'émission photoélectrique ne se produit que si la fréquence de la lumière excitatrice est supérieure à une fréquence dite fréquence seuil notée ν_S ou ν_0 (ce qui revient à dire que la longueur d'onde de la radiation incidente est inférieure à une certaine valeur λ_0 appelée longueur d'onde seuil). Cette fréquence seuil ν_0 et cette longueur d'onde seuil λ_0 dépendent du métal.

Des expériences délicates utilisant des cellules photoélectriques permettent d'établir le tableau ci-dessous :

| Métal | CS | K | Na | Ba | Zn | MO | Cu | W |
|--------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| λ_0 (nm) | 650 | 540 | 520 | 500 | 370 | 300 | 290 | 270 |

3 Interprétation de l'effet photoélectrique

3.1 Hypothèse d'Einstein

Pour extraire un électron dans un métal il faut fournir de l'énergie appelée énergie d'extraction. Einstein interprète l'effet photoélectrique en formulant les hypothèses (ou postulats) suivantes :

- ♥ La lumière est constituée par un ensemble de corpuscules, appelés photons, transportant chacun un quantum (des quanta) d'énergie.
- ♥ Un photon a une charge nulle et une masse nulle; il se déplace à la vitesse de la lumière, soit $C \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ dans le vide.
- ♥ Chaque photon d'un rayonnement monochromatique de fréquence ν transporte un quantum d'énergie :

$$E = h \cdot \nu = \frac{hC}{\lambda}$$

avec h la constante de Planck (($h = 6,623 \times 10^{-34} \text{ J.s}$), C la vitesse de lumière dans le vide (en m/s) et λ la longueur d'onde dans le vide (en m). E s'exprime en joule (J).

- ♥ L'effet photoélectrique correspond à l'interaction (choc) entre un photon incident et un électron du métal avec transfert de l'énergie du photon à l'électron extrait.

4 Énergie cinétique maximale des électrons émis

Si la fréquence ν du photon est supérieure à la fréquence seuil ν_0 , l'énergie (E) du photon est supérieure à l'énergie d'extraction $W_0 = h\nu_0$; l'excédent d'énergie est communiqué à l'électron sous forme d'énergie cinétique (E_c). Le bilan énergétique s'écrit alors :

$$E = W_0 + E_c \Rightarrow E_c = E - W_0 = h\nu - h\nu_0 \Rightarrow E_c = h(\nu - \nu_0) = hC \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)$$

5 Potentiel d'arrêt

Définition 5.1. Le potentiel d'arrêt U_0 c'est la valeur de la tension qu'il faut appliquer entre l'anode et le cathode qui permet aux électrons d'être arrêtés au niveau de l'anode. On montre facilement que :

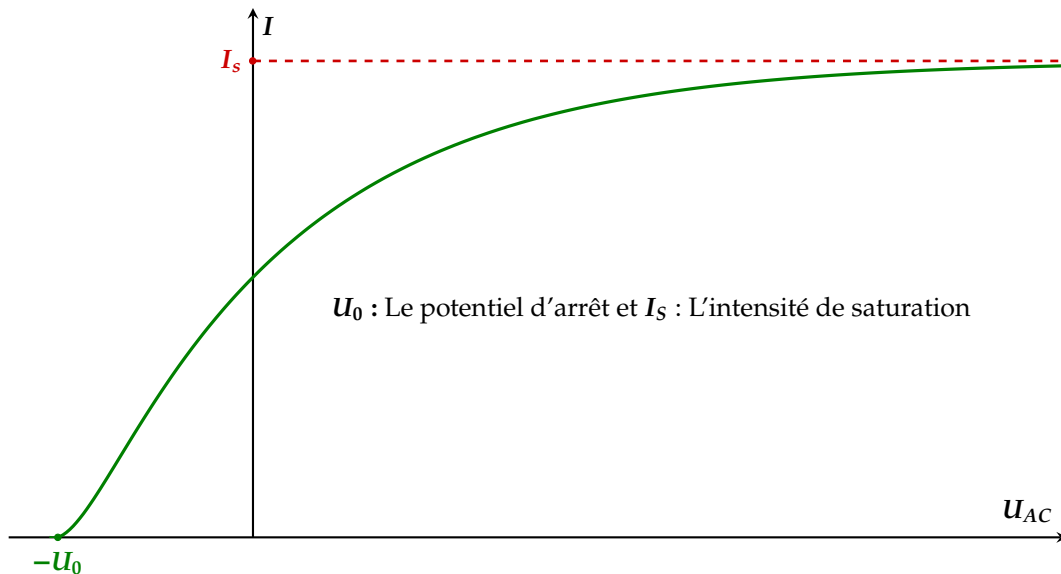
$$U_0 = \frac{h}{e}(\nu - \nu_0) = \frac{hC}{e} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)$$

Pour montrer le résultat précédent il suffit d'appliquer le théorème de l'énergie cinétique entre le cathode et l'anode, en effet :

$$E_{cA} - E_{cC} = W(\vec{F}) \Rightarrow 0 - h(\nu - \nu_0) = -eU_0 \Rightarrow U_0 = \frac{h}{e}(\nu - \nu_0)$$

5.1 Caractéristique d'une cellule photoélectrique

Éclairons une cellule photoélectrique par un faisceau monochromatique de fréquence déterminée ($\nu > \nu_0$) et de puissance constante P . La puissance P du faisceau est l'énergie transportée par le faisceau par unité de temps. Faisons varier la tension U_{AC} et traçons la caractéristique tension courant de la cellule en relevant une série de couples de mesure (U_{AC}, I). On obtient la courbe suivante :



Analysons la courbe obtenue :

♥ **Intensité de saturation I_S** : Lorsque la tension U_{AC} augmente, le nombre d'électrons qui atteint l'anode augmente. Donc l'intensité I augmente. Si tous les électrons émis par la cathode sont captés par l'anode l'intensité du courant atteint une valeur maximale appelée intensité de saturation I_S .

♥ **Potentiel d'arrêt** : lorsque la tension $U_{AC} = 0$, l'intensité n'est pas nulle : même sans tension accélératrice, certains des électrons émis parviennent à rejoindre l'anode. Pour annuler l'intensité du courant, une tension négative $U_{AC} = -U_0$ est nécessaire : il s'agit de freiner les électrons éjectés de la cathode afin que même ceux ayant la plus grande vitesse d'émission ne parviennent pas à atteindre l'anode. U_0 est la tension ou potentiel d'arrêt.

5.2 Relation entre intensité de saturation et puissance reçue

Soit n le nombre de photons parvenant chaque seconde sur la cathode et $h\nu$ l'énergie d'un photon : la puissance P reçue par le cathode vaut alors :

$$P = nh\nu$$

Sur n photons incidents et possédant l'énergie suffisante seuls n' photons sont efficaces, c'est à-dire capables d'extraire n' électrons. Le rapport $\frac{n'}{n} = r$ est appelé rendement quantique de la cellule.

Pour une cellule donnée, ce rendement n'est fonction que de la fréquence ν du rayonnement incident. Ainsi

$$P = \frac{n'}{r} h\nu$$

L'intensité de saturation est liée au nombre d'électrons éjectés du métal chaque seconde :

$$I_s = n'e$$

Alors

$$P = \frac{I_s}{e} \cdot \frac{h\nu}{r} \Rightarrow I_s = \frac{P \cdot e \cdot r}{h\nu}$$

L'intensité du courant de saturation est bien proportionnelle à la puissance transportée par le faisceau incident.

Exercice 1



On éclaire une cellule photoélectrique par des radiations lumineuses de longueur d'onde $\lambda = 0,6 \mu\text{m}$. Le travail d'extraction du métal constituant la cathode de la cellule est $W_0 = 1,875 \text{ eV}$

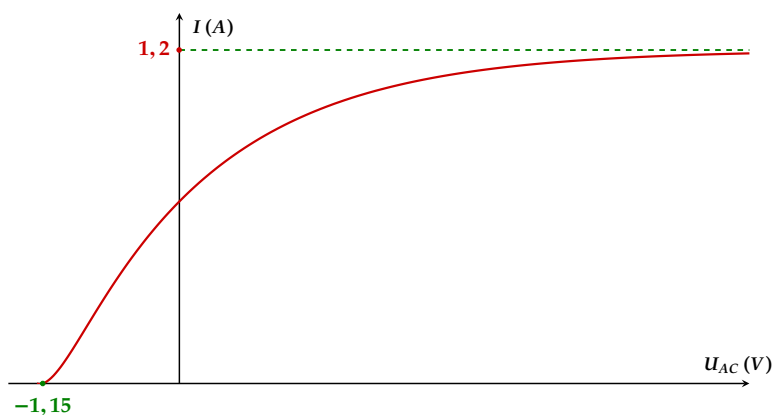
1. Définir l'effet photoélectrique.
2. Définir la longueur d'onde seuil λ_0 de la cathode. Déterminer sa valeur. Comparer λ_0 avec la longueur d'onde λ des radiations éclairant la cellule. Conclure.
3. Déterminer, l'énergie cinétique maximale de sortie d'un électron extrait de la cathode de la cellule et en déduire sa vitesse.
4. Définir le potentiel d'arrêt et calculer sa valeur.

Données : $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ Kg}$, $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ Js}$, $C = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$, $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$

Exercice 2



Une cellule photoélectrique au césium est éclairée par un rayonnement monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 410 \times 10^{-9} \text{ m}$. On établit entre son anode A et sa cathode C une tension U_{AC} et on mesure l'intensité I du courant pour chaque valeur de U_{AC} . La courbe suivante reproduit la caractéristique $I = f(U_{AC})$ de la cellule.

Déduire :

1. La valeur du potentiel d'arrêt U_0 après avoir donné sa définition.
2. La valeur de la vitesse d'émission des électrons par la cathode.
3. L'énergie d'extraction W_0 d'un électron de l'atome de césium, puis la valeur de la fréquence ν_0 seuil photoélectrique du césium.
4. On applique entre la cathode et l'anode une tension $U_{AC} = 10 \text{ V}$, calculer la vitesse V_2 avec la quelle les électrons arrivent sur l'anode.

Exercice 3



Une cellule photoélectrique reçoit un rayonnement lumineux monochromatique de longueur d'onde $0,483 \mu\text{m}$. Elle est branchée dans un circuit série comprenant un générateur de tension continue réglable et un ampèremètre. On augmente progressivement la tension et on constate que le courant à travers l'ampèremètre diminue. Pour des tensions supérieures à $0,87 \text{ V}$ l'intensité de courant est nulle.

1. Représenter le schéma du montage.

- Calculer le travail d'extraction d'un électron. Exprimer le en eV .
- Calculer la fréquence seuil et la longueur d'onde seuil.

On donne : $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ Js}$, $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$.

Exercice 4



On éclaire la cathode d'une cellule photoélectrique à vide avec une lumière monochromatique dont chaque photon transporte une énergie de $2,75 \text{ eV}$.

- Calculer la valeur de la longueur d'onde de cette lumière.
- Calculer la valeur de la vitesse d'expulsion d'un électron du métal de la cathode sachant que le travail d'extraction vaut $2,25 \text{ eV}$.
- Pour augmenter cette vitesse d'expulsion faut-il changer la longueur d'onde de la lumière incidente ou la puissance lumineuse? Justifier la réponse

Exercice 5



- La photocathode en Cs d'une cellule photoélectrique reçoit un rayonnement lumineux monochromatique de longueur d'onde 430 nm et de puissance 1 mW . Sa fréquence de seuil est $4,6 \times 10^{14} \text{ Hz}$.
 - Calculer en J puis en eV le travail d'extraction d'un électron de la photocathode.
 - Quelle est l'énergie cinétique maximale des électrons émis en J puis en eV ?
 - Calculer le potentiel d'arrêt de la photocathode pour ce rayonnement.
- Calculer la vitesse maximale d'impact d'un électron sur l'anode si la ddp entre l'anode et la photocathode est 10 V .
- Le rendement quantique de la cellule $\eta = 0,03$. Calculer l'intensité du courant de saturation obtenu avec ce rayonnement.

Exercice 6



On envoie un faisceau de lumière monochromatique de puissance 1 W et de longueur d'onde $0,489 \mu\text{m}$ sur une cellule photoélectrique pour laquelle le travail d'extraction vaut $2,1 \text{ eV}$.

- Déterminer la longueur d'onde seuil de la cellule.
- Calculer l'énergie cinétique d'électrons émis.
- Quelle tension faut-il appliquer à cette cellule pour annuler le courant? Préciser la polarité.
- Déterminer l'intensité de saturation, sachant que 2% des photons incidents produisent l'effet photoélectrique.

On donne : $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ Js}$, $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$.

Niveaux d'énergie d'un atome

| | | |
|-----|--|-----|
| 1 | Niveaux d'énergie | 142 |
| 1.1 | Postulats de Bohr | 142 |
| 1.2 | Niveaux d'énergie d'un atome | 142 |
| 2 | Étude du spectre de raies de l'hydrogène. | 143 |
| 2.1 | Spectre d'émission de l'hydrogène | 143 |
| 3 | Interprétation des spectres de raies | 143 |
| 3.1 | L'énergie de l'atome d'hydrogène | 143 |
| 3.2 | Le photon | 144 |
| 4 | Passage d'un électron d'un niveau d'énergie à un autre | 144 |
| 5 | Séries de raies d'émission | 144 |
| 6 | Relation empirique : | 145 |

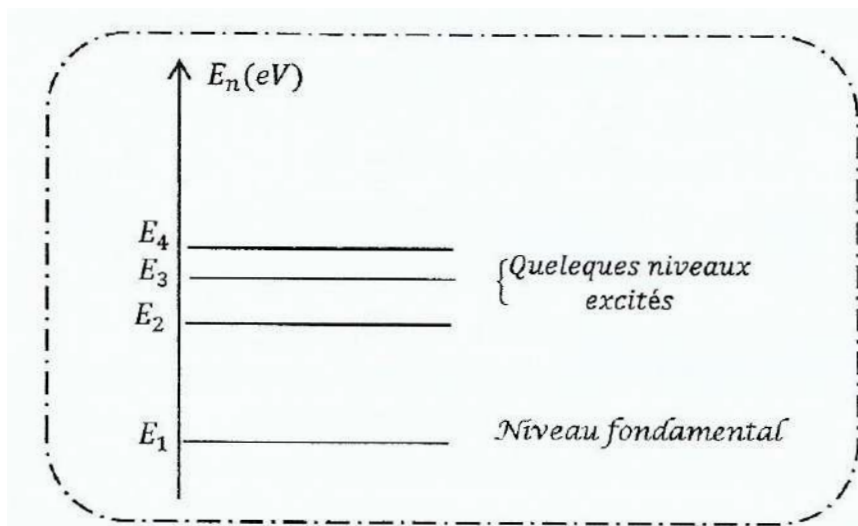
CE QU'IL FAUT COMPRENDRE PUIS RETENIR**1** Niveaux d'énergie**1.1 Postulats de Bohr**

Une étude approfondie des spectres d'émission conduit Niels Bohr, en 1913, d'énoncer les postulats suivants :

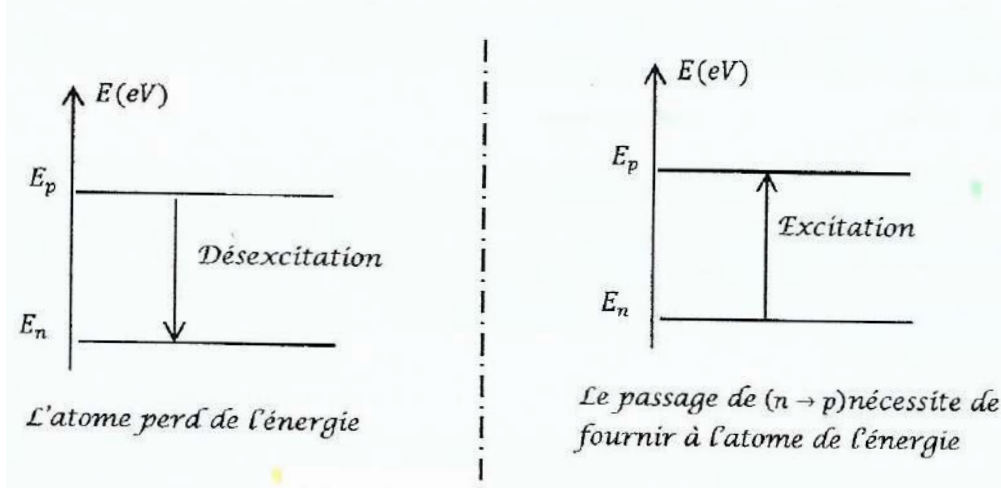
- ♥ Les variations d'énergie de l'atome sont quantifiées.
- ♥ L'atome ne peut exister que dans certains états d'énergie bien définis, caractérisés par un niveau d'énergie.

1.2 Niveaux d'énergie d'un atome

- ♥ L'énergie d'un atome est quantifiée : elle ne peut prendre que certaines valeurs discrètes appelées niveaux d'énergie. A chaque atome correspond en ensemble unique de niveaux d'énergie discrets.
- ♥ On représente les différents niveaux d'énergie d'un atome sur un diagramme de niveaux d'énergie, constitué d'un axe des énergies, vertical et orienté vers le haut. chaque niveau d'énergie y est représenté par un trait horizontal en face de la valeur correspondante.



- ♥ L'état de plus faible énergie est appelé **l'état fondamental**, et correspond à l'état stable de l'atome.
 - ♥ Les états d'énergie supérieure à l'état fondamentale sont les **états excités** de l'atome.
 - ♥ Un atome initialement dans son état fondamental, en l'absence de perturbation extérieur, reste dans cet état.
 - ♥ Le passage d'un état à un autre, de niveau inférieur ou supérieur au premier, est appelé une transition. Après avoir de nouveau atteint son état fondamental, l'atome ne peut plus effectuer de transition en l'absence de perturbation extérieur.
- R** Les états excités sont en général instables et leur durée de vie est très courtes, de l'ordre de $\sim 10^{-8}$ s . Après ce laps de temps, l'atome se désexcite spontanément vers l'un des états associés à un niveau d'énergie inférieur, en cédant de l'énergie



2 Étude du spectre de raies de l'hydrogène.

2.1 Spectre d'émission de l'hydrogène

Le spectre d'émission de l'atome d'hydrogène est constitué de **quatre raies colorées**, correspondant chacune à une radiation monochromatique de longueur d'onde bien précise.

H_α (Rouge) : $\lambda_R = 656 \text{ nm}$; H_β (Bleu) : $\lambda_B = 486 \text{ nm}$; H_γ (Indigo) : $\lambda_I = 434 \text{ nm}$; H_δ (Violet) : $\lambda_V = 410 \text{ nm}$

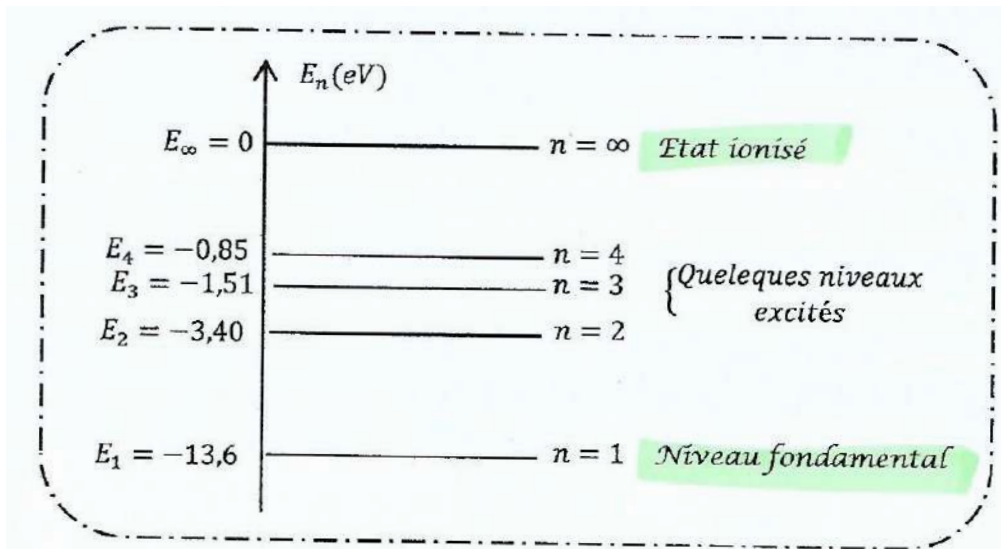
3 Interprétation des spectres de raies

3.1 L'énergie de l'atome d'hydrogène

En 1913, le physicien danois Niels Bohr propose une théorie qui permet d'interpréter le spectre de raies de l'hydrogène. Il établit que l'énergie d'un atome d'hydrogène est donnée par la relation :

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ (eV)} \quad \text{où } n \text{ est un entier positif et } 1\text{eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

L'énergie de l'atome d'hydrogène est donc quantifiée, ne prenant que certaines valeurs particulières, indexées par le nombre n , appelé nombre quantique.



♥ Pour $n = \infty$, $E_n = 0$: l'électron infiniment éloigné du noyau (c'est-à-dire à l'état ionisé H^+).

♥ Pour passer de l'état fondamental à l'état ionisé sans communiquer de vitesse à l'électron, il faut fournir à l'atome l'énergie : $W = -E_1 = +13,6 \text{ eV} = E_{\text{ionisation}}$, appelé énergie d'ionisation.

♥ **Signification de signe –** : Pour ioniser l'atome, c'est-à-dire séparer l'électron du noyau sans lui communiquer de vitesse, il faut fournir une énergie $W > 0$: cette énergie s'ajoute à l'énergie E_n que possédait l'atome, pour donner l'énergie E_∞ de l'atome ionisé :

$$E_n + W = E_\infty = 0 \Rightarrow E_n = -W \Rightarrow E_n < 0$$

L'énergie E_n de l'atome est négative.

3.2 Le photon

Pour interpréter les spectres de raies d'émission, Niels Bohr suppose que c'est sous forme d'énergie lumineuse que l'atome excité cède de l'énergie lors d'une transition vers un état d'énergie inférieure.

♥ Einstein a considéré en 1905 qu'un rayonnement lumineux monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ , donc de fréquence ν , peut-être modélisé par un flux de particules, appelées photons.

♥ Chaque photon représente une quantité élémentaire d'énergie appelé quantum d'énergie, proportionnelle à la fréquence ν :

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

♥ La constante de proportionnalité est l'une des constantes fondamentales de la physique. Elle est notée h et appelée la constante de Planck : $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

4 Passage d'un électron d'un niveau d'énergie à un autre

Un atome excité a tendance à revenir dans son état fondamental : il le fait par des transitions électroniques, qui s'accompagnent d'une émission de photons. Ce retour à l'état fondamental peut se faire par étapes. Ainsi une transition depuis un état excité E_n vers un état E_p ($E_p < E_n$) s'accompagne de l'émission d'un photon d'énergie

$$h\nu_{np} = E_n - E_p = -13,6 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right) \quad \text{Avec } n < p$$

Cette valeur (en eV) représente aussi l'énergie qu'il faut fournir à l'atome pour l'exciter du niveau p au niveau supérieur n .

5 Séries de raies d'émission

L'ensemble des raies qui constituent le spectre d'émission de l'atome de l'hydrogène peut être classé en séries. Une série correspond aux transitions qui aboutissent au même niveau d'énergie.

Exemples de séries :

- **Séries de Lyman** : retour vers $n = 1$.
- **Séries de Balmer** : retour vers $n = 2$.
- **Série de Paschen** : retour vers $n = 3$.
- **Série de Brackett** : retour vers $n = 4$.
- **Série de Pfund** : retour vers $n = 5$.

6 Relation empirique :

Une transition depuis un état excité E_n vers un état E_p ($n > p$) s'accompagne de l'émission d'un photon d'énergie :

$$h\nu_{np} = 13,6 \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{hc}{\lambda_{np}} = 13,6 \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{np}} = \frac{13,6}{hc} \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

On pose :

$$R_H = \frac{13,6}{hc} = \frac{13,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8} = 1,09 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \quad : \text{Constante de Rydberg}$$

La longueur d'onde de la radiation émise au cours d'une émission d'un photon obéit à la relation empirique :

$$\frac{1}{\lambda_{np}} = R_H \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n > p$$

Exercice 1

Les niveaux d'énergie quantifiés de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ (eV)}$$

1. Quelle est l'énergie d'ionisation d'un atome d'hydrogène
2. Quelle est l'énergie cinétique minimale d'un électron capable de provoquer par choc l'excitation d'un atome d'hydrogène de son état fondamental ($n = 1$) à son premier niveau excité ($n = 2$).
3. L'atome d'hydrogène précédemment excité revient à l'état fondamental avec émission d'une onde lumineuse. Quelle est sa longueur d'onde .
4. Établir la relation littérale donnant la fréquence des ondes lumineuses émises lorsque des atomes d'hydrogène préalablement excités passent d'un état d'énergie caractérisé par $n > 2$ à l'état d'énergie caractérisé par $n = 2$. calculer la plus grande longueur d'onde des ondes lumineuses émises dans ce cas .

On donne : $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ Js}$; $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$.

Exercice 2

Les énergies des différents niveaux de l'atome de l'hydrogène sont donnés par la formule :

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ (eV)}$$

1. Calculer les énergies correspondant à $n = 1, 2, 3 \dots \infty$. et représenter le diagramme des niveaux d'énergies de l'atome d'hydrogène.
2. Quelle est l'énergie minimale que l'on doit fournir à un atome d'hydrogène pour qu'il passe de l'état fondamental à un état excité .
3. Cette énergie apportée à l'atome par une radiation lumineuse monochromatique . Calculer sa longueur d'onde .
On donne : $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ Js}$; $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$.
4. Calculer la longueur d'onde de la radiation susceptible d'ioniser l'atome de l'hydrogène.

Exercice 3

Les niveaux énergétiques possibles de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation :

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2} \quad \text{avec } E_0 = 13,6 \text{ eV} ; n \in \mathcal{N}^*$$

1. Qu'appelle-t-on transition au sein de l'atome ?
2. (a) Que vaut n lorsque l'atome est dans son état fondamental ?
(b) Quelle est l'énergie d'ionisation minimale de l'atome d'hydrogène ?
3. (a) Expliquer pourquoi le spectre d'émission de l'hydrogène présente des raies ?
(b) Comment peut-on distinguer un spectre d'émission d'un spectre d'absorption ?
4. On fournit successivement à l'atome d'hydrogène pris dans son état fondamental les quantum d'énergies suivantes :
 $W_1 = 6 \text{ eV}$; $W_2 = 12,75 \text{ eV}$; $W_3 = 18 \text{ eV}$, grâce à des radiations électromagnétiques.
(a) Dans quels cas l'atome pourrait-il absorber cette énergie ?

- (b) Dans quel état se trouvera-t-il dans chacun des trois cas considérés?
5. On fournit à l'atome d'hydrogène pris dans son état fondamental, l'énergie suffisante afin qu'il parvienne au niveau excité caractérisé par $n = 5$.
- (a) Cette énergie est fournie par une radiation électromagnétique. Quel doit être la longueur d'onde de cette radiation?
- (b) L'atome d'hydrogène revient alors à son état fondamental par une suite de transition au cours desquelles il passe, entre autres du niveau $n = 3$ au niveau $n = 2$. Quelle est dans ce cas la longueur d'onde de la radiation émise?
6. Quelle est la plus courte longueur d'onde λ des différentes raies spectrales que peut émettre l'atome d'hydrogène lors de sa désexcitation?

Exercice 4

La mécanique quantique montre que l'état fondamental de l'atome d'hydrogène est caractérisé par une énergie $E_1 = -13,6 \text{ eV}$ et chaque niveau excité $n > 1$ est définie par une énergie

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2} \quad (n \text{ est un entier positif) avec } E_0 = 13,6 \text{ eV}$$

1. A quoi correspond l'énergie E_0 ?
2. Quelle relation simple existe entre l'énergie de transition ΔE d'un niveau n à un niveau p et la longueur d'onde du photon émis ou absorbe.
3. (a) Montrer que pour une transition d'un niveau p à un niveau n tel que $p > n$, on peut écrire la relation :

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right)$$

- (b) Vérifier que R_H (appelée constante de Rydberg) vaut $R_H = 1,10 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$.
- (c) Dans la série de Balmer (le retour au niveau $n = 2$) l'atome H émet un spectre contenant quatre raies visibles, on se propose de calculer deux longueurs d'ondes de deux raies de ce spectre correspondant à $p = 3, (\lambda_{3,2})$ et $p = 4, (\lambda_{4,2})$. Comparer $(\lambda_{3,2})$ et $(\lambda_{4,2})$ puis calculer leurs valeurs.
4. L'atome H est dans son état fondamental ($n = 1$), on l'excite à l'aide d'un photon incident d'énergie $W = 13,8 \text{ eV}$. Que se passe-t-il? Calculer en (eV) l'énergie E_C de l'électron de H éjecté.
5. Si l'atome entre en choc inélastique avec un électron ayant une énergie cinétique $E_C = 11 \text{ eV}$, que se passe-t-il?

Exercice 5

La série des raies visibles de l'hydrogène (série de Balmer) est donnée par la relation :

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right)$$

1. Déterminer en nm les longueurs d'ondes des radiations visibles émises.
2. Calculer en eV les énergies des niveaux pour lesquels les transitions conduiront à ces radiations visibles.

La radioactivité

| | | |
|-----|---|-----|
| 1 | Stabilité des noyaux atomiques | 149 |
| 1.1 | Structure | 149 |
| 2 | Stabilité du noyau | 149 |
| 3 | Équivalence masse - énergie : | 149 |
| 3.1 | Relation d'Einstein | 149 |
| 3.2 | Les unités en physique nucléaire | 150 |
| 4 | Énergie de liaison du noyau | 150 |
| 4.1 | Défaut de masse | 150 |
| 4.2 | Énergie de liaison du noyau | 151 |
| 4.3 | Énergie de liaison par nucléon | 151 |
| 5 | La radioactivité | 152 |
| 5.1 | Les émissions radioactives | 152 |
| 6 | Transformations nucléaires | 152 |
| 6.1 | Généralités | 152 |
| 6.2 | Les lois de conservations | 152 |
| 6.3 | La radioactivité α | 152 |
| 6.4 | La radioactivité β^- | 153 |
| 6.5 | La radioactivité β^+ | 153 |
| 6.6 | Radioactivité γ | 154 |
| 7 | Lois de décroissance radioactive | 154 |
| 7.1 | Période radioactive T | 154 |
| 7.2 | Activité d'une source radioactive | 155 |

CE QU'IL FAUT COMPRENDRE PUIS RETENIR**1 Stabilité des noyaux atomiques****1.1 Structure**

♥ Le noyau d'un atome est constitué de particules appelées nucléons. Il y a deux sortes : **les protons et les neutrons**.

♥ Chaque noyau est caractérisé par deux nombres :

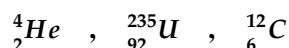
- **Le nombre de nucléons** (ou nombre de masse), noté A , représente le nombre total de nucléons du noyau.
- **Le numéro atomique** (ou nombre de charge), noté Z , est le nombre de protons contenus dans le noyau.

♥ Le nombre de neutrons d'un noyau est : $N = A - Z$;

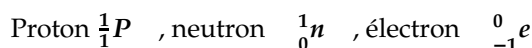
♥ A chaque numéro atomique correspond un élément chimique.

♥ Un noyau donné est désigné par le symbole suivant : ${}^A_Z X$ où X est le symbole chimique de l'élément correspondant.

Exemples :

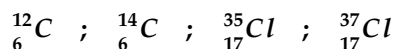


♥ On utilise la même notation pour les particules :



♥ Deux noyaux distincts peuvent présenter des nombres de nucléons différents, mais des numéros atomiques identiques et ainsi appartenir au même élément. Ce sont des isotopes d'un même élément.

Exemples :

**2 Stabilité du noyau**

Un noyau atomique est globalement stable. Pourtant, il est constitué de protons qui ont des charges positives et donc tendance à se repousser sous l'action des forces électriques. Avec ces seules forces, le noyau serait instable.

Une force considérable, de portée très courte, ($\sim 10^{-15} \text{ m}$) assure la stabilité du noyau, elle est appelée interaction forte.

3 Équivalence masse - énergie :**3.1 Relation d'Einstein**

En élaborant la théorie de la relativité restreinte (1905), A. Einstein abouti à une relation liant l'énergie totale E d'un corps à sa masse m lorsqu'il est au repos dans le référentiel d'étude :

$$E = mc^2$$

m : masse (Kg) ; C : vitesse de la lumière dans le vide $C = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

Conséquence importante de cette équivalence masse- énergie :

On considère comme système la particule ${}^A_Z X$ de masse m_i et d'énergie E_i qui se transforme en une particule ${}^A_Z Y$ de masse m_f et d'énergie E_f . La variation d'énergie du système s'écrit :

$$\Delta E = E_f - E_i = m_f \cdot C^2 - m_i \cdot C^2 = (m_f - m_i) C^2 = \Delta m C^2 \Rightarrow \Delta E = \Delta m C^2$$

ΔE représente la quantité d'énergie échangée (en J), ; Δm représente la variation de masse du système (en Kg).

- Si $\Delta E > 0 \Rightarrow \Delta m > 0$: **La particule initiale reçoit de l'énergie.** On apporte de l'énergie pour que le système se transforme. L'extérieure perd donc de l'énergie :
- Si $\Delta E < 0 \Rightarrow \Delta m < 0$: **Le système perd en masse, donc en énergie.** Cette énergie est gagnée par l'extérieur. On dit que le système libère de l'énergie à l'extérieur.

3.2 Les unités en physique nucléaire

Unité d'énergie

- Si le joule est une unité d'énergie bien adaptée à l'échelle macroscopique, elle l'est beaucoup moins à l'échelle microscopique de la physique nucléaire.
- Dans ce domaine, on s'intéresse à l'énergie d'une particule et non pas d'une mole de particules. On privilège donc une unité adaptée à l'échelle de l'atome : l'électronvolt (eV).

Définition 3.1. L'électronvolt (eV) est une unité d'énergie adaptée à l'échelle atomique. A l'échelle du noyau, on utilise plutôt le mégaelectronvolt ($1\text{MeV} = 10^6 \text{ eV}$).

$$1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J} ; \quad 1 \text{ MeV} = 1,6 \times 10^{-13} \text{ J}$$

Unité de masse

La masse d'un noyau atomique est souvent exprimée dans une unité plus adaptée que le Kilogramme. L'unité de masse atomique, noté u : Par définition, le $\frac{1}{12}$ de la masse d'un atome de l'isotope $^{12}_6\text{C}$:

$$1u = \frac{1}{12} \cdot \frac{12 \times 10^{-3}}{N_A} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ Kg}$$

N_A : Nombre d'Avogadro, $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Par commodité, on exprime la masse d'un noyau ou d'une particule en MeV/C^2 , en exploitant la relation d'Einstein : On peut ainsi lire directement que le gain d'énergie ΔE correspond à une augmentation de masse de $1u$ par exemple a pour valeur : $\Delta E = (1u) \times C^2 \approx 931,5 \text{ MeV}$

$$1u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ Kg} = 931,5 \text{ MeV} \cdot C^{-2}$$

4 Énergie de liaison du noyau

4.1 Défaut de masse

Définition 4.1. On appelle défaut de masse d'un noyau, noté Δm , la différence entre la masse de ses nucléons séparés au

repos et la masse du noyau. Donc m_i correspond au noyau A_ZX et m_f à la masse des nucléons séparés :

$$\Delta m = m_f - m_i = Zm_p + Nm_n - m\left({}^A_ZX\right) \Rightarrow \Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m\left({}^A_ZX\right)$$

R $\Delta m > 0$ d'après la définition proposée car les nucléons séparés sont toujours plus massifs que le noyau. On parle de défaut de masse car il y a une différence de masse entre le noyau et les nucléons.

4.2 Énergie de liaison du noyau

Ainsi, lors de la dissociation d'un noyau en nucléons séparés, il y a gain de masse et donc, du fait de l'équivalence masse-énergie, gain d'énergie pour le système : cette énergie a été fournie au noyau pour le dissocier.

Définition 4.2. L'énergie de liaison (notée E_ℓ) est l'énergie qu'il faut fournir à un noyau au repos pour le dissocier en nucléons séparés et immobiles.

$$E_\ell = \Delta m c^2 = \left[Zm_p + (A - Z)m_n - m\left({}^A_ZX\right) \right] c^2$$

4.3 Énergie de liaison par nucléon

Pour évaluer la stabilité d'un noyau et la comparer à celle des autres noyaux, on ne peut se fier à la valeur de l'énergie de liaison parce que tous les noyaux n'ont pas le même nombre de nucléons. Il faut déterminer l'énergie de liaison par nucléon (on divise l'énergie de liaison E_ℓ d'un noyau par son nombre de nucléons A). On la note $\frac{E_\ell}{A}$: elle représente l'énergie de liaison moyenne par nucléon.

$$\frac{E_\ell}{A}\left({}^A_ZX\right) = \frac{E_\ell\left({}^A_ZX\right)}{A} = \frac{\Delta m \cdot c^2}{A}$$

Exemple : Quelques valeurs en MeV . nucléon :

$$\frac{E_\ell}{A}\left({}^4_2He\right) = 6,9 \quad ; \quad \frac{E_\ell}{A}\left({}^{56}_{26}Fe\right) = 8,8 \quad ; \quad \frac{E_\ell}{A}\left({}^{238}_{92}U\right) = 7,6$$

Conclusion :

Pour un élément stable $\frac{E_\ell}{A}$ est élevé $\Rightarrow -\frac{E_\ell}{A}$ est petit \Rightarrow l'élément est dans le creux de la courbe d'Aston. Comme les atomes tendent à minimiser leur énergie pour acquérir une plus grande stabilité, on voit que l'un des éléments les plus stables est ${}^{56}_{26}Fe$. Donc tous les éléments vont converger vers le fer de manière différente.

Les noyaux naturels les plus stables sont ceux de nombre de masse voisin de 60 :

$$7,8 \text{ MeV} < \frac{E_\ell}{A} < 8,8 \text{ MeV}$$

Un noyau est d'autant plus stable que son énergie de liaison par nucléon $\frac{E_\ell}{A}$ est plus grande.

5 La radioactivité

♥ Les noyaux instables se transforment spontanément en d'autres avec émission de rayonnement.

♥ Les noyaux qui subissent cette transformation sont dits radioactifs ou radioélément.

♥ Le processus d'émission est appelé aussi désintégration nucléaire.

Définition 5.1. La radioactivité est une transformation nucléaire spontanée au cours de laquelle un noyau instable se désintègre en un autre noyau plus stable avec émission d'un rayonnement.

5.1 Les émissions radioactives

En se désintégrant, un noyau radioactif émet des rayonnements, qui peuvent être des particules ou des radiations.

♥ Les particules :

— $\alpha : {}^4_2\text{He}$ (Hélium)

— $\beta^- : {}^0_{-1}e$ (Électron)

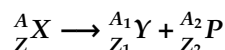
— $\beta^+ : {}^0_{+1}e$ (Positron)

♥ Les rayonnements γ sont des ondes électromagnétiques de très courte longueur λ et d'énergie $W = h\nu$. Il faut une importante épaisseur de béton ou de plomb pour se protéger de ce rayonnement.

6 Transformations nucléaires

6.1 Généralités

On appelle réaction nucléaire la désintégration d'un noyau père A_ZX à un noyau-fils ${}^{A_1}_{Z_1}Y$ avec émission d'un rayonnement radioactif ${}^{A_2}_{Z_2}P$. On modélise cette réaction par une équation du type :



Où ${}^{A_2}_{Z_2}P$ peut-être soit une particule (α, β^-, β^+), soit une radiation (γ).

6.2 Les lois de conservations

Théorème 6.1. La radioactivité obéit aux lois de conservation suivantes :

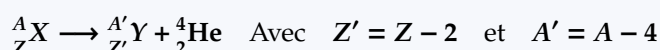
— Conservation de l'énergie totale.

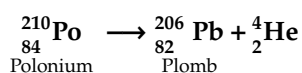
— Conservation du nombre de charge (Loi SODOY) : $Z = Z_1 + Z_2$

— Conservation du nombre de masse : $A = A_1 + A_2$

6.3 La radioactivité α

Définition 6.1. La radioactivité α correspond à la transformation spontanée d'un noyau A_ZX en un noyau ${}^{A'}_{Z'}Y$ plus stable avec émission d'une particule α . L'équation générale d'une transformation nucléaire de type α s'écrit :

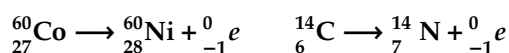


Exemple :

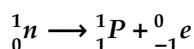
- R** La radioactivité α concerne les noyaux lourds, noyaux instables à cause d'un excès de nucléons ($A > 200$).

6.4 La radioactivité β^-

Définition 6.2. La radioactivité β^- correspond à la désintégration d'un noyau ${}^A_Z\text{X}$ en un noyau ${}^{A'}_{Z'}\text{Y}$ plus stable avec émission d'électron. L'équation générale d'une transformation nucléaire de type β^- s'écrit :

**Exemples :**

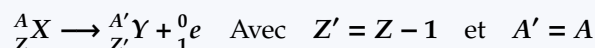
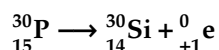
- R** L'électron émis ne provient pas du cortège électronique de l'atome, mais de la transformation d'un neutron en proton dans le noyau.



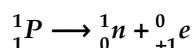
La radioactivité β^- est caractéristique des noyaux présentant un excès de neutrons.

6.5 La radioactivité β^+

Définition 6.3. La radioactivité β^+ correspond à la désintégration d'un noyau ${}^A_Z\text{X}$ en un noyau ${}^{A'}_{Z'}\text{Y}$ plus stable avec émission d'un positron. L'équation générale d'une transformation nucléaire de type β^+ s'écrit :

**Exemple :**

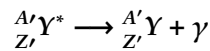
- R** Le positron émis provient de la transformation d'un proton en neutron dans le noyau :



La radioactivité β^+ est caractéristique des noyaux présentant un excès de protons. Ces noyaux n'existent pas dans la nature ; ils sont produits au laboratoire. On dit qu'il s'agit d'une radioactivité artificielle.

6.6 Radioactivité γ

Elle accompagne les transformations précédentes lorsque le noyau fils ${}_{Z'}^{A'}\text{Y}$ est produit dans un état d'énergie importante, dit état excité et noté ${}_{Z'}^{A'}\text{Y}^*$. Pour revenir à son état stable, d'énergie la plus basse, le noyau fils perd de l'énergie en émettant un rayonnement γ selon le schéma suivant :



Les rayons γ étant très pénétrant, ils sont utiles et dangereux à la fois. En revanche, les rayonnements α et β sont moins dangereux puisqu'ils sont rapidement arrêtés.

7 Lois de décroissance radioactive

On considère un échantillon de substance radioactive qui contient N_0 noyaux à l'instant $t = 0$. Entre les instants t et $t + dt$, le nombre de noyaux non désintégrés diminue en moyenne de dN (nombre moyen de noyaux qui se désintègrent pendant l'intervalle de temps dt). La population d'un échantillon radioactif à un instant t est donnée par la relation suivante :

$$dN = -\lambda N dt$$

Avec :

- λ : constante radioactive exprimée en s^{-1} (caractéristique du noyau).
- N : nombre de noyaux restant à une date t .
- Le signe(-) traduit la diminution du nombre de noyaux présent dans l'échantillon à l'instant t .

$$dN = -\lambda N dt \Rightarrow \frac{dN}{dt} + \lambda N = 0$$

La solution de cette équation différentielle vérifiée par N est

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

Théorème 7.1. Le nombre de noyaux radioactifs $N(t)$ présent à l'instant t dans un échantillon est donné par la loi de décroissance radioactive :

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

Avec N_0 nombre de noyaux radioactifs initialement présents.

7.1 Période radioactive T

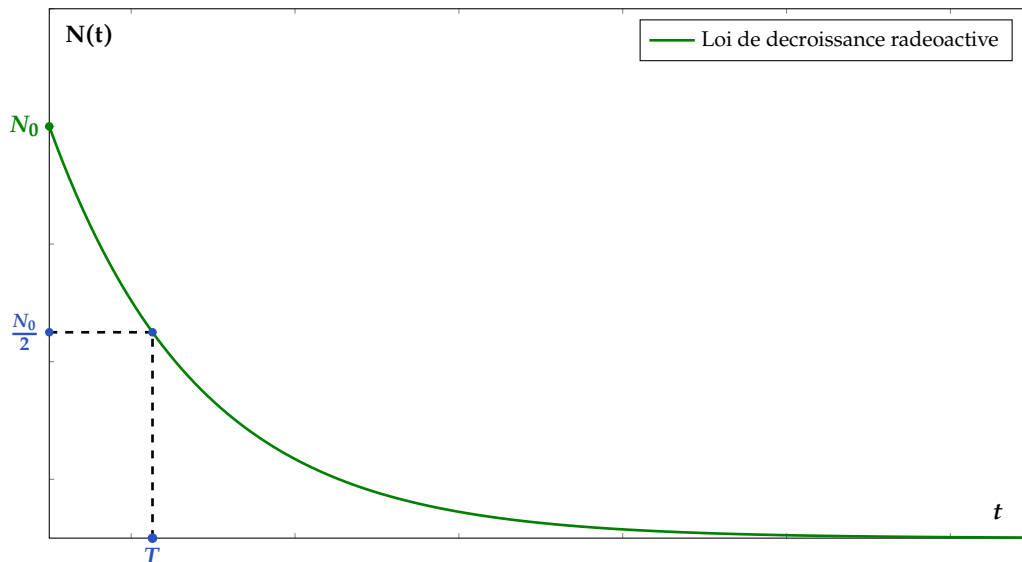
Définition 7.1. La période radioactive T ou **demi-vie** d'une substance radioactive est la durée au bout de laquelle le nombre de noyaux radioactifs initialement présents dans un échantillon diminue de moitié.

$$T = \frac{\text{Ln}2}{\lambda}$$

Preuve :

$$N(T) = \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda T} \Rightarrow \text{Ln} \frac{1}{2} = -\lambda T \Rightarrow T = \frac{\text{Ln}2}{\lambda}$$

Exemples : $T({}_{84}^{214}\text{Po}) = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$; $T({}_{53}^{123}\text{I}) = 13,2 \text{ h}$; $T({}_6^{14}\text{C}) = 5730 \text{ ans}$; $T({}_{92}^{238}\text{U}) = 4,5 \cdot 10^9 \text{ ans}$



7.2 Activité d'une source radioactive

Définition 7.2. L'activité A d'un échantillon radioactif à l'instant t , exprimée en becquerel (Bq), est le nombre de désintégrations radioactives dans l'échantillon par unité de temps.

$$A(t) = -\frac{dN}{dt} \Rightarrow A(t) = A_0 e^{-\lambda t} \text{ avec } A_0 = \lambda N_0$$

1 becquerel représente une désintégration par seconde.

Exercice 1



Le polonium $^{210}_{84}\text{Po}$ est un isotope radioactif. L'atome de polonium se désintègre en émettant une particule α . L'élément fils est le plomb.

1. Écrire l'équation de désintégration.
2. Calculer en joule et en MeV l'énergie émise au cours de cette désintégration.
3. La période du nucléide $^{210}_{84}\text{Po}$ est $T = 136$ jours. Calculer la masse du polonium 210 restant au bout de 414 jours dans un échantillon qui en contenait initialement 20 g.

On donne : Masse de l'atome de polonium 210 : $210,0482u$; Masse de l'atome de plomb : $206,0385u$; Masse de la particule α : $4,0039u$; Célérité de la lumière $C = 3 \times 10^8$ m/s ; $1u = 1,67 \times 10^{-27}$ kg

Exercice 2



L'uranium $^{238}_{92}\text{U}$ subit plusieurs désintégrations successives x de types α et y de types β . A la fin de ces désintégrations on obtient du radium $^{226}_{88}\text{Ra}$.

1. Déterminer les valeurs de x et y ;
2. La première désintégration est de type α .
 - (a) Écrire l'équation de cette désintégration de $^{238}_{92}\text{U}$. Quelle est la composition du noyau obtenu ?
 - (b) Calculer l'énergie libérée au cours de cette désintégration;
3. On considère la demi-vie d'un élément radioactif.
 - (a) Donner la définition de ce terme.
 - (b) Établir la loi de désintégration $N = N_0 e^{-\lambda t}$ et en déduire l'expression de la demi-vie en fonction de λ ;
 - (c) Calculer la constante de désintégration radioactive λ de $^{238}_{92}\text{U}$ sachant que sa période est $T = 4,5 \cdot 10^9$ ans.

On donne : Masse du noyau d'uranium : $238,086u$; Masse du noyau du radium : $226,077u$; Masse du noyau de thorium : $234,0781u$; Masse de la particule α : $4,0039u$

Exercice 3



"Le carbone 14 est produit dans la haute atmosphère où les protons du rayonnement cosmique percutent les molécules qui composent l'air. Les réactions nucléaires qui résultent de ces chocs produisent des neutrons secondaires. Ces neutrons ont une forte probabilité de réagir avec l'azote de l'air (^{14}N) pour donner un proton et un isotope du carbone : le carbone 14. Dans le milieu naturel la production du carbone 14 et sa disparition par désintégration radioactive s'équilibrent. On estime qu'il y a environ 10^{-12} fois moins d'atomes de carbone 14 que d'atomes de carbone stable (^{12}C). Il en résulte une radioactivité faible du carbone.... Lors de la mort de l'organisme cet équilibre est rompu. Les atomes de carbone 14 disparaissent peu à peu."

Données : numéro atomique $C : Z = 6$; $N : Z = 7$.

La demi vie du carbone 14 est $T = 5730$ ans; lors de la désintégration du carbone 14 on détecte des particules β . masse atomique molaire $C = 12$ g/mol ; $N_A = 6,0210^{23}$ mol⁻¹.

A partir du texte répondre aux questions :

1. Donner la composition des noyaux des deux isotopes du carbone ainsi que celui de l'azote.
2. Écrire la réaction nucléaire qui produit le carbone 14 dans l'atmosphère.

3. Après avoir défini l'activité A d'un échantillon, déterminer l'activité d'un échantillon contenant 1 g de carbone lorsqu'il se trouve à l'équilibre.
4. Définir la particule β . Écrire la réaction nucléaire de désintégration du carbone 14.
5. Donner la loi de décroissance radioactive des noyaux de carbone 14.
6. Dans la grotte de Chauvet (Ardèche) on a récupéré des fragments de charbon de bois qui avaient permis de réaliser les gravures pariétales. Le nombre N_{ch} d'atomes de carbone 14 dans 2 g de charbon a donné $N_{ch} = 2,1 \times 10^9$ atomes. Calculer l'âge attribué à ces gravures.

Exercice 4



L'iode $^{131}_{53}\text{I}$ se désintègre spontanément en un noyau de Xénon ^A_ZXe avec émission d'un électron. Sa période radioactive est $T = 8$ jours.

1. (a) Préciser si la radioactivité est de type α , β^+ ou β^- . Justifier la réponse.
 (b) en précisant les lois de conservation utilisées, déterminer les valeurs de Z et A .
 (c) En réalité, cette désintégration est accompagnée de l'émission d'un photon. Expliquer l'origine de ce photon.
2. Un échantillon d'iode 131 contient N_0 noyaux de ce radioélément à l'instant $t = 0$. A un instant de date t , le nombre de noyaux non désintégrés est $N(t)$.
 (a) Rappeler la loi de décroissance radioactive en faisant intervenir N_0 et la constante radioactive λ .
 (b) Définir la période radioactive T .
 (c) Sachant que l'activité instantanée $A(t)$ d'un échantillon de noyaux radioactif est : $A(t) = -\frac{dN(t)}{dt}$:
 i. établir l'expression de $A(t)$ en fonction de λ , N_0 et t ;
 ii. exprimer l'activité A_0 de l'échantillon à l'origine des temps, en fonction de N_0 et de T
- (d) On considère un échantillon d'iode 131 de masse $m_0 = 1\mu\text{g}$ et d'activité A_0 à l'instant $t_0 = 0$, pris comme origine des temps. Cette activité devient A_1 à instant $t_1 = 24$ jours.
 i. calculer le nombre de noyaux radioactifs initialement présents dans l'échantillon d'iode ; sachant que la masse d'un atome d'iode 131 est égale à $2,17 \times 10^{-25} \text{ kg}$.
 ii. calculer les activités A_0 et A_1 .