REPUBLIQUE ISLAMIQUE DE MAURITANIE

Honneur - Fraternité - Justice

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ET DE LA REFORME DU SYSTEME EDUCATIF

INSTITUT PEDAGOGIQUE NATIONAL

Physique

7 ème Année

Mathématique

Préface

Collègues Professeurs,

Chers élèves,

Dans le cadre des efforts visant à améliorer la qualité du système éducatif national et en accompagnement de la révision des programmes de l'Enseignement Secondaire opérée en 2020 et des innovations nationales et internationales , l'Institut Pédagogique National cherche à refléter cette tendance en élaborant en publiant un manuel scolaire de qualité qui occupe une place de choix dans le développement et l'amélioration des pratiques pédagogiques .

Dans ce contexte, nous sommes heureux de mettre entre les mains des élèves de la $7^{\text{ème}}$ du secondaire, le manuel de physique filière C dans sa version expérimentale .

Nous espérons que ce manuel constituera une aide précieuse pour améliorer l'efficacité de construction des savoirs chez les élèves .

Tout en souhaitant recevoir de la part des collègues professeurs, toute observation, suggestion ou proposition de nature à améliorer la version finale de cet ouvrage, nous ne pouvons qu'adresser nos vifs remerciements aux concepteurs

Le Directeur

Cheikh Ahmedou

Avant - propos

Chers collègues Professeurs,
Chers élèves,

C'est dans le cadre des énormes efforts que fournit l'Institut Pédagogique National pour mettre à votre disposition, dans les meilleurs délais, un outil pouvant vous aider à accomplir respectivement votre tâche que s'inscrit l'élaboration de ce manuel intitulé : **physiques 7ème série mathématique**.

Celui-ci est conçu conformément aux nouveaux programmes en vigueur. Il vise à offrir aussi bien au professeur qu'à l'élève une source d'informations pour aider le premier à préparer son cours et le second à mieux assimiler son programme de l'année et même à élargir son horizon. Il importe cependant qu'il ne peut en aucun cas être le seul support, ni pour l'un, ni pour l'autre et doit être renforcé et enrichi à travers la recherche d'autres sources d'informations.

Le contenu de ce manuel est réparti en quinze chapitres

Chaque chapitre renferme tous les savoirs énoncés dans le programme dégagés à partir de l'étude d'exemples ou de situations décrites dans divers documents choisis pour leur adaptation à nos réalités.

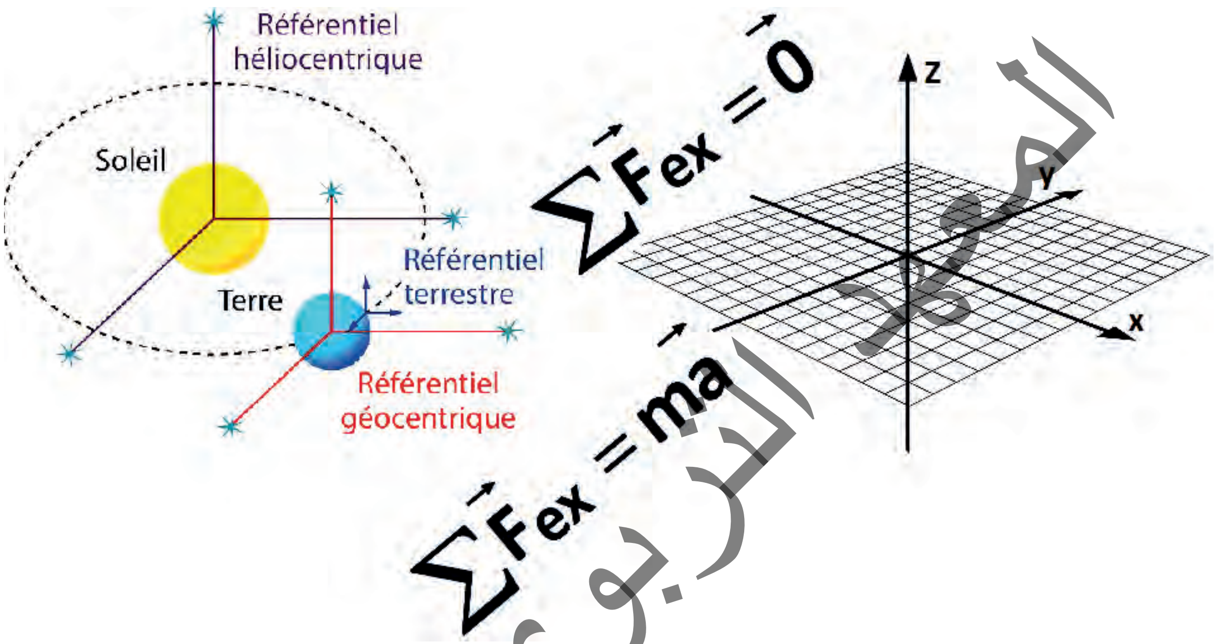
Chaque chapitre est sanctionné par une **série d'exercices** pour évaluer les notions fondamentales abordées.

Nous attendons vos précieuses remarques et suggestions en vue d'améliorer ce manuel dans ces prochaines éditions.

Les auteurs

Dah Mouhamed El Moctar	*Mohamed Abdou Leffad*	*Souleymane Mohamed Amar*
Inspecteur de l'Enseignement Secondaire	Inspecteur de l'Enseignement Secondaire	Directeur adjoint de la promotion de l'Enseignement des Sciences

CHAPITRE I : Dynamique du point matériel



OBJECTIFS

- **Comprendre la nécessité d'un référentiel et d'un repère pour étudier un mouvement.**
- **Savoir comment calculer une grandeur d'évolution telle que : le vecteur position, le vecteur vitesse ou le vecteur accélération.**
- **Savoir comment exploiter un enregistrement pour calculer la vitesse et l'accélération d'un mobile.**

I- Rappel sur la cinématique

1- Introduction

La cinématique est l'étude des mouvements indépendamment de leurs causes ; les causes des mouvements sont évidemment les forces.

2- Notion de Référentiel

En physique, il est impossible de définir une position ou d'étudier un mouvement par rapport à l'espace « vide ». Un référentiel est un solide par rapport auquel on repère une position ou on étudie un mouvement

Il n'est pas toujours matérialisé par un seul corps comme le train ou la terre.

Il peut être constitué par un ensemble de corps qui restent à distance constante les uns des autres.

Exemples de référentiels

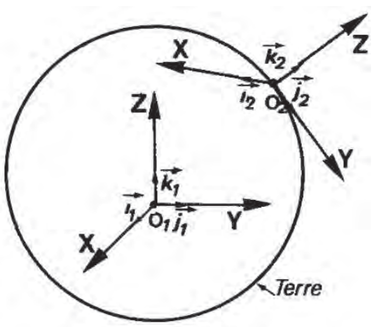
2-1- Référentiel terrestre

Un point lié à la surface de la terre est immobile dans ce repère.

Le système d'axes $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est lié au point de la surface de la terre, où l'étude est faite.

Le référentiel terrestre est bien adapté pour l'étude locale de tout mouvement se produisant à la surface de la terre : déplacement de train, expériences faites au laboratoire.

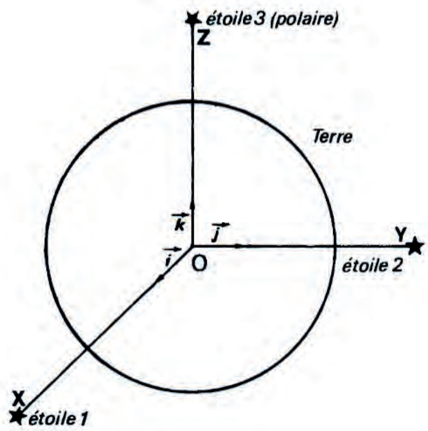
Ce référentiel est également appelé référentiel local ou encore référentiel du laboratoire.



2-2- Référentiel géocentrique (ou de Coriolis)

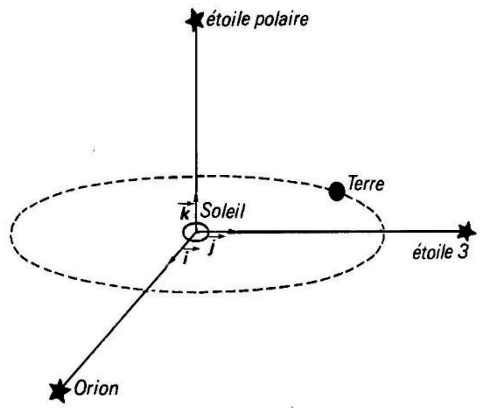
Le référentiel géocentrique, est constitué par le centre de la terre et trois étoiles très éloignées quasiment fixes dont l'une est l'étoile polaire.

C'est dans ce référentiel que l'on étudie le mouvement des satellites, des avions, de tout ce qui évolue autour de la terre, d'une manière générale.



2-3- Référentiel de Copernic

Le référentiel de Copernic est formé par le centre d'inertie, **G** du système solaire, (presque confondu avec celui du soleil) et par trois étoiles très lointaines. Ce référentiel est utilisé pour étudier le mouvement des planètes, des étoiles, des comètes.



Remarque **:** *Quel référentiel choisir ?*

Dans la vie courante, la terre et tout ce qui s'y rattache (routes, arbres, maisons) constituent notre référentiel.

Lorsque nous parlons de mouvement sans préciser par rapport à quoi c'est qu'il s'agit implicitement de référentiel terrestre (local).

Un oiseau qui vole est en mouvement par rapport à la terre et aussi par rapport aux nuages. Ceux–ci qui se déforment aux grés des vents ne peuvent servir de référentiel ; on choisit pour référentiel des systèmes qu'on peut considérer comme indéformables ou « solide de référence ».

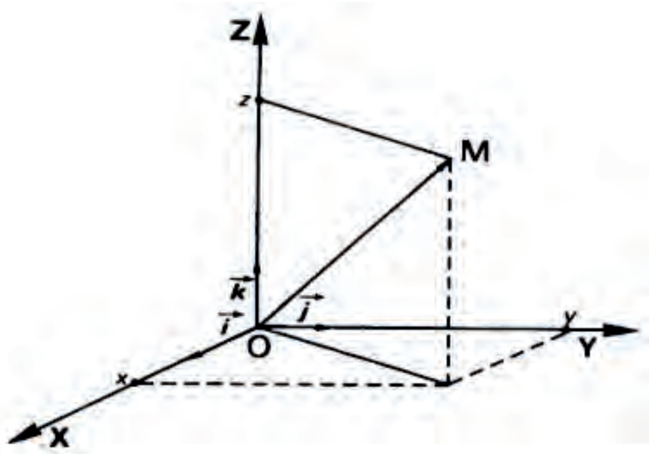
3 – Notion de repères

3-1- Repère d'espace

Pour décrire mathématiquement les caractéristiques d'un mouvement un observateur utilise un repère lié au référentiel d'observation.

Un repère d'espace permet de positionner un corps, dans l'espace.

Un repère d'espace est généralement déterminé par des axes sécants de même origine **O**, et par une base $(O,\vec{i})$ sur l'axe **(Ox)** si on repère des points alignés ou $(O,\vec{i},\vec{j})$ sur les axes **(Ox ,Oy)** si on repère dans le plan ou $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, sur les axes **(Ox , Oy et Oz)** si on repère dans l'espace, le plus souvent orthonormé.



Les vecteurs $\vec{i},\vec{j}$ **et** $\vec{k}$ sont des vecteurs unitaires : $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=\|\vec{k}\|=1$.

3-2- Repère de temps

Il permet d'associer une date à chaque position d'un corps en mouvement.
Il se définit par le choix d'une origine des dates et d'une unité de temps.
L'origine des dates peut être choisie par exemple à l'instant du début du mouvement. Elle se note t = 0 et correspond à l'instant où on met en marche un chronomètre ou une horloge électronique. Elle peut être donnée aussi par une horloge parlante.
Quant à l'unité des dates c'est la seconde **(s)** qui est adoptée dans le système, international d'unités (S.I)

Conventions

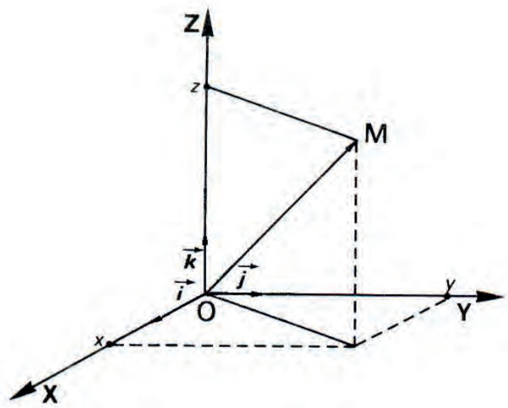
- Tous les instants qui suivent l'origine des dates sont comptés positivement.
- Tous les instants qui précèdent l'origine des temps sont comptés négativement.

Conclusion :
Un repère d'espace et un repère de temps permettent de situer un point, dans l'espace et dans le temps.

4- Notion du point matériel

Un point matériel est un corps pesant dont les dimensions sont petites devant celles de sa trajectoire.

5- Vecteur position ou vecteur espace



Soit **M** un point mobile et $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ le repère choisi, la position de **M** à chaque instant est donnée par les composantes ou les coordonnées cartésiennes **x, y et z** du vecteur $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, appelé vecteur position ou vecteur espace.
S'il y a un mouvement, au moins l'une des coordonnées ; **x, y, et z** varie en fonction du temps. Dans le cas général, on a : $\begin{cases} x = f(t) & (1) \\ y = g(t) & (2) \\ z = h(t) & (3) \end{cases}$

Les équations **(1) ; (2) et (3)** sont appelées équations horaires ou équations paramétriques du mouvement.

6– Trajectoire et équation de la trajectoire

6-1- La trajectoire

C'est l'ensemble des positions occupées par le mobile au cours du temps.
Si la trajectoire est une droite, le mouvement est rectiligne, si non il est curviligne.

6-2- Équation de la trajectoire

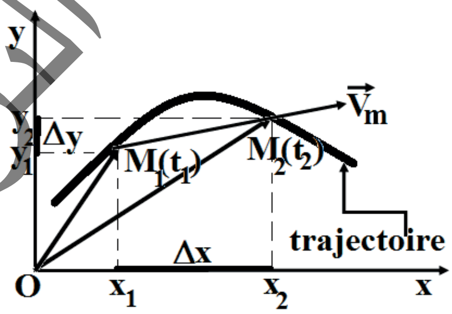
L'équation de la trajectoire dans le plan est l'équation qui donne l'ordonnée **(y)** en fonction de l'abscisse **(x), y = f(x)**.
Selon la forme générale de cette équation, on peut juger la nature de la trajectoire.

7 - Vecteur vitesse

7-1- Vecteur vitesse moyenne $\vec{v}_m$

Le vecteur vitesse moyenne d'un point mobile entre les instants t_1 et t_2 tel que : $\begin{cases} t_1 \rightarrow \overrightarrow{OM_1} \\ t_2 \rightarrow \overrightarrow{OM_2} \end{cases}$

est : $\vec{V}_m = \dfrac{\Delta\overrightarrow{OM}}{\Delta t} = \dfrac{\overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1}}{\Delta t} = \dfrac{\overrightarrow{M_1M_2}}{t_2 - t_1}$



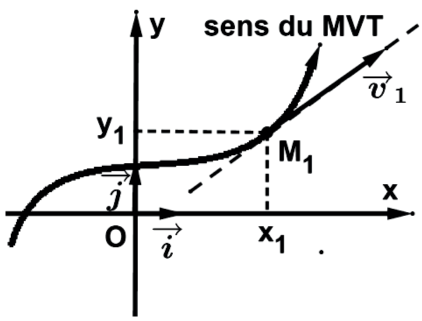
7-2- Vecteur vitesse instantanée

Le vecteur vitesse est la dérivée par rapport au temps du vecteur position :

$\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \dfrac{d(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})}{dt} = \dfrac{dx}{dt}\vec{i} + \dfrac{dy}{dt}\vec{j} + \dfrac{dz}{dt}\vec{k}$. Soit $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$ où v_x ; v_y ; et v_z sont respectivement les composantes du vecteur vitesse sur les axes **Ox ; Oy** et **Oz**.

7-3- Les caractéristiques du vecteur vitesse à un instant (t)

- **Origine :** Le point occupé par le mobile à l'instant **(t).**
- **Direction :** tangente à la trajectoire.
- **Sens :** celui du mouvement.
- **Valeur ou module :** $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$.



Remarque

Dans le cas des mouvements rectilignes où $\overrightarrow{OM} = x\vec{i}$, le vecteur vitesse est

$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d(x\vec{i})}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i}$. Donc $\vec{v} = v_x\vec{i}$,

La vitesse $\vec{v}$ a la même direction que la trajectoire.

8- Vecteur accélération

L'accélération caractérise la variation du vecteur vitesse pendant une durée donnée.

8-1- Vecteur accélération moyenne

Le vecteur accélération moyenne d'un point mobile entre les instants t_1 et t_2 tel que

$\begin{cases} t_1 \rightarrow \vec{v}_1 \\ t_2 \rightarrow \vec{v}_2 \end{cases}$ est : $\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$

8-2- Vecteur accélération instantanée

L'accélération instantanée ou accélération est la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse. $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right) = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}$. Donc : $\vec{a} = \frac{d\left(v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}\right)}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j} + \frac{dv_z}{dt}\vec{k}$.

Ce qui donne, $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$.

La valeur de l'accélération : $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

8-3- Le vecteur accélération dans la base de Freinet $(\vec{t}, \vec{n})$

$\vec{a} = a_t\vec{t} + a_n\vec{n}$; tel que : $\begin{cases} a_t = \frac{dv}{dt} : \textit{ composante tangentielle de l'accélération} \\ a_n = \frac{v^2}{r} : \textit{ composante normale de l'accélération} \end{cases}$

Remarque

- ✓ Si la valeur absolue de la vitesse augmente, les vecteurs $\vec{V}$ *et* $\vec{a}$ ont le même sens, le produit $\vec{a}.\vec{V} > 0$. On dit que le mouvemententent est accéléré.
- ✓ Si la valeur absolue de la vitesse diminue, les vecteurs $\vec{V}$ *et* $\vec{a}$ ont des sens contraires, le produit $\vec{a}.\vec{V} < 0$. Le mouvement est dit retardé ou décéléré.
- ✓ Considérant un axe de mouvement, si la composante de la vitesse sur cet axe est positive, alors le mobile se déplace dans le sens positif de cet axe et vis versa.

9- Mouvements particuliers

9-1- Le mouvement rectiligne uniforme (M.R.U)

- **Définition**

Dans un repère donné **(Ox)**, si le vecteur vitesse d'un mobile reste constant en direction, en sens et en module, on dit que son mouvement est rectiligne uniforme **(M.R.U)**.

$$\vec{V} = \overrightarrow{cte} \Rightarrow V = V_x \qquad et \qquad \vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{0}.$$

- **Equation horaire**

C'est la relation qui donne l'abscisse du mobile en fonction de temps. $x = Vt + X_0$ où X_0 est l'abscisse du mobile à l'instant initial **(t = 0). (Conditions initiales).**

9-2- Le mouvement rectiligne uniformément varié (M.R.U.V)

- **Définition**

Dans un repère donné **(Ox)**, un mobile est animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié **M.R. U. V**, si son vecteur vitesse reste constant en direction et son accélération reste constante en valeur : ***a*** **= cte.**

- **Equations horaires du mouvement**

$$\begin{cases} v = at + V_0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1) \\ x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t + X_0 \ldots\ldots\ldots(2) \end{cases}$$ où X_0 et V_0 sont l'abscisse et la vitesse initiales du mobile à **t = 0**

- **Relation indépendante du temps**

De l'équation **(1)** : $t = \frac{v - V_0}{a}$; en remplaçant dans **(2)** il vient :

$$x - X_0 = \frac{1}{2}a\left(\frac{v - V_0}{a}\right)^2 + V_0\left(\frac{v - V_0}{a}\right).$$

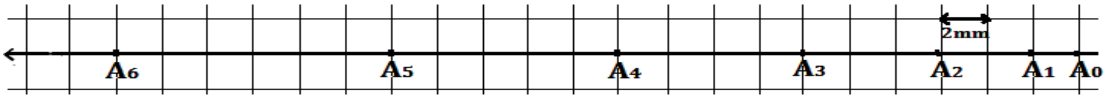
Ce qui donne $v^2 - V_0^2 = 2a(x - X_0)$. Cette équation est appelée relation indépendante du temps. Elle est généralisée :

Entre n'importe quels deux points **A** et **B** de la trajectoire tel que :

$$A \to \begin{cases} X_A \\ V_A \end{cases} \quad et \quad B \to \begin{cases} X_B \\ V_B \end{cases} \qquad \text{on a :} \quad V_B^2 - V_A^2 = 2a(X_B - X_A)$$

9-3- Etude expérimentale du mouvement (Enregistrement)

Si on enregistre les positions occupées par un mobile pendant des intervalles de temps égaux et successifs (θ).

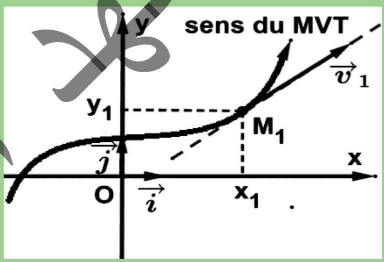


On a :

- $V_1 = \dfrac{A_0A_2}{2\theta} = \dfrac{X_2 - X(A_0)}{2\theta}$; $V_2 = \dfrac{A_1A_3}{2\theta} = \dfrac{X_3 - X_1}{2\theta}$ .... $.V_n = \dfrac{A_{n-1}A_{n+1}}{2\theta} = \dfrac{X_{n+1} - X_{n-1}}{2\theta}$
- $a_2 = \dfrac{V_3 - V_1}{2\theta}$; $a_3 = \dfrac{V_4 - V_2}{2\theta}$ .... $.a_n = \dfrac{V_{n+1} - V_{n-1}}{2\theta}$
- Si les distances parcourues pendant des intervalles de temps successifs et égaux (θ), forment une progression arithmétique de raison **(r)** alors le mouvement est rectiligne uniformément varié tel que $r = a.\theta^2$ où **(*a*)** est l'accélération expérimentale (réelle) du mouvement et θ est l'intervalle du temps d'enregistrement.

Essentiel

- Vecteur position ou vecteur espace : $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$
- $x(t)$; $y(t)$ et $z(t)$ sont les équations horaires ou équations paramétriques du mouvement.
- Équation de la trajectoire y = f(x).
- Entre deux instants t_1 et t_2 tel que : $\begin{cases} t_1 \rightarrow \overrightarrow{OM_1} \\ t_2 \rightarrow \overrightarrow{OM_2} \end{cases}$; $\vec{v}_m = \dfrac{\Delta\overrightarrow{OM}}{\Delta t} = \dfrac{\overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1}}{\Delta t} = \dfrac{\overrightarrow{M_1M_2}}{t_2 - t_1}$
- A instant t : $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \dfrac{dx}{dt}\vec{i} + \dfrac{dy}{dt}\vec{j} + \dfrac{dz}{dt}\vec{k}$ soit $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$
- Les caractéristiques du vecteur vitesse à un instant (t)
- L'origine : Le point occupé par le mobile à l'instant (t).
- La direction : tangente à la trajectoire.
- Le sens : celui du mouvement.
- La valeur ou la module : $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$.



- Entre les instants t_1 et t_2 tel que $\begin{cases} t_1 \rightarrow \vec{v}_1 \\ t_2 \rightarrow \vec{v}_2 \end{cases}$; $\vec{a}_m = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$
- Vecteur accélération instantanée : $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$ donc : $\vec{a} = \dfrac{dv_x}{dt}\vec{i} + \dfrac{dv_y}{dt}\vec{j} + \dfrac{dv_z}{dt}\vec{k}$.

  Donc $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$. La valeur de l'accélération : $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$
- Dans le repère de Freinet, $\vec{a} = a_t\vec{t} + a_n\vec{n}$; tel que :

  $a_t = \dfrac{dv}{dt}$: *composante tangentielle de l'accélération*

  $a_n = \dfrac{v^2}{r}$: *composante normale de l'accélération*
- $\vec{a}.\vec{V} > 0$. On dit que le mouvementent est accéléré.
- $\vec{a}.\vec{V} < 0$. Le mouvement est dit retardé ou décéléré.
- Dans un mouvement rectiligne uniforme (M.R.U) : $\vec{V} = \overrightarrow{cte} \Rightarrow \begin{cases} \vec{a} = \dfrac{d\vec{V}}{dt} = \vec{0} \\ x = Vt + X_0 \end{cases}$
- Dans un mouvement rectiligne uniformément varié *a* =0 et $\begin{cases} v = at + V_0 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + X_0 \end{cases}$

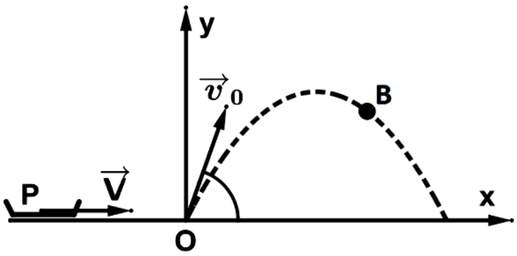
- **Entre n'importe quels deux points A et B de la trajectoire tel que :**

$$A \rightarrow \begin{cases} X_A \\ V_A \end{cases} \quad et \quad B \rightarrow \begin{cases} X_B \\ V_B \end{cases} \qquad \text{on a} \qquad V_B^2 - V_A^2 = 2a\left(X_B - X_A\right)$$

- **Si on enregistre les positions occupées par un mobil pendent des intervalles de temps égaux et successifs (θ). On a $V_n = \dfrac{A_{n-1}A_{n+1}}{2\theta} = \dfrac{X_{n+1} - X_{n-1}}{2\theta}$ et $a_n = \dfrac{V_{n+1} - V_{n-1}}{2\theta}$**

- **Si les distances forment une progression arithmétique de raison (r) alors le mouvement est rectiligne uniformément varié tel que $r = a.\theta^2$ où (a) est l'accélération expérimentale (réelle)**

Exercice résolu



I- Un bille B est en mouvement dans un plan verticale muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$,

son vecteur accélération est $\vec{a} = -4\vec{j}$

A l'instant t = 0s, la bille est lancée à partir de l'origine du repère avec une vitesse

$\vec{V}_0 = 3\vec{i} + 2\vec{j}$

I-1- Déterminer les expressions du vecteur vitesse instantanée et du vecteur position de la bille.

I-2- En déduire l'équation de la trajectoire du mouvement de B.

I-3-1- Déterminer les caractéristiques du vecteur vitesse de la bille au point (S) ayant l'ordonné maximal.

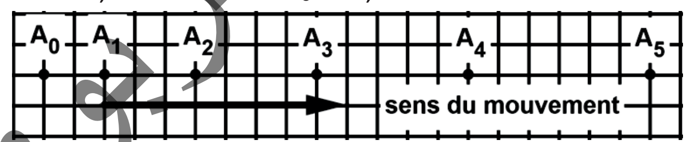
I-3-2- Déterminer les coordonnées de ce point S

I-4-1- Déterminer l'angle α que fait le du vecteur vitesse avec $(O,\vec{i})$ lorsque la bille repasse par le point I d'ordonné $y_I = 0$.

I-4-2- Déterminer en ce point les composantes tangentielle et normale de l'accélération ainsi que le rayon de courbure de la trajectoire

II- Un petit plateau P est lâché, en mouvement rectiligne avec une vitesse initiale V_0 suivant l'axe (Ox) du repère précédent à l'instant t = 0s, de l'abscisse X_0 = -7,5m

On enregistre quelques positions du plateau pendant des intervalles de temps successifs et égaux $\tau = 0,5s$ voir figure ci-contre



1 carreau → 1,25m

II-1- Déterminer la nature du mouvement de P

II-2- Etablir l'équation horaire du plateau P en fonction de V_0 et t.

II-2- Déterminer la valeur de V_0 pour que la bille B soit reçue sur le plateau P

Solution

I-1- Les conditions initiales de la bille B : $\vec{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$ et $\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = 3m/s \\ V_{0y} = 2m/s \end{cases}$ et on a :

$$\vec{a} = -4\vec{j} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} \Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -4m.s^{-2} = cte \end{cases}.$$

Donc le mvt sur (ox) est R.U et sur (Oy) est R.U.V . Ce qui donne :

Vecteur vitesse : $\vec{v}\begin{cases} v_x = cte = V_{0x} \\ v_y = a_y t + V_{0y} \end{cases} \Rightarrow \vec{v}\begin{cases} v_x = 3m/s \\ v_y = -4t + 2 \end{cases}$

Vecteur position : $\vec{OM}\begin{cases} x = V_x t + X_0 \\ y = \frac{1}{2}a_y t^2 + V_{0y}t + y_0 \end{cases}$. Donc $\vec{OM}\begin{cases} x = 3t............(1) \\ y = -2t^2 + 2t....(2) \end{cases}$

I-2- L'équation de la trajectoire de (1) : $t = \frac{x}{3}$ on remplace dans (2) on trouve $y = -\frac{2}{9}x^2 + \frac{2}{3}x$

I-3-1- Les caractéristiques de la vitesse en S : En S ; y est maximale donc $\left(\frac{dy}{dt}\right)_S = 0 \Rightarrow v_{yS} = 0$,

alors $\vec{v}_S = v_x\vec{i}$; ses caractéristiques sont :

* Origine : le point S

* direction : horizontale

* sens : de gauche vers droite

* valeur : $v_S = v_x = 3m/s$

I-3-2- Les coordonnées de S : On a $v_{yS} = -4t_S + 2 = 0 \Rightarrow t_S = 0,5s$ donc $x_S = 1,5m$ et $y_S = 0,5m$.

I-4-1- Au point I : $y_I = -2t_I^2 + 2t_I = 0 \Rightarrow t_I(-2t_I + 2) = 0$ donc $t_I = 1$ ou $t_I = 0$ (à rejeter) donc

$\begin{cases} v_{Ix} = 3m/s \\ v_{Iy} = -4 \times t_I + 2 = -2m/s \end{cases}$ et on a $\tan(\alpha) = \frac{-v_{Iy}}{v_{Ix}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \alpha = 33,7°$. Figure ci-après

I-4-2- On peut déterminer les composantes tangentielle et normale de l'accélération par deux méthodes

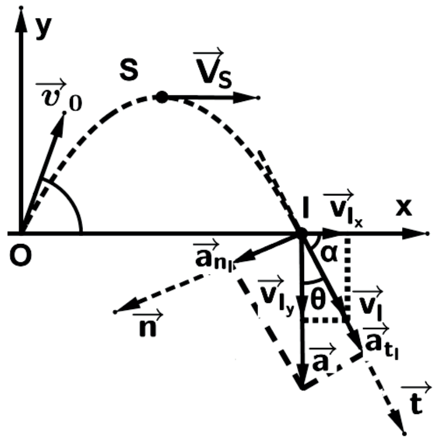
* Méthode 1 :

- $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{9 + (-4t+2)^2} = \sqrt{16t^2 - 16t + 13}$ et $a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{16t - 8}{\sqrt{16t^2 - 16t + 13}}$.

En I : $t_I = 1s \Rightarrow a_{t_I} = \frac{8}{\sqrt{13}} = 2,22m.s^{-2}$

- $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} \Rightarrow a_n = \sqrt{a_y^2 - a_t^2}$ en I : $a_{n_I} = \sqrt{a_y^2 - a_{t_I}^2} \simeq 3,33m.s^{-2}$
- $a_n = \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v^2}{a_n}$

En I : $R_I = \frac{V_I^2}{a_{n_I}} = \frac{V_{Ix}^2 + V_{Iy}^2}{a_{n_I}} = \frac{13}{3,33} = 3,9\,m$



* Méthode 2 :

En utilisant la figure ci-contre on trouve :

$\cos(\theta) = \frac{a_{t_I}}{a} = \frac{-V_{I_y}}{V_I} \Rightarrow a_{t_I} = a.\frac{-V_{I_y}}{V_I} = 4 \times \frac{2}{\sqrt{13}} = 2,22m.s^{-2}$

ce qui donne d'après la méthode (1)

$a_{n_I} = 3,33m.s^{-2}$ et $R_I = 3,9\,m$

II- 1- D'après l'enregistrement les distances parcourues sont $d_1 = A_0A_1 = 2 \times 1,25 = 2,5m$,

$d_2 = A_1A_2 = 3 \times 1,25 = 3,75m$, $d_3 = A_2A_3 = 4 \times 1,25 = 5m$, $d_4 = A_3A_4 = 5 \times 1,25 = 6,25m$ et $d_5 = A_4A_5 = 6 \times 1,25 = 7,5m$. On constate que ces distances forment une suite arithmétique de raison $r = 1,25m$ alors le mouvement du plateau est R.U.V et on a : $a_P = \frac{r}{\tau^2} = 5m/s^2$

II-2- L'équation horaire du plateau P : $x_P = \frac{1}{2}a_P t^2 + V_{0_P}t + X_{0_P} = 2,5t^2 + V_0 t - 7,5$

II-3- Pour que la bille B soit reçue par le plateau, le plateau doit occuper l'abscisse $X_I = 3t_I = 3m$ à l'instant $t_I = 1s$ ce qui donne $2,5t_I^2 + V_0 t_I - 7,5 = X_I \Rightarrow V_0 - 5 = 3 \Rightarrow V_0 = 8m.s^{-1}$

II- Relation fondamentale de la dynamique

1- Système mécanique

La dynamique étudie le mouvement des divers objets : Electrons, satellites, véhicules …….
Un système est un ensemble de points matériels en interaction.
Un système peut être déformable ou indéformable.
Si la distance entre les différents points du système reste constante ce système est indéformable. On lui donne alors le nom solide.
La masse d'un système matériel, composé des points : M_1 ; M_2 ; ….. ; M_n de masses respectives m_1 ; m_2 ; ……… m_n, est égale à la somme des masses de tous les points qui le constituent.

$$M = m_1 + m_2 + \ldots\ldots + m_n = \sum_{i=1}^{n} m_i$$

Dans le système international des unités **(S I),** l'unité de masse est le kilogramme **(kg)**.
Le centre d'inertie **G** ou centre de gravite d'un système matériel est le point auquel s'applique le poids de ce système.
Le centre d'inertie ou centre de gravite d'un système est le point **G** dont la position peut être déterminée par rapport à un point déterminé **O** de l'espace par la relation :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i.\overrightarrow{OMi}}{M}$$; où **M** est masse totale du système

Tout ce qui n'appartient pas au système fait partie du milieu extérieur.

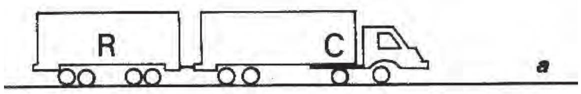
2- Forces intérieures -Forces extérieures

- Une force intérieure est une force exercée par une partie du système sur une autre partie de ce système.
- Une force extérieure est une force exercée par un agent extérieur sur le système.
- La force peut-être une force à distance ou une force de contact.

Le caractère « intérieur » ou « extérieur » d'une force dépend du choix du système.

Exemple 1

Un camion **C** tire une remorque **R** (fig a).
Des forces s'exercent au niveau du crochet d'attelage.



➢ Si on considère le système constitué par la remorque **R** :

L'action de **C** sur **R** se traduit par la force $\vec{F}$ (fig b) c'est une force extérieure, de même que les forces exercées sur **R** par l'air, la route, la terre.

- ➢ Si, on considéré le système l'ensemble (remorque + camion), $\vec{F}$ est dans ce cas une force intérieure

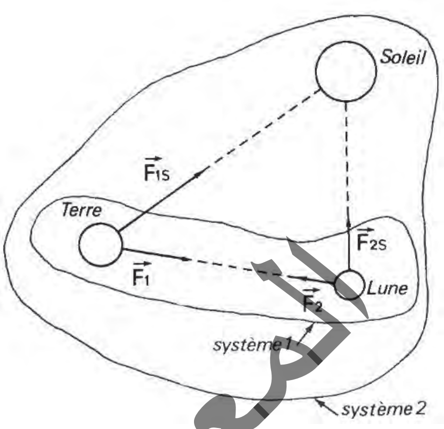
Considérons les forces d'interactions mutuelles $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ entre la terre et la lune.

Exemple 2

Choisissons deux systèmes différents :

Système 1 ; terre et lune : les forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ sont intérieures $\vec{F}_{1S}$ et $\vec{F}_{2S}$ sont extérieures

Système2 ; terre, lune et soleil : toutes les forces sont intérieures



3- Relation fondamentale de la dynamique

3-1- Enoncé

Si un ensemble de forces $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 \,.......\, \vec{F}_n$ appliquées simultanément sur un corps de masse m, provoque une variation de sa vitesse, la relation suivante est vérifiée à tout instant : $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + ... + \vec{F}_n = \sum_1^n \vec{F}_i = m\vec{a}$. **m** : masse du corps et $\vec{a}$: accélération du corps.

La relation $\sum_1^n \vec{F}_{ex} = m\vec{a}$ est appelée Relation Fondamentale de la Dynamique ; **R.F.D**

Remarque

- La relation précédente n'est applicable que sur les corps dont les vitesses sont très inferieurs devant la vitesse de la lumière.
- Pour trouver de bons résultats en appliquant la **R.F.D** on doit :
  - ➢ Préciser le système étudié.
  - ➢ Faire un inventaire de forces appliquées sur le système étudié.
  - ➢ Choisir le repère dans lequel on étudie le mouvement.
  - ➢ Faire un schéma clair illustrant le système, les forces et le repère.
  - ➢ Appliquer la **R.F.D** et faire les projections sur les axes du repère si nécessaire

3-2- Repères galiléens

Les repères dans lesquels la **R.F.D** est vérifiée sont dits galiléens par exemple le repère de Copernic, le repère de Kepler, le repère géocentrique et le repère terrestre

4- Principe de l'inertie

Dans un référentiel galiléen, le centre d'inertie **G** d'un système soumis à un ensemble de forces dont la somme est nulle $\sum \vec{F}_{ex} = \vec{0}$ est ; soit au repos si $\vec{V} = \overrightarrow{cte}$ (en équilibre), soit animé d'un mouvement rectiligne uniforme si, $\vec{V} = \overrightarrow{cte}$

Essentiel

- Un système est un ensemble de points matériels en interaction. Un système peut être déformable ou indéformable.
- Une force intérieure est une force exercée par une partie du système sur une autre
- Une force extérieure est une force exercée par un agent extérieur sur le système.
- La Relation fondamentale de la dynamique R.F.D : $\sum_{1}^{n} \vec{F}_{ex} = m\vec{a}$
- Pour trouver de bons résultats en appliquant la R.F.D on doit :
  - ➢ Préciser le système étudié.
  - ➢ Faire un inventaire des forces appliquées sur le système.
  - ➢ Choisir le repère dans lequel on étudie le mouvement.
  - ➢ Faire un schéma clair illustrant le système, les forces et le repère.
  - ➢ Appliquer la R.F.D et faire les projections sur les axes du repère si nécessaire
- Repère galiléen est le repère dans lequel la R.F.D est vérifiée
- Principe de l'inertie : Si $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ est ; soit au repos si $\vec{V} = \overrightarrow{cte}$ (en équilibre), soit animé d'un mouvement rectiligne uniforme si, $\vec{V} = \overrightarrow{cte}$

Exercices

Exercice 1

Une automobile de longueur $\ell = 5m$,roulant à la vitesse $v_a = 90km.h^{-1}$ arrive derrière un camion de longueur L=10m roulant à une vitesse $v_c = 72km.h^{-1}$ .Les deux véhicules conservent des vitesses constantes. L'automobile va donc doubler le camion. En admettant que le dépassement commence quand l'avant de l'automobile est à la distance $d_1 = 20m$ de l'arrière du camion et se termine quand l'arrière de l'automobile est à la distance $d_2 = 30m$ de l'avant du camion.

1- Calculer la durée du dépassement

2- Montrer que la distance parcourue sur la route par la voiture pendant le dépassement est de 325m.

Exercice 2

Deux automobiles A et B considérés comme ponctuels se suivent à la même vitesse constante $v_0 = 72km.h^{-1}$ à la distance d=25m. A t=0s l'automobile A prend une accélération $a = 1m.s^{-2}$ dépasse B et se rabat devant elle lorsqu'elle en est à une distance d'=30m.

1- Donner les équations horaires des mouvements de A et de B.

2- Quel espace a parcouru l'automobile B pendant cette manœuvre.

Exercice 3

Deux voitures M_1 *et* M_2 se suivent à une distance d à la même vitesse constante $v_0 = 108km.h^{-1}$ .A un certain moment correspondant à l'origine des temps (t=0s) ,la voiture M_1 commence à freiner avec une décélération $a_1 = 6m.s^{-2}$; La voiture M_2 ne commence à freiner qu'avec un retard d'une seconde et une décélération $a_2 = 5m.s^{-2}$.

1-Quelle condition doit satisfaire d pur que la voiture M_2 s'arrête sans heurter M_1 .

2-Si d=30m la voiture M_2 heurte M_1 . A quel instant aura lieu le choc. Déterminer les vitesses respectives de M_1 *et* M_2 au moment du choc.

3-Si d=55m la collision n'aura pas lieu .Déterminer la distance D séparant les deux voitures lorsqu'elles s'arrêtent.

Exercice 4

Une automobile démarre lorsque le feu passe au vert avec une accélération $a = 2,5m.s^{-2}$ pendant une durée de t=6s ; Ensuite le conducteur maintient sa vitesse constante. Lorsque le feu passe au vert un camion, roulant à la vitesse $V = 45Km.h^{-1}$, est situé à une distance d=20m du feu, avant celui-ci. Il maintient sa vitesse constante. Dans un premier temps, le camion va doubler l'automobile, puis dans une deuxième phase, celle-ci va le dépasser. En choisissant comme origine des dates, l'instant où le feu passe au vert, comme origine des espaces, la position du feu tricolore, déterminé :

1-Les dates des dépassements.

2-Les abscisses des dépassements.

3-Les vitesses de l'automobile à ces instants.

Exercice 5

Un voyageur arrive sur le quai de la gare à l'instant où son train démarre ;le voyageur qui se trouve à une distance d=25m de la portière court à la vitesse constant V=24Km/h. Le train est animé d'un mouvement rectiligne d'accélération a=1,2m/s²

1-Le voyageur pourra-il rattraper le train ?

2-Dans le cas contraire à quelle distance ℓ minimale de la portière parviendra-il ?

Exercice 6

Un automobiliste roule sur un tronçon d'autoroute rectiligne à la vitesse de 144Km/h. Soudain un obstacle fixe apparait sur la voie à une distance D=130m. Le conducteur freine immédiatement et réduit sa vitesse à 108Km/h au bout d'une durée $\theta = 1s$

1-Calculer la valeur de la décélération supposée constante.

2-Si on suppose que la décélération du mobile reste constante, à quelle distance d de l'obstacle la voiture va-elle s'arrêter ?

3-On envisage maintenant cette éventualité : le conducteur ne réagit pas tout de suite et commence à freiner 1,5s après l'apparition de l'obstacle. Il impose alors au véhicule la décélération calculée à la 1ere question. A quelle distance de l'obstacle l'automobile va-elle s'arrêter ?

Exercice 7

1-Une automobile décrit une trajectoire rectiligne dans repère $(o,\vec{i})$ .Son accélération est constante. A l'instant $t_o = 0s$ l'automobile part d'un point M_o A l'instant $t_1 = 3s$ l'automobile passe par le point M_1 d'abscisse $x_1 = 59m$ à la vitesse $V_1 = 6ms^{-1}$. Elle arrive en suite au point M_2 d'abscisse $x_2 = 150m$ à la vitesse $V_2 = 20ms^{-1}$

a-Etablir l'équation horaire du mouvement de l'automobile

b-A quel instant l'automobile passe-t-elle par le point M_2 ?

c-Calculer la longueur ℓ du trajet effectué par l'automobile pendant la phase d'accélération dont la durée est fixée à 20s.

2-A la date t=1s ;une moto se déplaçant sur la même droite à la vitesse constante V=20m/s passe par le point M' d'abscisse x'=-5m. Pendant toute la durée du mouvement fixée à 20s, la moto va d'abord dépasser l'automobile ; en suite l'automobile va rattraper la moto. Déterminer :

a- L'équation horaire du mouvement de la moto dans le repère $(o,\vec{i})$.

b- Les dates des dépassements

c- Les abscisses des dépassements

d- La vitesse de l'automobile au moment où elle rattrape la moto.

e- La distance d parcourue par la moto entre les dates t =1s et la date où elle dépasse l'automobile

Exercice 8

On donne une route rectiligne AOB.OA=1Km OB=3Km. Une voiture M immobile en O démarre sans vitesse se dirige vers B au moment où une voiture M'roulant à la vitesse constante de 144Km/h passe en A se dirigeant vers B. Le mouvement de M est d'abord uniformément accéléré sur 180m au bout desquels elle atteint sa vitesse limite de 108Km/h quelle conserve par la suite.

1-Ecrire les équations horaires des mouvements des deux véhicules

2-La voiture M' rattrapera-t-elle la voiture M avant le passage en B ?si oui à quelle date et en quel point.

Exercice 9

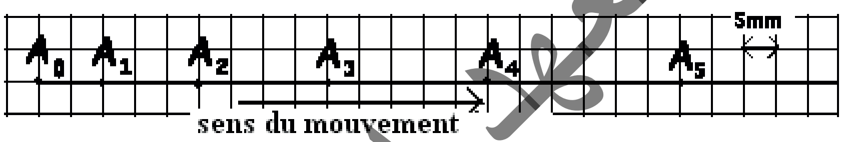
Un mobile se déplace sur un axe xx' de telle façon qu'il passe par les positions A, B, C, D, E, F et G. Le tableau ci-dessous donne les différentes abscisses de ces positions et les instants de passages respectifs correspondants.

Positions	A	B	C	D	E	F	G
x(cm)	-4	-2,5	0	3,5	8	13,5	20
t(ms)	0	40	80	120	160	200	240

1-Déterminer la nature du mouvement et calculer son accélération.
2-Déterminer les vitesses du mobile aux points B, C, D, E, et F.
3-Calculer les vitesses aux points A et G.
4-Ecrire les équations horaires du mouvement.

Exercice 10

Un mobile parcourt les distances suivantes pendant des intervalles de temps successifs et égaux θ=20ms

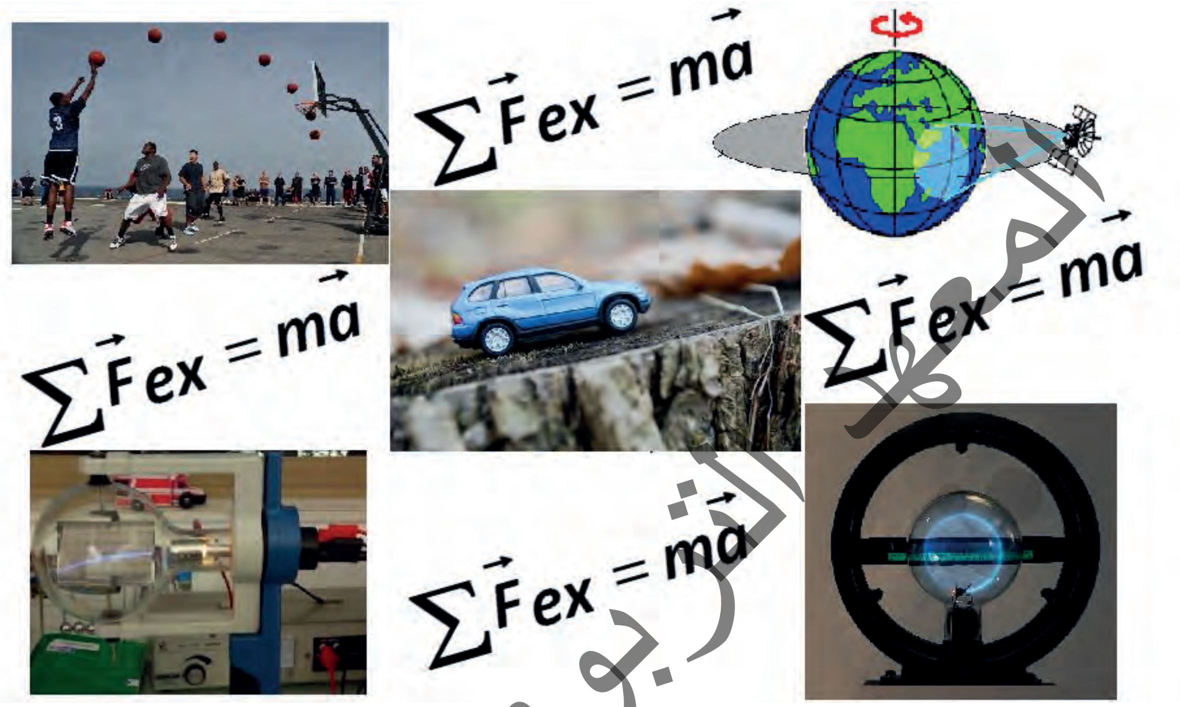


1-Compléter le tableau ci-contre et déterminer la nature du mouvement.

t	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
V_i(m/s)						
a_i (m/s²)						

2-En considérant le point A_1 comme origine du repère des espaces et l'instant d'enregistrement du point A_3 comme origine des temps ; trouver l'équation horaire du mouvement puis calculer par deux méthodes différentes la vitesse au point A_5.

CHAPITRE II : Application de la relation fondamentale de la dynamique

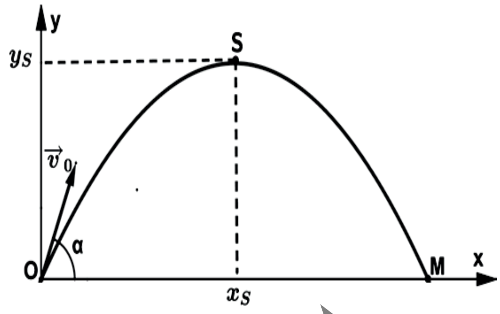


OBJECTIFS

- **Savoir appliquer la RFD à un système pour déterminer :**
  - **La nature du mouvement.**
  - **L'expression de l'intensités d'une forces telle que : (réaction, tension , force motrice, force de frottement.....)**
- **Savoir étudier des mouvements tel que :**
  - **Mouvement d'un projectile**
  - **Mouvement d'un corps solide sur une piste**
  - **Mouvement d'un satellite**
  - **Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique ou électrique**

I- Etude du mouvement d'un projectile

Un solide, de masse **m** et de centre d'inertie **G**, est lancé à un instant, choisi comme origine des dates, d'un point **(O)** situé sur le sol et pris comme origine du repère de l'étude. Le vecteur vitesse initiale $\vec{V_0}$ fait l'angle α avec l'horizontale.



1- Etude du mouvement

1-1- Conditions initiales :

t = 0, le passage en **O** : $\overrightarrow{OG_0}\begin{cases}X_0\\ y_0\end{cases}$ **et** $\vec{V}_0\begin{cases}V_{0x}=V_0\cos(\alpha)\\ V_{0y}=V_0\sin(\alpha)\end{cases}$

En négligeant les forces de frottement dues à l'air, la seule force appliquée au projectile est son poids $\vec{P}$.

La relation fondamentale de la dynamique permet d'écrire : $\sum\vec{F}_{ex}=m\vec{a}\Rightarrow\vec{P}=m\vec{a}\Leftrightarrow\vec{a}=\vec{g}$

1-2- Les équations horaires

- On projette la **R.F.D** sur l'axe **(Ox)** on trouve $a_x = 0$ donc le mouvement suivant l'axe **(Ox)** est rectiligne uniforme. Ses équations horaires sont :

$$\begin{cases}V_x=cte=V_0\\ x=V_xt+X_0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}V_x=V_0\cos(\alpha)\\ x=V_0\cos(\alpha)t\end{cases}\quad ....(1)$$

- On projette la **R F D** sur l'axe **(Oy)** on trouve : $a_y=-g=cte$, donc le mouvement suivant l'axe **(Oy)** est **R.U.V**. Ses équations horaires sont :

$$\begin{cases}V_y=a_yt+V_{0y}\\ y=\frac{1}{2}a_yt^2+V_{0y}t+y_0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}V_y=-gt+V_0\sin(\alpha)\\ y=-\frac{1}{2}gt^2+V_0\sin(\alpha)t\end{cases}\quad ....(2)$$

1-3- Equation de la trajectoire

L'équation cartésienne de la trajectoire est la relation qui donne **y** en fonction de **x**.

De **(1)** : $t=\dfrac{x}{V_0\cos(\alpha)}$, on remplace **t** dans **(2)** on trouve : $y=-\dfrac{g}{2V_0^2\cos^2(\alpha)}x^2+\tan(\alpha)x$.

La trajectoire de **G** est une parabole tangente en **O** au vecteur vitesse $\vec{V_0}$.

(S) est le sommet de la trajectoire et **M** est le point de chute du solide sur le sol.

2- Points particuliers de la trajectoire

$$\sin(2\alpha) = 2\sin(\alpha)\cos(\alpha)$$
$$\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha)$$

2-1- Le sommet S

- ***La vitesse au sommet :***

  $\vec{V}_S = \vec{V}_{Sx} + \vec{V}_{Sy}$. Au sommet $\vec{V}_{Sy} = \vec{0}$ **; il vient ,** $\vec{V}_S = \vec{V}_{Sx}$**. Donc ;** $V_S = V_0\cos(\alpha)$

- **Les coordonnées du sommet**

On peut déterminer les coordonnées du sommet par plusieurs méthodes :

➢ **Méthode 1 :** Comme $V_{Sy} = 0$; alors, $-gt_S + V_0\sin(\alpha) = 0 \Rightarrow t_S = \dfrac{V_0\sin(\alpha)}{g}$.

En remplaçant dans **(1)** et **(2)** on trouve :

$$\begin{cases} x_S = \dfrac{V_0^2\cos(\alpha)\sin(\alpha)}{g} \\ y_S = -\dfrac{V_0^2\sin^2(\alpha)}{2g} + \dfrac{V_0^2\sin^2(\alpha)}{g} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_S = \dfrac{V_0^2\sin(2\alpha)}{2g} \\ y_S = \dfrac{V_0^2\sin^2(\alpha)}{2g} \end{cases}$$

➢ **Méthode 2** : Au sommet $\left(\dfrac{dy}{dx}\right)_S = 0$. Donc ; $-\dfrac{g}{2V_0^2\cos^2(\alpha)}x_S + \tan(\alpha) = 0$, alors

$x_S = \dfrac{V_0^2\sin(2\alpha)}{2g}$. En remplaçant dans l'équation de la trajectoire on troue : $y_S = \dfrac{V_0^2\sin^2(\alpha)}{2g}$

➢ **Méthode 3** : En appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre **O** et **S** on trouve : $\dfrac{1}{2}mV_S^2 - \dfrac{1}{2}mV_0^2 = W_{\vec{P}} = -m.g.y_S$. En remplaçant V_s par son expression on trouve :

$\frac{1}{2}mV_S^2\left[\cos^2(\alpha) - 1\right] = -g.y_S$. Donc ; $y_S = \dfrac{V_0^2\sin^2(\alpha)}{2g}$.

En remplaçant y_S dans l'équation de la trajectoire on trouve : $x_S = \dfrac{V_0^2\sin(2\alpha)}{2g}$

➢ **Méthode 4** : En appliquant la **R.I.T** entre **(O)** et **(S)** sur l'axe **(Oy)** on trouve :

$V_{Sy}^2 - V_{0y}^2 = 2a(y_S - y_0) \Rightarrow -V_0^2\sin^2(\alpha) = -g.y_S \Rightarrow y_S = \dfrac{V_0^2\sin^2(\alpha)}{2g}$.

En replaçant dans l'équation de la trajectoire on trouve : $x_S = \dfrac{V_0^2\sin(2\alpha)}{2g}$.

2-2- Le point de chute

En général, on détermine l'ordonnée du point de chute à partie de la figure.
Dans l'exemple étudié et d'après la figure :

$$y_M = 0 \Rightarrow -\frac{g}{2V_0^2\cos^2(\alpha)}x_M^2 + \tan(\alpha)x_M = 0 \Rightarrow x_M\left(-\frac{g}{2V_0^2\cos^2(\alpha)}x_M + \tan(\alpha)\right) = 0$$

.

Donc ; $\begin{cases} x_M = 0 \quad \text{à rejeter} \\ -\dfrac{g}{2V_0^2\cos^2(\alpha)}x_M + \tan(\alpha) = 0 \end{cases}$. il vient $x_M = \dfrac{2V_0^2\cos(\alpha)\sin(\alpha)}{g} = \dfrac{V_0^2\sin(2\alpha)}{g}$

Remarque :

✓ Si $y_0 = 0$,l'ordonnée y_S du point **S**, sommet de la trajectoire s'appelle la flèche de la trajectoire

✓ L'abscisse du point **M** d'ordonnée nulle c'est-à-dire dans le même plan horizontal que **O** est appelée portée

Remarque 1 :

- Pour que la portée soit maximale il faut que : $\sin(2\alpha) = 1 \Rightarrow \alpha = \dfrac{\pi}{4}$ **rad**. Alors ; La porté maximale est $X = \dfrac{V_0^2}{g}$
- Pour que la flèche soit maximale il faut que : $\sin^2(\alpha) = 1 \Rightarrow \alpha = \dfrac{\pi}{2}$. Alors ; La flèche maximale est : $Y = \dfrac{V_0^2}{2g}$

Remarque 2 : Les conditions initiales varient d'une situation à une autre.

3- Parabole de sureté

On cherche à déterminer l'ensemble des points qui peuvent être atteints par le projectile en faisant varier (α), le module V_0 de sa vitesse initiale étant fixés.

Soit **N** le point qu'on cherche à atteindre, de coordonnées **X** et **Z**. Ecrivons l'équation que doit satisfaire $tan(\alpha)$ pour que le point **N** soit atteint par le projectile.

$Y = -\dfrac{g}{2V_0^2\cos^2(\alpha)}X^2 + \tan(\alpha)X$. **X** et **Y** étant fixés.

En remarquant que $\dfrac{1}{cos^2(\alpha)} = 1 + tan^2(\alpha)$ l'équation à résoudre s'écrit :

$-\dfrac{g}{2V_0^2}X^2 + -\dfrac{g}{2V_0^2}X^2.tan^2(\alpha) + X\,tan(\alpha) - Y = 0$. Où l'inconnue est α ou $tan(\alpha)$.

C'est une équation su second degré en $tan(\alpha)$, qu'on peut écrire de manière explicite.

$$-\frac{g}{2V_0^2}X^2.tan^2(\alpha) + X\,tan(\alpha) - Y - \frac{g}{2V_0^2}X^2 = 0$$

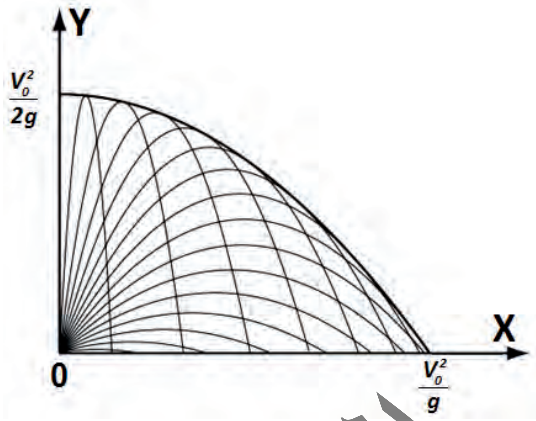
Cette équation n'a de solution que si le discriminant Δ est positif.

$\Delta = X^2 - 4\left(\dfrac{g}{2V_0^2}X^2\right)\left(\dfrac{g}{2V_0^2}X^2 + Y\right) \geq 0$. Il faut donc que : $\left(1 - \dfrac{g^2.X^2}{V_0^2}\right) - \dfrac{2gY}{V_0^2} \geq 0$.

Ceci est l'intérieur d'une parabole qu'on appelle **parabole de sûreté**, définie par :

$$Y = \frac{-g}{2V_0^2}X^2 + \frac{V_0^2}{2g}\ .$$

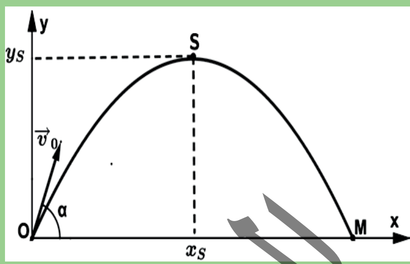
Elle est représentée ci-dessous, c'est l'enveloppe de toutes les trajectoires ayant une vitesse initiale donnée.



On retrouve le fait que pour **X = 0**, le point le plus haut qui puisse être atteint a pour ordonnée : $Y = \frac{V_0^2}{2g}$

De même, le point le plus lointain qui puisse être atteint lors que **Y = 0** a pour abscisse : $X = \frac{V_0^2}{g}$.

Essentiel



- **Un solide, de masse m et de centre d'inertie G, est lancé à un instant, choisi comme origine des dates, d'un point (O) Origine du repère.**

Le vecteur vitesse initiale $\vec{V_0}$ fait l'angle α avec l'horizontale.

- **Conditions initiales : t = 0, le passage en O :** $\overrightarrow{OG_0}\begin{cases}x_0=0\\ y_0=0\end{cases}$ et $\vec{V_0}\begin{cases}V_{0x}=V_0\cos\ \alpha\\ V_{0y}=V_0\sin\ \alpha\end{cases}$

- **La RFD s'écrire :** $\sum\vec{F}_{ex}=m\vec{a}\Rightarrow\vec{P}=m\vec{a}\Leftrightarrow\vec{a}=\vec{g}\Rightarrow\begin{cases}a_x=0\rightarrow m.r.u\\ a_y=-g\rightarrow m.r.u.v\end{cases}$

- **Sur Ox :** $\begin{cases}V_x=cte=V_0\\ x=V_xt+X_0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}V_x=V_0\cos(\alpha)\\ x=V_0\cos(\alpha)t\end{cases}$ ....(1)

- **Sur Oy :** $\begin{cases}V_y=a_yt+V_{0y}\\ y=\frac{1}{2}a_yt^2+V_{0y}t+y_0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}V_y=-gt+V_0\sin(\alpha)\\ y=-\frac{1}{2}gt^2+V_0\sin(\alpha)t\end{cases}$ ....(2)

- **Equation de la trajectoire :** De **(1)** : $t=\dfrac{x}{V_0\cos(\alpha)}$, on remplace **t** dans **(2)** on trouve :

$$y=-\frac{g}{2V_0^2\cos^2(\alpha)}x^2+\tan(\alpha)x\ .$$

- **Au sommet** $\vec{V}_{Sy}=0$ et $\left(\dfrac{dy}{dx}\right)_S=0$

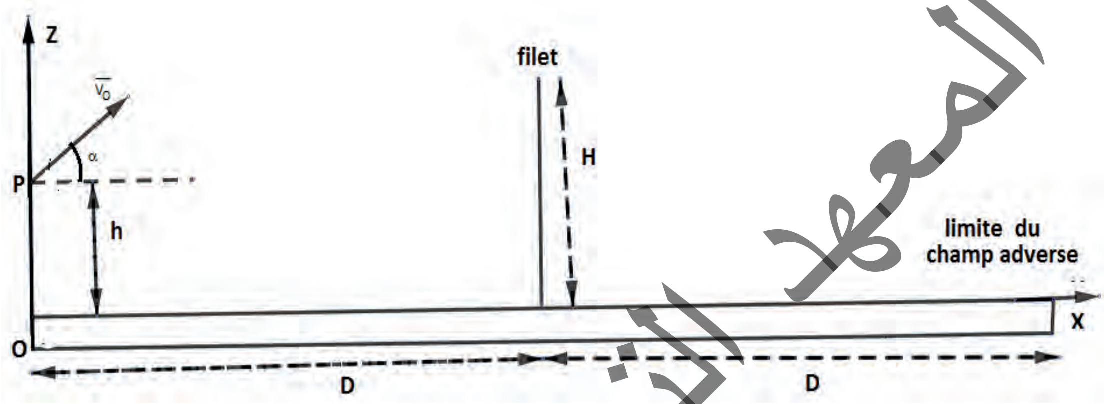
- **Si $y_0=0$,l'ordonnée y_S du point S, sommet de la trajectoire s'appelle la flèche de la trajectoire**

- **L'abscisse du point M d'ordonnée nulle c'est-à-dire dans le même plan horizontal que O est appelée portée**

Exercice résolu

Un joueur de volley-ball est au service d'un ballon qu'il lance avec une vitesse initiale $\overrightarrow{V_0}$ faisant un angle $\alpha = 45°$ avec le plan horizontal (voir schéma ci-dessous). Le ballon est frappé avec la main à

La hauteur h=0,50m du sol et à la distance D=9m du filet. La hauteur du filet est H=2,43m , et la limite du camp adverse est à la distance D du filet. Pour que le service soit bon, le ballon doit passer par-dessus le filet et doit toucher le sol dans le camp adverse entre le filet et la limite du camp adverse.



Pour simplifier, on considère que le mouvement se fait dans un plan vertical orthogonal au filet et contenant $\overrightarrow{V_0}$. L'étude du mouvement se fera dans le repère (O,x,y) , où l'axe Ox est horizontal et l'axe Oz est vertical dirigé vers le haut. Le centre d'inertie G du ballon est initialement au point P(x=0 ,z=h). Les frottements de l'air sont négligés et on prendra $g=9,ms^{-2}$.

1-Caractériser le vecteur accélération $\vec{a}$ du centre d'inertie G du ballon.

2-Déterminer les composantes de l'équation horaire du vecteur vitesse $\vec{V}$ du ballon.

3-Déterminer les composantes de l'équation horaire du vecteur position $\overrightarrow{OG}$ du ballon.

4-Mouvement de G.

a) Déterminer l'équation de la trajectoire du ballon.

b) Quelle est la trajectoire du ballon ?

c) Comment appelle-t-on ce type de mouvement ? Pourquoi ?

5-La vitesse initiale V_0 doit être comprise entre deux valeurs pour que le service soit bon : une valeur minimale V_{min} telle que le ballon arrive au sol en passant juste au dessus du filet (soit pour x = D, z = H), et une valeur maximale V_{min} telle que le ballon arrive au sol à la limite du camp adverse (soit pour x = 2D,z = 0).

a) Donner la relation littérale de V_{min} . Calculer numériquement V_{min} .

b) Donner la relation littérale de V_{max} . Calculer numériquement V_{max} .

c) Donner l'encadrement de vitesse de V_0 .

6-Déterminer d la distance depuis le filet jusqu'au point de chute du ballon si la vitesse initiale du ballon est deV_0=12m/S .

Solution

1-Le système étudié est le ballon de volley-ball.

Le référentiel choisi est terrestre (supposé galiléen).

Les forces extérieures qui agissent sur le système sont :

- le poids $\vec{p} = \overrightarrow{mg}$

- les frottements de l'air, mais que l'on néglige (dit dans l'énoncé).

On applique la deuxième loi de Newton : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{p} = \overrightarrow{mg} = m\vec{a}$

Le vecteur accélération $\vec{a}$ du centre d'inertie G du ballon est donc : $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$

2-Le vecteur accélération correspond à la variation du vecteur vitesse :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \Rightarrow \begin{cases} a_x = \frac{d\vec{V}_X}{dt} \\ a_y = \frac{d\vec{V}_Z}{dt} \end{cases}$$

Pour obtenir les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{V}$, on part des coordonnées du vecteur accélération : $\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 = \frac{d\vec{V}_X}{dt} \\ a_y = -g = \frac{d\vec{V}_Z}{dt} \end{cases}$

On intègre les équations différentielles pour trouver les coordonnées du vecteur vitesse :

$$\vec{V} \begin{cases} V_x = K_1 \\ V_z = -gt + K_2 \end{cases}$$

On doit évaluer les constantes K_1 et K_2 . Les coordonnées du vecteur vitesse doivent être exactes même pour $t = 0$. D'après la relation ci-dessus, on a :

$$\vec{V}(t=0) \begin{cases} V_x(t=0) = K_1 \\ V_y(t=0) = K_2 \end{cases}$$

Or d'après l'énoncé, le ballon est lancé avec une vitesse initiale $\overrightarrow{V_0}$ faisant un angle α avec l'horizontale, soit : $\vec{V}(t=0) \begin{cases} V_x(t=0) = V_0 \cos\alpha \\ V_y(t=0) = V_O \cos\alpha \end{cases}$

On identifie alors : $\begin{cases} K_1 = V_0 \cos\alpha \\ K_2 = V_O \sin\alpha \end{cases}$

Ce qui donne pour les coordonnées du vecteur vitesse : $\vec{V}\begin{cases} V_x = V_0 \cos\alpha \\ V_z = -gt + V_O \sin\alpha \end{cases}$

ou : $\vec{V} = (V_0 \cos\alpha)\vec{i} + (-gt + V_O \sin\alpha)\vec{j}$

3- Le vecteur vitesse correspond à la variation du vecteur position :

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \Rightarrow \begin{cases} V_x = \dfrac{dx}{dt} \\ V_z = \dfrac{dz}{dt} \end{cases}$$

Pour obtenir les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OM}$, on part des coordonnées du vecteur vitesse : $\vec{V}\begin{cases} V_x = V_0 \cos\alpha = \dfrac{dx}{dt} \\ V_z = -gt + V_O \sin\alpha = \dfrac{dz}{dt} \end{cases}$

On intègre les équations différentielles pour trouver les coordonnées du vecteur position :

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = V_0 \cos\alpha t + K'_1 \\ z = -\dfrac{1}{2} gt^2 + V_O \sin\alpha t + K'_2 \end{cases}$$

On doit évaluer les constantes K'_1 et K'_2 . Les coordonnées du vecteur position doivent être exactes même pour t=0 . D'après la relation ci-dessus, on a :

$$\overrightarrow{OM}(t=0)\begin{cases} x(t=0) = K'_1 \\ z(t=0) = K'_2 \end{cases}$$

Or d'après l'énoncé, le ballon est lancé d'un point P de coordonnées(x ;z)=(0 ;h) , soit :

$$\overrightarrow{OM}(t=0)\begin{cases} x(t=0) = 0 \\ z(t=0) = h \end{cases}$$

On identifie alors : $\begin{cases} K'_1 = 0 \\ K'_2 = h \end{cases}$

Ce qui donne pour les coordonnées du vecteur position : $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = V_0 \cos\alpha t \\ z = -\dfrac{1}{2} gt^2 + V_O \sin\alpha t + h \quad ^2 \end{cases}$

ou : $\overrightarrow{OM} = (V_0 \cos\alpha t)\vec{i} + (-gt^2 + V_O \sin\alpha t + h)\vec{z}$

4-a) Pour écrire l'équation de la trajectoire, il faut éliminer le temps entre les composantes du vecteur position. On a : $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = V_0 \cos\alpha t \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin\alpha t + h \end{cases}$

On utilise la composante x pour exprimer le temps sous la forme : $t = \frac{x}{V_0 \cos\alpha}$

On peut alors remplacer le terme temporel de la composante z par celui que l'on vient d'écrire : $z = -\frac{1}{2}g(\frac{x}{V_0\cos\alpha})^2 + V_0 \sin\alpha(\frac{x}{V_0 \cos\alpha}) + h$

$$z = -\frac{gx^2}{2V_0^2\cos^2\alpha} + x\tan\alpha + h$$

On obtient une expression qui ne dépend plus du temps.

b) Cette expression est de la forme $z = ax^2 + bx + c$, c'est donc l'équation d'une parabole. La trajectoire du ballon est parabolique.

c) Ce type de mouvement est appelé mouvement de chute libre, car la seule force en jeu dans

le mouvement est le poids.

5-a) Si le ballon atteint la vitesse V_{min} , il doit passer exactement par la position :

x = D ; z = H , soit, en reportant cette condition dans l'équation de la trajectoire :

$$z = -\frac{gD^2}{2V_{min}^2\cos^2\alpha} + D\tan\alpha + h$$

Ce qui donne : $V_{min} = \sqrt{\frac{gD^2}{2(D\tan\alpha + h - H)\cos^2\alpha}}$

$$V_{min} = \sqrt{\frac{9,8.9^2}{2(9\tan 45 + 0,5 - 2,43)\cos^2 45}} = 10,6 ms^{-1}$$

b) Si le ballon atteint la vitesse V_{max} , il doit passer exactement par la position x=2D ,z = 0 , soit, en reportant cette condition dans l'équation de la trajectoire :

$$0 = -\frac{4gD^2}{2V_{min}^2\cos^2\alpha} + 2D\tan\alpha + h$$

Ce qui donne : $V_{max} = \sqrt{\dfrac{4g.D^2}{2(2D\tan\alpha + h)\cos^2\alpha}}$

$$V_{max} = \sqrt{\frac{4.9,8.9^2}{2(2.9\tan 45 + 0,5)\cos^2 45}} = 13,10ms^{-1}$$

c) Pour que le ballon tombe dans les limites du terrain après service, il faut que la vitesse initiale soit dans l'encadrement :

$$10,6ms^{-1} \leq V_0 \leq 13,10ms^{-1}$$

6- Maintenant, on considère que la vitesse initiale est $V_0 = 12ms^{-1}$. Le point de chute du ballon est donné par la condition z = 0 , soit, en reportant cette condition dans l'équation de la trajectoire :

$$0 = -\frac{gx^2}{2V_0^2\cos^2\alpha} + xtag\alpha + h$$

On obtient une équation polynomiale du second degré de la forme :

$$-0,068125x^2 + x + 0,5 = 0$$

On résout cette équation en calculant le discriminant :

$$\Delta = 1 - 4(-0,068125).0,5 = 1,13625$$

Et les deux racines :

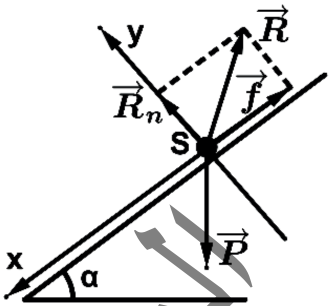
$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{-1 - \sqrt{1,13625}}{2.(-0,068125)} = 15,163m \\ x_2 = \dfrac{-1 + \sqrt{1,13625}}{2.(-0,068125)} = -0,484m \end{cases}$$

Seule la solution $x_1 = 15,163m$ est valable. Mais on cherche d , la distance depuis le filet jusqu'au au point de chute du ballon, c'est-à-dire :

$$d = x_1 - D = 15,163 - 9 = 6,163m$$

II- Mouvement d'un solide sur une piste

1- Cas d'un solide glissant sur une piste inclinée rugueuse



On se propose d'étudier le mouvement d'un solide **S** de centre d'inertie **G** en translation rectiligne qui descend sur une piste rugueuse faisant un angle α avec le plan horizontal :

- Le système étudié est le corps.
- Les forces qui agissent sur le corps sont :
  - ✓ Le poids du corps $\vec{P}$
  - ✓ La réaction normale exercée par la piste sur le corps $\vec{R}_n$
  - ✓ La force de frottement, exercée par la piste sur le corps, représentée par $\vec{f}$.
- On choisit le repère **(G, x, y)** comme l'indique le schéma où **G** est le centre de gravité du solide.
- L'application de la **R F D** donne : $\sum_{1}^{n}\vec{F}_i = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P}+\vec{f}+\vec{R}_n = m\vec{a}$

1-1- Nature du mouvement

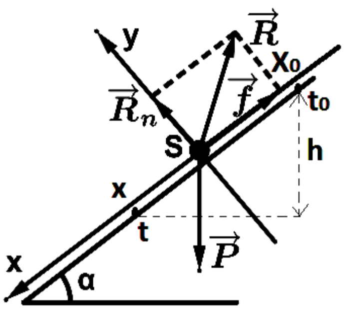
En projetant sur l'axe du mouvement **(Gx)** on trouve : $P.\sin\alpha - f = m.a \Rightarrow$

$a = \dfrac{mg\sin\alpha - f}{m} = cte$. Donc le mouvement est **R.U.V.**

Autre méthode pour déterminer la nature du mouvement

On applique le théorème de variation de l'énergie cinétique entre les instants

$t_0 = 0 \begin{cases} x_0 \\ V_0 \end{cases}$ **et** **t** $\begin{cases} x \\ v \end{cases}$; on trouve :



$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}_n} + W_{\vec{f}}$.

Or $W_{\vec{R}_n} = 0$; $W_{\vec{f}} = -f.(x - X_0)$ **et** $W_{\vec{P}} = m.g.h$.

Avec $h = (x - X_0)\sin(\alpha)$. Il vient

$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mV_0^2 + m.g(x - X_0)\sin(\alpha) - f.(x - X_0)$.

Ce qui donne : $\frac{1}{2}mv^2 = \left(m.g\sin(\alpha) - f\right)x + \left(f - m.g\sin(\alpha)\right)X_0 + \frac{1}{2}mV_0^2$.

On dérive cette équation par rapport au temps :

$m.v.a = \left(m.g\sin(\alpha) - f\right)v \Rightarrow a = \dfrac{m.g\sin(\alpha) - f}{m} = cte$. Donc **M.R.U.C**

1-2- Calcule de la réaction de la piste

La réaction de la piste est : $\vec{R} = \vec{R}_n + \vec{f} \Rightarrow R = \sqrt{R_n^2 + f^2}$.

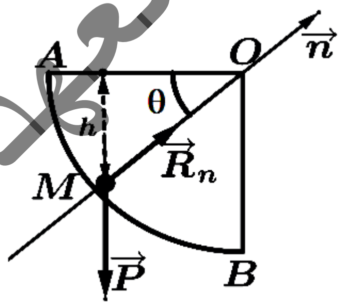
*** Calcule de R_n :** On projette la **R.F.D** sur l'axe **(Sy),** sur lequel, il n'y a pas de mouvement on trouve : $-P\cos(\alpha) + R_n = 0 \Rightarrow R_n = mg.\cos(\alpha)$

*** Calcule de f :** D'après la projection de la **R.F.D** sur l'axe **(Sx)** on trouve :

$f = mg.\sin(\alpha) - ma$. Ce qui donne **:** $R = \sqrt{(mg.\cos(\alpha))^2 + (mg.\sin(\alpha) - ma)^2}$

2- *Cas d'un solide se déplaçant sur une piste circulaire lisse (sans frottements)*

On étudie le mouvement d'un solide ponctuel **S** de masse **m** se déplaçant sur une piste circulaire de centre **O et** de rayon **r.** La position du mobile est repérée par l'angle θ **.**



- **L**e système étudié est le corps **M.**
- Les forces qui agissent sur le corps sont :

✓ Le poids du corps $\vec{P}$

✓ La réaction normale exercée par la piste sur le corps $\vec{R}_n$

- On choisit l'axe normal centripète comme l'indique le schéma.

2-1- L'expression de la vitesse V_M en fonction de V_A, g, r et θ

En appliquant le théorème de variation de l'énergie cinétique entre **A** et **M** on trouve :

$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Rightarrow \frac{1}{2}mV_M^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}_n}$. Or $W_{\vec{R}_n} = 0$ **et** $W_{\vec{P}} = m.g.h$ **avec** $h = r.\sin(\theta)$.

Ce qui donne : $V_M = \sqrt{V_A^2 + 2m.g.r.\sin(\theta)}$.

2-2- Expression de la réaction de la piste au point M en fonction de m, V_A, g, r et θ

La piste est considérée lisse donc les frottements sont négligeables alors $R = R_n$

La **R.F.D**. sur le solide en **M** donne $\sum \vec{F}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R}_n = m\vec{a}$.

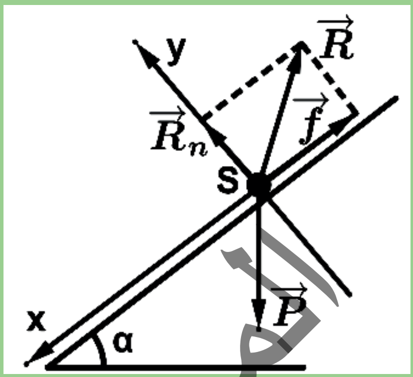
En projetant sur la normale centripète $\vec{n}$ on trouve : $-P\sin\theta + R_n = ma_n$ donc ;

$R = m.g\sin(\theta) + m\frac{V_M^2}{r}$. En remplaçant V_M par son expression on trouve :

$R = m.g\sin(\theta) + \frac{m}{r}\left(V_A^2 + 2m.g\sin(\theta)\right) \Rightarrow R = 3m.g\sin(\theta) + \frac{m.V_A^2}{r}$.

Essentiel

Pour un solide S glissant sur un piste inclinée rugueuse



- L'application de la R F D donne :

$$\sum_{1}^{n}\vec{F_i}=m\vec{a}\Rightarrow\vec{P}+\vec{f}+\vec{R_n}=m\vec{a}$$

- En projetant sur l'axe du mouvement (Sx) on trouve :

$$P.\sin\alpha-f=m.a\Rightarrow a=\frac{mg\sin\alpha-f}{m}=cte.$$

Donc le mouvement est R.U.V.

- La réaction de la piste est : $\vec{R}=\vec{R_n}+\vec{f}\Rightarrow R=\sqrt{R_n^2+f^2}$.

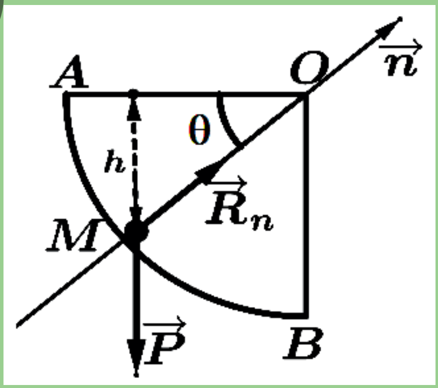
➢ La projection la R.F.D sur l'axe (Sy)donne : $-P\cos(\alpha)+R_n=0\Rightarrow R_n=mg.\cos(\alpha)$

➢ D'après la projection de la R.F.D sur l'axe (Sx) on trouve : $f=mg.\sin(\alpha)-ma$.

Ce qui donne : $R=\sqrt{(mg.\cos(\alpha))^2+(mg.\sin(\alpha)-ma)^2}$

Pour un solide se déplaçant sur une piste circulaire lisse (sans frottements)

- En appliquant le théorème de variation de l'énergie cinétique entre A et M on trouve :



$$\Delta E_C=\sum W_{\vec{F}}\Rightarrow\frac{1}{2}mV_M^2-\frac{1}{2}mV_A^2=W_{\vec{P}}+W_{\vec{R_n}}.$$

- Or $W_{\vec{R_n}}=0$ et $W_{\vec{P}}=m.g.h$ avec $h=r.\sin(\theta)$.

Ce qui donne : $V_M=\sqrt{V_A^2+2m.g.r.\sin(\theta)}$.

- L'application de la R.F.D. sur le solide en M donne :

$$\sum\vec{F_{ex}}=m\vec{a}\Rightarrow\vec{P}+\vec{R_n}=m\vec{a}.$$

En projetant sur la normale centripète en M on trouve : $-P\sin\theta+R_n=ma_n$.

Donc ; $R=m.g\sin(\theta)+m\frac{V_M^2}{r}$. En remplaçant V_M par son expression on trouve :

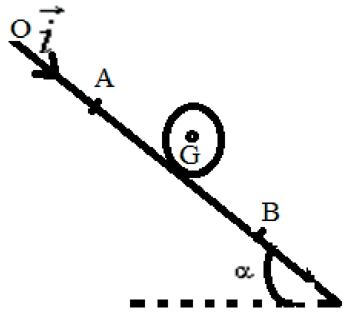
$$R=m.g\sin(\theta)+\frac{m}{r}(V_A^2+2m.g\sin(\theta))\Rightarrow R=3m.g\sin(\theta)+\frac{m.V_A^2}{r}.$$

Exercice résolu 1

Un solide (S) de centre d'inertie G et de masse m peut se déplacer sur un plan incliné faisant un angle a avec l'horizontale. Un dispositif d'enregistrement relié à un ordinateur permet de repérer les positions du centre d'inertie G et de mesurer sa vitesse instantanée à chaque instant. Le solide est lâché sans vitesse initiale d'un point O du plan et son mouvement suit la ligne de plus grande pente dont la direction est notée Ox. La position du point G est repérée par son abscisse dans le repère $(O\ ;\ \vec{i})$. L'action des forces de frottement peut être assimilée à celle d'une force constante $\vec{f}$, de même direction mais de sens contraire au vecteur vitesse. Le dispositif d'enregistrement est déclenché à l'instant $t_0=0$ et donne les positions x_A et x_B de G et les vitesses v_A et v_B aux instants t_A et t_B.

	temps (s)	position (m)	Vitesse (m/s)
point A	0,3	0,18	0,57
point B	0,7	0,48	0,929

1. Faire l'inventaire des forces s'appliquant au solide (S) et les représenter sur un schéma.
2. En utilisant le th. de l'énergie cinétique entre les positions A et B, exprimer l'intensité f de la force de frottement en fonction de m, g, a, x_A, x_B, v_A, v_B. Calculer la valeur numérique de f.

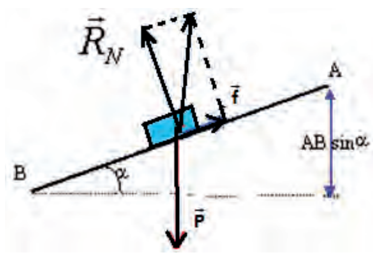


3. Calculer le travail mécanique effectué par la force de frottement entre les points A et B. Que signifie le signe de la valeur trouvée ?. Quelle forme d'énergie voit on apparaître ?
4. Exprimer l'intensité de l'accélération a du point G au cours du mouvement en fonction de m, g, a et f. Calculer la valeur numérique de a.
5. A l'instant t=0, la position du centre d'inertie est repérée par son abscisse x_0 et sa vitesse a pour mesure v_0.

- Donner les équations horaires x(t) et v(t) du mouvement du centre d'inertie G du solide dans le repère $(O\ ;\ \vec{i})$.
- Calculer les valeurs numériques de la position x_0 et de la vitesse v_0 du centre d'inertie G du solide au moment où l'enregistrement est déclenché. m =200g a=30°

Solution

1.le solide est soumis à son poids $\vec{P}$, vertical vers le bas, à l'action du plan décomposée en une action normale au plan $\vec{R}_n$ et en une action parallèle au plan $\vec{f}$, de sens contraire à la vitesse (voir figure).



2.théorème de l'énergie cinétique :

Le travail du poids entre A et B (descente: donc travail moteur) $W_1 = mg(h_A - h_B) = mgAB\sin\alpha \;\; = mg(x_B - x_A)\sin\alpha$.

Le travail des frottements entre A et B (travail résistant) : $W_2 = -f\,AB = -f(x_B - x_A)$

R_n perpendiculaire à la vitesse ne travaille pas.

La variation d'énergie cinétique : $\Delta E_c = \frac{1}{2} mV^2_{fin} - \frac{1}{2} mV^2_{départ} = \frac{1}{2} mV^2_B - \frac{1}{2} mV^2_A$

La variation d'énergie cinétique est égale à la somme des travaux des forces.

$\frac{1}{2} mV^2_B - \frac{1}{2} mV^2_A = mg(x_B - x_A) \sin\ - f(x_B - x_A)$

$f = m[g\sin\ - \frac{1}{2}(V^2_B - V^2_A) / (x_B - x_A)]$

$f = 0{,}2[\ 9{,}8 \sin 30 - \frac{1}{2}(0{,}929^2 - 0{,}57^2) / (0{,}48 - 0{,}18)] = 0{,}8\ N.$

3.Le travail des frottements :

$$W_2 = -f\,.AB = -f(x_B - x_A) = -0{,}8(0{,}48 - 0{,}18) = -0{,}24\ J.$$

Le signe moins signifie : diminution de l'énergie mécanique du système {solide-terre}

cette énergie perdue se retrouve sous forme d'énergie thermique dans l'environnement.

4. L'accélération :

la seconde loi de Newton s'écrit : $\vec{P} + \vec{f} + \vec{R_n} = m\,\vec{a}$ soit sur l'axe $(O, \vec{i})$: mg sinα -f= ma

$$a = \frac{g\sin\ - f}{m} \qquad A.N.\ a = \frac{9{,}8 \sin 30 - 0{,}8}{0{,}2} = 0{,}9\ m/s^2.$$

5. L'équation horaire : vitesse : $v = a\,t + v_0 = 0{,}9\,t + v_0$

$0{,}57 = 0{,}9\,.0{,}3 + v_0$ d'où $v_0 = 0{,}3\ m/s.$

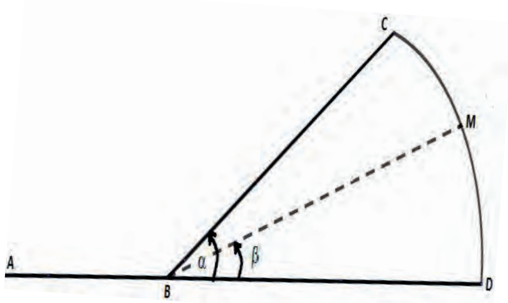
Abscisse : primitive de la vitesse

$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0\ t + x_0 = 0{,}45\ t^2 + 0{,}3\ t + x_0.$

$0{,}48 = 0{,}45.0{,}7^2 + 0{,}3.0{,}7 + x_0$ d'où $x_0 = 0{,}05\ m.$

Exercice résolu 2

Dans un stand de fête, un objet (S).de masse m =5Kg, assimilable à un point matériel, est placé sur des rails horizontaux de longueur AB. Pour "tester sa force" une personne pousse cette masse avec une force F constante horizontale, pendant une durée t =3 s.



1.a. Déterminer la nature du mouvement de (S) , en supposant que (S) glisse sans frottement sur les rails en partant de la position de repos.

b. Sachant qu'a la fin de la période de lancement (S) a une vitesse égale à 6m/s , calculer la valeur numérique de la force F appliquée.

c. Calculer la distance de lancement AB et le travail effectué par la personne.

2. Arrivé en B,(S) doit s'élever sur un plan incliné d'un angle α =30° par rapport au plan horizontal.

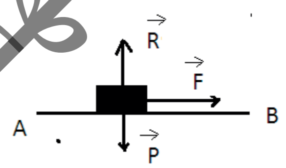
a. En supposant les frottements négligeables, et le plan incliné suffisamment long, quelle longueur devrait parcourir l'objet(S) sur le plan incliné jusqu' à ce que sa vitesse s'annule? On prendra $g = 10 m/s^2$.

b. En réalité on constate que (S) parcourt une distance BC = 3m le long du plan incliné En supposant que les frottements sont équivalents à une force unique $\vec{f}$ parallèle au plan incliné et dirigé en sens contraire du vecteur vitesse $\vec{v}$ calculer la norme de $\vec{f}$.

3.A l'extrémité C du plan incliné BC , le mobile (S) aborde sans vitesse une piste circulaire CD de centre B et de rayon BC = ℓ_1 = 3m. La position de l'objet (S) sur la piste circulaire CD est repérée par l'angle β =(BD,BM), les frottements sont négligés. Exprimer en fonction de ℓ_1 ,α, β et g, la vitesse de (S) au point M. Calculer cette vitesse pour β = 20°.Donner l'expression R_n de au point M .

Solution

1-a) Nature de mouvement entre A et B :

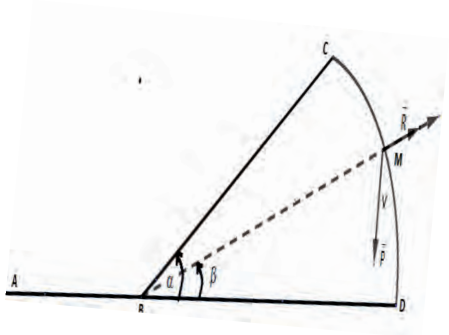


$$\sum \vec{F}_{app} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a} \quad (1)$$

$$(1)/_{AB} : F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} (mruv)$$

b) La valeur de la force appliquée : $v = at \Rightarrow a = \frac{v}{t} = 2m/s^2$ donc $F = ma = 10N$

c) La distance de lancement AB et le travail effectué par la personne.



$$V^2 = 2a.AB \Rightarrow AB = \frac{V^2}{2a} = \frac{36}{2.2} = 9m$$

Le travail effectué par la personne :

$$w_{AB}(\vec{F}) = F.AB = 90J$$

2-a) La distance parcourue avant l'arrêt du solide ;

$$-\frac{1}{2}mv_B{}^2 = -mgl\sin\alpha \Rightarrow L = \frac{v_B{}^2}{2g\sin\alpha} = 3,6m$$

b)La force de frottement : $-\frac{1}{2}mv_B{}^2 = -mgl\sin\alpha - fL' \Rightarrow f = \dfrac{m(-gl\sin\alpha + \frac{v_B{}^2}{2})}{L'} = 1N$

3-La vitesse au point M : $\frac{1}{2}mv_M{}^2 = mgl(\sin\alpha - \sin\beta) \Rightarrow v_M = \sqrt{2gl(\sin\alpha - \sin\beta)}$

La réaction normale :

$$\sum \vec{F}_{app} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}(1)$$

$$(1)/_{n'n} : mg\sin\beta - R = m\frac{v_M{}^2}{l} \Rightarrow R = mg\sin\beta - m\frac{v_M{}^2}{l}$$

$$R = m[g\sin\beta - g(\sin\alpha - \sin\beta)] \Rightarrow R = mg(3\sin\beta - \sin\alpha)$$

III – Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme

1- Particule chargée

On appelle particule chargée tout corps de l'ordre de l'atome portant une charge électrique (ion, proton ou électron).
Une particule est caractérisée par sa charge et sa masse et on distingue entre :

- **Proton** : $\begin{cases} m_p = 1{,}67.10^{-27}\ kg \\ q_p = e = 1{,}6.10^{-19}\ C \end{cases}$
- **Electron** : $\begin{cases} m_{e^-} = 9{,}1.10^{-31}\ kg \\ q_{e^-} = -e = -1{,}6.10^{-19}\ C \end{cases}$
- **Ion positif ou cation** $^{A}X^{n+}$: $\begin{cases} m = A \times m_p \\ q = n \times e \end{cases}$
- **Ino négatif ou anion** $^{A}X^{n-}$: $\begin{cases} m = A \times m_p \\ q = -n \times e \end{cases}$

2- Champ électrique uniforme et force électrostatique

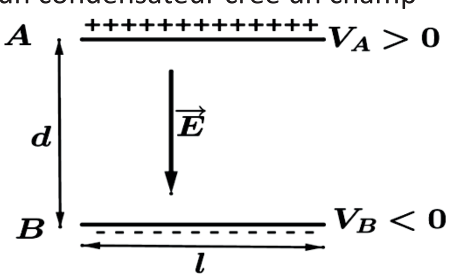
2-1- Condensateur

Un condensateur est constitué de deux plaques **A** et **B**, (armatures), conductrices, planes et parallèles, l'une peut être chargée positivement par une charge **(+ Q)** et l'autre peut être chargée négativement par une charge **(– Q)**, séparées par un isolant.
La plaque chargée positivement possède un potentiel électrique positif **(*V*+)** et la plaque chargée négativement possède un potentiel électrique négatif **(*V*-)**. La différence de potentiel **(d.d.p)** entre les deux plaques s'appelle tension électrique, notée
$U_{AB} = V_A - V_B$ **ou** $U_{BA} = V_B - V_A$

2-2- Le champ électrique uniforme

La présence d'une tension électrique entre les armatures d'un condensateur crée un champ électrique uniforme entre les armatures :

$\vec{E} = \overrightarrow{cte}$ c,à,d $\begin{cases} \text{direction constante} \\ \text{sens constant} \\ \text{intensité constante} \end{cases}$



Ce champ électrique est perpendiculaire aux plaques et dirigé de la plaque positive vers la plaque négative.

L'intensité du champ électrique est donnée par la relation : $E = \frac{|U|}{d}$ tel que :

U : la différence de potentielle entre les deux plaques

d : la distance entre les deux plaques.

2-3- Force électrostatique

Si une particule chargée, portant une charge électrique **q**, pénètre dans un champ électrique $\vec{E}$, elle subit une force électrostatique **(f.é.s)** donnée par la relation : $\vec{F} = q.\vec{E}$.

Donc :

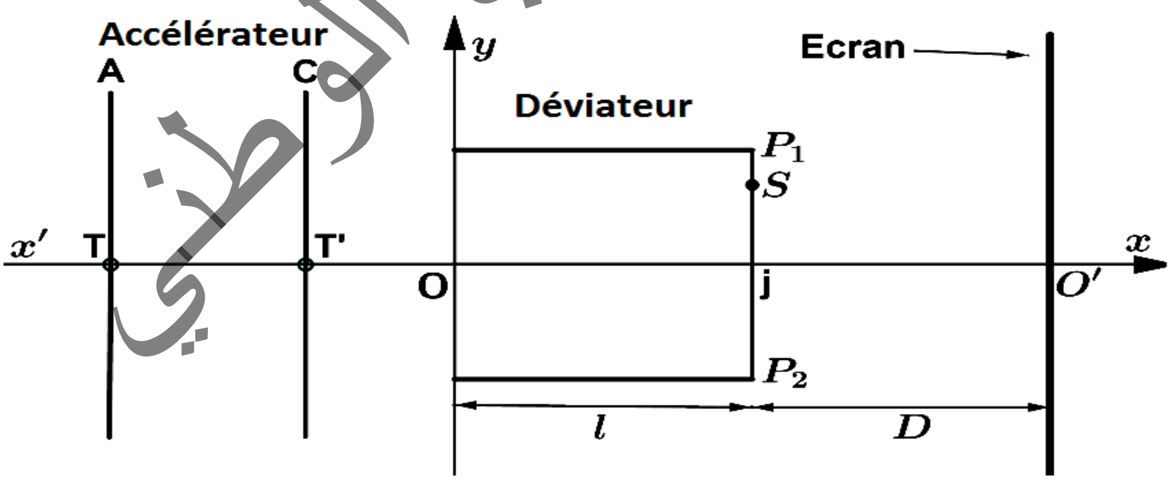
- $\vec{F} // \vec{E}$ alors, $\vec{F}$ est perpendiculaire aux plaques
- Si **q** est positive $\vec{F}$ et $\vec{E}$ ont le même sens et si **q** est négative $\vec{F}$ et $\vec{E}$ ont des sens opposés
- L'intensité de cette force est $F = |q|.E$

Remarque

En générale on néglige les poids des petites particules chargées (électrons, protons et ions) devant les forces électrostatiques.

3- Etude du mvt d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme

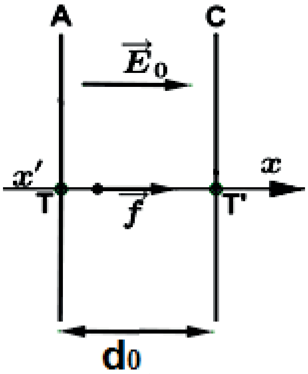
Pour étudier le mouvement d'une particule chargée de charge **q > 0** et de masse **m** , on utilise le dispositif représenté par la figure ci-dessous.



3-1- Mouvement dans un accélérateur (sans vitesse initiale)

La particule pénétrant au trou **T** sans vitesse initiale est accélérée par une **d.d.p,** $U_0 = V_A - V_C$ appliquée entre deux plaques verticales **A** et **C** distantes de d_0, voir figure ci-après.

- ***Le signe de U_0***



La particule est accélérée de **T** vers **T '** sous l'action de la **f.é.s**. Donc cette force est dirigée de **(A vers C)**.

Comme la charge **q** est positive alors le champ électrique $\vec{E}_0$ entre **A et C** est dirigé dans le sens de la **f.é.s** , de **(A vers C)**, (voire la figure ci-contre).

Donc $V_A > 0$ ***et*** $V_C < 0$ ***alors*** $U_0 = V_A - V_C > 0$

- ***Nature du Mouvement***

L'application de la **R.F.D** donne : $\sum \vec{F}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} + \vec{P}_{nég} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a} = q\vec{E}_0$ donc $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}_0$.

En projetant sur l'axe **(x'x)** on trouve : $a = \frac{q.E_0}{m} = \frac{q.U_0}{m.d_0} = cte$. Donc le **MVT** est **R.U.V**

- ***Vitesse à la sortie de l'accélérateur***

En appliquant le **T.E.C** entre **T et** T' on trouve :

$\frac{1}{2}mV_{T'}^2 - \frac{1}{2}mV_T^2 = W_{\vec{f}} \Rightarrow \frac{1}{2}mV_{T'}^2 = q(V_A - V_C) = qU_0$ alors $V_{T'} = \sqrt{\frac{2qU_0}{m}}$.

Autre méthode pour déterminer la vitesse de sortie :

On applique la relation indépendante de temps entre **T** et **T' :** $V_{T'}^2 - V_T^2 = 2a(X_{T'} - X_T)$.

Or $V_T = 0$ et $X_{T'} - X_T = d_0$ **;** ce qui donne : $V_{T'}^2 = 2a.d_0 \Rightarrow V_{T'} = \sqrt{\frac{2qU_0}{m}}$.

3-2- Mouvement dans un déviateur

A sa sortie en T', la particule se déplace suivant l'axe **(x'x)** pour pénétrer, en **(O)**, dans un champ électrique crée entre deux plaques **P_1 et P_2** entre les quelles existe une **d.d.p** $U = V_{P_2} - V_{P_1}$ et sort en **S**. (voir figure ci-après)

La longueur des plaques est ℓ, la distance entre elles est **d** et le point **O** est équidistant de deux plaques **P_1 et P_2** .

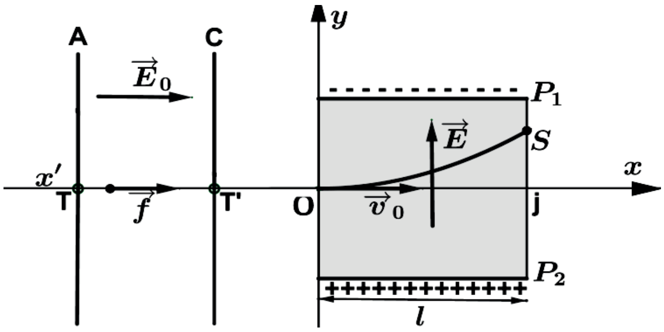
- ***Nature du mouvement entre l'accélérateur et le déviateur***

Après la sortie de l'accélérateur en **T'** et avant l'entré dans le déviateur en **O**, il n'y a pas de champ $\vec{E}$ par la suite il n'y a pas de **f.é.s** et le poids est négligeable donc :

$\sum \vec{F}_{ex} = m\vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0}$ ***; alors,*** $\vec{v} = \overrightarrow{cte} = \vec{V}_{T'}$ donc le **MVT** entre **T '** et **O** est **R.U.**

Ce qui donne : $V_0 = V_{T'} = \sqrt{\frac{2qU_0}{m}}$

- ***Les signes des plaques P_1 et P_2* :**



La particule chargée positivement est déviée vers **P_1** donc elle est tirée par **P_1** et repoussée par **P_2** donc **P_1** a une charge négative et **P_2** a une charge positive donc le champ $\vec{E}$ est dirigé de **P_2** vers **P_1** et $U = V_{P_2} - V_{P_1} > 0$

- ***Etude du mouvement***

➢ Les conditions initiales : $t = 0 \rightarrow en(O) \Rightarrow \begin{cases} X_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$ et $\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$

➢ L'application de la **R.F.D** donne : $\sum \vec{F}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} + \vec{P} = m\vec{a}$. Or, le poids de la particule est négligeable. Alors, $\vec{F} = m\vec{a} = q\vec{E}$. Donc $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

✓ En projetant sur l'axe **(Ox)** on trouve $a_x = 0$ donc le **MVT** est **R.U** alors

$$\begin{cases} V_x = cte = V_{0x} \\ x = V_x t + X_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_x = V_0 \\ x = V_0 t \ldots\ldots(1) \end{cases}$$

✓ En projetant sur l'axe **(Oy)** on trouve : $a_y = \frac{q.E}{m} = \frac{q.U}{m.d} = cte$ alors le **MVT** est **R.U.V.**

Donc $\begin{cases} v_y = a_y t + V_{0y} \\ y = \frac{1}{2} a_y t^2 + V_{0y} t + y_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_y = \frac{q.U}{m.d} t \\ y = \frac{q.U}{2m.d} t^2 \ldots\ldots(2) \end{cases}$

✓ L'équation de la trajectoire :

De **(1)** : $t = \frac{x}{V_0}$ en remplaçant dans **(2)** on trouve : $y = \frac{qU}{2m.d.V_0^2} x^2$ tel que $0 \le x \le \ell$

Remarque :

En remplaçant **V_0** par sont expression on trouve : $y = \frac{U}{4.d.U_0} x^2$.

Donc la trajectoire est indépendante des caractéristiques de la particule **(charge et masse)**.

- ***La durée du passage de la particule dans le condensateur :*** $X_S = V_0.t_S = \ell \Rightarrow t_S = \frac{\ell}{V_0}$

- ***Les coordonnées du point de sortie S***

A la sortie en **S** on a $X_S = \ell$ en remplaçant dans l'équation de la trajectoire on trouve

$$y_S = \frac{qU.\ell^2}{2m.d.V_0^2}$$

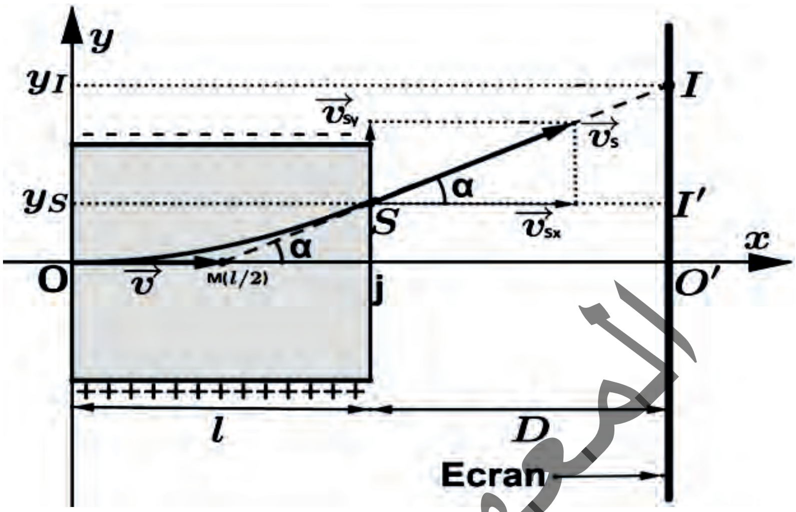
- ***La vitesse au point de strie S***

La vitesse au point de sortie **S** est : $\vec{V}_S \begin{cases} V_{S_x} = V_0 \\ V_{S_y} = \frac{q.U}{m.d} t_S = \frac{q.U.\ell}{m.d.V_0} \end{cases}$

- ***La déviation angulaire à la sortie***

➢ **Définition** : C'est l'angle formé entre la vitesse de la particule à l'entré $\vec{V}_0$ et sa vitesse à la sortie $\vec{V}_s$ soit $\alpha=\left(\vec{V}_0\vec{V}_s\right)$.

Comme $\vec{V}_0 // (Ox)$ et $\vec{V}_s$ est portée par la tangente à la trajectoire au point **S**, alors la déviation angulaire à la sortie est l'angle formé entre l'axe **(Ox)** et la tangente à la trajectoire en **S**.



➢ **Calcule :** On peut calculer cet angle par trois méthodes (Voir la figure ci-contre)

✓ **Méthode 1** : $tan(\alpha)=\frac{V_{Sy}}{V_{Sx}}=\frac{\frac{q.U.\ell}{m.d.V_0}}{V_0}=\frac{q.U.\ell}{m.d.V_0^2}$

✓ **Méthode 2** : $tan(\alpha)=\left(\frac{dy}{dx}\right)_S=\frac{q.U.\ell}{m.d.V_0^2}$

✓ **Méthode 3** : Comme l'équation de la trajectoire est de la forme $y=a.x$ alors la tangente au point **S** d'abscisse $X_S=\ell$ coupe l'axe des abscisses en $\frac{\ell}{2}$.

Donc ; $tan(\alpha)=\frac{y_S}{\frac{\ell}{2}}=\frac{2y_S}{\ell}=\frac{q.U.\ell}{m.d.V_0^2}$.

3-3- Mouvement après la sortie du déviateur

On suppose que la particule après sa sortie par la position **S,** heurte au point **(I)** un écran vertical distant des plaques de **D** (voir la figure ci-avant)

- ***Nature du mouvement***

Après la sortie du déviateur en **S**, il n'y a plus de champ $\vec{E}$ par la suite il n'y a plus de **f.é.s** et le poids est négligeable donc : $\sum\vec{F}_{ex}=m\vec{a}=\vec{0}\Rightarrow\vec{a}=\vec{0}$ $\;$ **donc** $\;\vec{v}=\overrightarrow{cte}$ alors le MVT est R.U.

Donc la trajectoire après la sortie est une droite confondue avec la tangente à la trajectoire entre les deux plaques **P_1** et **P_2** en **S**.

- ***Equation de la trajectoire***

$y=a.x+b$ avec $a=tan(\alpha)=\frac{q.U.\ell}{m.d.V_0^2}$. Donc $y=tan(\alpha).x+b$ $\;$ **et en S** ; $y_S=tan(\alpha).X_S+b$;

alors $b=y_S-tan(\alpha).X_S$, ce qui donne $b=-\frac{q.U.\ell^2}{2m.d.V_0^2}$. Donc $y=\frac{q.U.\ell}{m.d.V_0^2}x-\frac{q.U.\ell^2}{2m.d.V_0^2}$.

- ***La déviation linéaire ou déflexion sur l'écran***

C'est la distance sur l'écran entre le point d'impact s'il n'y a pas de déviation **(O')** et le point d'impact avec déviation **(I)**.
On peut déterminer cette déviation linéaire **(O'I)** en utilisant la figure ci-avant.

✓ **Méthode 1** : D'après la figure : $tan(\alpha)=\frac{O'I}{O'M} \Rightarrow O'I=\left(D+\frac{\ell}{2}\right)tan(\alpha)$

✓ **Méthode 2** : D'après la figure : $O'I=O'I'+I'I \Rightarrow O'I=y_S+D.tan(\alpha)$

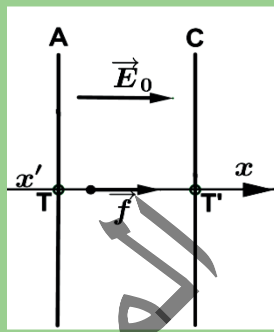
✓ **Méthode 3** : D'après l'équation de la trajectoire après la sortie, En I

$$X_I=D+\ell \Rightarrow y_I=O'I=\frac{q.U.\ell}{m.d.V_0^2}(D+\ell)-\frac{q.U.\ell^2}{2m.d.V_0^2}=\frac{q.U.\ell^2}{2m.d.V_0^2}+\frac{q.U.\ell}{m.d.V_0^2}D=y_S+D\,tan(\alpha).$$

Remarque :
La déviation linéaire ou déflexion électrique à la sortie est **JS = y_S**

Essentiel

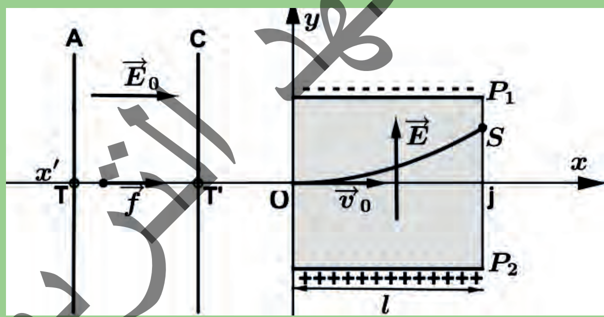
❖ Le mouvement dans un champ accélérateur



Une particule de charge q > 0 et de masse m pénétrant au trou T sans vitesse initiale est accélérées par une d.d.p, $U_0 = V_A - V_C$ appliquée entre deux plaques verticales A et C distantes de d_0.

- $a = \frac{q.E_0}{m} = \frac{q.U_0}{m.d_0} = cte$ donc le MVT est R.U.V
- A la sortie : $V_{T'} = \sqrt{\frac{2qU_0}{m}}$

❖ Le Mouvement dans un champ déviateur



A sa sortie en T', la particule se déplace suivant l'axe x'x pour pénétrer, en (O), dans un champ électrique crée entre deux plaques P_1 et P_2 entre lesquelles existe une d.d.p $U = V_{P_1} - V_{P_2}$ et sort en S.

La longueur des plaques est ℓ, la distance entre elles est d et le point O est équidistant de deux plaques P_1 et P_2 .

- Entre T ' et O : $\sum \vec{F}_{ex} = m\vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0}$ donc $\vec{v} = \overrightarrow{cte}$. Alors M.R.U donc $V_0 = V_{T'} = \sqrt{\frac{2qU_0}{m}}$
- *Etude du mouvement*

➢ Les conditions initiales : $t = 0 \rightarrow en(O) \Rightarrow \begin{cases} X_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$ et $\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$

➢ La R.F.D donne $\sum \vec{F}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a} = q\vec{E} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E} \Rightarrow \begin{cases} a_x = \frac{q}{m}E_x = 0 \\ a_y = \frac{q}{m}E_y = \frac{q.E}{m} = \frac{q.U}{m.d} = cte \end{cases}$

➢ Sur Ox : $\begin{cases} V_x = cte = V_{0x} \\ x = V_x t + X_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_x = V_0 \\ x = V_0 t.....(1) \end{cases}$

➢ Sur Oy : $\begin{cases} v_y = a_y t + V_{0y} \\ y = \frac{1}{2} a_y t^2 + V_{0y} t + y_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_y = \frac{q.U}{m.d} t \\ y = \frac{q.U}{2m.d} t^2......(2) \end{cases}$

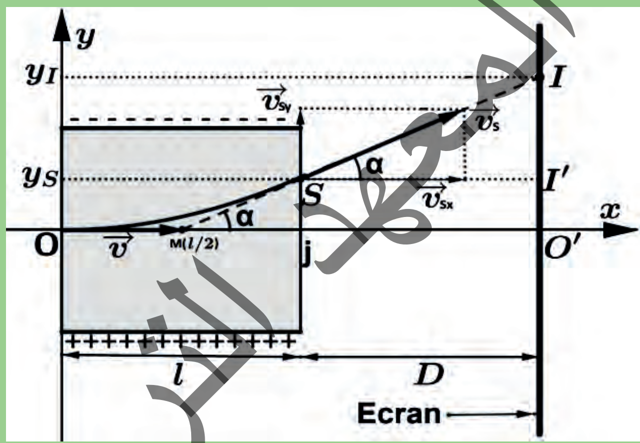
➢ Equation de la trajectoire : $y = \frac{qU}{2m.d.V_0^2} x^2$ tel que $0 \le x \le \ell$

➢ En remplaçant V_0 par son expression on trouve : $y = \frac{U}{4.d.U_0} x^2$.

Donc la trajectoire est indépendante des caractéristiques de la particule (charge et masse).

- A la sortie en S on a $X_S = \ell$. Alors, $y_S = \frac{qU.\ell^2}{2m.d.V_0^2}$
- *La durée du passage de la particule dans le condensateur :* $X_S = V_0.t_S = \ell \Rightarrow t_S = \frac{\ell}{V_0}$
- *La déviation angulaire à la sortie* est l'angle formé entre la vitesse à l'entré $\vec{V}_0$ et la vitesse à la sortie $\vec{V}_S$

soit $\alpha = \left(\vec{V}_0 \vec{V}_S\right)$.



✓ Méthode 1 :

$$tan(\alpha) = \frac{V_{Sy}}{V_{Sx}} = \frac{\frac{q.U.\ell}{m.d.V_0}}{V_0} = \frac{q.U.\ell}{m.d.V_0^2}$$

✓ Méthode 2 :

$$tan(\alpha) = \left(\frac{dy}{dx}\right)_S = \frac{q.U.\ell}{m.d.V_0^2}$$

✓ Méthode 3 :

$$tan(\alpha) = \frac{y_S}{\frac{\ell}{2}} = \frac{2y_S}{\ell} = \frac{q.U.\ell}{m.d.V_0^2}$$

- Le mouvement après la sortie du déviateur

On suppose que la particule après sa sortie par la position S, heurtent au point (I) un écran vertical distant des plaques de D

➢ Après la sortie du déviateur en S : $\sum \vec{F}_{ex} = m\vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0}$ *donc* $\vec{v} = \overrightarrow{cte}$.

Alors le MVT est R.U.

➢ La trajectoire après la sortie en S est une droite confondue avec la tangente en S d'équation de la forme : $y = a.x + b$ avec $a = tan(\alpha) = \frac{q.U.\ell}{m.d.V_0^2}$. Donc : $y = \frac{q.U.\ell}{m.d.V_0^2} x - \frac{q.U.\ell^2}{2m.d.V_0^2}$

.

➢ La déviation linéaire ou déflexion sur l'écran est la distance sur l'écran entre le point d'impact s'il n'y a pas de déviation (O') et le point d'impact avec déviation (I).

* Méthode 1 : D'après la figure : $tan(\alpha) = \frac{O'I}{O'M} \Rightarrow O'I = \left(D + \frac{\ell}{2}\right) tan(\alpha)$

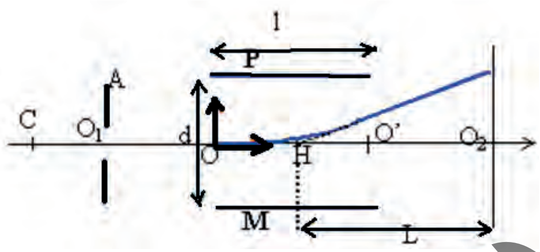
* Méthode 2 : D'après la figure : $O'I = O'I' + I'I \Rightarrow O'I = y_S + D.tan(\alpha)$

* Méthode 3 : D'après l'équation de la trajectoire après la sortie, En I

$$X_I = D + \ell \Rightarrow y_I = O'I = \frac{q.U.\ell}{m.d.V_0^2}(D + \ell) - \frac{q.U.\ell^2}{2m.d.V_0^2} = \frac{q.U.\ell^2}{2m.d.V_0^2} + \frac{q.U.\ell}{m.d.V_0^2} D = y_S + D tan(\alpha).$$

Exercice résolu 1

Un oscilloscope comporte un tube cathodique qui se divise en quatre parties :
- un canon à électrons où le faisceau d'électrons est créé et les électrons accélérés,
- un condensateur plan C_1 d'armatures (ou plaques) verticales, à l'intérieur duquel les électrons sont déviés horizontalement,
-un condensateur plan C_2 d'armatures (ou plaques) horizontales, à l'intérieur duquel les électrons sont déviés verticalement,
-un écran fluorescent, sur lequel 1'impact du faisceau laisse une trace lumineuse : le spot.
(Schéma du dispositif) :



Dans cet exercice, on se propose d'analyser quelques éléments du fonctionnement d'un oscilloscope.
On étudie le système {électron}, dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen, la charge de l'électron est notée q = -e, avec e = + 1,6 10^{-19}C. La masse d'un électron est notée m (m = 9 10^{-31} kg). L 'effet du poids de l'électron sera toujours négligé.

<u>Étude du canon à électrons</u> :

Le canon à électrons est constitué d'un filament qui, lorsqu'il est porté à haute température, émet des électrons de vitesse initiale négligeable. Ces électrons sont ensuite accélérés à l'intérieur d'un condensateur plan dont les armatures A et B sont verticales et distantes de d. La différence de potentiel entre les deux plaques est de U_{AB} = - 1,8kV.

1. Rappeler les trois caractéristiques du vecteur champ électrique à l'intérieur d'un condensateur plan.
2. Montrer à l'aide du théorème de l'énergie cinétique que la tension U_{AB} aux bornes du condensateur doit être négative pour permettre à un électron d'être accéléré.
3. Déterminer l'expression de la vitesse v_0 d'un électron lorsqu'il parvient à la plaque B du condensateur en fonction de e, m et U_{AB}. Un raisonnement rigoureux est attendu.
4. Calculer la valeur de cette vitesse .

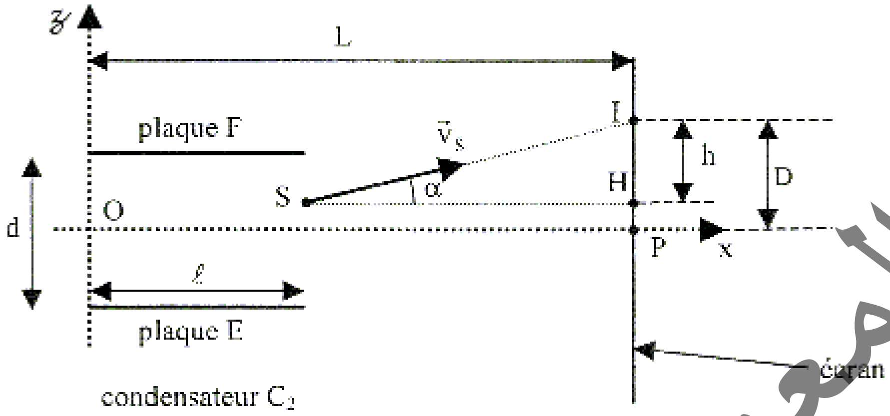
<u>Étude de la déflexion due au condensateur C_2</u> :

Pour simplifier l'étude, la tension aux bornes du condensateur C_1 est considérée comme nulle. On ne s'intéresse qu'à la déviation du faisceau dans le condensateur C_2, celui-ci est soumis à une tension U_{FE} = U positive. On considère que le mouvement de l'électron est plan et s'effectue dans le plan Oxz. Un électron arrive en O avec la vitesse v_0 de direction Ox à la date t_0 =0. On appelle M la position de l'électron à la date t.

1. En utilisant le théorème du centre d'inertie, exprimer, en fonction de e, U, d et m, les composantes du vecteur accélération de l'électron sur les deux axes Ox et Oz.
2. En déduire:

- les expressions des coordonnées du vecteur vitesse v de l'électron,
- les expressions des coordonnées du vecteur position à l'intérieur du condensateur C_2,
- l'équation de la trajectoire.

3. L 'électron sort du condensateur C_2 en un point S, avec une vitesse v_s faisant un angle **α** avec l'horizontale, puis vient frapper l'écran en un point I. On appelle H la projection orthogonale du point S sur l'écran. On définit la distance h = HI. La distance du point J au centre P de 1 'écran est appelée déflexion, on la note D. On note l la longueur d'une plaque, d la distance entre les plaques, et L la distance OP (voir figure 2).



- Quelle est la nature de la trajectoire entre S et I ? Justifier.
- Exprimer les composantes du vecteur vitesse au point S. En déduire une expression de **tan α** en fonction de e, U, l, m, d, v_0.
- Exprimer **tan α** en fonction de h, L, l à l'aide de la figure 2. Exprimer h.
- On peut démontrer que la déflexion D a pour expression. $D = \dfrac{eUlL}{(2\,m v_0^2)}$

Cet appareil peut être utilisé comme voltmètre. Justifier cet emploi à partir de l'expression donnée ci-dessus.

Solution

1. Le champ électrique est uniforme à l'intérieur dans un condensateur plan :
- les lignes de champ sont parallèles, perpendiculaires aux armatures.
- le champ est dirigé vers l'armature qui porte le plus petit potentiel
- la norme du champ est constante.

2. Les électrons sont soumis uniquement à la force électrique, à l'intérieur du condensateur (le poids est négligeable)
Les électrons sont accélérés, donc le travail de cette force est moteur :
$-e(V_{départ} - V_{arrivée})$ est positif soit **$V_{départ} < V_{arrivée}$** ou **$U_{AB} < 0$.**

3.La théorème de l'énergie cinétique appliqué entre A et B, la vitesse initiale en A étant négligeable :

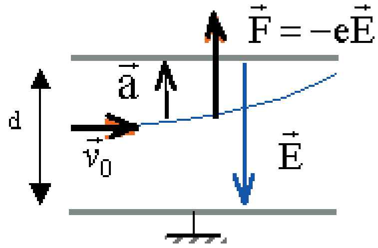
$$\frac{1}{2} m v_o^2 - 0 = -e\,U_{AB} \Rightarrow v_o^2 = \frac{-2e\,UAB}{m} \quad \therefore V_o = \sqrt{\frac{-2e\,UAB}{m}}$$

$$A.N: v_0 = \sqrt{\frac{-2.1,6\,10^{-19}\ .(-1800)}{9\,10^{-31}}} = 2,53\,10^{7}\ m/s.$$

1. L'accélération :
Le potentiel de la plaque F est supérieur au potentiel de la plaque E car U_{FE} positive.
Le champ électrique est perpendiculaire aux plaques et dirigée vers le plus petit potentiel, donc vers E.

champ et force électriques sont deux vecteurs colinéaires de sens contraire (q=-e négative)

la deuxième loi de Newton s'écrit : $-e\vec{E} = m\vec{a}$, $\vec{a}(0, \frac{e}{m}E)$ ou $\vec{a}(0, \frac{eU}{md})$



La vitesse est une primitive de l'accélération :

$v_x = v_0$. et $v_z = \frac{eU\,t}{md}$

Le vecteur position est une primitive du vecteur vitesse :

$x = v_0\ t$ et $z = \frac{eU\,t^2}{2md}$

La trajectoire : $t = \frac{x}{v_0}$ et $z = \frac{eU\,x^2}{2md\,v_0^2}$ (parabole)

Après la sortie du condensateur :

-le poids des électrons étant négligeable, les électrons ne sont soumis à aucune force dans la région au-delà de S, d'après le principe d'inertie, le mouvement de ces derniers est rectiligne uniforme.

-composante du vecteur vitesse en S :

L'abscisse de S est l d'où $t = \frac{l}{v_0}$.

L'abscisse de la vitesse $v_x = v_0$.

L'ordonnée de la vitesse : $v_z = \frac{eU\,l}{md\,v_0}$

$\tan\alpha = v_z / v_x = \frac{eU\,l}{md\,v_0^2}$

or $\tan = \frac{h}{(L-l)}$

$h = \frac{eU\,l\,(L-l)}{md\,v_0^2}$

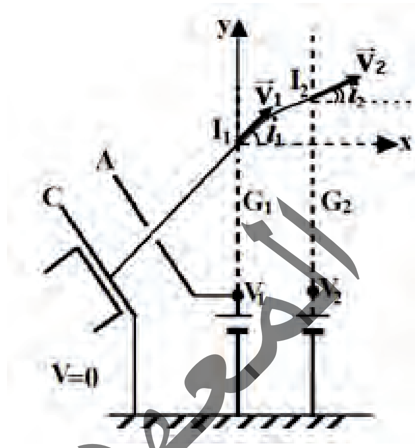
dans l'expression de la déflexion D on trouve des facteurs(L, l d et v_0) qui sont des constantes pour un appareil donné; en conséquence D= k U avec k constante
la déflexion D est proportionnelle à la tension appliquée entre les plaques.
cet appareil peut donc être utilisé en voltmètre.

Exercice résolu 2

Le dispositif ci-contre est placé dans le vide.

Une cathode C, émet des électrons à vitesse négligeable qui arrive sur l'anode A.

Les grilles G_1 et G_2 sont planes, verticales. A et C sont parallèles, G_1 et G_2 sont parallèles et font l'angle α avec A et C.



Le potentiel de C est pris égal à zéro. A et G_1 sont au même potentiel $V_1 > 0$, de ce fait le champ électrique est nul entre A et G_1 ; G_2 est au potentiel positif V_2 réglable. Le champ électrique est nul après G_2.

Les électrons traversent G_1 avec le vecteur vitesse $\overrightarrow{v_1}$ incliné de i_1 par rapport à l'axe I_1x perpendiculaire aux grilles.

a- Quelle est la relation entre i_1 et α ?

b-Quelle est la relation entre v_1 et V_1 ?

c-Quelle est l'équation de la trajectoire des électrons entre G_1 et G_2 dans le repère (I_1, X, Y) ?

d-Quelle condition doit satisfaire (V_2-V_1) si l'on veut que les électrons atteignent G_2. La distance d séparant G_1 et G_2 joue-t-elle un rôle dans cette condition?

e- On suppose la condition précédente satisfaite, les électrons passent à travers G_2 à la vitesse $\overrightarrow{v_2}$ faisant l'angle i_2 avec I_2x. Quelle est la relation entre v_1, v_2, i_1 et i_2.

f-En déduire la relation entreV_1, V_2 et i_1 pour que i_2 existe. La comparer à la réponse à la question d).

Solution

a- La relation entre $\mathbf{i_1}$ **et** α est : $i_1 = \alpha$

b- $\mathbf{b)}\ \frac{1}{2}\mathbf{mv_1}^2 = \mathbf{eV_1} \Rightarrow \mathbf{v_1} = \sqrt{\frac{\mathbf{2eV_1}}{\mathbf{m}}}$

c- D'après les conditions initiales du mouvement :

$$\mathbf{c)}\overrightarrow{\mathbf{IM}_0}\begin{cases}\mathbf{x_0 = 0}\\ \mathbf{y_0 = 0}\end{cases} ;\overrightarrow{\mathbf{V_0}}\begin{cases}\mathbf{v_{0x} = v_1 cosi_1}\\ \mathbf{v_{0y} = v_1 sini_1}\end{cases} ;\vec{\mathbf{a}}\begin{cases}\mathbf{a_x = \frac{eE}{m} = \frac{e(V_2 - V_1)}{m}}\\ \mathbf{a_y = 0}\end{cases}$$

Les équation horaires sont :

$$\begin{cases}x = \frac{\mathbf{e(V_2 - V_1)}}{\mathbf{m}}t^2 + \mathbf{v_1 cosi_1}t\\ y = \mathbf{v_1 sini_1}t\end{cases}$$

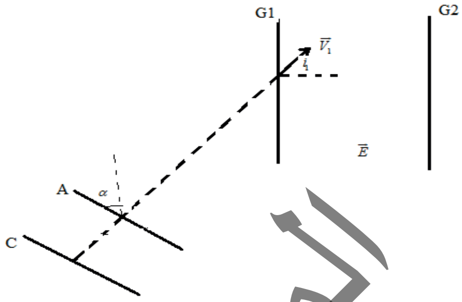
L'équation de la trajectoire est : $\mathbf{x = \frac{e(V_2 - V_1)y^2}{2mdv_1^2 sin^2 i_1} + ycotan(i_1)}$

$$\mathbf{d)}\quad x = d \Leftrightarrow \frac{e(V_2 - V_1)y^2}{2mdv_1^2\sin^2 i_1} + y\,\mathrm{cotan}(i_1) - d = 0$$

$$\Delta \succ 0 \Leftrightarrow \mathrm{cotan}^2(i_1) + \frac{2ed(V_2 - V_1)}{mdv_1^2\sin^2 i_1} \succ 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{mv_1^2\cos^2 i_1}{2e} + (V_2 - V_1) \succ 0 \Leftrightarrow V_2 - V_1 \succ \frac{-mv_1^2\cos^2 i_1}{2e}$$

$$\text{or } \frac{mv_1^2}{2e} = V_1 \quad \text{donc } V_2 - V_1 \succ -v_1^2\cos^2 i_1$$



La distance d ne joue pas un rôle dans cette condition

e) $a_y = 0 \Rightarrow v_1\sin i_1 = v_2\sin i_2$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2eV_1}{m}} \quad \text{et} \quad v_2 = \sqrt{\frac{2eV_2}{m}}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{V_1}{V_2}} \quad \text{or} \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin i_2}{\sin i_1} \quad \text{donc:} \sqrt{V_1}\sin i_1 = \sqrt{V_2}\sin i_2$$

f) i_2 existe si. $\sin i_2 \le 1 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{V_1}{V_2}}\sin i_1 \le 1$

$$\frac{V_1}{V_2}\sin^2 i_1 \le 1 \Leftrightarrow V_2 \ge V_1\sin^2 i_1$$

donc $V_2 \ge V_1(1-\cos^2 i_1) \Leftrightarrow V_2 - V_1 \ge -V_1\cos^2 i_1$ (resultat identique)

IV- Mouvement d'un satellite autour d'une planète (la terre)

1- Etude cinématique du mouvement circulaire uniforme

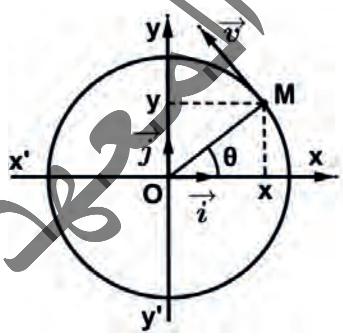
1-1- Définition

Un mouvement est circulaire uniforme, s'il se fait sur un cercle avec une vitesse constante en module.

1-2- Repérage d 'un mobile M au cours d 'un mouvement circulaire

Soit **O** le centre de la trajectoire circulaire de rayon **R,**
x'Ox et **y'Oy**, sont les axes d'un repère orthonormé du plan de la trajectoire :
La position du mobile peut être déterminée soit par :

- ses coordonnées cartésiennes : **x** et **y** composantes du vecteur de position : $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$



- une mesure de l'angle polaire $\theta = (\overrightarrow{Ox}\ \ \overrightarrow{OM})$.

θ (t) est appelée abscisse angulaire.

- l'abscisse curviligne qui est l'arc s qui intercepte l'angle θ

1-3- Vitesse linéaire – vitesse angulaire

- Vitesse angulaire :

  C'est la dérivée par rapport au temps de l'abscisse angulaire $\theta(t)$: $\omega = \dfrac{d\theta}{dt}$

- Vitesse linéaire :

  C'est la dérivée par rapport au temps de l'abscisse curviligne s(t) : $v = \dfrac{ds}{dt}$

- La relation entre **s(t)** et $\theta(t)$:

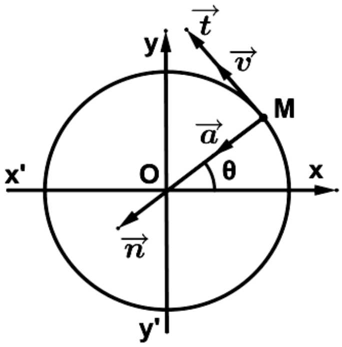
  $s(t) = R.\theta(t) \Rightarrow v = R.\omega$ tel que $\theta(t)$ en radiant

1-4- Accélération du point M

Le mouvement circulaire est un mouvement curviligne pour lequel on définit, à toute position **M**, le repère de Freinet composé de deux axes :

- **La Tangente** $\vec{t}$ **:** Axe perpendiculaire au rayon en **M** et orienté préférentiellement dans le sens du mouvement

- **La Normale** $\vec{n}$ **:** Axe confondu avec le rayon en **M** et orienté préférentiellement vers le centre **O** de la trajectoire



Dans la base de Freinet $(\vec{t}, \vec{n})$, l'accélération est : $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$

$\vec{a}_t$: accélération tangentielle $a_t = \frac{dv}{dt}$ et $\vec{a}_n$: accélération normale $a_n = \frac{v^2}{R}$

Dans le **M,C,U**, la vitesse $V = cte \Rightarrow a_t = \frac{dV}{dt} = 0$ donc $\vec{a} = \vec{a}_n \Rightarrow a = a_n = \frac{V^2}{R} = R\omega^2$

Dans un **M. C . U**, l'accélération est donc radiale (normale) et centripète (dirigée vers le centre).

1-5- Equations horaires

- L'abscisse angulaire

Le mouvement circulaire uniforme a une vitesse linéaire **V** constante d'où une vitesse angulaire ω constante. La loi horaire de l'abscisse angulaire est : $\theta(t) = \omega t + \theta_0$ où θ_0 est l'abscisse angulaire initiale à **t = 0**

- Abscisse curviligne

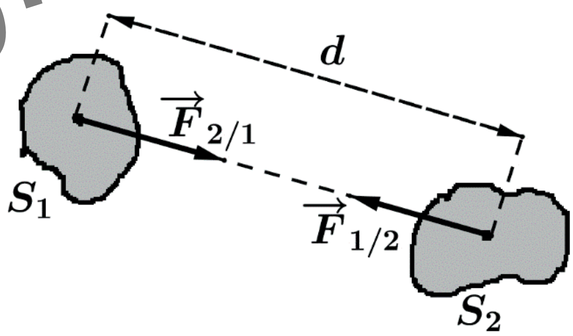
L'abscisse curviligne **s(t)** est : $s(t) = R.\theta(t) = R.\omega t + R\theta_0$. **Donc ;** $s(t) = Vt + S_0$. où S_0 est l'abscisse angulaire initiale à **t = 0**

1-6- Période du mouvement

Le **M .C .U** est périodique. La période **T** est la durée d'un tour complet. $T = \frac{2\pi}{\omega}$

2- Rappel : Loi de Newton

Entre deux corps S_1 et S_2, de masses m_1 et m_2 dont les centres sont distants de **d,** existent des forces d'interaction gravitationnelles $\vec{F}_{1/2}$ **et** $\vec{F}_{2/1}$ liées par la relation :



$\vec{F}_{1/2} = -\vec{F}_{2/1}$ avec :

$\vec{F}_{1/2}$: Force d'attraction exercée par S_1 sur S_2

$\vec{F}_{2/1}$: Force d'attraction exercée par S_2 sur S_1

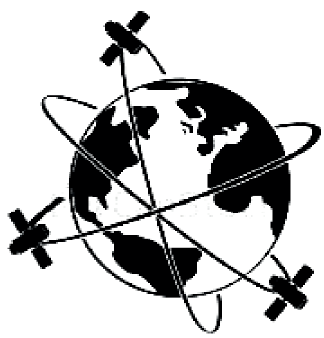
d : distance entre les centres d'inerties des deux corps

Tel que : $F_{1/2} = F_{2/1} = G\frac{m_1.m_2}{d^2}$

G : constante de gravitation universelle de valeur **6, 67 x 10^{-11} (S.I)**

3- Définition

Un satellite est un corps assimilé à un point matériel qui décrit une trajectoire circulaire **(orbite)** autour d'une planète supposée sphérique et fixe **(la terre)**. On notera :



M : masse de la terre centrale

m : masse du satellite en rotation

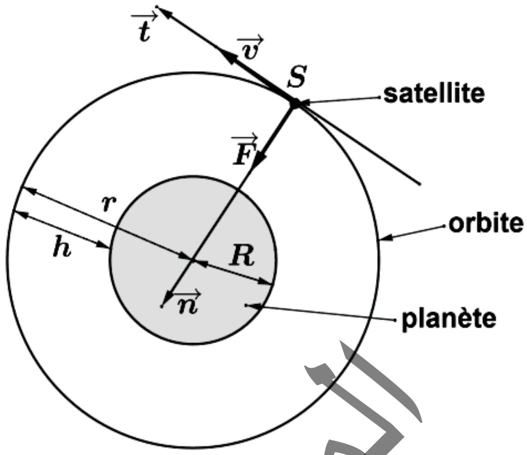
r : rayon de l'orbite (trajectoire) de centre confondu avec celui de la terre. Si le satellite est à une altitude **h** du sol alors : **r = R + h** avec **R** : rayon de la terre.

On étude le mouvement du satellite dans un référentiel géocentrique (origine le centre de la terre)

La seule force qui s'exerce sur le satellite est la force de gravitation $\vec{F}=G\frac{m.M}{r^2}\vec{n}$ où

$\vec{n}$: Vecteur unitaire normale centripète

G : Constante de la gravitation universelle de valeur $G=6,67.10^{-11}$ $S.I$



4- Accélération de la pesanteur à une altitude h

La force gravitationnelle exercée par la terre sur le satellite est égale à son poids :

$\vec{F}=\vec{P}=m.\vec{g}\Rightarrow F=m.g\Rightarrow G\frac{m.M}{r^2}=m.g\Rightarrow g=G\frac{M}{r^2}$. Avec, **r = R + h ;** il vient ; $g=G\frac{M}{(R+h)^2}$.

Au niveau du sol **(h = 0)**, l'intensité de la pesanteur vaut : $g_0=G\frac{M}{R^2}\Rightarrow G.M=g_0R^2$.

Donc ; $g=\frac{g_0.R^2}{r^2}$

5- Nature du mouvement du satellite

D'après La **R.F.D** : $\vec{F}=m\vec{a}$. En projetant sur la tangente : $0=ma_t\Rightarrow a_t=0=\frac{dv}{dt}\Rightarrow V=cte$.

Donc le mouvement du satellite autour de la terre est circulaire uniforme.

6- Vitesses du satellite

6-1- Vitesse linaire V

La projection de la **R.F.D** sur la normale centripète donne : $ma_n=F=G\frac{m.M}{r^2}\Leftrightarrow\frac{V^2}{r}=\frac{G.M}{r^2}$.

Donc ; $V=\sqrt{\frac{G.M}{r}}=\sqrt{\frac{g_0R^2}{r}}$

6-2- Vitesse angulaire : $\omega=\frac{V}{r}=\sqrt{\frac{GM}{r^3}}=\sqrt{\frac{g_0R^2}{r^3}}$

7- Période du satellite T

C'est le temps mis par le satellite pour effectuer un tour complet : $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{V}$

8- Troisième loi de Kepler

8-1- Enoncé :

Pour tous les satellites de la même planète on a : $\frac{r^3}{T^2} = cte$

8-2- Démonstration

On a : $T = \frac{2\pi r}{V}$ et $V = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, alors $T = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{GM}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{r^3}{GM}$.

Donc $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G.M}{4\pi^2} = cte$. Le rapport $\frac{r^3}{T^2}$ est indépendant des caractéristiques du satellite

9- Satellite géostationnaire

Un satellite géostationnaire est un satellite fixe dans le référentiel terrestre. Ce satellite apparaît immobile pour un observateur terrestre. Cela impose que :

- Sa trajectoire est contenue dans le plan équatorial
- Il tourne dans le même sens et avec la même vitesse angulaire que la terre autour d'elle même (sens de rotation de la terre autour d'elle-même est le sens antihoraire)
- Sa période de révolution est donc égale à celle de la terre autour d'elle-même :

$\boxed{T_0 = 24\text{ h} = 86\,400\text{ s}}$

Un satellite ne peut être géostationnaire qu'à une altitude bien déterminée **H**.
Calculons cette altitude correspondant à $\mathbf{T_0}$.

$$T_0 = \frac{2\pi}{R}\sqrt{\frac{(R+H)^3}{g_0}} \Leftrightarrow T_0^2 = \frac{4\pi^2}{R^2}.\frac{r^3}{g_0} \Rightarrow r^3 = \frac{T_0^2.R^2.g_0}{4\pi^2} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{T_0^2.R^2.g_0}{4\pi^2}}$$

$$\Leftrightarrow H = r - R = \sqrt[3]{\frac{T_0^2.R^2.g_0}{4\pi^2}} - R$$

Application numérique : **R=6370Km ; g_0=9,8m /s² on trouve H≈36000km**

Un satellite géostationnaire évolue en orbite circulaire à une altitude voisine de **36000km**

10- Energie du système (satellite + planète)

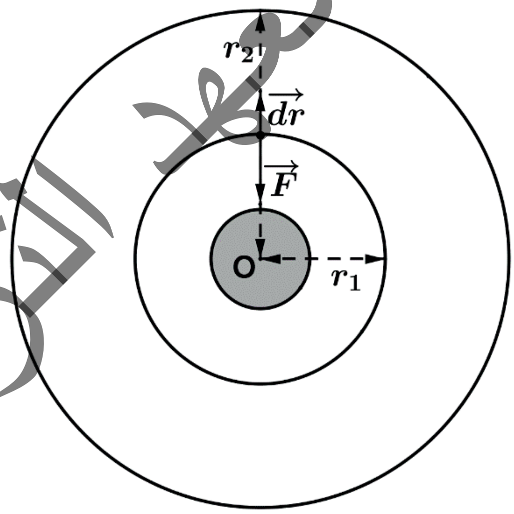
Dans le repère géocentrique, le satellite de masse **m** décrit une trajectoire circulaire de rayon **r** à la vitesse **V** autour du centre de la terre de masse **M**

10-1- Energie cinétique : $E_c = \frac{1}{2} mV^2 = \frac{G.m.M}{2r}$

10-2- L'énergie potentielle

Supposons que le satellite passe de l'orbite de rayon r_1 à la date t_1 à l'orbite de rayon r_2 à la date t_2 .

La force de gravitation $\vec{F}$ appliquée au satellite effectue un travail entre ces deux instants dont l'expression ne peut-être obtenue qu'en recherchant d'abord celle du travail élémentaire dW de la force au cours d'un déplacement élémentaire de vecteur $d\vec{r}$



$$dW = \vec{F}.d\vec{r} \Rightarrow dW = -F.dr = -\frac{GmM}{r^2}dr$$

$$\text{or } dW = -dE_P \Rightarrow \int dE_P = \int \frac{GmM}{r^2}dr$$

$$E_P = -\frac{GmM}{r} + K$$

L'énergie potentielle de pesanteur est définie à une constante **K** qui dépend de la position de la référence de l'énergie potentielle :

Cas particuliers

- Si la référence de l'énergie potentielle est choisie à l'infini :

$$E_{P\infty} = 0 \Leftrightarrow K = 0 \text{ d'où } E_P = -\frac{GmM}{r}$$

- Si la référence de l'énergie potentielle est choisie à la surface de la terre :

$$E_P(R) = 0 \Leftrightarrow K = \frac{GmM}{R} \text{ d'où } E_P = -\frac{GmM}{r} + \frac{GmM}{R}$$

10-3- L'énergie mécanique : $E = E_c + E_P = \frac{GmM}{2r} - \frac{G.m.M}{r} + K = -\frac{G.m.M}{2r} + K$

11- Vitesse de satellisation et vitesse de libération

11-1- Vitesse de satellisation

C'est la vitesse minimale que doit atteindre un satellite pour se mettre en orbite. Autrement, c'est la vitesse du satellite qui évolue le plus proche possible de la terre. $h \approx 0 \Rightarrow r \approx R$. Elle est notée **V_1**, elle s'appelle aussi la première vitesse cosmique.

Donc, $V_1 = \sqrt{\frac{G.M}{R}}$

Pour la terre $M = 6.10^{24}\,Kg$ et $R = 6400Km$ on trouve $V_1 \approx 7,9Km/s$

11-2- Vitesse de libération

C'est la vitesse minimale qu'on doit communiquer à un corps, se reposant sur la surface de la planète, pour qu'il s'échappe de l'attraction de cette planète. Cette vitesse est notée **V_L**.
On a :

- L'énergie potentielle du système (corps + planète) à la surface de la planète est $E_{P0} = -\frac{G.m.M}{R} + K$. Si on communique au corps une vitesse **V** son énergie mécanique est alors $E_0 = -\frac{G.m.M}{R} + K + \frac{1}{2}mV^2$. Le satellite s'éloigne de la terre.
- Arrivé à l'infini ($r \to \infty$ le corps s'échappe de l'attraction) son énergie mécanique est alors $E_\infty = E_{C\infty} + E_{P\infty} = E_{C\infty} + K$
- La seule force qui s'exerce sur le satellite est la force de gravitation qui est conservative donc l'énergie mécanique du système est conservée.

Alors $E_0 = E_\infty \Rightarrow -\frac{G.m.M}{R} + K + \frac{1}{2}mV^2 = E_{C\infty} + k \Rightarrow \frac{1}{2}mV^2 = E_{C\infty} + \frac{G.m.M}{R}$

- Si la vitesse communiquée au satellite est minimale **V_L**, alors $E_{C\infty} = 0$

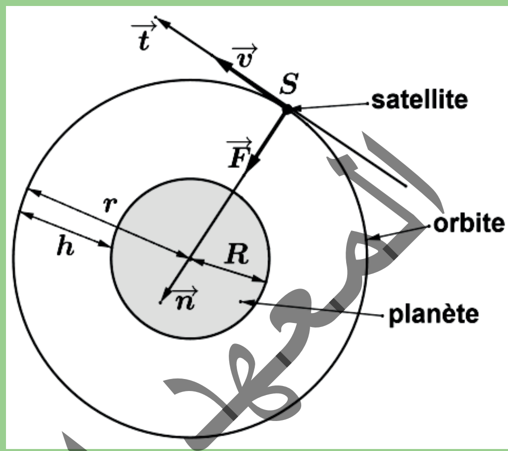
soit $\frac{1}{2}mV_L^2 = \frac{G.m.M}{R}$, il vient $V_L = \sqrt{\frac{2G.M}{R}}$.

Pour la terre $V_L \approx 11,2km/s$

Essentiel

- Accélération de la pesanteur à une altitude h :

$g=G\dfrac{M}{(R+h)^2}$. Au niveau du sol ; h = 0 et $g = g_0$



Ce qui donne $g_0=G\dfrac{M}{R^2}\Rightarrow G.M=g_0R^2$, donc :

$g=\dfrac{g_0R^2}{r^2}$

- La R.F.D : $\vec{F}=m\vec{a}$. Projetant sur la tangente :

  $0=ma_t\Rightarrow a_t=0=\dfrac{dv}{dt}\Rightarrow V=cte$. Donc m.u.

- Projetant sur la normale centripète :

$$ma_n=F=G\frac{m.M}{r^2}\Leftrightarrow\frac{V^2}{r}=\frac{G.M}{r^2}.$$

- Donc la vitesse linéaire : $V=\sqrt{\dfrac{G.M}{r}}=\sqrt{\dfrac{g_0R^2}{r}}$ et la vitesse angulaire :

  $\omega=\sqrt{\dfrac{GM}{r^3}}=\sqrt{\dfrac{g_0R^2}{r^3}}$

- La Période du satellite T est : $T=\dfrac{2\pi}{\omega}=\dfrac{2\pi r}{V}$

- Troisième loi de Kepler : Pour tous les satellites de la même planète on a :

  $\dfrac{r^3}{T^2}=\dfrac{G.M}{4\pi^2}=cte$.

- Un satellite géostationnaire est un satellite fixe dans le référentiel terrestre.
  - Son plan d'orbite est le plan équatorial
  - Il tourne dans le même sens que la terre
  - Sa période est T_0 = 24 h = 86 400 s

- *L'énergie cinétique* : $E_c=\dfrac{1}{2}mV^2=\dfrac{G.m.M}{2r}$.

- L'énergie potentielle : $E_P=-\dfrac{G.m.M}{r}+K$ où K es

  position de la référence de l'énergie potentielle :

- *L'énergie mécanique* : $E=E_C+E_P=\dfrac{GmM}{2r}-\dfrac{G.m.M}{r}+K=-\dfrac{G.m.M}{2r}+K$

Exercice résolu

Un satellite ponctuel de masse m_s décrit une orbite circulaire d'altitude h autour de la terre assimilée à une sphère de rayon R_T.

1) Etablir l'expression de l'intensité g du vecteur champ de gravitation à l'altitude h en fonction de sa valeur g_0 au niveau du sol, de R_T et de h.

2-1) Déterminer l'expression de V_s de la vitesse du satellite, celle de sa période et celle de son énergie cinétique.

2-2) AN : m_s=1020Kg ; g_0=9,8m/s^2 ; R_T=6400Km ; h=400Km

3) L'énergie potentielle de pesanteur dans le champ de gravitation terrestre à l'altitude h est donnée par la relation $E_p = -\frac{GmM_T}{R_T + h}$. Justifier le signe négatif et exprimer E_p en fonction de ms, g_0 ,R_T et h.

Déterminer l'expression de l'énergie mécanique E du satellite, puis comparer E_p à E_c et E à E_c

4) On fournit au satellite un supplément d'énergie ΔE =+5.10^{8}J.Il prend une nouvelle orbite circulaire.

En utilisant les résultats précédents (établis à la question 3) déterminé :

4-1) Sa nouvelle énergie cinétique et sa vitesse.

4-2) Sa nouvelle énergie potentielle et son altitude.

Solution

1) $F = P \Rightarrow \frac{Gm_sM_T}{r^2} = m_s g$ donc : $g = \frac{GM_T}{r^2}$ et $g_0 = \frac{GM_T}{R_T{}^2}$ d'où : $g = g_0 \frac{R_T{}^2}{r^2} = g_0 \frac{R_T{}^2}{(R_T + h)^2}$

2-1) Expression de V_s

$$\sum \vec{F}_{app} = m_s \vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m_s \vec{a}; \text{ Par projection sur la normale : } \frac{Gm_sM_T}{r^2} = \frac{m_sV_s{}^2}{r} \text{ d'où : } V_s = R_T\sqrt{\frac{g_0}{R_T + h}}$$

Expression de T :

$$V_s.T = 2\pi(R_T + h) \Rightarrow T = \frac{2\pi(R_T + h)}{R_T}\sqrt{\frac{R_T + h}{g_0}} = \frac{2\pi}{R_T}\sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{g_0}}$$

Expression de : E_c

$$E_c = \frac{1}{2}m_sV_s{}^2 = \frac{1}{2}mR_T{}^2\frac{g_0}{R_T + h}$$

AN :

$$V_s = 6400.10^3\sqrt{\frac{9,8}{6400.10^3 + 400.10^3}} = 7,68.10^3\,m/s$$

$$T = \frac{2\pi}{6400.10^3}\sqrt{\frac{(6400.10^3 + 400.103)^3}{9,8}} = 5558s$$

$$E_c = \frac{1}{2}.1020.(6400.103)^2\frac{9,8}{6400.10^3 + 400.10^3} = 3.10^{10}\,J$$

Expression de Ep

$$Ep = -\frac{Gm_s M_T}{R_T + h} = -\frac{m_s g_0 R_T{}^2}{R_T + h}$$

Expression de E :

$$E = Ec + Ep = \frac{1}{2} m_s V^2 - \frac{m_s g_0 R_T{}^2}{R_T + h} = \frac{1}{2} m_s R_T{}^2 \frac{g_0}{R_T + h} - \frac{m_s g_0 R_T{}^2}{R_T + h} = -\frac{m_s g_0 R_T{}^2}{2(R_T + h)}$$

Comparaison : $Ep = -2Ec$ et $E = -Ec$

4-1) $\Delta E = E_2 - E_1 = -Ec_2 + Ec_1$ donc : $Ec_2 = Ec_1 - \Delta E$

AN : $Ec_2 = 3.10^{10} - 5.10^{8} = 2{,}95.10^{10}\,J$

$$Ec_2 = \frac{1}{2} mV_2{}^2 \Rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{2Ec_2}{m}} = \sqrt{\frac{2.2{,}95.10^{10}}{1020}} = 7{,}6.10^3\,m/s$$

4-2) $Ep_2 = -2Ec_2 = -2.2{,}95.10^{10} = -5{,}9.10^{10}\,J$

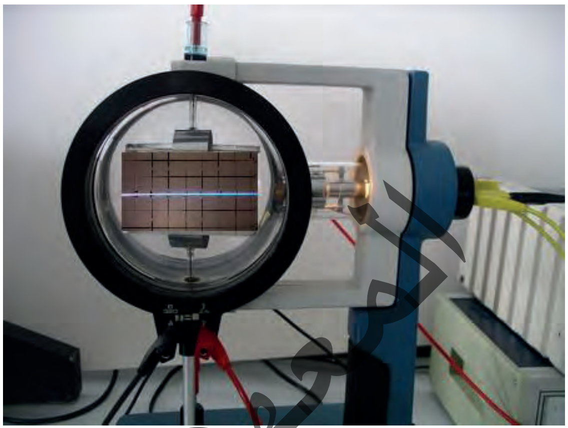
$$Ep_2 = -\frac{m_s g_0 R_T{}^2}{(R_T + h)} \Rightarrow h = -\frac{m_s g_0 R_T{}^2}{Ep_2} - R_T \Rightarrow h = -\frac{1020.9{,}8.(6400.103)^2}{5{,}9.10^{10}} - 6400.10^3 = 539{,}5Km$$

V- Action d'un champ magnétique sur une particule chargée

1- Mise en évidence

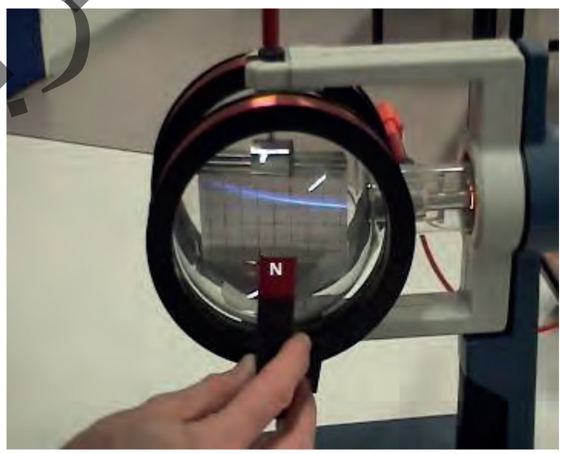
1-1- Expérience 1

A l'intérieur d'un tube où règne un vide poussé, se trouve un canon à électrons, constitué d'un filament porté à incandescence et d'une anode munie d'un trou. L'anode est portée à une tension accélératrice **U > 0** par rapport au filament
Le filament chauffé émet des électrons (effet thermoélectronique) qui acquièrent une vitesse **V** dans le champ électrique régnant entre le filament et l'anode. Un grand nombre d'électrons passent par le trou et forment un faisceau électronique se dirigeant en ligne droite (en absence de forces) vers l'écran fluorescent.
En heurtant l'écran à grande vitesse les électrons y produisent un spot lumineux.

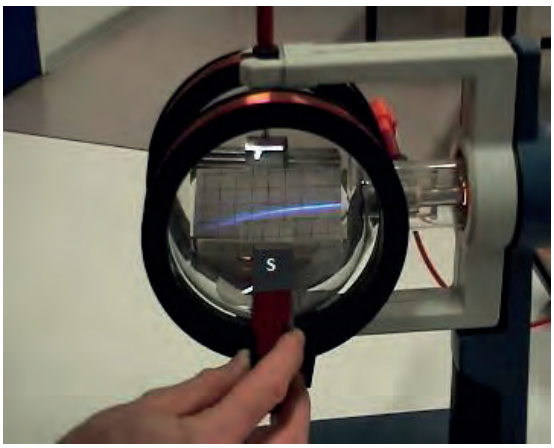


Observations

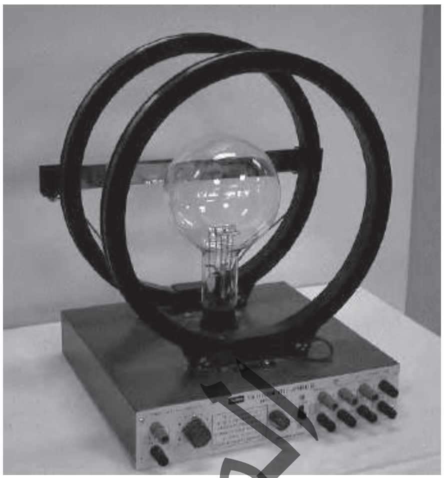
Lorsqu'on approche le pôle nord **N** d'un aimant droit du tube le spot est dévié sur l'écran, par rapport à sa position initiale, vers le haut



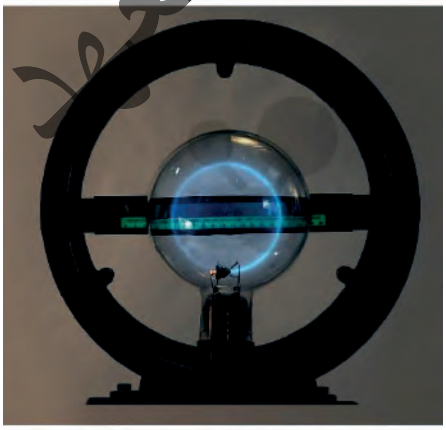
Lorsqu'on approche le pôle sud **S** de l'aimant droit du tube le spot est dévié sur l'écran, par rapport à sa position initiale, vers le bas



1-2-Expérience 2



- Deux bobines de Helmholtz (deux bobines plates disposées parallèlement en regard, à la distance égale au rayon des bobines) créent un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme parallèle à l'axe des bobines.
- Un canon à électrons produit un faisceau d'électrons de vitesse $\vec{V}$ à l'intérieur d'une ampoule de verre. Les molécules de gaz, excitées par des chocs avec les électrons, émettent ensuite un rayonnement lumineux permettant de visualiser la trajectoire du faisceau d'électrons.
- L'ampoule peut tourner autour d'un axe, de telle manière que l'angle α entre la vitesse initiale $\vec{V}$ des électrons et le champ puisse être variés.



Observations

En présence d'un champ $\vec{B} \perp \vec{V}$ les électrons décrivent une trajectoire circulaire. Plus le champ est intense, plus le rayon de la trajectoire est petit. Plus la vitesse des électrons est grande, plus le rayon est grand

En l'absence d'un champ $\vec{B}$ ou avec $\vec{B} // \vec{V}$ les électrons décrivent une trajectoire rectiligne.

1-3 - Interprétation des expériences :

En absence d'un champ $\vec{B}$ il n'y a pas de forces s'exerçant sur les électrons.
(Le poids des électrons peut être négligé).
En vertu du principe d'inertie le mouvement des électrons est rectiligne et uniforme.

En présence d'un champ $\vec{B}$ une force magnétique s'exerce sur les électrons et dévie constamment leur direction. Cette force est toujours perpendiculaire à la vitesse. En plus la force est perpendiculaire au champ $\vec{B}$. Cette force augmente avec l'intensité du champ $\vec{B}$ et dépend également de la vitesse V des électrons.

Lorsque $\vec{V}$ et $\vec{B}$ sont parallèles il n'y a pas de force magnétique.

2- Force de Lorentz

1-1- Définition

Lorsqu'une particule, portant une charge électrique **q** et animée d'une vitesse $\vec{V}$, pénètre dans un champ magnétique $\vec{B}$, elle subit une force magnétique $\vec{F}$ appelée force de Lorentz, donnée par la relation : $\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$.

1-2- Caractéristiques de la force de Lorentz $\vec{F}$

- **Point d'application :** La particule.
- **Direction** : $\vec{F} \perp \vec{V}$ ***et*** $\vec{F} \perp \vec{B}$ donc $\vec{F}$ perpendiculaire au plan formé par les

vecteurs $\left(\vec{V} \; et \; \vec{B}\right)$

- **Sens :** Le sens $\vec{F}$ est tel que le trièdre **($q\vec{V}$, $\vec{B}$, $\vec{F}$)** soit direct. Ce sens de peut être

déterminé par plusieurs règles parmi lesquelles :

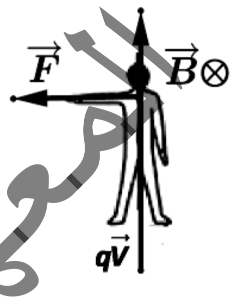
- ***Règle de l'observateur d'Ampère***

Un bonhomme d'Ampère se couche sur le vecteur $q\vec{V}$

 * Sa tête donne le sens de $q\vec{V}$.

 * Il regarde dans le sens de $\vec{B}$.

 * Son bras gauche indique le sens de $\vec{F}$.

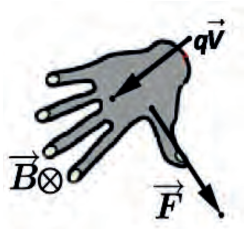


- ***Règle de la main droite***

 * Les doigts indiquent le sens de $q\vec{V}$.

 * La paume doit être tournée vers le sens de $\vec{B}$.

 * Le pouce indique le sens de $\vec{F}$.

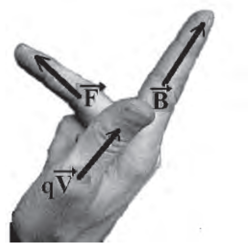


- ***Règle des trois doigts de la main droite :***

 * Le pouce indique le sens de $q\vec{V}$.

 * L'index indique le sens de $\vec{B}$.

 * Le majeur indique le sens de $\vec{F}$.



Remarque : Si la charge **q** est négative, le sens du vecteur $q\vec{V}$ est le contraire de celui de $\vec{V}$

- Intensité : $F = \left| q.V.B\,sin\left(\vec{V}\vec{B}\right) \right|$.

Remarque : Si $\vec{V} // \vec{B}$ alors $sin\left(\vec{V},\vec{B}\right) = 0 \Rightarrow F = 0$

Conventions :

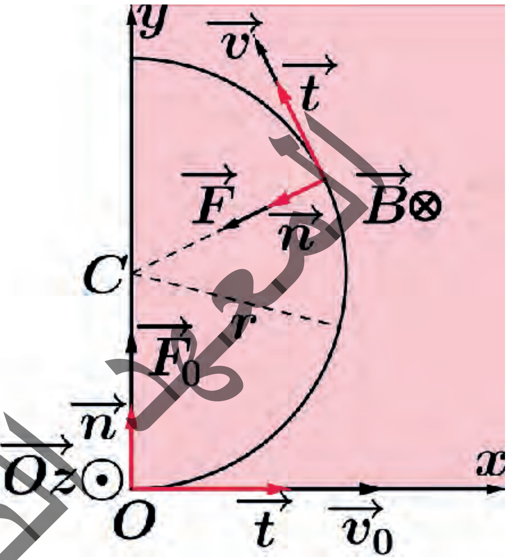
Lorsqu'un vecteur est perpendiculaire au plan de la figure, on utilise les notations suivantes devant le symbole du vecteur :

- Si le vecteur entre dans le plan (entrant) $\otimes$
- Si le vecteur sort du plan (sortant) $\odot$

3 - Etude du mouvement

3-1- Etude dynamique

À l'instant **t = 0,** une particule, de masse **m** et de charge supposée $q > 0$, pénètre en **(O)** avec une vitesse initiale $\vec{V}_0 // (Ox)$ dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B} // (Oz)$ comme l'indique la figure ci-contre.



✓ Repère : on utilise la base de Freinet $(\vec{t}, \vec{n})$ et le repère cartésien **(O, x, y, z)**

✓ Les forces qui s'appliquent sur la particule sont :

* Force de Lorentz : $\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$

* Le poids $\vec{P}$ qui est négligeable devant $\vec{F}$.

✓ Les conditions initiales sont

$$\overrightarrow{OM_0} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases} \quad et \quad \vec{V_0} \begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \\ V_{0z} = 0 \end{cases}$$

✓ L'application la relation fondamentale de la dynamique donne :

$$\sum \vec{F}_{ex} = \vec{F} + \vec{P}_{(négligeable)} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q}{m}.\vec{V} \wedge \vec{B}$$

- ***Nature du mouvement***

A partir des caractéristiques du produit vectoriel on a :

* $\vec{a} \perp \vec{B}$; *comme* $\vec{B} // \overrightarrow{Oz}$ *alors* $\vec{a} \perp \overrightarrow{Oz} \Rightarrow a_z = 0 \Rightarrow V_z = cte = V_{0z} = 0 \Rightarrow \begin{cases} a_z = 0 \\ v_z = 0 \end{cases} \Rightarrow z = cte = z_0 = 0$.

Donc le mouvement est plan ; son plan est perpendiculaire à $\overrightarrow{oz}$ donc perpendiculaire à $\vec{B}$ en **(O)**. C'est le plan **(O, x, y)**

* $\vec{a} \perp \vec{V}$ *comme* $\vec{V} // \vec{t}$ *donc* $a_t = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = cte = V_0$ *donc le MVT est unoforme*

* $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$. *Or,* $a_t = 0$, *donc* $\vec{a} = \vec{a}_n \Rightarrow a = a_n \Leftrightarrow \frac{|q|.V_0.B}{m} = \frac{V_0^2}{r}$, où **r** est le rayon de la trajectoire, alors, $r = \frac{m.V_0}{|q|.B} = cte$.

Donc la trajectoire est circulaire et le mouvement est circulaire uniforme.

- ***Equation de la trajectoire***

La trajectoire est circulaire dans le plan **(O, x, y)**; son équation est de la forme :

$(x - x_C)^2 + (y - y_C)^2 = r^2$. Tel que **C** est le centre de la trajectoire.

Pour déterminer la position du centre de la trajectoire **C** on tient compte que $\overrightarrow{OC} \perp \vec{V}_0$

- ***Vitesse linéaire, vitesse angulaire, période et fréquence***

Comme le rayon de la trajectoire est donné par l'expression : $r = \frac{mV}{|q|B}$

- La vitesse linéaire de la particule se déduit : $V = \dfrac{|q|.r.B}{m}$.
- La vitesse angulaire est liée à la vitesse linéaire par : $\omega = \dfrac{V}{r} \Rightarrow \omega = \dfrac{|q|.B}{m}$.
- La période est liée à la vitesse angulaire par : $T = \dfrac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \dfrac{2\pi.m}{|q|.B}$.
- La fréquence est liée à la période par : $f = \dfrac{1}{T} \Rightarrow T = \dfrac{|q|.B}{2\pi.m}$.

***Remarque :** Les expressions précédentes montrent que **ω, T et f** sont indépendants du rayon de la trajectoire **r** et de la vitesse de la particule **V**.*

3-2- Etude énergétique

D'après le théorème de l'énergie cinétique, on a : $\Delta E_C = W_{\vec{F}} = 0$ car $V = cte$

D'autre part la puissance de la force de Lorentz est $P_{\vec{F}} = \vec{F}.\vec{V} = 0$ car $\vec{F} \perp \vec{V}$ alors $W_{\vec{F}} = 0$.

4 - Applications de la force de Lorentz

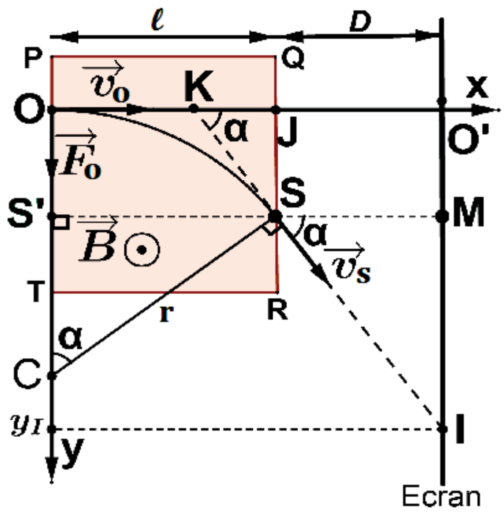
4-1-Déflexion ou déviation magnétique

Dans une région de l'espace **PQRT**, de largeur **PQ = ℓ** où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}\odot$, pénètre une particule, de masse **m** et de charge **q > 0**, animée d'une vitesse $\vec{V}_0 \,//\, Ox$, au point **(O)**, et en sort au point **S** avec la vitesse $\vec{V}_S$. Voir figure ci-après

- ***Le sens de déviation***

En **(O)** la particule subit une force magnétique force de Lorentz $\vec{F}_0 = q\vec{V}_0 \wedge \vec{B}$.
Comme **q > 0** cette force est dirigée vers le bas selon la **R.M.D**, comme l'indique la figure ci-dessous. Donc la particule est déviée vers le bas.

- ***La déviation angulaire et la déviation linéaire***



On a montré que la trajectoire est un arc de cercle dans le plan **(O,x, y)** de rayon $r = \dfrac{m.V_0}{|q|.B}$.

Comme $\vec{V}_0 \,//\, Ox$ alors le centre **C** de l'arc se met sur l'axe **(Oy)** donc l'équation de la trajectoire est $(x)^2 + (y-r)^2 = r^2$

- ***La déviation angulaire à la sortie*** $\alpha = \left(\widehat{\vec{V}_0\vec{V}_S}\right)$

D'après la figure le triangle **CSS'** est rectangle en **S'**.

Donc, $\sin(\alpha) = \dfrac{x_S}{r} = \dfrac{S'S}{r} = \dfrac{\ell}{r} = \dfrac{\ell.|q|.B}{m.V_0}$

Remarque : Si **r = ℓ** alors $\alpha=\frac{\pi}{2}$ la particule décrit un quart de cercle.

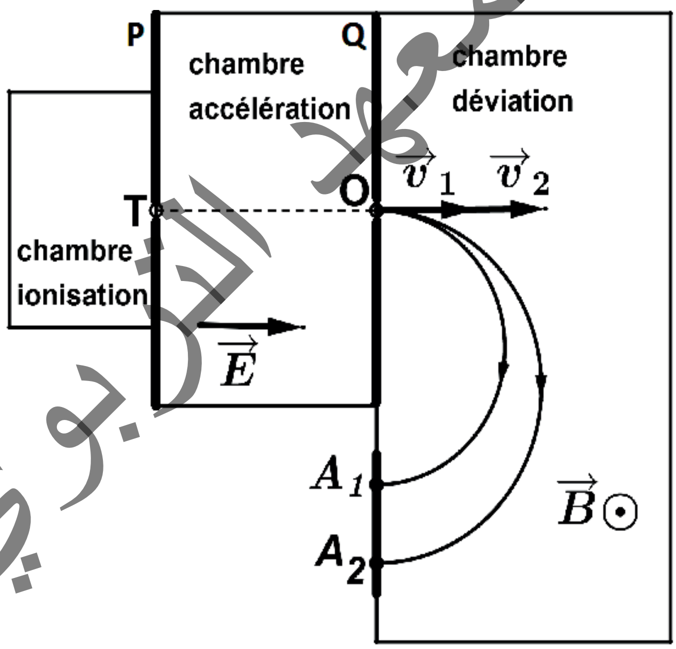
➢ ***La déviation linéaire sur l'écran***

Après le point **S** la trajectoire devient rectiligne car la particule n'est plus soumise à aucune force (le poids est négligeable). On reçoit la particule sur un écran situé à la distance **D** de limite de la zone du champ magnétique

La déviation linéaire sur l'écran $O'I$ est la distance correspondante à la déviation angulaire à la sortie.

D'après la figure ; $O'I = O'M + MI = y_S + D\tan(\alpha)$ avec $y_S = r - r\cos(\alpha)$

4-2- Spectrographe de masses



Le spectrographe de masse est un dispositif utilisé pour la séparation des isotopes d'un même élément chimique, il est constitué d'une chambre d'ionisation, une chambre d'accélération et une chambre de séparation.

- **Chambre d'ionisation**

Dans cette chambre, les atomes s'ionisent en donnant des ions portant des charges identiques supposées positives **q > 0** mais de masses différentes **m_1 et m_2**

- **Chambre d'accélération**

Les ions formés entrent dans la chambre d'accélération par le trou **T** avec une vitesse supposée nulle et ils sont accélérés par une tension **$U = U_{PQ} > 0$** appliquée entre deux plaques **P et Q** pour arriver en **O** animés des vitesses $\vec{V}_1$ ***et*** $\vec{V}_2$.

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre O et O' (dans le champ électrique) où ils s'exercent sur chaque ion la force électrostatique et son poids qui est négligeables, on obtient : $\frac{1}{2}mV_O^2-\frac{1}{2}mV_T^2=W_{\vec{f}} \Rightarrow \frac{1}{2}mV_O^2=qU \Rightarrow V_O=\sqrt{\frac{2qU}{m}}$.

donc :

$$pour \quad l'ion\ de\ masse\ m_1 \rightarrow V_1=\sqrt{\frac{2qU}{m_1}}$$

$$pour \quad l'ion\ de\ masse\ m_2 \rightarrow V_2=\sqrt{\frac{2qU}{m_2}}$$

- **Chambre de déviation ou de séparation**

Les ions pénètrent ensuite avec les vitesses précédentes dans la chambre de séparation où ils subissent l'action d'un champ magnétique $\vec{B}\odot$ perpendiculaire aux vitesses $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$ comme dans la figure ci-avant.

Les ions se dévient en décrivant des demi cercles de rayons **r_1 et r_2** différents selon leur masse.

Dans la zone de réception, une plaque détectrice permet donc de recevoir les ions en différents points **A_1 et A_2**

On a déjà montré que le mouvement dans le champ magnétique est circulaire uniforme de rayon $r=\dfrac{m.V_0}{q.B}$ en remplaçant la vitesse V_0 par son expression précédente on obtient :

$$r=\frac{m.\sqrt{\dfrac{2qU}{m}}}{q.B}\Leftrightarrow r=\sqrt{\frac{2m.U}{q.B^2}}.\text{ Donc }\begin{cases}\text{pour l'ion de masse } m_1\rightarrow r_1=\sqrt{\dfrac{2U}{q.B^2}}\sqrt{m_1}\\ \text{pour l'ion de masse } m_2\rightarrow r_2=\sqrt{\dfrac{2U}{q.B^2}}\sqrt{m_2}\end{cases}$$

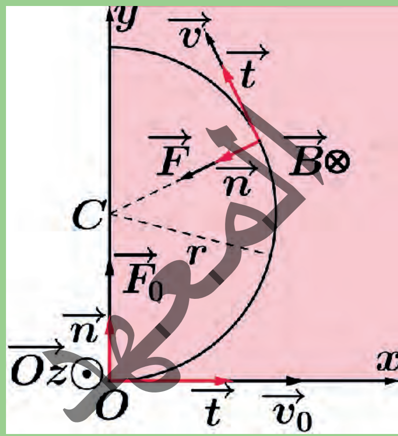
Si **D_1 et D_2** sont les diamètres respectifs des deux trajectoires des deux ions de masse **m_1 et m_2** dans le champ magnétique on trouve :

$$D_1=2r_1=2\sqrt{\frac{2U}{q.B^2}}\sqrt{m_1}\quad et\quad D_2=2r_2=2\sqrt{\frac{2U}{q.B^2}}\sqrt{m_2}$$

Et nous pouvons déterminer la distance séparant les points d'impacts des deux ions sur la plaque détectrice : $A_1A_2=|D_1-D_2|=\sqrt{\dfrac{8U}{q.B^2}}\left|\sqrt{m_1}-\sqrt{m_2}\right|$.

Essentiel

Si une particule, portant une charge électrique q et animée d'une vitesse $\vec{V}$, pénètre dans un champ magnétique $\vec{B}$, elle subit une force magnétique $\vec{F}$ appelée force de Lorentz, donnée par la relation : $\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$.



- Les caractéristiques de la force de Lorentz $\vec{F}$

➢ Point d'application : La particule.

➢ Direction : $\vec{F} \perp \vec{V}$ et $\vec{F} \perp \vec{B}$ donc perpendiculaire au plan $\left(\vec{V} \text{ et } \vec{B}\right)$

➢ Sens : Le sens $\vec{F}$ est tel que le trièdre $(q\vec{V}, \vec{B}, \vec{F})$ soit direct.

➢ Intensité : $F = \left|q.V.B\sin\left(\vec{V}\vec{B}\right)\right|$

Si à l'instant t = 0, une particule, de masse m et de charge supposée $q > 0$, pénètre en (O) avec une vitesse initiale $\vec{V}_0 \, // \, (Ox)$ dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B} \, // \, (Oz)$ comme l'indique la figure ci-contre.

- Les conditions initiales sont $\overrightarrow{OM_0}\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$ et $\vec{V}_0\begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \\ V_{0z} = 0 \end{cases}$

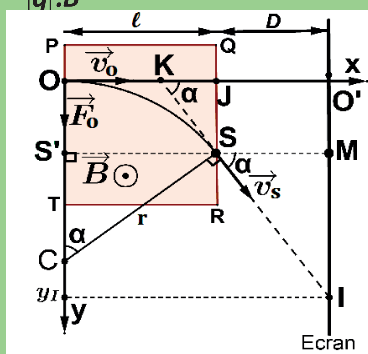
- La RFD donne : $\sum \vec{F}_{ex} = \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m} = \dfrac{q}{m}.\vec{V} \wedge \vec{B}$

* $\vec{a} \perp \vec{B}$; comme $\vec{B} \, // \, \overrightarrow{Oz}$ alors $\vec{a} \perp \overrightarrow{Oz} \Rightarrow a_z = 0 \Rightarrow V_z = cte = V_{0z} = 0 \Rightarrow \begin{cases} a_z = 0 \\ v_z = 0 \end{cases} \Rightarrow z = cte = z_0 = 0$.

Donc le mouvement est plan et se fait dans le plan (O, x,y)

* $\vec{a} \perp \vec{V}$ comme $\vec{V} \, // \, \vec{t}$ donc $a_t = 0 \Rightarrow \dfrac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = cte = V_0$ donc le MVT est unoforme

* $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$. Or, $a_t = 0$, donc $\vec{a} = \vec{a}_n \Rightarrow a = a_n \Leftrightarrow \dfrac{|q|.V_0.B}{m} = \dfrac{V_0^2}{r} \Rightarrow r = \dfrac{m.V}{|q|.B} = cte$.



Donc la trajectoire est circulaire dans le plan (O, x, y);

$(x - x_C)^2 + (y - y_C)^2 = r^2$.

- *La déviation angulaire* $\alpha = \widehat{\vec{V}_0, \vec{V}_S}$. D'après la figure

le triangle CSS' est rectangle en S' donc $\sin \alpha = \dfrac{x_S}{r} = \dfrac{\ell.|q|.B}{m.V_0}$

- La déviation linéaire $O'I$ est la distance correspondante

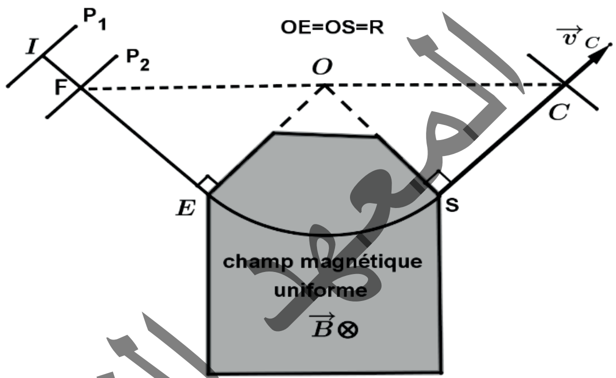
à la déviation angulaire sur l'écran. $O'I = O'M + MI = y_S + D\tan(\alpha)$ avec $y_S = r - r\cos(\alpha)$

Exercice résolu

Dans tout l'exercice les ions se déplacent dans le vide et leur poids est négligeable devant les autres forces. On cherche à identifier les isotopes de l'hydrogène.

1-Dans la chambre d'ionisation d'un spectrographe de masse, les atomes d'hydrogène sont transformés en ions H^+.Chaque ion, de masse m et de charge q, sort de la chambre d'ionisation avec une vitesse quasiment nulle et est accéléré entre deux plaques P_1 et P_2 par une tension

U = V_{P_1}-V_{P_2}, de valeur réglable. Ces ions sont ensuite déviés entre E et S par un champ magnétique uniforme $\vec{B}$. Ils sont enfin recueillis à l'entrée fixe C d'un collecteur à la sortie du champ magnétique.



a-Etablir en fonction de la charge q, de la masse m de l'ion H^+ et de la tension U l'expression de la vitesse V avec laquelle un ion hydrogène pénètre en E dans le domaine du champ magnétique.

b-Montrer que la portion (E, S) de la trajectoire de chaque ion est un arc de cercle de centre O et de rayon R. On exprimera ce rayon R en fonction de la charge q, de la vitesse V de l'intensité B du champ magnétique et de la masse m puis en fonction de q, B, de la tension U et m.

c- Etablir l'expression de la durée τ de la traversée de l'espace champ magnétique par les ions en fonction de q, B, m et de l'angle $\beta = (\widehat{EOS})$.

2-La chambre d'ionisation contient un mélange d'isotopes de l'hydrogène. Tous les ions que l'on veut recueillir dans le collecteur doivent suivre le même trajet (IFESC).

a-Pour que les ions ${}_1^1H^+$ soient collectés en C, il faut donner à la tension réglable, la valeur U_O= 8025 V. Calculer le rayon de leur trajectoire dans le champ magnétique d'intensité B = 0,5 T.

b-Pour recueillir les autres isotopes de l'hydrogène dans le collecteur en C suivant le même trajet, il faut donner à la tension réglable, des valeurs comprises entre U_1 = 2675 V et U_2 = 5350 V. En déduire les valeurs des nombres de masse des autres isotopes de l'hydrogène.

3-Les points F, O et C se trouvent sur une même droite.

Etablir la relation : $D = \frac{4}{B}\sqrt{\frac{mU}{q(1-\cos\beta)}}$ avec D = FC.

Solution

1-a)

$$T.E.C\ entre\ P_1\ et\ P_2 : \frac{1}{2}mV^2 - 0 = W(\vec{F})_{P_1\to P_2} = qU \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$$

b- $\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}.\vec{V}\wedge\vec{B} \Rightarrow \vec{a}\perp\vec{V} \Rightarrow a_t = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = Cte$

$$\vec{a}=\frac{q}{m}.\vec{V}\wedge\vec{B}\Rightarrow a_t=0\Rightarrow\vec{a}=\overrightarrow{a_n}\quad a=\frac{|q|VB}{m}\ \ et\ \ a_n=\frac{V^2}{\rho}\Rightarrow\rho=\frac{mV}{|q|B}=Cte$$

(ES) est un arc de cercle de rayon $R=\dfrac{mV}{|q|B}$

$$\mathrm{R}=\frac{\mathrm{mV}}{\mathrm{qB}}\ \ \mathrm{et}\ \ \mathrm{V}=\sqrt{\frac{2\mathrm{qU}}{\mathrm{m}}}\Rightarrow\mathrm{R}=\frac{1}{\mathrm{B}}\sqrt{\frac{2\mathrm{mU}}{\mathrm{q}}}$$

c- $ES=R\beta=\tau.V\Rightarrow\tau=\dfrac{R\beta}{V}=\dfrac{\beta mV}{V.q.B}\Rightarrow\tau=\dfrac{m\beta}{q.B}$

2-a) $R=\dfrac{mV}{|q|B}\ \ or\ V=\sqrt{\dfrac{2qU}{m}}\Rightarrow R=\dfrac{1}{B}\sqrt{\dfrac{2.m.U}{q}}=\dfrac{1}{0,5}\sqrt{\dfrac{2.10^{-3}.8025}{6,02.10^{23}.1,6.10^{-19}}}\approx 2,6cm$

b- $R^2=\dfrac{2.m_1U_1}{qB^2}=\dfrac{2.A_1.u.U_1}{qB^2}\Rightarrow A_1=\dfrac{R^2.q.B^2}{2.u.U_1}\quad A_1=\dfrac{0,0258^2.1,6.10^{-19}.(0,5)^2}{2.1,66.10^{-27}.2675}\quad A_1=3\quad A_2=2$

3-

$$\sin\frac{\beta}{2}=\frac{R}{OF}=\frac{R}{OC};\left\{\begin{aligned}&\cos\beta=\cos^2(\frac{\beta}{2})-\sin^2(\frac{\beta}{2})\\&1=\cos^2(\frac{\beta}{2})+\sin^2(\frac{\beta}{2})\end{aligned}\right\}\Rightarrow 1-\cos\beta=2\sin^2(\frac{\beta}{2})$$

$$D=OF+OC=2OF\ \ or\ OF=\frac{R}{\sin(\frac{\beta}{2})}=\frac{D}{2}\Rightarrow\sin(\frac{\beta}{2})=\frac{2R}{D}\ \ on\ tire:(\sin\frac{\beta}{2})^2=(\frac{2R}{D})^2$$

$$1-\cos\beta=2.(\frac{2R}{D})^2=\frac{8R^2}{D^2}\ \ or\ \ R=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2.m.U}{q}}\ \ on\ tire\ D=\frac{4}{B}\sqrt{\frac{m.U}{q(1-\cos\beta)}}$$

Exercices

Exercice 1

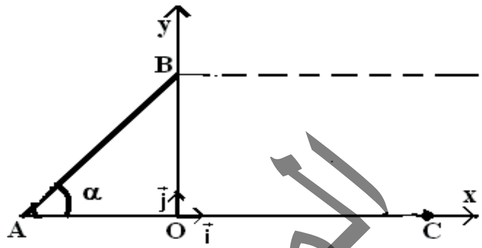
On lance un solide S de masse m=400g à partir d'un point A avec la vitesse V_A=4m/s sur un plan AB incliné d'un angle α=30°. On prendra g=10m/s² ; AB=0,7m

1- On néglige les frottements sur AB.

1.1- Donner l'expression de l'accélération du solide S et calculer sa valeur.

1.2 -Calculer la vitesse au point B.

1.3- Calculer le temps mis entre A et B.



2 - On considère que les frottements sur AB équivalent à une force $\vec{f}$ tangente à la trajectoire et de sens opposé au mouvement. Le solide S arrive au point B avec la vitesse V_B=2m/s.

2.1- Déterminer la valeur de la force de frottement.

2.2- Déterminer la valeur de la réaction R exercée par le plan AB sur le solide.

3- Le solide quitte le plan incliné AB au point B avec la vitesse V_B=2m/s et effectue un mouvement aérien pour tomber au point C.

3.1- Ecrire dans le repère $(O; \vec{i}\ ; \vec{j})$ l'équation de la trajectoire du saut entre B et C.

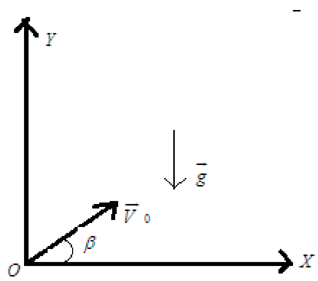
3.2- Déterminer les coordonnées du sommet de la trajectoire du saut.

3.3- Déterminer les coordonnées du point C et en déduire la valeur de la distance BC.

Exercice 2

Un solide S ponctuel de masse m=2g est lancée de l'origine O d'un repère d'axes (ox,oy) à la date t=0 avec une vitesse initiale faisant un angle β avec l'horizontale . Dans toutes les expériences la valeur de $\vec{V_o}$ restera constante et égale à $2ms^{-1}$ l'angle

$2ms^{-1}$ l'angle β prenant lui des valeurs différentes.



1-le solide S non chargé est soumis à la seule action du champ de pesanteur caractérisé par un vecteur $\vec{g}$ tel que $g = 10ms^{-2}$

a-Etablir les équations horaires du mouvement de S.

b-lorsque $\beta = 90^0$ calculer l'ordonnée Y_M du sommet de la trajectoire.

c-lorsque $\beta = 45^0$ montrer que l'ordonnée $Y_{M'} = \dfrac{1}{2} Y_M$ et donner les cordonnées de M'.

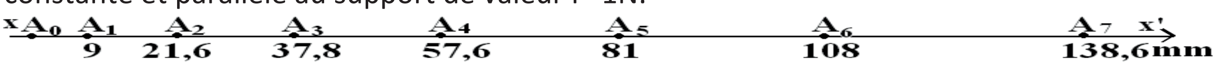
2-On suppose que β prendra la valeur nulle et que S porte maintenant une charge électrique q .On superpose au champ de pesanteur un champ électrique $\vec{E}$ uniforme et constant.

a-Lorsque $q = -210^{-6} C$ le mouvement du solide est rectiligne uniforme. En déduire les caractéristiques de $\vec{E}$.

b-Lorsque $q = -610^{-6} C$, établir l'équation de la trajectoire de S et montrer qu'elle passe par le point M'défini précédemment.

Exercice 3

Un mobile de masse m=0,8kg se trouvant sur une table horizontale est soumis à une force constante et parallèle au support de valeur F=1N.



Les forces de frottements équivalent à une force constante $\vec{f}$ parallèle à la vitesse et de sens opposé. On enregistre les positions successives du mobile toutes les 60ms (voir l'enregistrement).

1 -Déterminer la vitesse du mobile aux points : A_1 ; A_2 ; A_3 ; A_4 ; A_5 et A_6. Donner les résultats sous forme d'un tableau.

2- On choisit comme origine des temps l'instant de passage du mobile par le point A_0.

Représenter graphiquement la vitesse en fonction du temps.

On donne l'échelle : 1cm$\rightarrow$60ms et 1cm$\rightarrow$0.12m/s

3 -Déterminer la valeur de la force $\vec{f}$ en utilisant la relation fondamentale de la dynamique.

4 -Déterminer la valeur de cette force $\vec{f}$ en utilisant le théorème de l'énergie mécanique entre les points A_1 et A_6.

Exercice 4

Un solide S de masse m=200g se déplace sur une piste ABC, constituée d'une partie rectiligne et horizontale AB =1,6m et d'une partie curviligne BC de centre O et de rayon r=0,7m.

Le solide quitte le point A sans vitesse initiale sous l'action d'une force constante $\vec{F}$ qui ne s'exerce qu'entre A et B (figure 1).

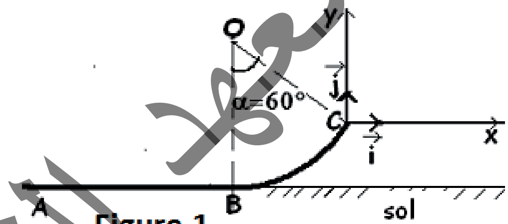
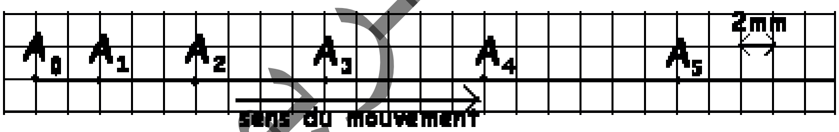


Figure 1

On enregistre à des intervalles de temps réguliers $\tau = 20ms$ les positions occupées par le solide et on obtient l'enregistrement de la figure 2 ci-contre :



1.1 -Déterminer la nature du mouvement et calculer la valeur expérimentale de son accélération.

1.2- Sachant que la valeur de la force $\vec{F}$ est $F = 2N$ dire est ce que le mouvement se fait sans frottement ou avec frottement. Déterminer la valeur de la réaction exercée par la piste sur le solide ainsi que l'angle β qu'elle fait avec la verticale.

1.3- Calculer la valeur de la vitesse au point B.

2 -Le solide continue son mouvement sans frottement sur la partie curviligne BC.

2.1- Déterminer les caractéristiques de la vitesse au point C.

2.2 -Calculer la valeur de la réaction $\vec{R}_C$ qu'exerce la piste sur le solide au point C

3 -Le solide quitte la piste au point C avec la vitesse $\vec{V}_C$ et effectue un mouvement aérien avant d'atterrir au point D.

3.1- Déterminer l'équation de la trajectoire dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

3.2- déterminer les coordonnées des points le plus haut et le plus bas de la trajectoire.

Exercice 5

Les forces de frottements ne s'exercent qu'entre $\mathbf{B}$ et $\mathbf{D}$.On prendra $\mathbf{g = 10m/s^2}$

Un mobile de masse $\mathbf{m = 500g}$ se déplace sur le trajet ayant la forme donnée par la fig1.

Le mobile commence sa course au sommet $\mathbf{A}$ de la partie rectiligne $\mathbf{AC}$ qui fait un angle $\alpha = 60°$ avec la verticale et arrive au point $\mathbf{B}$ avec la vitesse $\mathbf{V_B = 10m/s}$.

1 -Entre les points $\mathbf{B}$ et $\mathbf{C}$ s'exerce une force de frottement $\vec{\mathbf{f}}_1$ qui ralentit le mouvement.
Déterminer l'intensité de cette force $\mathbf{f}_1$ pour que le mobile arrive en $\mathbf{C}$ avec une vitesse de valeur double de $\mathbf{V_B}$.

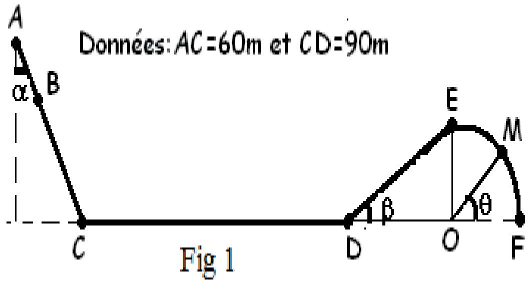


Fig 1

2 -Déterminer la valeur de la vitesse au point $\mathbf{D}$ si la force de frottement s'exerçant sur la partie horizontale $\mathbf{CD}$ représente le sixième du poids du mobile.
3- Le mobile aborde alors la partie $\mathbf{DE}$ qui fait un angle $\beta = 10°$ avec l'horizontale.
Déterminer la longueur $\mathbf{l}$ de cette partie pour que le mobile arrive en $\mathbf{E}$ avec une vitesse pratiquement nulle.
4 -Arrivé au point $\mathbf{E}$ le mobile glisse sans frottement sur le quart du cercle $\mathbf{EF}$ de rayon $\mathbf{r}$ et de centre $\mathbf{O}$ situé sur la même horizontale $\mathbf{CDF}$.
4.1 -La position du mobile est repérée par l'angle $\theta = (\vec{\mathbf{OF}}, \vec{\mathbf{OM}})$. Exprimer la vitesse au point $\mathbf{M}$ en fonction de θ, $\mathbf{l}$, β et $\mathbf{g}$
4.2 - Exprimer en fonction de θ, $\mathbf{m}$ et $\mathbf{g}$ la valeur de la réaction de la piste sur le mobile au point $\mathbf{M}$.

Exercice 6

Un mobile de masse m remonte le long de la ligne de plus grande pente d'un plan AO incliné d'un angle α par rapport à la verticale. Ce mobile est lancé à partir du point A avec la vitesse initiale V_A=6m/s. L'enregistrement du mouvement du centre d'inertie a été déclenché à une date que l'on prend comme origine des dates.
Le tableau suivant donne les abscisses x du centre d'inertie sur sa trajectoire en fonction du temps :

t(s)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
x(m)	0	0,57	1,08	1,53	1,92	2,25	2,52	2.73

1 - Calculer les valeurs des vitesses aux dates t=0,1s ; 0,2s ; 0,3s ; 0,4s.
2 - Calculer les accélérations du mobile aux dates 0,2s ; 0,3s.
En déduire la nature du mouvement.

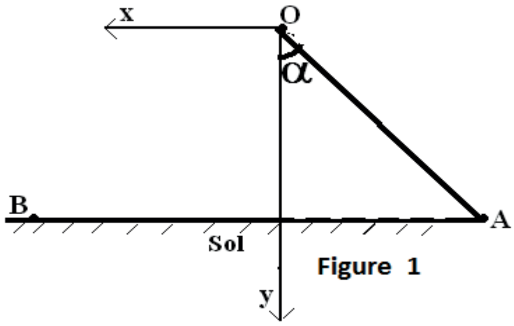
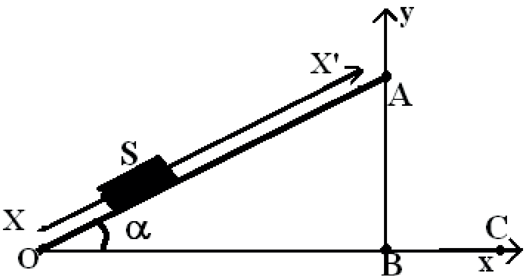


Figure 1

3- On suppose que les frottements sont négligeables. Etablir l'expression de l'accélération du mobile et en déduire la valeur de l'angle α.
4- En fait la mesure direct de α donne 60°.
Donner alors la valeur de la réaction $\vec{\mathbf{R}}$ exercée sur le mobile.
5- Arrivé avec la vitesse V_0=0,6m/s au point O, situé à la hauteur h au dessus du sol, le mobile continue son mouvement dans le vide.
5.1- Ecrire dans le repère(O,x ,y) l'équation de la trajectoire du mouvement à partir du point O.
5.2- Calculer la vitesse au sommet S de la trajectoire.
5.3- Calculer la hauteur maximale atteinte par le mobile au dessus du sol ainsi que l'abscisse du point B de chute. On prendra m =200g ; h=1,5m et g = 10m/s²

Exercice 7

On lance un solide S de masse m=100g avec une vitesse initiale V_0 à partir du point O origine des abscisses de l'axe XX' confondu avec la ligne de plus grande pente d'un plan OA incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale.



Un dispositif permet de mesurer les vitesses V à différentes positions d'abscisses x lors du mouvement du solide.

1 -La courbe représente les variations $V^2=f(x)$ lorsque les frottements sont négligeables.

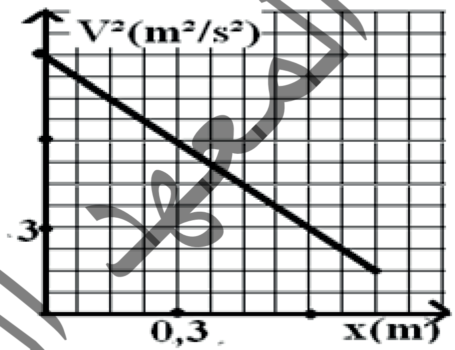
1.1 -Etudier le mouvement du solide S sur le plan OA.

1.2- Ecrire la relation théorique liant V^2 et l'abscisse x.

1.3 -En utilisant la courbe, en déduire :

1.3.1- La valeur de l'angle α.

1.3.2- La valeur de la vitesse initiale V_0.



2 -Les frottements équivalent à une force constante et opposée au sens du mouvement.

2.1 -Etablir la nouvelle expression de l'accélération a' du centre d'inertie du mobile

2.2- Calculer l'intensité de la force de frottement sachant que l'énergie cinétique du solide est 0,2j quand il parcourt la distance x=OA=0,4m.

3- Arrivé au point A, le mobile continue son mouvement dans le vide.

3.1 -Ecrire dans le repère (B ; x ; y) l'équation de la trajectoire du mouvement du mobile à partir du point A.

3.2 -Calculer les coordonnées du point C de chute.

Exercice 8

Un skieur de masse m = 80kg est mis en mouvement, à partir de sa position de repos en O à l'aide d'un câble, sur une piste inclinée d'un angle α = 30° par rapport à l'horizontale. La tension du câble est représentée par une force $\vec{F}$ dont la droite d'action est parallèle à la ligne de plus grande pente (fig1).

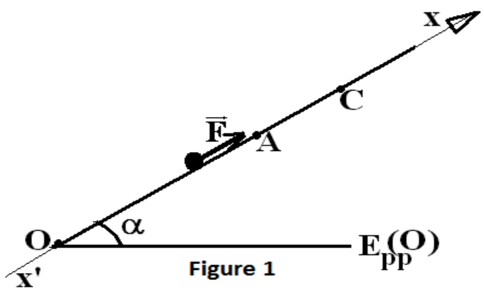
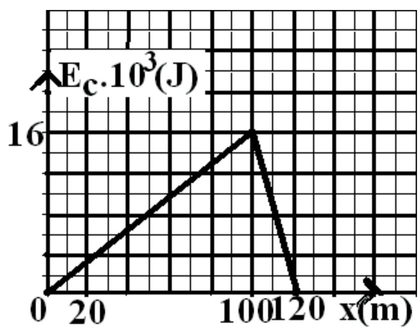


Figure 1

Les frottements exercés par la piste sur le skieur sont équivalents à une force $\vec{f}$ de valeur constante et de sens opposé au déplacement. Lorsqu'il atteint la position A d'abscisse x_A = 100m, le câble casse ; l'énergie cinétique du skieur s'annule alors en C d'abscisse x_C =120m.



Un dispositif de mesure approprié permet de tracer le diagramme de l'énergie cinétique E_C du skieur en fonction de l'abscisse x de son centre d'inertie par rapport au repère x'x d'origine O (fig2).

1.1 - Enoncer le théorème de l'énergie cinétique.

1.2 - En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au système {skieur} :

1.2.1- Donner l'expression de l'énergie cinétique E_C en fonction de x, m, g, f, F et α, dans l'intervalle [0 ; 100m].

1.2.2- Donner l'expression de cette énergie cinétique E'_C en fonction de x, m, g, f et α, dans l'intervalle [100m ; 120m].

1.3- En déduire les valeurs de f et F.

2 -Une fois arrivée en C, préciser en le justifiant que le skieur se maintient en équilibre. Déterminer alors les caractéristiques de la réaction totale $\vec{R}$ exercée par la piste sur le skieur au point C.

3- En appliquant le théorème de l'énergie mécanique au système {skieur+terre} déterminer la valeur $E_{PP}(O)$ de l'énergie potentielle de pesanteur au point O.

Exercice 9

On étudie le mouvement d'un solide S sur une piste, constituée d'une partie rectiligne AB= ℓ et d'une partie BC représentant la moitié d'un cercle de centre O et de rayon r fig 1.

On exerce entre A et B sur le solide S, qui était au repos en A, une force $\vec{F}$ horizontale d'intensité constante.

1 -Déterminer la nature du mouvement entre A et B et exprimer en fonction de F, ℓ et m la vitesse V_B du solide au point B Fig 1

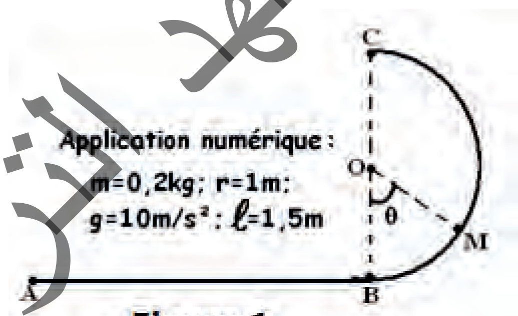


Figure 1

2 -Déterminer en fonction de F, ℓ, m, r, g et θ l'expression de la vitesse au point M défini par l'angle $\theta = (\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OM})$.

3-Déterminer en fonction de F, ℓ, m, r, g et θ l'expression de la réaction R au point M. Calculer la valeur minimale F_m de F qui permet que S atteigne le point C.

4 -On donne à F la valeur F_0=7/3 N.

4.1- Déterminer l'angle $\theta_0 = (\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OD})$ qui permet de déterminer la position du point D où le solide S perd contact avec la piste. Calculer la vitesse V_D en ce point D.

4.2- Etablir dans le repère (D ; x ;y) de la fig 2 l'équation de la trajectoire du solide S. Fig 2

4.3 Calculer l'abscisse du point I d'impact du solide S sur le plan horizontal AB.

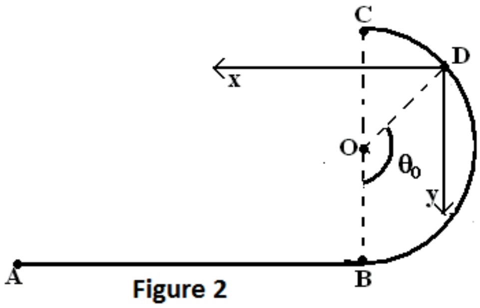


Figure 2

Exercice 10

Une bille est assimilable à un point matériel de masse m = 100g se déplace sur un rail ABCD situé dans un plan vertical.

la portion AB est rectiligne AB = 90 cm, elle fait avec l'horizontal un angle α = 30° .

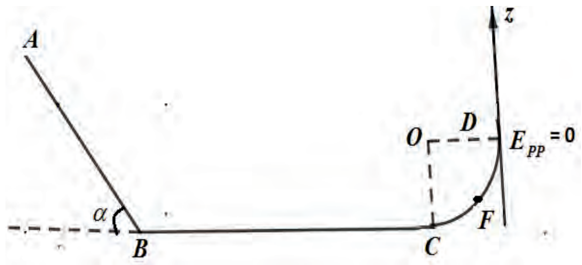
la portion BC est horizontale BC = 20 cm .

la portion CD est constituée d'un arc de cercle de centre O et de rayon R = 25 cm .

I - La bille quitte le point A sans vitesse initiale et les frottements son négligeables .

1°/ Quelle est la vitesse de la bille lorsqu'elle passe par les points B, C et D .

On prend $g = 10ms^{-2}$.



2°/ Calculer la variation de l'énergie potentielle du système (bille - terre) Quand la bille passe du point C au point F milieu de l'arc CD .

3°/ La bille étant lâchée sans vitesse initiale d'un point E situé entre A et B elle atteint le point D avec une vitesse nulle . Préciser la position du point E en calculant la distance EB .

II - On admet que les forces de frottements se réduisent à une force $\vec{f}$ de même direction que le vecteur vitesse de la bille mais de sens opposé et de valeur f = 0,1 N . La bille est lâchée du point A sans vitesse initiale

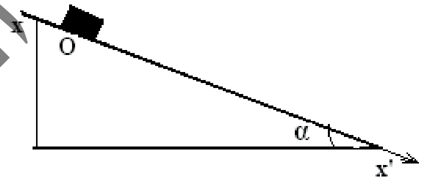
I°/ Calculer le travail de la force $\vec{f}$ lors du déplacement de la bille du point A au point D .

2°/ Déterminer l'énergie mécanique du système (bille - terre) aux points A et D . que peut-on conclure ?

3°/Que représente la variation de l'énergie mécanique du même système entre A et D .

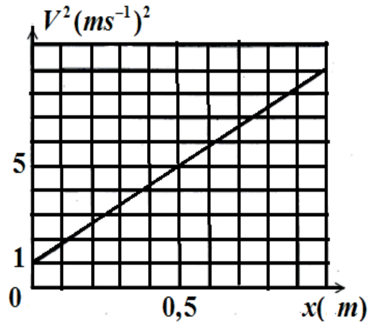
N.B : On prendra l'énergie potentielle de pesanteur nulle au point D .

Exercice 11



Un solide(S)de masse m =200g se déplace sur un plan incliné d'un angle α=30° par rapport à l'horizontal.
Il part du point O origine de l'axe avec une vitesse initiale de valeur V_o .Au cours de son mouvement ,(S) est soumis à une force de frottement de valeur constante f opposée au mouvement .Un dispositif approprié permet de mesurer la valeur de la vitesse pour différentes positions .La courbe représentative de V^2=f(x) est donnée sur la figure suivante :

1 - Déterminer graphiquement l'équation :V^2 =f(x)



2 - En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au solide entre le point O et un point d'abscisse **x** quelconque, établir l'expression de V^2 =f(x).

3 - En déduire la valeur de f de la force de frottement et celle de V_o.

4 - Au point d'abscisse x = 0,5m , l'énergie mécanique E_m du système (solide ,terre) est égale au double de l'énergie cinétique .En déduire la position adoptée pour le plan de référence de l'énergie potentielle de pesanteur .

5 .a- Donner les expressions de $E_c$et de E_p du système en fonction de **x**

b-Sur un même graphique représenter les courbes E_c =f(x) et E_p =g(x) pour les valeurs de x telles que :$0 \leq x \leq 1$m.

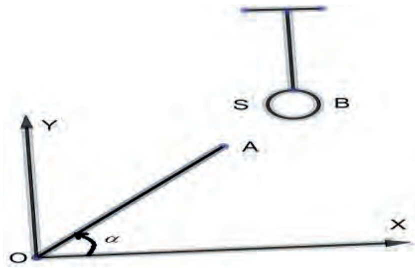
c- En déduire l'expression de E_m en fonction de x puis tracer la courbe E_m=h(x).

On donne g=10m/s².

Exercice 12

1-Un dispositif' mécanique, est constitué d'un projectile de masse m= 100g assimilé à un point matériel et d'un pendule simple formé d'une bille (B) de masse m' = 100g et d'un fil-de longueur $\ell = 2m$.

Le projectile est-lancé d'un point o situé au bas d'un plan incliné d'un, angle α par rapport à l'horizontale (Ox).Le projectile part de O suivant la linge de plus grande pente du plan incliné avec la vitesse $\vec{V_0} = 7\vec{i} + 7\vec{j}$



a)Calculer la valeur de l'angle α

b)Sur le plan incliné le projectile est soumis à des forces de frottement $\vec{f}$ opposée au mouvement et d'intensité f =1N .Sachant que le projectile parcourt sur le plan incliné une distance OA=L=2m, calculer V_A

2-Au point A, le projectile quitte le plan incliné. La résistance de l'air est négligeable.

a) Déterminer dans le repère $(o, \vec{i}, \vec{j})$ l'équation cartésienne de la trajectoire du projectile

b) Calculer l'altitude maximale atteinte par le projectile. c) Soit S le point le plus, haut atteint par le projectile. Donner au point S les caractéristiques de la vitesse $\vec{V}_S$

3-Au point S se trouve la bille (B) du pendule. Le projectile arrive sur la bille B du pendule .Il se produit entre le projectile et B un choc au cours duquel ils ont échangé leurs vitesses(juste après le choc le projectile est immobile et B a pris la vitesse $\vec{V}_S$)

a) Déterminer la vitesse du projectile au point de chute et les coordonnées du point de chute dans le repère $(o, \vec{i}, \vec{j})$

b)De quel hauteur maximale h la bille B monte-t-elle au dessus du plan horizontal de S.

c) En déduire l'angle maximal β dont le pendule s'écarte de sa position verticale ?

d) Calculer l'intensité T de la tension du fil dans :

-La position correspondante à l'angle maximal β.

-La position d'équilibre

Exercice 13

Un solide ponctuel S de masse m=200g se déplace sur la trajectoire ABC (fig 1). Cette trajectoire est formé de deux parties :AB est une droite horizontale, BC est un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. Sur la partie AB, le solide S est soumis à une force de traction horizontale $\vec{F}$ constante qui s'annule lorsque S atteint après 3s le point B et continue son mouvement sur le plan incliné BC. Le diagramme (fig2) donne les variations de la vitesse du solide S en fonction du temps au cours de la 1ére et la 2ème phase du mouvement de A et C.

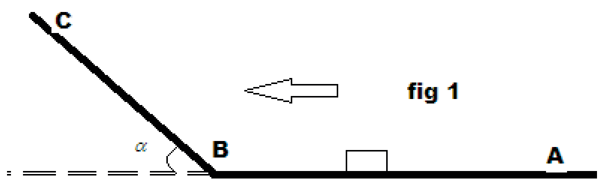


fig 1

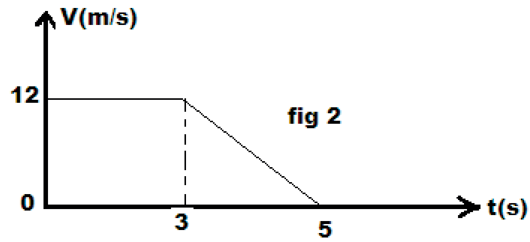


fig 2

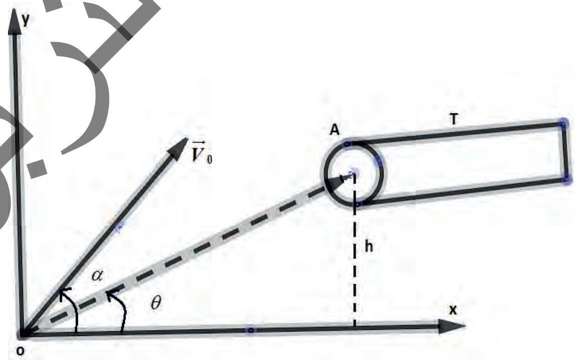
1-Déduire à partir du diagramme :

a-la nature du mouvement dans chaque phase et calculer son accélération
b-la distance BC parcourue pendant la 2éme phase
2-La nature du contact entre le corps et la trajectoire reste constante dans chaque phase
2.1-Déterminer cette nature en s'aidant des résultats de l'étude graphique
2.2- le mouvement de S après son passage par le point C représente la 3ème phase
a-Déterminer le sens du mouvement au cours de cette phase en justifiant la réponse
b-Montrer que : $\sin\alpha = \frac{1}{2g}(\frac{V_B^2}{2BC} - a_3)$, V_B étant la vitesse de S à l'instant de son passage par le point B et a_3 l'accélération de la 3e phase .Calculer α si $a_3 = -4ms^{-2}; g = 10ms^{-2}$
c-En déduire l'intensité de la force de traction.

Exercice 14

Une bille de masse m, est lancée d'un point O, avec une vitesse $\vec{V_0}$ faisant un angle α avec l'horizontale.
1. Etablir l'équation de la trajectoire de la bille.

2-1. Calculer la portée OP du tir.
2-2. Pour quelle valeur de α est- elle maximale ?
3. A quelle hauteur maximale, la bille monte-t-elle au dessus du sol?
4. Le but du tir est d'atteindre une cible ponctuelle c de coordonnées x_c , y_c
Quelle condition doit satisfaire α pour que la cible soit atteinte.

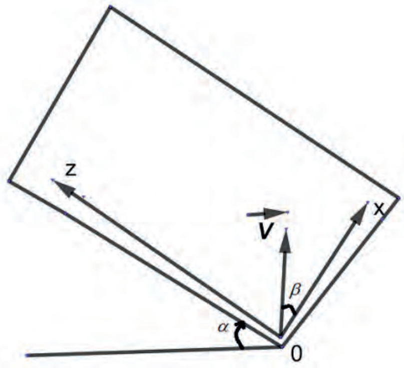


5. Lorsque le projectile se trouve à l'altitude **h,** le vecteur vitesse V fait avec le plan horizontal un angle β**.**
5-1.Etablir la relation donnant **V** en fonction de **h, Vo,** et g.
5-2.Etablir la relation qui lie **V, Vo,** α et β.
5-3.Donner l'expression de **h** en fonction de V_0 g, α et β.
6. On lance la bille du point O dans des conditions telles qu'elle pénètre dans un tube T, de faible section,
horizontal, à l'altitude **h** au-dessus du point o.
A étant l'entrée du tube, la droite OA fait l'angle θ avec le plan horizontal du point O.
Soit α l'angle de tir (voir figure ci-dessous). Montrer qu'il est possible de réussir cette opération avec un
choix convenable de V_0 et α que l'on précisera.

Exercice 15

Un palet de masse m *=0,2 kg* peut se mouvoir sur une table à coussin dont le plan est incliné d'un angle α par rapport au plan horizontal. On néglige les frottements.
a)Le palet posé sur la table est lâché sans vitesse initiale. Quelle est la nature du mouvement ?
b) D'un point O situé *dans* un coin inférieur de la table on maintient le palet en translation vers le haut *avec une vitesse Vo parallèle au plan de* la *table, suivant une direction faisant* un *angle* β *avec l'*horizontale Ox.
1- Etablir les équations X = f(t) et z = g(t) du mouvement du *centre* d'inertie du palet dans

le repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$, Oz est parallèle à la ligne de plus grande pente du plan.



2- Montrer que **z** reprend la même valeur pour deux valeurs différentes du temps.

3- On considère deux couples de points (A,B) et (C,D) de la trajectoire du centre d'inertie ; Les points A et B ont même ordonnée z_1, les points C et D ont même ordonnée z_2. On pose $H = z_2 - z_1$ $(z_2 \succ z_1)$.

Soit θ_1 l'intervalle de temps séparant les dates t_1 $et\, t_1^{'}$ de passage par C et D. Etablir la relation existant entre $\sin\alpha, H, \theta_1, \theta_2$, et l'accélération g de la pesanteur.

Applications numériques : $H = 13Cm, \theta_1 = 0{,}8s, \theta_2 = 0{,}2s, g = 10ms^{-2}$. Calculer α en degrés.

Exercice 16

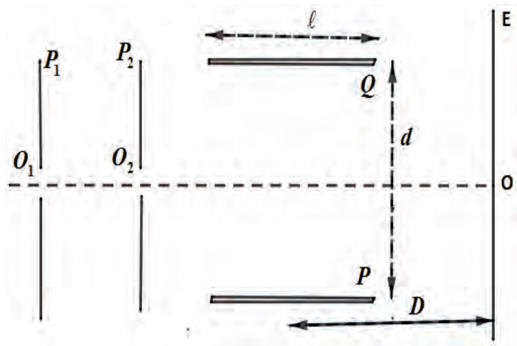
Des ions Mg^{2+} sortant d'une chambre d'ionisation pénètrent avec une vitesse négligeable par un trou O_1 dans l'espace compris entre deux plaques verticales $P_1\, et\, P_2$. Lorsqu'on applique entre ces deux plaques une tension positive U_O, les ions atteignent le trou O_2 avec la vitesse $\vec{v_o}$. Quelle plaque $P_1\, ou\, P_2$ doit on porter au potentiel le plus élevé ? Pourquoi ?

Donner la valeur de v_o en fonction de la charge q et de la masse m d'un ion ainsi que U_O.

b- Calculer la valeur de v_o pour les ions ${}^{24}_{12}Mg^{2+}$ dans le cas où :

$U_O = 4000V, m({}^{24}_{12}Mg^{2+}) = 24u, 1u = 1{,}67.10^{-27}Kg, e = 1{,}6.10^{-19}C$

2-A la sortie de O_2 les ions ayant cette vitesse $\vec{v_o}$ horizontale pénètrent entre les armatures P et Q d'un condensateur .On applique entre ces armatures une différence de potentielle positive U_{PQ} que l'on notera U créant entre elles un champ électrique uniforme vertical orienté vers le haut .



a- Préciser les caractéristiques de la force électrique à laquelle chaque ion est soumis ; exprimer son intensité en fonction de q, U et la distance d entre les plaques P et Q .

b- Déterminer la nature de la trajectoire d'un ion à l'intérieur de ce condensateur lorsque U garde une valeur constante .

c- On dispose d'un écran vertical E à la distance D du centre des plaques de longueur ℓ, trouver en fonction de $q, m, vo, \ell, D, U\, et\, d$, l'expression de la distance $z = OM$, M étant le point d'impact d'un ion sur l'écran . La distance OM dépendra- t- elle des caractéristiques des ions positifs utilisés.

d- Calculer la durée de la traversée du condensateur dans le cas où $\ell = 10cm$

e- On applique entre Pet Q une tension sinusoïdale $u = U_m \sin\omega t$, de fréquence $f = 50Hz$. Montrer qu'avec un pinceau d'ions ${}^{24}_{12}Mg^{2+}$ on obtient sur l'écran E un segment de droite verticale dont on calculera la longueur dans le cas où $U_m = 230V$, $D = 40cm, d = 4cm$

3-Entre P et Q existent maintenant à la fois un champ électrique uniforme vertical orienté vers le haut crée par l'application de la tension U entre ces plateaux et un champ magnétique $\vec{B}$ horizontal perpendiculaire au plan de la figure

a-Quelle relation doit lier $U_o, U, B, q, m \, et \, d$ pour que le mouvement des ions Mg^{2+} dans le condensateur soit rectiligne uniforme et horizontal. Préciser dans ce cas le sens de $\vec{B}$

b -En réalité le magnésium est formé de trois isotopes ${}^{24}_{12}Mg^{2+}, {}^{A_2}_{12}Mg^{2+}, {}^{A_3}_{12}Mg^{2+}$. Lorsque U prend la valeur particulière U_1 seuls les ions ${}^{24}_{12}Mg^{2+}$ ont la trajectoire rectiligne. Lorsque $U = U_2$ ce sont les ions ${}^{A_2}_{12}Mg^{2+}$ qui ont une trajectoire rectiligne et si $U = U_3$ ce sont les ions ${}^{A_3}_{12}Mg^{2+}$. On a donc un moyen de les séparer .

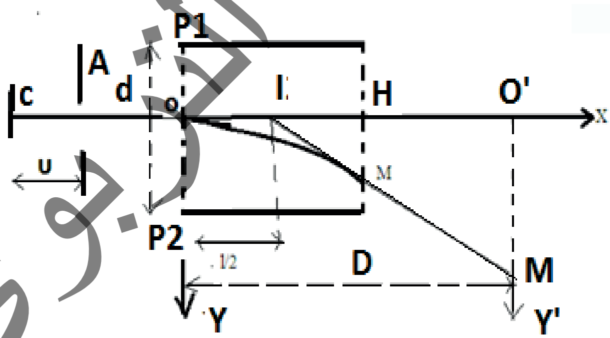
Montrer que $\frac{U_2}{U_1}$ ne dépend que du rapport des masses $m_1 \, de \, {}^{24}_{12}Mg^{2+}$ et $m_2 \, de \, {}^{A_2}_{12}Mg^{2+}$

.Calculer alors A_2 sachant que $U_1 = 228V$ et $U_2 = 223V$.

Calculer A_3 sachant que $U_1 = 228V$ et $U_3 = 219V$.

Exercice 17

On applique une tension U continue réglable entre la cathode C et l'anode A d'un tube thermoélectrique. (L'anode est trouée en son milieu).



On règle U de façon que la vitesse des électrons, émis en S par la cathode arrive au niveau de la plaque A avec une vitesse v = 6.106 ms'1.

1-Calculer U en se plaçant dans les deux hypothèses suivantes pour la vitesse d'émission v0 des électrons à la sortie de la cathode : $V_0 = 0$ et V_0 = 500 ms'1. Conclure.

Les électrons arrivent au point O avec la vitesse $\vec{V}$ colinéaire à $\overrightarrow{OX}$ Ils sont alors soumis, sur une distance $\ell = 10Cm$, à l'action d'un champ électrique $\vec{E}$ crée par un condensateur plan dont les armatures $P_1 \, et \, P_2$ sont parallèle au plan xOz, symétriques par rapport à ce dernier et distantes de d = 5 cm.

2-Déterminer le sens de $\vec{E}$ pour obtenir un point d'impact M'des électrons sur la portion OY.

3-Quelle est, de $P_1 \, et \, P_2$ la plaque au potentiel le plus élevé ?

Le poids de l'électron est négligeable devant la force électrostatique.

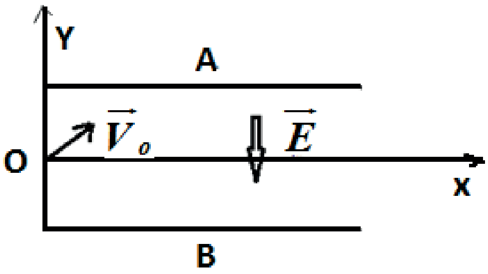
4- Déterminer les équations horaire x(t)et y(t)du mouvement d'un électron et l'équation cartésienne de sa trajectoire y= f (x).

5-Quelle tension U' doit-on appliquer entre les plaques $P_1 \, et \, P_2$ pour obtenir une déviation en M de 20° ? Donner alors les caractéristiques du vecteur vitesse au point M'.

Calculer, dans ces conditions, l'ordonnée y de M et celle Y'de M', sachant que la distance D du milieu des plaques $P_1 \, et \, P_2$ au plan Y'OZ' vaut 30 cm.

Exercice 18

Un faisceau de protons pénètre dans un champ électrostatique supposé uniforme existant entre les armatures horizontales d'un condensateur. La d- d-p entre l'armature supérieur ***A*** et l'armature inferieure B est $U \succ 0$.Les protons pénètrent dans le champ avec une vitesse initiale $\vec{V_0}$ qui fait avec le champ électrostatique $\vec{E}$ un angle de 135°. On donne : $Vo = 2.10^5 ms^{-1}, E = 10^4 Vm^{-1}$ 1-Ecrire l'équation de la trajectoire des protons dans le champ électrostatique dans le système d'axe $(O, \vec{i}, \vec{j})$



2- A Quelle hauteur maximale les protons s'élèvent-ils au dessus de 0 ?

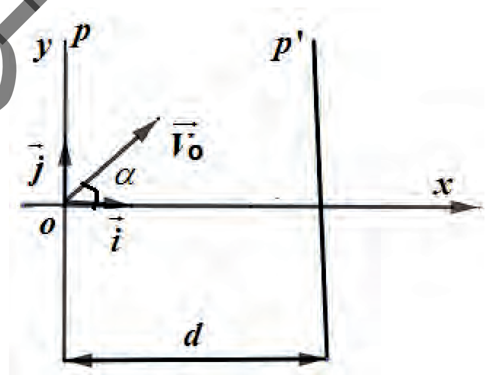
3- La longueur des armatures est l = 5 cm. Déterminer les coordonnées du point S, point de sortie des protons du champ électrique.

4-Trouver la durée du trajet OS

5-Déterminer les composantes du vecteur $\vec{V}_S$ des protons au moment où il passe en S . En déduire la norme de la vitesse en S et la déviation des protons .On donne $e = 1,6.10^{-19} C, m_p = 1,67.10^{-27} Kg$

Exercice 19

Dans la région d'espace R comprise entre deux plans parallèle P et P' distants de d il existe un champ électrique $\vec{E}$ crée par deux électrodes constituées de fins grillages métalliques disposés suivant P et P' ; $\vec{E}$ sera considéré comme nul à l'extérieur de R. Une particule ponctuelle, de masse m et de charge électrique positive, arrive en O à t=0 et pénètre dans la région R. La vitesse à $t=0$ se trouve dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$, elle a pour valeur v_0, et fait un angle α avec l'horizontale



1- Représenter la force électrique s'exerçant sur laparticule en O.

2- On néglige le poids de la particule devant la force électrique. Etablir l'équation de la trajectoire. Quelle est sa nature ?

3- Déterminer la composante V_x ***de*** la vitesse en fonction de x(on pourra utiliser le théorème de l'énergie cinétique)

4- Calculer la valeur de la vitesse de la particule et l'angle β qu'elle fait avec l'horizontale au moment où elle arrive dans le plan P' on donne :

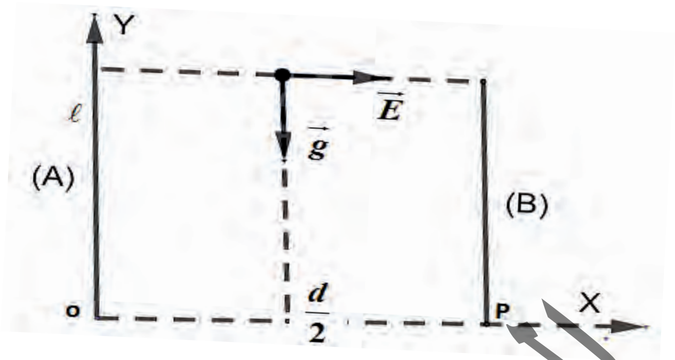
$V_o = 2.10^7 ms^{-1}, m = 9,1.10^{-31} Kg,$

$e = 1,6.10^{-19} C, d = 10^{-2} m, \alpha = 10°, E = 10^2 V/m$

5-Quelle sera la trajectoire de a particule après la traversée du plan P' ?Montrer que le rapport $\frac{Sin\alpha}{Sin\beta} = K(Cons\tan te)$ qui sera exprimé en fonction de E, d ,e ,m, V_o.

Exercice 20

Deux plaques métalliques verticales A et B sont placées dans le vide à une distance d l'une de l'autre et soumises à une tension $V_A - V_B = U_{AB}$ positive. La hauteur des plaques est ℓ .Entre les plaques se superposent deux champs :Le champ de pesanteur $\vec{g}$ et le champ électrique uniforme $\vec{E}$ .Une petite sphère M ponctuelle de masse m portant une charge électrique $q \succ 0$ est abandonnée sans vitesse initiale à t=0 en un point M_0 de coordonnées $x_o = \frac{d}{2}, y_o = \ell$.



1-Trouver les deux forces qui agissent sur la sphère, montrer que cette dernière reste dans le plan de figure (xoy).

2-En déduire les coordonnées sur les axes ox et oydu vecteur accélération $\vec{a}$ du mouvement de la sphère.

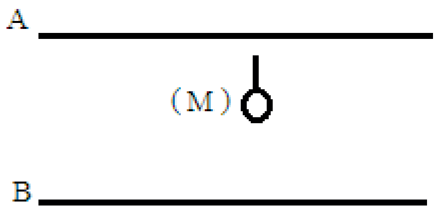
3-Déterminer en fonction du temps ,les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{V}$ ainsi que celles du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ .Ecrire l'équation de la trajectoire. Quelle est sa nature .

4-Calculer la date d'arrivée de la charge dans le plan horizontal passant par O.

5-Quelle valeur doit-on donner à U_{AB} pour que la trajectoire de la charge passe par le point P de coordonnées (d,0) .On donne : $d = 4cm, \ell = 1m, \frac{q}{m} = 10^{-6} c.kg^{-1}, g = 10ms^{-2}$

Exercice 21

On prendra $g = 10ms^{-2}$ .Une sphère conductrice M ,assimilable à un point matériel de masse m=2g et portant une charge q positive est suspendue à un point fixe O , par l'intermédiaire d'un fil isolant, inextensible et de longueur ℓ =10cm. Ce pendule ainsi constitué est placé entre deux armatures métalliques A et B planes et horizontales distantes de d=20cm. Le point de suspension O est situé à 5cm au dessous de l'armature supérieure A. On applique entre les deux armatures une tension U_{AB} =2000 V créant entre A et B un champ électrique uniforme $\vec{E}$.



1-Donner les caractéristiques de la force électrostatique et de la force de pesanteur s'exerçant sur la sphère M.

2-La sphère porte une charge électrique $q = 0.210^{-6} C$. Le pendule est écarté d'un angle $\alpha = 90^0$ et abandonné sans vitesse initiale . Déterminer la vitesse de la sphère M et la tension du fil au passage à la verticale .

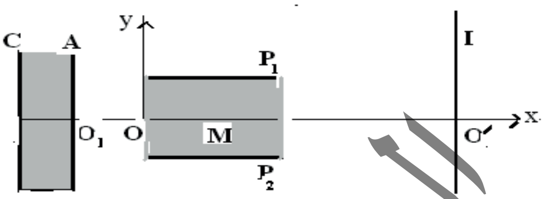
3-Au passage à la verticale le fil casse .Déterminer l'équation et la nature de la trajectoire de M après la rupture du fil. Quelle est la durée du mouvement au moment où M touche l'armature B.

Exercice 22

1- Un faisceau d'électrons est émis dans le vide avec une vitesse initiale négligeable par une cathode C et est accéléré par une tension U_0 appliquée entre l'anode A et la cathode C . La plaque de l'anode est percée d'un trou O_1 comme l'indique la fig.

a- Exprimer littéralement la vitesse V_1 des électrons lorsqu'ils traversent le trou O_1 et calculer leur vitesse pour U_0 =1000V.

b- Quelle est la nature de leur mouvement après la traversée de O_1 ?



2- Les électrons pénètrent en suite au point O entre les armatures P_1 et P_2 d'un condensateur plan de longueur l et distantes de d. La tension entre les armatures est U_{P1P2} = + 100V.

a- Quelle est la vitesse V_0 des électrons à leur entrée dans le condensateur ?

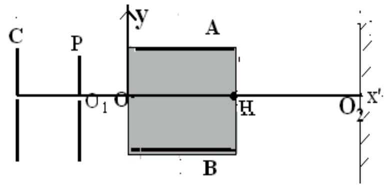
b- Etudier le mouvement des électrons dans le condensateur plan et en déduire l'équation de la trajectoire des électrons On raisonnera dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$. Représenter sur un schéma la trajectoire des électrons. Vont-ils pouvoir atteindre l'écran E sans toucher l'une des plaques P_1,P_2 ?

3- A la sortie du condensateur, le faisceau d'électrons arrive sur un écran fluorescent noté E de centre O', situé à la distance L du point M milieu de OO.

Soit I le pt d'impact de ce faisceau sur l'écran. Quelle est la déviation O'I du spot sur l'écran ?

A.N: q = -e = - $1,6.10^{-19}$ C ;m = $9,1.10^{-31}$ kg ; d =2 cm ; l = 6 cm et L = 12 cm.

Exercice 23



La cathode C d'un oscilloscope émet des électrons dont la vitesse à la sortie du métal est négligeable. Ces électrons traversent ensuite une anode P, en un point O_1.

1- On établit une tension $U_0 = V_P - V_C$

a- Déterminer l'expression de la vitesse v_0 des électrons à leur passage en O_1. A .N :U_0=1000V.

b- Quelle est la nature du mouvement des électrons après P.

2- Les électrons constituant un faisceau homocinétique, pénètrent au point O entre les armatures horizontales A et B d'un condensateur plan. Les armatures distantes de **d** ont une longueur **l** .

On établit entre ses armatures une tension U_{AB}. On étudie le mouvement entre AB.

Déterminer l'expression de la trajectoire dans le repère(O,x,y).

Exprimer la condition que doit vérifier U_{AB} pour que les électrons sortent du condensateur.

On donne d= 2cm, l = 10cm. Faire l'A.N

3 - Le faisceau arrive ensuite sur un écran fluorescent E situé à la distance L =20cm du centre de symétrie I du condensateur.

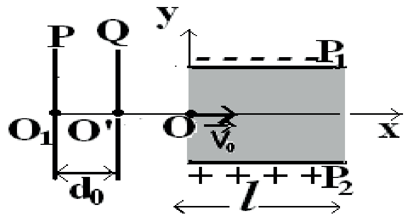
Montrer que le faisceau forme un point lumineux (spot) O_2 au centre de l'écran quand U_{AB} = 0 et déterminer le déplacement Y = O_2M du spot sur l'écran quand U_{AB} =200V.

Exercice 24

Les ions $^{40}Ca^{2+}$ quittent la chambre d'ionisation au point O_1 sans vitesse initiale grâce à un champ électrique $\vec{E}_0$ existant entre deux plaques P et Q telle que $U_0=U_{PQ}$=500V.

1.1- Déterminer le sens du champ $\vec{E}_0$ régnant entre P et Q et calculer sa valeur si d_0=5cm.

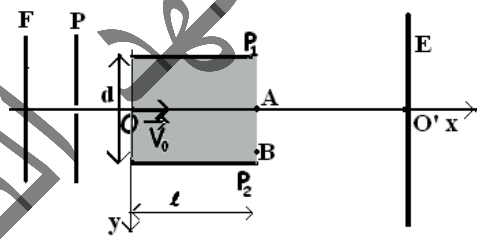
1.2- Calculer la vitesse V_0 des ions lorsqu'ils arrivent en O'.



2- Sachant qu'il n'existe aucun champ entre O' et O, déterminer la nature du mouvement des ions entre ces deux points.
3 -Les ions pénètrent au point O dans un autre champ électrique $\vec{E}$ crée entre deux plaques P_1 et P_2 distantes de d et de longueur l chacune.
3.1- Trouver l'équation de la trajectoire dans le repère (O ; x ; y) et préciser sa nature.
3.2- Déterminer les coordonnées du point de sortie S.
3.3- Déterminer l'instant d'arrivée au point S et calculer les composantes du vecteur $\vec{V}_S$ et en déduire l'angle α que fait ce vecteur avec l'horizontale.
$e = 1,6.10^{-19}C$; l=10cm; $m_P = 1,67.10^{-27}kg$; $E = 10^3 V/m$.

Exercice 25

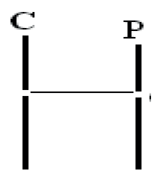
Des électrons sont émis avec une vitesse initiale négligeable par un filament F chauffé.
1- On établit une tension $U_1 = V_P - V_F$ entre le filament F et une plaque P disposée parallèlement à celui-ci. Il en résulte un champ électrostatique uniforme $\vec{E_1}$ régnant entre F et P.



Les électrons arrivent alors en P avec une vitesse $\vec{V}_0$ de module $V_0 = 0,53.10^8 m/s$ (voir schéma).
Préciser le signe de U_1 et calculer sa valeur.
On donne : $e = 1,6.10^{-19}C$; $m = 9,1.10^{-31}kg$.
2- La plaque P a un trou qui laisse passer les électrons.
On dispose deux plaques P_1et P_2 perpendiculairement au plan xOy (voir schéma). Les électrons pénètrent entre les plaques en O animés de la vitesse $\vec{V}_0$ parallèle à Ox.
On applique entre P_1 et P_2 une tension $U_2 = V_{P_2} - V_{P_1} = 300V$ et on donne l =6cm et d=1,5cm.
2.1- Déterminer l'équation de la trajectoire du mouvement d'un électron entre P_1 et P_2.
2.2- Quelle est la déviation linéaire AB des électrons à la sortie des plaques ? Quelle est la valeur de la déviation angulaire α ?
2.3- Trouver la nature du mouvement d'un électron après B et déterminer l'équation de sa trajectoire.
2.4- Calculer les coordonnées du point d'impact des électrons sur l'écran E parallèle à (Oy) et placé à 46cm de A.

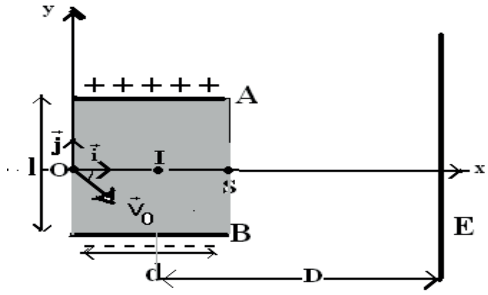
Exercice 26

1- Dans un tube sous vide un électron est émis sans vitesse initiale par une cathode C et est accéléré par une tension U positive appliquée entre la cathode C et une plaque P.



Calculer l'énergie cinétique de l'électron à son arrivée sur la plaque P. En déduire la valeur de sa vitesse $\vec{V}_0$ à son arrivée sur la plaque P.

2- L'électron pénètre en O avec la vitesse $\vec{V}_0$ dans l'espace séparant les armatures A et B d'un condensateur plan.



Soit d la longueur de ces armatures, l leur écartement, D la distance du centre I du condensateur à un écran fluorescent E et U' la tension entre les armatures A et B.

2.1- La vitesse est contenue dans le plan $(O,\vec{i},\vec{j})$ et fait un angle α avec Ox comme l'indique la figure. Etablir l'équation de la trajectoire de l'électron entre les armatures A et B.

2.2- Etablir la relation qui doit lier l'angle α avec les grandeurs U, U', d et l pour que l'électron passe par le point S. Calculer alors la valeur correspondante de l'angle α.

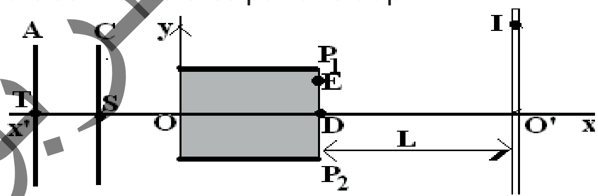
3 -L'électron pénètre maintenant dans le condensateur avec une vitesse $\vec{V}_0$ parallèle à $\vec{i}$ de même sens. Un écran vertical est placé à 20cm du point d'intersection I entre la tangente et l'axe Ox. Calculer la déviation y_M sur l'écran.

U=1000V;U'=120V;q= -e = $-1,6.10^{-19}$C;m = $9,1.10^{-31}$ kg ;d =6 cm ;l = 2 cm ;D = 30 cm

Exercice 27

On dispose d'un appareil permettant de produire les ions $^{4}_{2}He^{2+}$ dans le vide.

Les ions qui sortent d'un trou T sans vitesse initiale sont accélérés par une ddp $U_0= V_A-V_C$ appliquée entre 2 plaques verticales A et C distantes de d_0.



1 -Donner l'expression de la vitesse des ions au point de sortie S.

2 -A leur sortie de S, les ions se déplacent suivant l'axe xx' pour pénétrer dans un champ électrique crée entre deux plaques P_1 et P_2 entre lesquelles existe une ddp U. La longueur des plaques est l et leur distance est d.

2.1- Expliquer pourquoi la vitesse V_0 au point O est égale à la vitesse V_S.

2.2 -Etudier le mouvement entre les plaques P_1 et P_2 et calculer la distance DE.

3- On suppose que les ions après leur sortie par la position E, heurtent au point I un écran vertical distant des plaques de L.

3.1-Préciser la relation qui lie V_0 et U pour que les ions sortent sans toucher la plaque P_1.

3.2 -Calculer l'angle que fait le vecteur vitesse au point E avec l'horizontale.

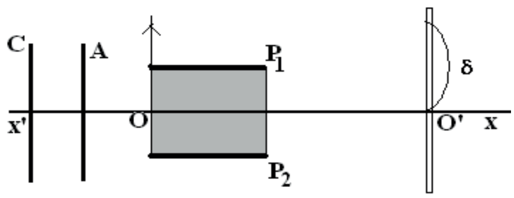
3.3 -Déterminer les coordonnées du point d'impact I.

$d=d_0$=10cm, l=20cm, L=50cm; U_0 = 500V, U = 100V, e =$1.6.10^{-19}$C, m=6, 68.10^{-27}kg.

Exercice 28

On applique une différence de potentielle $U = V_A - V_C = 101V$ entre une cathode C et une anode A. Un faisceau d'électrons est émis sans vitesse initiale par la cathode et pénètre au point O dans le champ électrique $\vec{E}$

Ce champ est dû à un condensateur plan constitué de deux planques P_1 et P_2 parallèles distantes de d=4cm de longueur chacune l=4cm entre lesquelles existe une ddp $U_1=V_{P1}-V_{p2}$ =20V . L'écran E est placé à L=52cm du point O situé au milieu de la distance séparant les deux plaques.



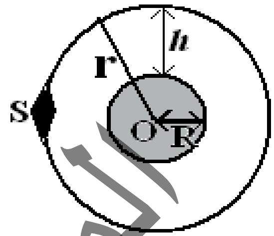
1 - Calculer la valeur de sa vitesse $\vec{V}_0$ à son arrivée au point O.

2 - Etablir l'équation de la trajectoire de l'électron entre les armatures P_1 et P_2.

3 - Trouver l'équation de la trajectoire de l'électron après sa sortie du champ et calculer la déviation δ de l'électron sur l'écran.

Exercice 29

On suppose que la Terre a une distribution de masse à symétrie sphérique de centre O. On suppose également que la Lune, satellite naturel de la Terre, est assimilée à un point matériel de masse M_L



Dans le référentiel géocentrique, la lune n'est soumise, en première approximation, qu'à la force de gravitation terrestre et décrit une trajectoire circulaire de centre O.

Soit d la distance du centre de la Terre au centre de la Lune. .

1) Montrer que le mouvement circulaire de la Lune est uniforme.

Exprimer la vitesse v de la Lune en fonction de G, M_T et d

, En déduire la période T_L de révolution de la Lune en fonction .de G, M_T et d

Montrer que la troisième loi de Kepler $\frac{T_L^2}{d^3} = Cst$, est bien vérifiée dans ce cas. Exprimer cette constante en fonction de G et M_T . Calculer sa valeur numérique.

5)Sachant que la période T vaut 27j 7h 30 mn, en déduire une valeur approchée de la distance du centre de la Terre au centre de la Lune. Données : $G = 6,67.10^{-11} SI, M_T = 6.10^{24} Kg$

Exercice 30

L'énergie potentielle de gravitation du système (satellite-terre) a pour expression

$E_p = -\frac{mg_o R^2}{R+H}$ avec m :masse du satellite ,R ;rayon de la terre , g_o :accélération du champ de pesanteur à la surface de la terre, H :altitude du satellite.

a) Exprimer la vitesse V du satellite en fonction de g_o R, H .

b) Que peut-on dire alors de l'énergie mécanique du système, l'évaluer en fonction de $m;\ g_o, R, H$ .A.N : $g_o = 9,8ms^{-2}, R = 6,4.10^6 m, H = 6.10^5 m, m = 3.10^3 Kg$

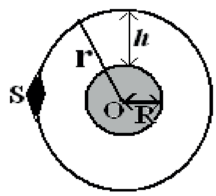
c) Le satellite passe de l'orbite circulaire d'altitude H à une autre orbite circulaire d'orbite $H' \succ H$ .Que peut –on dire de l'énergie mécanique du système ? En déduire le travail W fourni par le moteur. On donne $H' = 8.10^5 m$

d) Quelle est l'énergie mécanique du système lorsque le satellite est immobile sur le sol terrestre en un point R de l'équateur ?On désigne par ω_T la vitesse angulaire de rotation de la terre dans le repère géocentrique $\omega_T = 7,29.10^{-5} rd/s$

e) Quelle énergie faut-il donner au satellite pour le mettre en orbite circulaire à l'altitude H ?

Exercice 31

On considère un satellite S de la terre de masse m ayant une orbite circulaire de rayon r dont le centre O est confondu avec le centre de la terre.



1 -Donner les caractéristiques de la force de gravitation exercée sur ce satellite.

2- Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.
3 -Trouver l'expression de la vitesse du satellite en fonction de l'accélération de la pesanteur g_0 au sol, du rayon R de la terre et du rayon r de l'orbite puis en fonction de la constante de gravitation G, de la masse M de la terre et du rayon r.
4 -Ce satellite est géostationnaire :
4.1- Préciser le plan de l'orbite.
4.2- A quelle altitude est placé ce satellite.
4.3 -Calculer sa vitesse angulaire et en déduire sa vitesse linéaire.
4.4 -Calculer la masse M de la terre.
A.N : R=6400km;G=6,67.10^{-11} S.I et g_0=9,8m/s².

Exercice 32

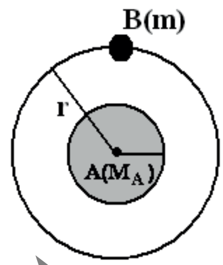
Un satellite ponctuel de masse ms décrit une orbite circulaire d'altitude h autour de la terre assimilée une sphère de rayon R_T .
1- Etablir l'expression de l'intensité g du vecteur champ de gravitation à l'altitude h en fonction de sa valeur g_0 au niveau du sol, de R_T et de h.
2-
2.1-Déterminer l'expression Vs de la vitesse du satellite, celle de sa période et celle de son énergie cinétique.
2.2-Application numérique : ms = 1020kg ; $g_0 = 9,8ms^{-2}$; R_T = 6400km ; h = 400km
3-L'énergie potentielle de pesanteur dans le champ de gravitation terrestre à l'altitude h est donnée par la relation : $Ep = -\dfrac{Gm_sM_T}{R_T + h}$; avec G constante de gravitationnel MT masse de la terre, m_s masse du satellite et en convenant *que* EP = 0 pour $h = \infty$ Justifier *le* signe négative et exprimer Ep en fonction de m_s, g0 R_T , et h.
Déterminer l'expression de]'énergie mécanique E du satellite, puis comparer Ep à Ec et E à Ec.
4-On fournit au satellite un supplément d'énergie $\Delta E = 5.10^8 J$. Il prend une nouvelle orbite circulaire. En utilisant les résultats précédents (établis à la question 3) déterminer :
4.1.Sa nouvelle énergie cinétique et sa vitesse
4.2-Sa nouvelle énergie potentielle et son altitude.

Exercice 33

On considère un satellite S de la terre de masse m ayant une orbite circulaire de rayon r dont le centre O est confondu avec le centre de la terre.
1 -Donner les caractéristiques de la force de gravitation exercée sur ce satellite.
2- Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.
3 -Trouver l'expression de la vitesse du satellite en fonction de l'accélération de la pesanteur g_0 au sol, du rayon R de la terre et du rayon r de l'orbite puis en fonction de la constante de gravitation G,de la masse M de la terre et du rayon r.
4 -Ce satellite est géostationnaire :
4.1- Préciser le plan de l'orbite.
4.2- A quelle altitude est placé ce satellite.
4.3 -Calculer sa vitesse angulaire et en déduire sa vitesse linéaire.
4.4 -Calculer la masse M de la terre.
A.N : R=6400km;G=6,67.10^{-11} S.I et g_0=9,8m/s².

Exercice 34

Dans cet exercice, les mouvements étudiés sont rapportés à des repères galiléens. Les mobiles étudiés présentent une répartition à symétrie sphérique. Donnée : $G = 6{,}67.10^{-11}$ S.I.



1 -Dans un repère, on étudie deux satellites A et B : On suppose que la masse M_A du mobile A est très grande devant celle m du mobile B.
Le mobile B tourne autour de A considéré comme étant fixe

1.1- Montrer que le mouvement de B autour de A est un mouvement circulaire uniforme.

1.2 -Etablir la relation qui lie la vitesse V du centre d'inertie de B, le rayon r de l'orbite, la masse M_A de A et la constante de gravitation universelle G.

1.3- Soit T la période de B autour de A ; Exprimer V en fonction de T et r , en déduire la relation $\frac{r^3}{T^2} = kM_A$ et donner l'expression de k en fonction de G.

2 -Un satellite artificiel tourne autour de la terre (dont la masse $M_T = 5{,}98.10^{24}$kg) dans une orbite de rayon $r = 42{,}3\ .10^3$km.

2.1 -Calculer la période de ce satellite artificiel. Comment appelle-t-on ce type de satellite, s'il tourne dans le plan de l'équateur et dans le même sens de rotation de la terre?

2.2-Tous les satellites se trouvant sur cette orbite ont-ils la même vitesse ? La même masse ? Justifier.

3- Sachant que la terre décrit autour du soleil en 365,25 jours une orbite de rayon $r' = 1{,}496.10^8$km. Calculer la masse M_S du soleil.

Exercice 35

Un satellite artificiel de masse $\mathbf{m=200kg}$ tourne autour de la terre sur une orbite circulaire de rayon **r**.

1.1- Calculer la vitesse V_1 de ce satellite en fonction de r, de la masse $\mathbf{M}$ de la terre et de la constante de gravitation $\mathbf{G}$. A.N : $\mathbf{r=7000km}$; $\mathbf{G=6{,}67.10^{-11}N.m^2/kg^2}$ et $\mathbf{M=6.10^{24}kg}$.

1.2- L'énergie potentielle du système {satellite -terre} étant $E_p = \frac{GmM}{R} - \frac{GmM}{r}$ où **R** est le rayon de la terre ; donner l'expression de l'énergie mécanique de ce système en fonction de **G, m, M, r** et **R**. La calculer. On donne: $\mathbf{R=6400km}$.

1.3 - Calculer l'énergie à fournir à ce satellite pour qu'il passe de l'orbite de rayon r à une autre de rayon $\mathbf{r'=7100km}$.

2 - On considère que la terre est un point matériel qui tourne autour du soleil de masse $\mathbf{M'=2.10^{30}kg}$ sur une orbite circulaire de rayon $\mathbf{r = 1{,}5.10^8 Km}$.

2.1- Exprimer la vitesse angulaire ω et la période $\mathbf{T}$ du mouvement de la terre.

2.2- Exprimer le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ en fonction de $\mathbf{G}$ et $\mathbf{M'}$.

2.3- Calculer $\mathbf{T}$. Cette valeur est-elle vraisemblable ?

Exercice 36

Passionné d'astronomie, un élève a collecté sur le réseau Internet de nombreuses informations concernant les satellites artificiels terrestres. Il met en œuvre ses connaissances de physique pour les vérifier et les approfondir.
Dans tout l'exercice, on notera :

Masse de la Terre : M_T (répartition de masse à symétrie sphérique de centre O)
Rayon de la Terre : R_T ; Masse du satellite étudié : m_S ; Altitude du satellite étudié : h
Constante de gravitation universelle : G

1- Le premier satellite artificiel.

Si la possibilité théorique de mettre un satellite sur orbite autour de la Terre fut signalée en 1687 par Isaac Newton, il a fallu attendre le 4 octobre 1957 pour voir le lancement du premier satellite artificiel, Spoutnik 1, par les soviétiques.

1.1- Exprimer vectoriellement la force exercée par la Terre sur Spoutnik 1, supposé ponctuel, et la représenter sur un schéma.

1.2- L'étude se fait dans un référentiel géocentrique considéré comme galiléen.
En appliquant la deuxième loi de Newton établir l'expression vectorielle de l'accélération du satellite.

2 - Les satellites artificiels à orbites circulaires.

Le télescope spatial Hubble, qui a permis de nombreuses découvertes en astronomie depuis son lancement en 1990, est en orbite circulaire à 600 km d'altitude et il effectue un tour complet de la Terre en 100 minutes.

2.1- Etude du mouvement du satellite Hubble dans un référentiel géocentrique

2.1.1- En reprenant les résultats de la partie 1, montrer sans calcul que le mouvement circulaire de Hubble est uniforme.

2.1.2- Exprimer littéralement sa vitesse en fonction des grandeurs M_T, R_T, h et G.

2.1.3- Exprimer la période T de son mouvement en fonction des grandeurs précédentes puis retrouver la troisième loi de Kepler appliquée à ce mouvement circulaire.

2.2- Cas d'un satellite géostationnaire

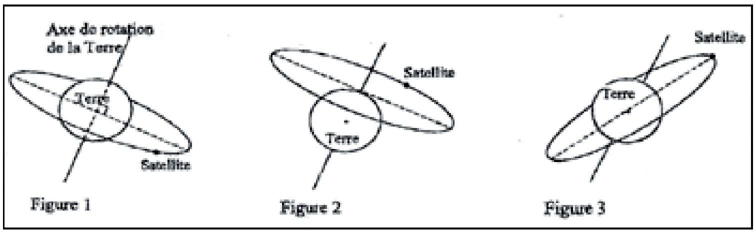
Les satellites météorologiques comme Météosat sont des appareils d'observation géostationnaires.

2.2.1. Qu'appelle-t-on satellite géostationnaire ?

2.2.2- On propose trois trajectoires hypothétiques de satellite en mouvement circulaire uniforme autour de la Terre ;

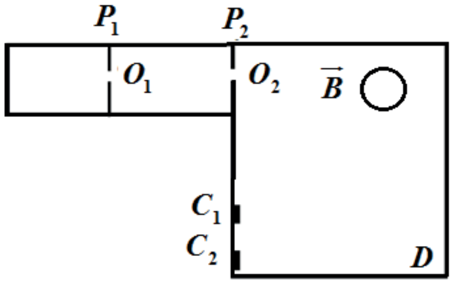
a- Montrer que, seule, l'une de ces deux trajectoires est incompatible avec les lois de la mécanique.

b- Quelle est la seule trajectoire qui peut correspondre au satellite géostationnaire ? Justifier la réponse.



Exercice 37

1-On produit des ions positifs ${}^{129}_{54}Xe^{52+}$ et ${}^{129}_{54}Xe^{54+}$ qui sont émis sans vitesse initiale à partir de O_1 puis accélérés par une tension U entre deux plaques parallèles P_1 et P_2. La valeur absolue de la tension U est égale à 100KV.



Quel doit être le signe de la tension $U = V_{P1} - V_{P2}$ pour que les ions soient accélérés.

Donner l'expression de l'énergie cinétique de ces ions lorsqu'ils sont en O_2 en fonction de q (charge de l'ion) et de U .En déduire leur vitesse v_o en O_2. Quel est l'intérêt d'utiliser des ions chargés

Calculer les vitesses $v_o \; et \, v_{o'}$ des ions précédents au point O_2 et calculer leurs énergies cinétiques au point O_2, l'exprimer en MeV. On donne

$e = 1,6.10^{-19} C \quad N = 6,02.10^{23} mol^{-1} \; M(Xe) = 128,9 gmol^{-1}$

2-Les ions précédents pénètrent avec une vitesse perpendiculaire à la plaque P_2 dans la chambre de déviation D où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure et d'intensité égale à 1T.

2-1 Quel doit être le sens de $\vec{B}$ pour que les ions parviennent en $C_1 \; et \, C_2$

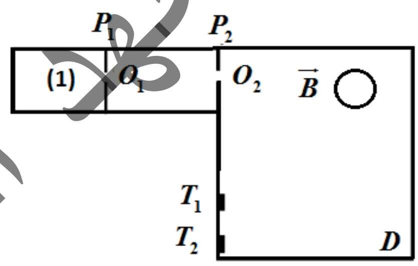
2-2 Montrer que la trajectoire des ions est plane et que le mouvement est circulaire uniforme .Etablir l'expression du rayon R de la trajectoire en fonction de $q, U, m \; et \; B$

2-3Quel est l'ion recueilli en C_1

2-4 Calculer numériquement la distance C_1C_2

Exercice 38

Le spectrographe de masse est un appareil qui permet la séparation des isotopes d'un même élément chimique. Des ions potassium ${}^{A_2}K^+ et \, {}^{A_1}K^+$ de masses respectives $m_1 \; et \, m_2$ sont produits dans une chambre d'ionisation (I).En O_1 la vitesse des ions est pratiquement nulle, ils sont accélérés par une tension $U = V_{P1} - V_{P2}$ établie entre les plaques $P_1 \; et \; P_2$.



Quel est le signe de la tension U

Exprimer les vitesses respectives $v_1 \; et \, v_2$ des deux sortes d'ions au point O_2 en fonction de e(charge élémentaire), U et des masses $m_1 \; et \, m_2$

Les ions pénètrent ensuite dans une chambre de déviation (D) où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ orthogonal au plan de la figure.

3-1 Quel doit être le sens de $\vec{B}$ pour que les ions soient déviés vers la plaque sensible.

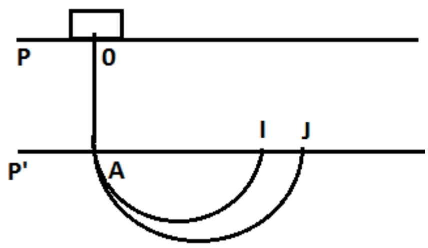
3-2 Quelle est la nature du mouvement des ions dans cette partie du dispositif

3-3 Montrer que les deux sortes d'ions ont des trajectoires différentes et exprimer le rapport des rayons $R_1 \; et \, R_2$ de leurs trajectoires respectives.

Deux taches $T_1 \, et \, T_2$ se forment sur la plaque sensible. La tache T_1 correspond aux ions de masse m_1 . On donne $O_2T_1 = 102,9 cm \, et \, O_2T_2 = 106,8 cm$. Calculer la valeur de A_2 sachant que $A_1 = 39$

Exercice 39

L'uranium naturel contient essentiellement deux isotopes : l'uranium 235 et l'uranium 238. L'un des procédés historiques pour séparer ces isotopes est fondé sur la différence entre les rayons de courbure des trajectoires des atomes ionisés en mouvement dans un champ magnétique uniforme . D'abord les atomes neutres sont injectés dans une source d'ions où ils perdent chacun un électron . Les ions ainsi formés portent donc chacun la même charge électrique $q = e$. Ils sortent de la source d'ions avec une vitesse négligeable puis ils sont accélérés de O à A par la tension $U_O = V_P - V_{P'}$ appliqués entre les deux plaques P et P'.



Les ions pénètrent alors en A avec une vitesse de direction perpendiculaire à P' dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure

On donne :

$B=0{,}1T, U_O=4000V, e=1{,}6.10^{-19}C, 1u=1{,}66.10^{-27}Kg, M\,(^{235}U)=m_1=235u \; M(^{238}U)=m_2=238u$

Montrer que l'énergie cinétique est la même pour tous les ions arrivant en A quelque soit l'isotope ionisé. En déduire que les vitesses acquises par les deux espèces d'ions sont différentes. Exprimer les valeurs $v_1 \, et \, v_2$ de leurs vitesses en fonction de la charge, de la masse de l'ion correspondant et de la tension accélératrice

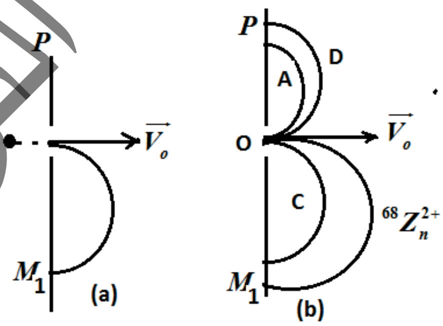
Au-delà de A les ions décrivent des trajectoires circulaires dans le plan de la figure. Préciser sur un schéma le sens de $\vec{E} \, et \, de \, \vec{B}$ pour que les ions parviennent en I et J. Exprimer littéralement $R_1 \, et \, R_2$ en fonction de la charge, la masse de l'ion correspondant, la tension accélératrice et la valeur du champ magnétique. Exprimer littéralement la distance entre les deux traces I et J ,puis calculer numériquement cette distance . On précisera quel est l'ion qui correspond à chacune des traces.

Le courant d'ions issu de la source correspond à une intensité de $10\mu A$. Sachant que l'uranium naturel contient en nombre d'atomes $0{,}7\%$ d'isotopes légers, quelle est en μg la masse de cet isotope recueilli en 24 h.

Exercice 40

Des particules de charge q et de masse m sont émises en un point S avec une vitesse négligeable. Devant S est planée une plaque métallique percée d'un trou O, l'ensemble est placé dans le vide.

On néglige le poids des particules par rapport aux autres forces et les vitesses restent faibles devant la célérité de la lumière.



1- On établit entre S et P une tension $U_1=V_s-V_p$

établir l'expression de la vitesse v_o des particules en fonction de q. m et U_1.

2- Au-delà de P le champ électrostatique est nul et il règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure.

a) Dans quel sens se déplacent alors les particules

b) Le rayon de la trajectoire circulaire d'une particule étant donné par $R=\dfrac{mv_o}{|q|B}$ exprimer ce rayon en fonction de $|q|$,m, B, U_1

c) Les particules étudiées étant les ions des isotopes du zinc $^{68}Zn^{2+}$ de masse m_1 et $^{70}Zn^{2+}$ de masse m_2, on observe le point d'impact des ions $^{68}Zn^{2+}$ au point M_1 tel que : $OM_1=20Cm$

En déduire le sens de $\vec{B}$.

d) M_2 étant le point d'impact sur P des ions $^{70}Zn^{2+}$ calculer OM_2.

3-Pour identifier des ions désignés par A, D et C, portant chacun une charge absolue $e=1{,}6.10^{-19}C$,on les introduit successivement en O avec la même vitesse $\vec{v_o}$ que les ions $^{68}Zn^{2+}$. Les trajectoires obtenues sont représentées sur la figure et leurs rayons ont pour valeurs : $R_A=5{,}59Cm, R_D=10{,}30Cm, R_C=6{,}76Cm$.

a)justifier le signe de la charge portée par chaque ion,

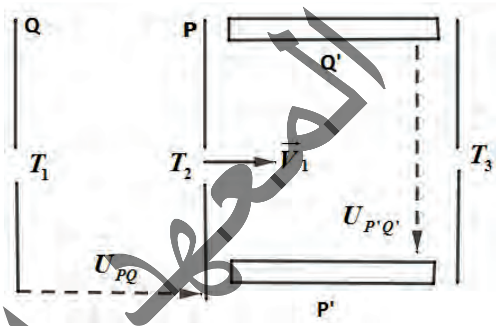
b) Déterminer les masses m_A, m_D, m_C en unité de masse atomique pour chaque ion.

c)dans la liste suivante identifier les ions A, D, et C : ${}^{39}K^+$, ${}^{23}Na^+$, ${}^{35}Cl^-$, ${}^{19}F^-$

Exercice 41

Dans tout l'exercice on suppose que le mouvement des ions a lieu dans le vide et on néglige le poids des ions devant les autres forces

1-On fait arriver avec une vitesse que l'on peut négliger des ions ${}^{35}_{17}Cl^-$ et ${}^{37}_{17}Cl^-$ par un trou T_1 percé dans une plaque Q .Ils sont accélérés par la différence de potentielle U_{PQ} de valeur positive U_o ,entre la plaque P et la plaque Q, qui sont parallèles. Calculer les valeurs v_1 et v_2 des vitesses respectives des ions lorsqu'ils arrivent sur la plaque P en fonction de U_o ,des masses respectives m_1 et m_2 de ces ions et de leur charge q.



On donne : $U_o = 100V, e = 1,6.10^{-19}C$

-Masse de l'ion ${}^{35}_{17}Cl^- = 35.10^{-3}\ Kg.mol^{-1}$

-Masse de l'ion ${}^{37}_{17}Cl^- = 37.10^{-3}\ Kg.mol^{-1}$

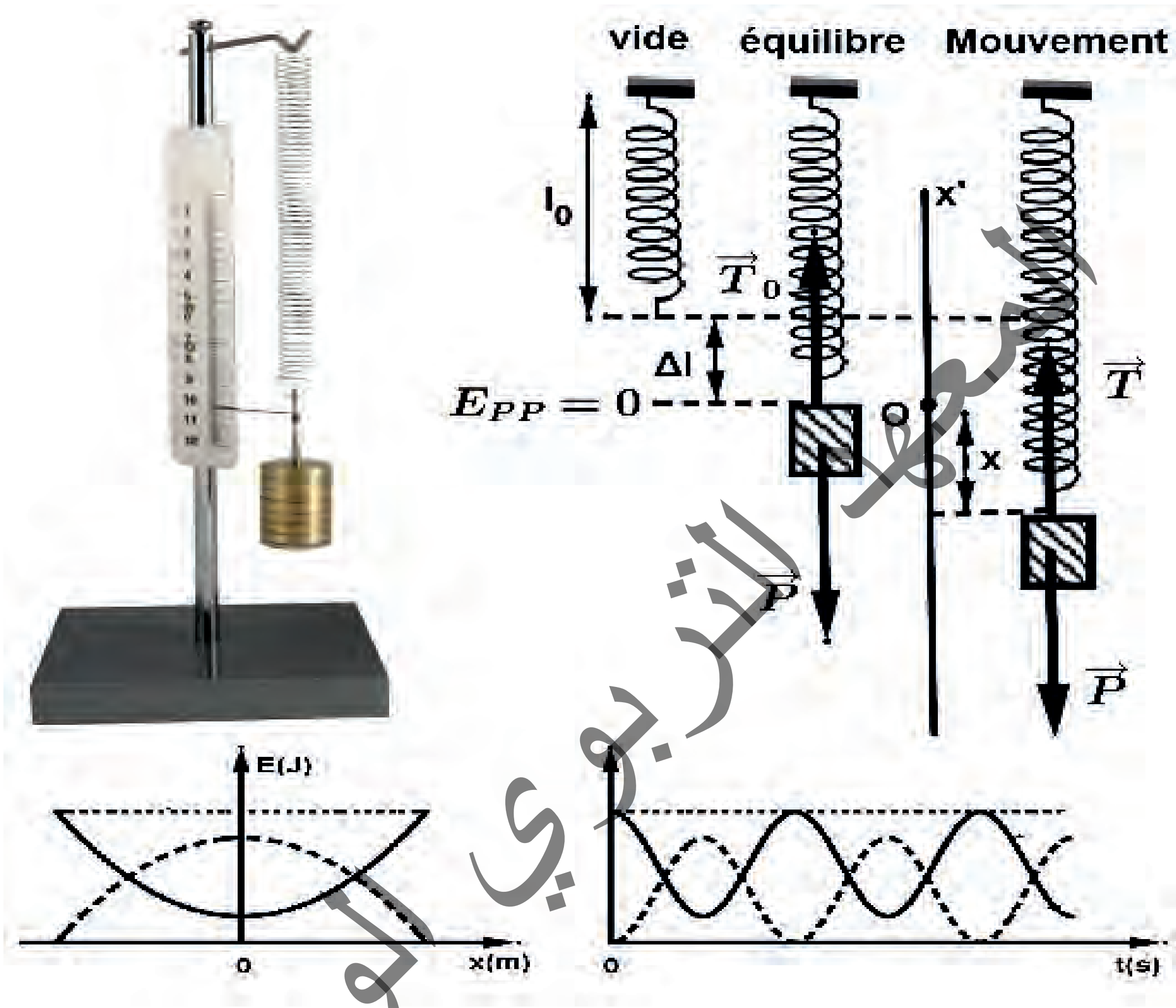
-Nombre d'Avogadro $N = 6,02.10^{23} mol^{-1}$

2- En sortant de la plaque P par le trou T_2 avec les vitesses précédentes ,les ions sont soumis à un champ électrique $\vec{E}$ perpendiculaire à $v_1\, et\, v_2$. Ce champ $\vec{E}$ est crée par une tension $U_{P'Q'}$ entre deux plaques parallèles P' et Q 'distantes de d . Cette tension est positive et a pour valeur U_1 . Dans la même région de l'espace on applique un champ magnétique uniforme dont le vecteur $\vec{B}$ est perpendiculaire aux vitesses initiales $\vec{v_1}\, et\, \vec{v_2}$ et à $\vec{E}$ de manière à que les ions ${}^{35}Cl^-$ aient une trajectoire rectiligne et sortent par le trou T_3. Représenter sur un schéma les vecteurs $\vec{v_1}, \vec{E}\, et\, \vec{B}$ et sur un autre schéma les vecteurs $\vec{v_1}$ et $\vec{F_e}$ (force électrostatique)et $\vec{F_m}$ (force magnétique)agissant sur un ion ${}^{35}Cl^-$ .Donner la valeur de B en fonction de $v_1, U_1\, et\, d$ puis en fonction de $U_0, U_1, q, m_1\, et\, d$ AN : $U_1 = 200V, d = 5cm$

3-On donne à $U_{P'Q'}$ une valeur U_2 de manière à faire sortir maintenant les ions ${}^{37}Cl^-$ par le trou T_3. Donner l'expression de U_2 en fonction de $B, q, U_o, d\, et\, m_2$ puis en fonction de $U_1, m_1\, et\, m_2$. Calculer la valeur numérique de U_2 et déduire de la variation que l'on fait subir à $U_{P'Q'}$ le sens dans lequel étaient déviés les ions ${}^{37}Cl^-$ dans la question (2) :vers P 'ou vers Q 'et dans quel sens sont maintenant déviés les ions ${}^{35}Cl^-$.

4-On peut obtenir le même résultat (sortie des ions ${}^{37}Cl^-$ par le trou T_3) en donnant à U_{PQ} la nouvelle valeur U'_O mais en maintenant la tension U_1 de $U_{P'Q'}$. Donner l'expression de U'_O en fonction de $m_2, q, B, U_1\, et\, d$ puis en fonction de $U_O, m_1\, et\, m_2$. Calculer la valeur numérique de U'_O.

CHAPITRE III : pendule élastique (oscillateur harmonique libre)



OBJECTIFS

- **Etablir l'équation différentielle régissant les oscillations d'un pendule élastique**
- **Etudier les différentes formes de le l'énergie d'un oscillateur**
- **Représenter les diagrammes des variations des énergies d'un oscillateur**

I- Etude cinématique du mouvement rectiligne sinusoïdal

1- Définition et équation horaire

Le mouvement d'un mobile **M** est rectiligne sinusoïdal, si sa trajectoire est un segment de droite et son abscisse est une fonction sinusoïdale du temps de la forme :

$x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$ ou $x = X_m \sin(\omega t + \varphi)$ avec

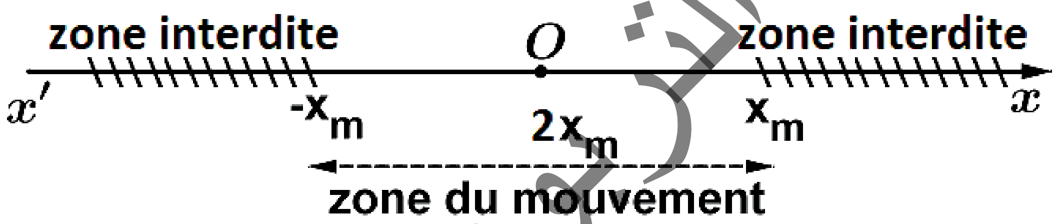
- **x :** abscisse à un instant **t** quelconque.
- X_m : abscisse maximale ou amplitude du mouvement ;(x_m est toujours positive)

x et x_m sont exprimées en mètre **(m).**

- ω est appelée pulsation du mouvement. Elle s'exprime en **(rad / s)**.
- $\omega t + \varphi$ est appelée phase du mouvement. Elle s'exprime en radian **(rad).**
- φ est la phase initiale ou phase à l'origine des temps, Elle s'exprime en **(rad)** et dépend des conditions initiales .

Comme $-1 \le \cos(\omega t + \varphi) \le 1$ alors $-X_m \le X_m \cos(\omega t + \varphi) \le X_m \Rightarrow -X_m \le x \le X_m$.

Le mobile donc décrit un segment de droite, limité par les abscisses **$-X_m$** et **$+X_m$** , de milieu **O** ,origine du repère du mouvement et de longueur **$2X_m$**



2- Vitesse du mobile

Le mouvement étant rectiligne ; on peut écrire : $v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left[X_m \cos(\omega t + \varphi)\right]$.

Donc $v = -\omega X_m . \sin(\omega t + \varphi)$

3- Accélération du mobile

$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left[-\omega X_m \sin(\omega t + \varphi)\right] \Rightarrow a = -\omega^2 X_m . \cos(\omega t + \varphi)$. Donc $a = -\omega^2 x$

4- Equation différentielle du mouvement

$a = -\omega^2 x \Leftrightarrow a + \omega^2 x = 0.$ Sachant $a = \frac{d^2x}{dt^2}$, il vient, $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$. Donc $x'' + \omega^2 x = 0$

Cette relation qui lie x et sa dérivée seconde **x″** est une équation différentielle qui caractérise le mouvement sinusoïdal. Cette équation a pour solution générale

$x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$

5- Oscillation, période et fréquence du mouvement

Le **M. R. S,** se répète identique à lui-même, donc, c'est un mouvement périodique.

- **L'oscillation** : C'est le mouvement séparant deux passages successifs dans le même sens par la même position
- **La période T** : C'est la durée d'une oscillation complète. Et on a : $T=\frac{2\pi}{\omega}$.

La période **T** s'exprimée en seconde **(s)**

- **La fréquence N** : C'est le nombre d'oscillations faites par seconde. $N=\frac{1}{T}$.

La fréquence **N** s'exprimée en Hertz **(Hz)**

6- Relation indépendante du temps

Soit un mobile, animé d'un **M, R, S,** alors

$$\begin{cases} x=X_m\cos(\omega t+\varphi) \\ v=-\omega X_m.\sin(\omega t+\varphi) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2=X_m^2\cos^2(\omega t+\varphi) \\ v^2=\omega^2X_m^2.\sin^2(\omega t+\varphi) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega^2x^2=\omega^2X_m^2\cos^2(\omega t+\varphi)....(1) \\ v^2=\omega^2X_m^2.\sin^2(\omega t+\varphi)........(2) \end{cases}$$

En additionnant **(1) à (2)**, terme par terme, on trouve :

$v^2+\omega^2x^2=\omega^2X_m^2 \Leftrightarrow v^2=\omega^2\left(X_m^2-x^2\right)$ Cette relation est appelée relation indépendante du temps **(R.I.T)**

En utilisant cette relation, on peut montrer que :

Si **x** est maximale c'est-à-dire $\mathbf{x = x_m}$ ou minimale $\mathbf{x = -x_m}$ alors, **V = 0**.

En effet si $\mathbf{x = x_m}$ ou $\mathbf{x = -x_m}$ alors $\mathbf{x^2 = x_m^2}$ alors $V^2=\omega^2\underbrace{(x_m^2-x^2)}_{=0}=0$

La relation indépendante de temps montre également que si **x = 0** (position origine) alors $\mathbf{v = \pm V_m}$

$V=+\omega X_m$: vitesse maximale dans le sens positif.

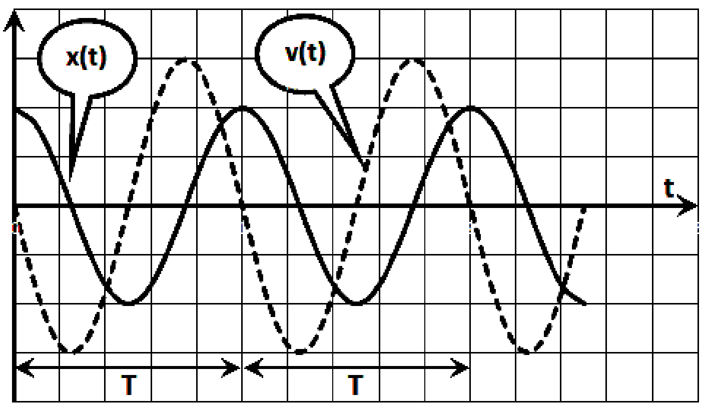
$V=+\omega X_m$: vitesse maximale dans le sens négatif.

7- Diagrammes

Les courbes représentant les variations de **x(t)** et de **v(t)** sont des sinusoïdes de la forme de la figure ci-contre

Exemple : $\mathbf{x = x_m \cos \omega t}$ **(** φ **=0)**

t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{3T}{4}$	T
x	x_m	0	$-x_m$	0	x_m
v	0	$-\omega X_m$	0	ωX_m	0



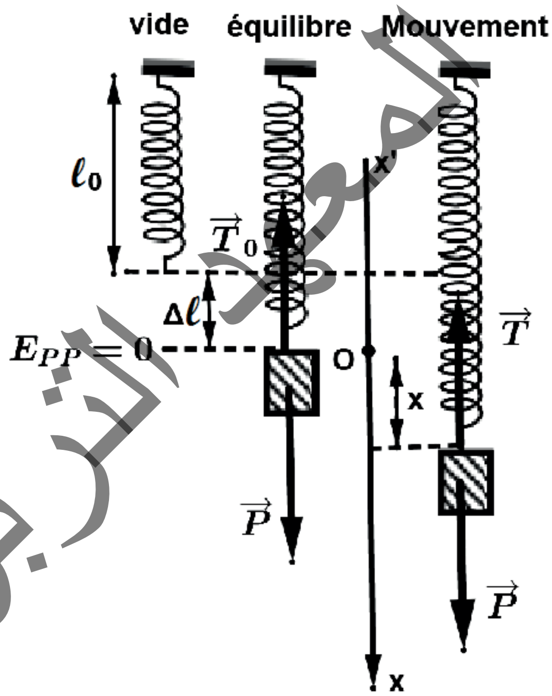
II - Oscillateur mécanique (pendule élastique)

1- Description

Le pendule élastique est constitué d'un solide **(S)**, de masse **m** attaché à l'extrémité libre d'un ressort de masse négligeable, à spires non jointives, de longueur à vide ℓ_0 et de constante de raideur **k**.
On étudiera deux cas : pendule élastique horizontal et pendule élastique vertical.

2- Pendule élastique vertical

On suspend le pendule verticalement et on considère que l'action de l'air est négligeable



2-1- Etude dynamique

Le repère d'étude est l'axe vertical **(x'x)** dont l'origine se confond avec la position d'équilibre.
A l'équilibre l'allongement du ressort est $\Delta\ell$:

➢ ***Etude de l'équilibre :***

- Les forces qui agissent sur le solide sont :

$\vec{P}$: son poids

$\vec{T}_0$: la tension du ressort à l'équilibre.

- La condition d'équilibre donne :
  $\sum \vec{F}_{ex} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0}$.

La projection sur l'axe **x'x** donne
$P - T_0 = 0 \Rightarrow mg - k\Delta\ell = 0$; *condition d'équilibre*

➢ ***Etude du mouvement :***

On tire le solide à partir de sa position d'équilibre d'une distance X_m et on le lâche à l'instant **t = 0** sans vitesse initiale.
A un instant **t** quelconque l'allongement du ressort est $x + \Delta\ell$.
L'application de la **R.F.D** donne : $\sum \vec{F}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$.
La projection sur l'axe x'x donne : $P - T = ma \Rightarrow mg - K(\Delta\ell + x) = ma \Rightarrow \underbrace{mg - k\Delta\ell}_{nul\ de\ la\ C.E} - kx = ma$.

Donc $-kx = ma \Rightarrow a + \frac{k}{m}x = 0$; or $a = \frac{d^2x}{dx^2} = x''$, il vient $x'' + \frac{k}{m}x = 0$
La dernière équation est une équation différentielle caractérisant le mouvement sinusoïdal de solution de la forme : $x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$ tel que $\omega^2 = \frac{k}{m}$.

La vitesse du mobile est alors : $v = \frac{dx}{dt} = -\omega X_m \sin(\omega t + \varphi)$

2-2- Etude énergétique du système (solide + ressort + terre)

- ***Energie cinétique*** :

* $E_c=\frac{1}{2}mv^2$.

* D'après la **R.I.T** ; $v=\omega^2\left(X_m^2-x^2\right)$. Tenant compte que $\omega^2=\frac{k}{m}$, il vient : $E_c=\frac{1}{2}kX_m^2-\frac{1}{2}kx^2$.

* En remplaçant **v** par son expression, on trouve : $E_c=\frac{1}{2}m\omega^2X_m^2\sin^2\left(\omega t+\varphi\right)$.

Sachant que $\omega^2=\frac{k}{m}$, il vient : $E_c=\frac{1}{4}kX_m^2\left[1-\cos\left(2\omega t+2\varphi\right)\right]$

$$\sin^2(\alpha)=\frac{1-\cos(2\alpha)}{2}$$

- ***Energie potentielle*** : **$E_p = E_{Pp} + E_{Pe}$**

* $E_P=-mgx+\frac{1}{2}k\left(\Delta\ell+x\right)^2$. Tenant compte de la C.E, il vient $E_P=\frac{1}{2}k\Delta\ell^2+\frac{1}{2}kx^2$

* En remplaçant **x** par son expression, on trouve : $E_P=\frac{1}{2}k\Delta\ell^2+\frac{1}{2}X_m^2\cos^2\left(\omega t+\varphi\right)$.

Il vient : $E_P=\frac{1}{2}k\Delta\ell^2+\frac{1}{4}kX_m^2\left[1+\cos\left(2\omega t+2\varphi\right)\right]$

$$\cos^2(\alpha)=\frac{1+\cos(2\alpha)}{2}$$

- ***Energie mécanique*** **:**

$E_m=E_C+E_P$ donc $E_m=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2+\frac{1}{2}k\Delta\ell^2$. Ce qui implique $E_m=\frac{1}{2}k\Delta\ell^2+\frac{1}{2}kX_m^2$

L'énergie mécanique **E_m** de l'oscillateur est constante : le système est conservatif

$$E_m=\text{cte}\Leftrightarrow\begin{cases}E_c \text{ augmente } \Rightarrow E_{Pe} \text{ diminue}\\ E_c \text{ diminue } \Rightarrow E_{Pe} \text{ augmente}\end{cases}$$

- **Si** $x=\pm x_m\begin{cases}E_c=0\\ E_{Pemax}=\frac{1}{2}Kx_m^2\end{cases}$

- **Si** $x=0\begin{cases}E_{cmax}=\frac{1}{2}mV_{max}^2\\ E_{Pe}=0\end{cases}$

La valeur de l'énergie mécanique peut s'exprimer sous les formes :

$E_m=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2+\frac{1}{2}k\Delta\ell^2$. Donc ; $E_m=\frac{1}{2}kx_{max}^2+\frac{1}{2}k\Delta\ell^2=\frac{1}{2}mV_{max}^2+\frac{1}{2}k\Delta\ell^2$

Autre méthode pour déterminer la nature du mouvement

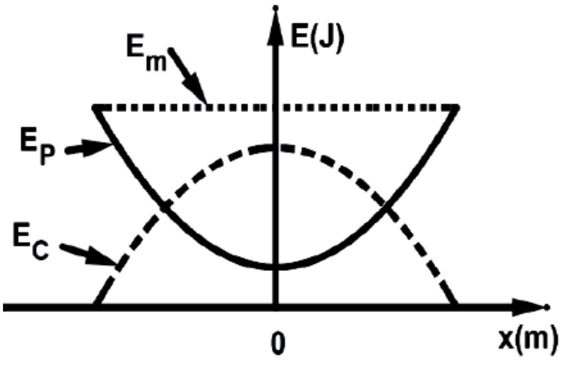
La nature du mouvement peut être déterminée par la méthode énergétique

$E_m=\frac{1}{2}mV^2+\frac{1}{2}Kx^2+\frac{1}{2}k\Delta\ell^2$. En dérivant par rapport au temps on trouve :

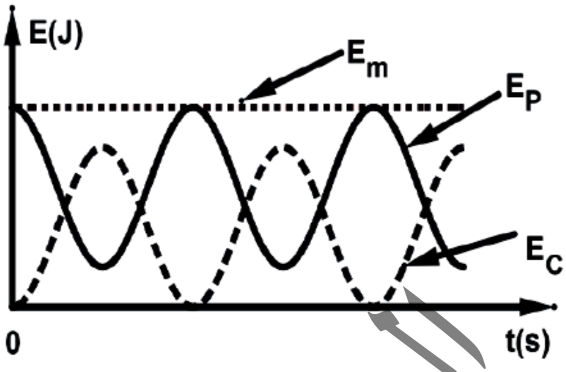
$\frac{dE_m}{dt}=mV\frac{dV}{dt}+Kx\frac{dx}{dt}$. Alors ; $mVa+KxV=0\Leftrightarrow V(ma+Kx)=0$.

Ce qui donne : $a+\frac{K}{m}x=0$. **Alors, m.r.s**

2-3- Diagrammes des énergies



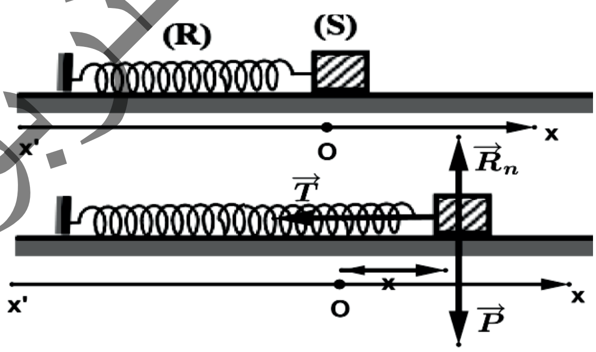
Diagrammes des énergies en fonction de x



Diagrammes des énergies en fonction de t

3- Pendule élastique horizontal

3-1- Etude dynamique



On pose le pendule sur un banc horizontal, on tire le solide d'une distance $\mathbf{x_m}$ et on le lâche sans vitesse initiale.
A un instant **t** l'allongement du ressort est **x** .
On néglige toute sorte de frottements.
Les forces qui agissent sur le solide sont :

$\vec{P}$: son poids

$\vec{T}$: la tension du ressort

$\vec{R}_n$: réaction normale du banc sur le solide.

Le repère d'étude est l'axe **x'x** dont l'origine se confond avec la position d'équilibre.

L'application de la **R.F.D** donne : $\sum \vec{F}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{R}_n = m\vec{a}$.

La projection sur l'axe **x'x** donne : $-T = ma \Rightarrow -kx = ma \Rightarrow a + \frac{k}{m}x = 0$ or $a = \frac{d^2x}{dx^2} = x''$

il vient $x'' + \frac{k}{m}x = 0$. C'est une équation différentielle caractérisant le mouvement sinusoïdal de solution de la forme : $x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$ tel que $\omega^2 = \frac{k}{m}$.

La vitesse du mobile est alors, $v = \frac{dx}{dt} = -\omega X_m \sin(\omega t + \varphi)$.

3-2- Etude énergétique du système (solide +ressort)

- ***Energie cinétique*** **:**

* $E_c = \frac{1}{2}mv^2$.

* D'après la **R.I.T** ; $v^2 = \omega^2\left(X_m^2 - x^2\right)$, tenant compte que $\omega^2 = \dfrac{k}{m}$ il vient $E_c = \frac{1}{2}kX_m^2 - \frac{1}{2}kx^2$.

* En remplaçant **v** par son expression, on trouve : $E_c = \frac{1}{2}m\omega^2 X_m^2 \sin^2\left(\omega t + \varphi\right)$.

Sachant que $\omega^2 = \dfrac{k}{m}$. Il vient $E_c = \frac{1}{4}kX_m^2\left[1 - \cos\left(2\omega t + 2\varphi\right)\right]$

- ***Energie potentielle*** **:** $E_p = E_{Pe}$ **:**

* $E_p = \frac{1}{2}kx^2$

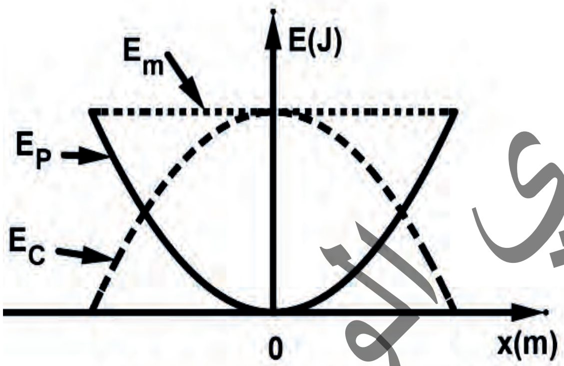
* En remplaçant **x** par son expression en fonction de **t** on trouve : $E_p = \frac{1}{2}kX_m^2 \cos^2\left(\omega t + \varphi\right)$.

Il vient $E_p = \frac{1}{4}kX_m^2\left[1 + \cos\left(2\omega t + 2\varphi\right)\right]$

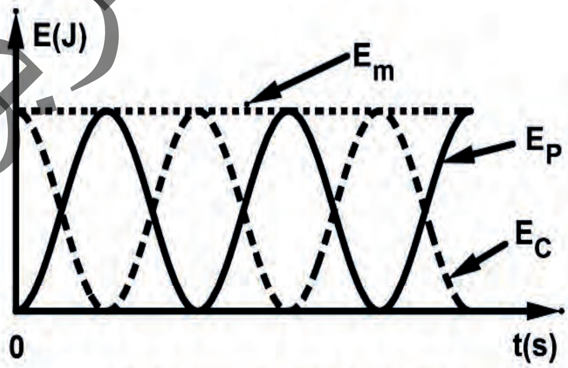
- ***Energie mécanique*** **:**

$E_m = E_c + E_p$. Donc ; $E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$. Ce qui implique $E_m = \frac{1}{2}kX_m^2$

3-3- Diagrammes des énergies :



Diagrammes des énergies
en fonction de x

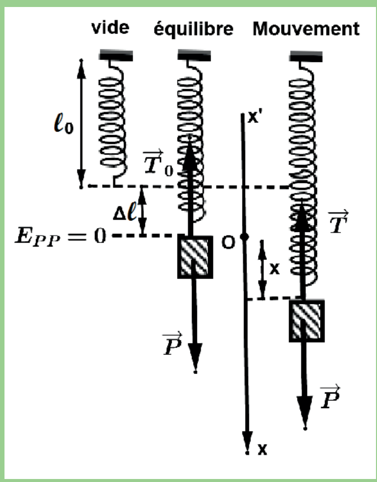


Diagrammes des énergies
en fonction de t

Essentiel

- Le mouvement d'un mobile M est rectiligne sinusoïdal, si sa trajectoire est un segment de droite et son abscisse est une fonction sinusoïdale du temps de la forme : $x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$ ou $x = X_m \sin(\omega t + \varphi)$
- La vitesse est : $v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left[X_m \cos(\omega t + \varphi)\right]$. Donc $v = -\omega X_m . \sin(\omega t + \varphi)$
- L'accélération est : $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left[-\omega X_m \sin(\omega t + \varphi)\right] \Rightarrow a = -\omega^2 X_m . \cos(\omega t + \varphi)$.

  Donc $a = -\omega^2 x$
- $a = -\omega^2 x \Leftrightarrow a + \omega^2 x = 0$. Donc $x'' + \omega^2 x = 0$. Equation différentielle qui caractérise le mouvement sinusoïdal.
- La période T : C'est la durée d'une oscillation complète. Et on a : $T = \frac{2\pi}{\omega}$.
- La fréquence N : C'est le nombre d'oscillations faites par seconde. $N = \frac{1}{T}$.
- Relation indépendante du temps (R.I.T) : $v^2 = \omega^2 \left(X_m^2 - x^2\right)$
- Pendule élastique vertical :



- ➢ La condition d'équilibre donne : $\sum \vec{F}_{ex} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0}$.
- ➢ La projection sur l'axe x'x donne $P - T_0 = 0 \Rightarrow$

$mg - k\Delta\ell = 0$; *condition d'équilibre*

- ➢ Etat du du mouvement : la R.F.D donne :

$\sum \vec{F}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$, la projection sur l'axe x'x donne :

$P - T = ma$. Ce qui donne : $x'' + \frac{k}{m} x = 0$ m. r s

- *Energie cinétique est donnée par les expressions* :

$E_C = \frac{1}{2} m v^2$. $E_C = \frac{1}{2} k X_m^2 - \frac{1}{2} k x^2$.

$E_c = \frac{1}{4} k X_m^2 \left[1 - \cos(2\omega t + 2\varphi)\right]$

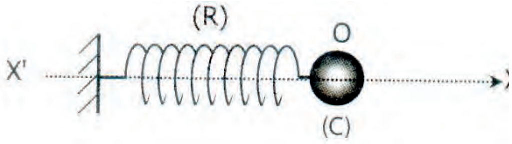
- *Energie potentielle* : $E_p = E_{Pp} + E_{Pe}$

$E_P = -mgx + \frac{1}{2} k (\Delta\ell + x)^2$. $E_P = \frac{1}{2} k \Delta\ell^2 + \frac{1}{2} k x^2$ $E_P = \frac{1}{2} k \Delta\ell^2 + \frac{1}{4} k X_m^2 \left[1 + \cos(2\omega t + 2\varphi)\right]$

- *Energie mécanique* : $E_m = E_C + E_P$ donc $E_m = \frac{1}{2} k \Delta\ell^2 + \frac{1}{2} k X_m^2$

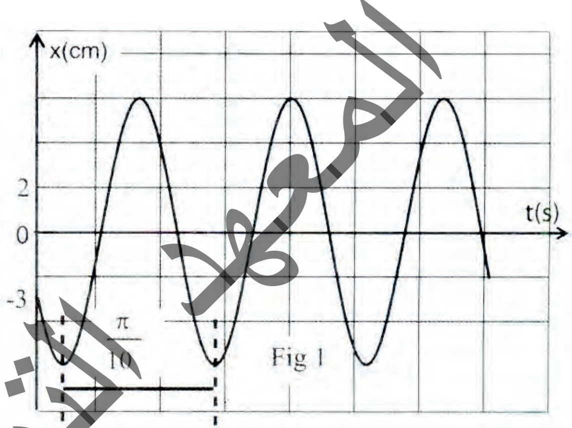
Exercice résolu

Un pendule élastique est constitué d'un ressort (R) de raideur K, dont l'une des extrémités est fixée à un support fixe. A l'autre extrémité est attaché un solide (C) supposé ponctuel de masse m.



Le solide (C) peut glisser sans frottement sur un plan horizontal ; sa position est repérée sur un axe X'OX confondu avec l'axe du ressort.

A l'équilibre (C) se trouve au point O : origine des espaces ,on écarte le solide (C) vers un point d'abscisse x_0 et on lui communique une vitesse V_0 à l'origine des temps **(t=0).**



Le corps (C) effectue donc des oscillations. Un enregistrement a permis de tracer la courbe représentant la variation de l'élongation x du temps.

I- 1) a- En appliquant la R.F.D, Etablir l'équation différentielle du mouvement.

b- Vérifier que la solution de cette équation est une fonction sinusoïdale et déterminer sa pulsation propre.

2) a- En exploitant la courbe de la figure (1) ; déterminer :

- la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur.
- L'abscisse initiale x_0.
- L'amplitude x_m
- La phase initiale φ

b- En déduire l'équation horaire du mouvement

c-Déterminer la valeur de la vitesse V_0

II-Un dispositif approprié a permis de tracer la courbe de la variation de l'énergie potentielle élastique du solide C au cours du temps (fig 2)

1)a-Déterminer l'expression de l'énergie potentielle élastique E_{pe} en fonction du temps et vérifier qu'elle s'écrit sous la forme d'une somme d'un terme constant et d'une fonction sinusoïdale.

b- En déduire la valeur de la période T_{Epe} de l'énergie potentielle élastique

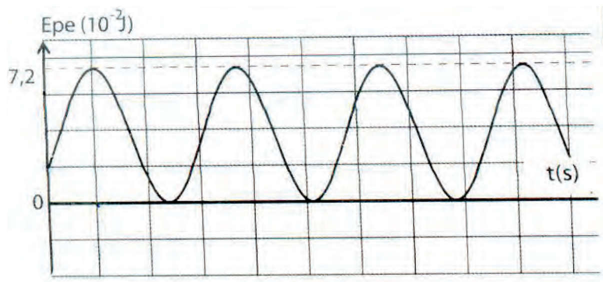


Fig 2

2-Montrer que le système (C, ressort, terre)est conservatif

3-En exploitant la courbe de la (fig 2) déterminer la masse m et déduire la raideur K du ressort.

4-Représenter sur la (fig 2) la courbe de la variation de l'énergie cinétique en fonction du temps ;en indiquant les valeurs initiales de E_c et E_{pe}

Solution

$I-1)\vec{P}+\vec{T}+\vec{R}=m\vec{a}(1)$ $\quad (1)\big/_{x'x}:-T=ma\Rightarrow -Kx=ma \; donc\, a+\frac{Kx}{m}=0(mrs)$

$b)x=x_m\cos(\omega t+\varphi)\,et\,a=-\frac{K}{m}x_m\cos(\omega t+\varphi)\; donc\, x=x_m\cos(\omega t+\varphi) est\, solution\, de\, l'équation$

$différentielle\, avec\, \omega_o=\sqrt{\frac{K}{m}}$

$2-a)\omega_o=\frac{2\pi}{T_o}=20rd/s; x_o=-3.10^{-2}m\; et\; xm=6.10^{-2}m$

$\cos\varphi=\frac{x_o}{x_m}=-0,5\Rightarrow\varphi=-\frac{2\pi}{3}rd\; comme\, \vec{v}_o\prec o\; alors\, \varphi=\frac{2\pi}{3}rd$

$b)x=6.10^{-2}\cos(20t+\frac{2\pi}{3}); v_o=-x_m\omega_o\sin\varphi=-1,04m/s$

$II)E_{pe}=\frac{1}{2}Kx^2=\frac{1}{2}Kx_m^{\;2}\cos 2(\omega_o t+\varphi)\, or\, \cos 2(\omega_o t+\varphi)=\frac{1+\cos[2(\omega_o t+\varphi)]}{2}$

$Epe=\frac{1}{4}Kx_m^{\;2}+\frac{1}{4}Kx_m^{\;2}\cos[2(\omega_o t+\varphi)]$

$\omega_{Epe}=2\omega_o\; et T_{Epe}=\frac{T_o}{2}=\frac{\pi}{20}s$

$2)\Delta E_m=0\;\; E_m=cste$:le système est conservatif

$3)T_o^{\;2}=\frac{4\pi^2 m}{K}\, et\, K=\frac{2Ep_{em}}{x_m^{\;2}}\Rightarrow m=\frac{2T_o 2Ep_{em}}{4\pi^2 x_m^{\;2}}=0,1Kg$

$(\frac{2\pi}{T_o})^2=\frac{K}{m}\Rightarrow K=\frac{4m\pi^2}{T_o^{\;2}}=40N/m$

$4)Ep_{eo}=\frac{1}{2}Kx_o^{\;2}=1,8.10^{-2}J$

$Eco=\frac{1}{2}mv_o^{\;2}=5,4.10^{-2}J$

Exercices

Exercice 1

On donne l'équation horaire d'un mobile M par rapport au repère $(o,\vec{i}\,,\vec{j}\,)$

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = A\cos\omega t \\ y = ASin\omega t \end{cases}$$ avec $A = 10Cm \;\; et \;\; \omega = 10rd/s$

1-Montrer que la valeur de la vitesse du mobile est constante et la calculer
2-Montrer que la valeur de son accélération est constante et la calculer
3- Quelle est la trajectoire du mobile ?que représente A ?
4-Quels sont la direction et le sens du vecteur accélération ?

Exercice 2

Un mobile M est animé dans le plan d'un mouvement circulaire. Ses coordonnées sont :

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = 2\cos\omega t \\ y = 2Sin\omega t \end{cases}$$

1-Déterminer l'équation de la trajectoire et en déduire que le mouvement du mobile est circulaire uniforme.
2-Déterminer les coordonnées du vecteur accélération.
3-Quelle est l'expression de l'abscisse curviligne s. L'origine des abscisses curvilignes sera prise au point A(2,0)

Exercice 3

Les équations horaires des coordonnées du point mobile M sont données par :

$$\begin{cases} \mathbf{x = A\cos wt} \\ \mathbf{y = A\sin wt} \end{cases}$$

1-Donner les expressions de $\vec{\mathbf{V}}$ et de $\vec{\mathbf{a}}$ .Montrer que $\vec{\mathbf{a}}$ est colinéaire à $\overrightarrow{\mathbf{OM}}$.
2-Quelle est l'équation de la trajectoire de M dans le repère cartésien ?
3-Donner également l'équation horaire de l'abscisse curviligne du point M en prenant comme origine M0 , positon du mobile à, l'instant t =0 .

Exercice 4

Une particule a un mouvement rectiligne sinusoïdal tel que son accélération à la fin de sa trajectoire ait une norme de $800ms^{-2}$ et que sa vitesse au passage par la position d'équilibre soit $4ms^{-1}$ en valeur absolue.

1-Trouver pour ce mouvement la fréquence N et l'amplitude X_m

2-Ecrire l'équation horaire du mouvement sachant qu'a t=0 le mobile passe par l'abscisse $\frac{-X_m}{2}$ en allant dans le sens négatif.

Exercice 5

Un mobile M se déplace sur un axe x'ox d'origine O. La loi horaire de son mouvement est :

$$x = 210^{-2}\cos(40\pi t + \frac{\pi}{6})$$

1-De quel mouvement s'agit-il ?
2-Préciser l'amplitude ,la pulsation, la période, la fréquence et la phase initiale φ du mouvement.
3-Quelle est la longueur du segment décrit par M

4-Quelle est la vitesse du point M à la date t ? En déduire :
a-La vitesse maximale de M
b-La vitesse de M à la date t=1s
5-Déterminer la date du 1er passage du mobile M à la position $x = 10^{-2} m$
6-Déterminer la phase à l'instant t=2s du mouvement de M
7-Quelle est son accélération lorsqu'il passe par le point d'abscisse $x = 10^{-2} m$

Exercice 6

Une particule a un mouvement rectiligne sinusoïdal tel que son accélération à la fin de sa trajectoire ait une norme de $800 ms^{-2}$ et que sa vitesse au passage par la position d'équilibre soit $4 ms^{-1}$ en valeur absolue.
1-Trouver pour ce mouvement la fréquence N et l'amplitude X_m
2-Ecrire l'équation horaire du mouvement sachant qu'a t=0 le mobile passe par l'abscisse $\frac{-X_m}{2}$ en allant dans le sens négatif.

Exercice 7

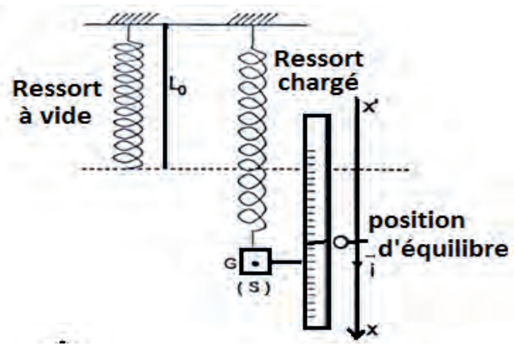
Un mobile M se déplace sur un axe x'ox d'origine O. La loi horaire de son mouvement est :

$$x = 210^{-2} \cos(40\pi t + \frac{\pi}{6})$$

1-De quel mouvement s'agit-il ?
2-Préciser l'amplitude ,la pulsation, la période, la fréquence et la phase initiale φ du mouvement.
3-Quelle est la longueur du segment décrit par M
4-Quelle est la vitesse du point M à la date t ? En déduire :
a-La vitesse maximale de M
b-La vitesse de M à la date t=1s
5-Déterminer la date du 1er passage du mobile M à la position $x = 10^{-2} m$
6-Déterminer la phase à l'instant t=2s du mouvement de M
7-Quelle est son accélération lorsqu'il passe par le point d'abscisse $x = 10^{-2} m$

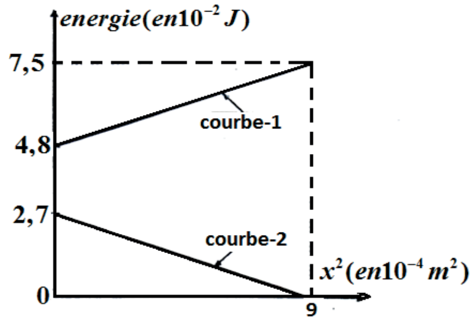
Exercice 8

Les frottements sont négligeables et on prendra g=10m/s2 .
On considère le dispositif représenté sur la figure ci-contre:



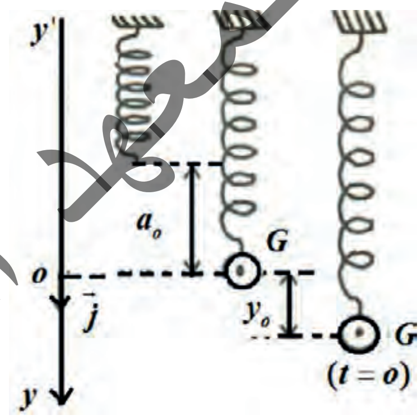
Le solide S de masse m est écarté verticalement vers le bas de sa position d'équilibre d'une distance xm. On prendra le plan horizontal passant par O comme plan de référence de l'énergie potentielle de pesanteur du système (R,S,terre).
1 - Etablir l'expression de l'allongement Δlo du ressort à l'équilibre en fonction de m, g et K
2 - Exprimer l'énergie potentielle du système à une date t quelconque .
3- a-Montrer que l'énergie mécanique du système se conserve .Donner son expression en fonction de K , Δlo et xm.

b-Déduire l’expression de Ec en fonction de K ,x et xm.
4 - L’une de deux courbes ci-dessous représente Ep =f(x2) alors que l’autre représente Ec=g(x2).
a - Identifier chacune de deux courbes, justifier la réponse.
b - Déterminer à partir des courbes, les valeurs de :
- La raideur K
- L’allongement Δlo et en déduire la valeur de la masse m.
- La distance xm.

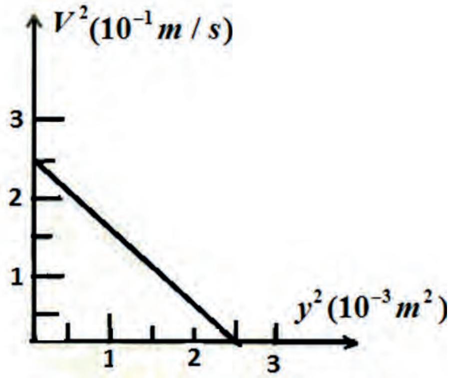


Exercice 9

Un solide S de masse m est attaché à l’une des extrémités d’un ressort vertical parfaitement élastique de constante de raideur K et de masse négligeable. L’extrémité supérieure du ressort est fixe. A l’équilibre l’allongement du ressort est a_o.On écarte le solide S de sa position d’équilibre vers le bas de y_0 à un instant qu’on prend comme origine des dates. On néglige les frottements et on étudie le mouvement du solide S relativement à un repère $(o, \vec{j})$ d’origine O, la position du centre d’inertie deS à l’équilibre et d’axe oy vertical dirigé vers le bas (fig 1)



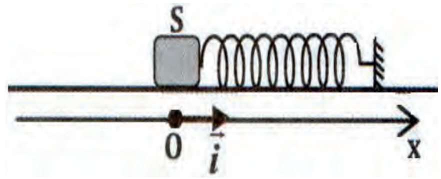
l°/a) A une date t quelconque, le centre d’inertie G de (S) a une élongation y et sa vitesse instantanée est V .
établir l’expression de l’énergie mécanique E du système {solide , ressort, terre } en fonction de y, V, ao, K et m .
On prendra comme référence de l’énergie potentielle de pesanteur celle correspondant à la position du solide dans un plan horizontal passant par O, position du centre d’inertie du solide (S) à l’équilibre.
On considère nulle l’énergie potentielle élastique du ressort non chargé .
Montrer que cette énergie mécanique E est constante.
Exprimer sa valeur en fonction de K, y_0 et a_o .
En déduire que le mouvement de (S) est rectiligne sinusoïdal
2°/ A l’aide d’un dispositif approprie, on mesure la vitesse instantanée V du solide S pour différentes élongations y du centre d’inertie G de S. Les résultats des mesures ont permis de tracer la courbe $V^2 = f(y^2)$: (fig 2)



a/ Justifier théoriquement l’allure de la courbe en établissant l’expression de V^2
En déduire les valeurs de :
la pulsation ω_o et l’amplitude y0 du mouvement de (S).

l'allongement a_o du ressort à l'équilibre.

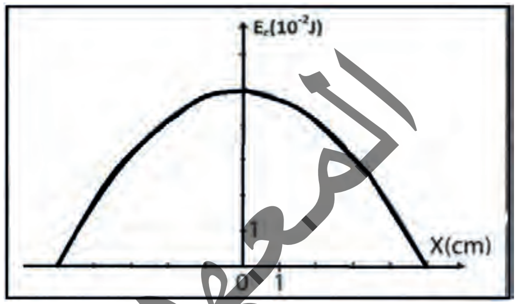
On prendra $g = 10ms^{-2}$



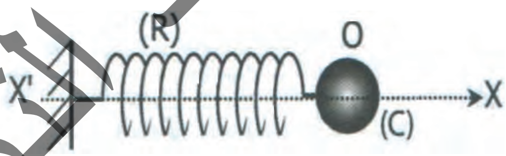
c)Etablir l'équation horaire du mouvement de (S).
d)Sachant que l'énergie mécanique E du système est égale à
0,625 Joule, calculer les valeurs de la constante de raideur K du ressort et le masse m du solide(S).

Exercice 10

Un solide S de masse m est fixé à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives de masse négligeable et de raideur K. L'ensemble est placé sur un plan horizontal parfaitement lisse(fig. ci-dessous)
A partir de sa position d'équilibre, on communique au solide (S) une vitesse initiale V_o dans le sens positif des élongations.



1) Montrer que l'énergie mécanique du système {solide, ressort} est constante.
2)La courbe ci-contre donne la variation de l'énergie cinétique du système en fonction de l'élongation x de (S).

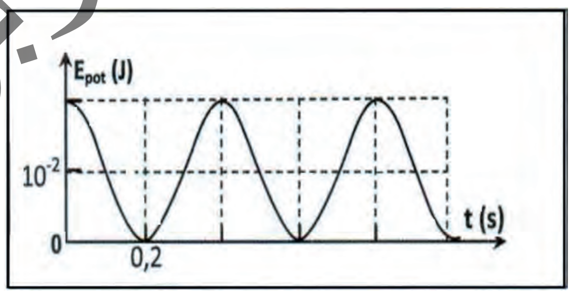


a-Justifie l'allure de la courbe en établissant l'expression de l'énergie cinétique Ec en fonction de X, K et E_{co} ; énergie cinétique initiale du solide

b- Déterminer en utilisant la courbe les valeurs de E_{co} , X_m et K.

c- En déduire la valeur de la masse m sachant que la période propre est de valeur $T_o = 0,4s$.

3) Etablir l'équation horaire du mouvement.



Exercice 11

Soit un pendule horizontal constitué d'un ressort (R) de raideur k et de masse négligeable, enfilé à travers une tige , à l'extrémité duquel est soudé un solide (S) de masse **m** ponctuel pouvant coulisser **sans frottement** à travers la tige.
On comprime le ressort de **5 cm** puis on l'abandonne à lui-même **sans vitesse à t = 0 .**
a- Donner l'expression de l'énergie mécanique du pendule élastique en fonction de **k, m,** x (élongation de (s) à l'instant **t)** et v (la vitesse de (s) à l'instant **t).**
b- Sachant que le système {(S), (R)} est conservatif ,déduire l'équation différentielle régissant les oscillations de (s),
c- Préciser la nature du mouvement du solide (S) et exprimer sa pulsation en fonction de **k et m.**
Le graphe suivant représente les variations de l'énergie potentielle élastique du pendule au cours du temps.

a- Etablir l'expression de l'énergie potentielle élastique en fonction de **k,** X_m **, et t.**

Déduire l'expression de l'énergie mécanique en fonction de **k et** X_m **: (** X_m amplitude des oscillations).

En déduire la valeur de la raideur k du ressort.
Déterminer la période de l'énergie potentielle et en déduire la période des oscillations.
Calculer alors la masse m du solide (S).
6)Ecrire l'équation horaire du mouvement du solide (S).
7)Déterminer les positions pour lesquelles, la vitesse du solide (S) est réduite à moitié de sa valeur acquise au passage par sa position d'équilibre ?

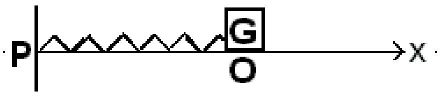
Exercice 12

Un pendule élastique horizontal est constitué d'un ressort à spires non jointives de raideur K=16N/m et d'un solide S de masse m=40g.

Le pendule peut osciller librement sans amortissement ni frottement.
A l'instant t=0, on lance le solide à partir de sa position d'équilibre avec une vitesse suivant l'axe horizontal x'x de valeur égale 1,4m/s ; le mouvement du solide S est reporté au repère (O, $\vec{i}$) et la position du centre d'inertie G du solide à une date t est repérée par son abscisse x tel que $\overrightarrow{OG} = x\vec{i}$.
1 -Déterminer l'équation différentielle du mouvement du solide S.
2 -Déterminer l'expression de l'énergie mécanique du système (solide, ressort) à une date t quelconque. Déduire l'équation différentielle.
3 -Ecrire l'équation horaire du mouvement.
4- Trouver maintenant la valeur de son énergie mécanique.
5 -Donner l'expression des instants de passage par la position d'abscisse x= -3,5cm
6 -En quelles abscisses l'énergie cinétique E_C est égale à deux fois l'énergie potentielle E_P (E_C = $2E_P$) du même système.

Exercice 13

On utilise un ressort à spires non jointives et on supposera sa masse négligeable.
1-On accroche verticalement une de ces deux extrémités à un point fixe et on accroche à son autre extrémité une masse m = 250 g. Son allongement est alors Δl = 10 cm. Calculer la raideur k de ce ressort.
2 -Le ressort est maintenant utilisé comme indiqué sur le schéma ci-dessous.
Son extrémité fixe est solidaire d'un point P tandis qu'un mobile (S), de centre d'inertie G et de masse m = 250g, est lié à son autre extrémité.

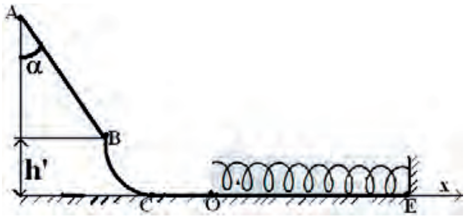


A l'équilibre, G coïncide avec l'origine O de l'axe Ox donné par la direction du ressort dont l'allongement est nul.
a- Le mobile (S) étant en mouvement suivant l'axe Ox, faire l'inventaire des forces qui agissent sur (S) à un instant t quelconque et les représenter sur la figure.
b- Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement du centre d'inertie G.
c -Déduire l'expression de la pulsation propre ω_o de cet oscillateur et de sa période propre T_o.
3 -On tire le mobile parallèlement à l'axe Ox, dans le sens positif, d'une longueur de 10cm puis on lui communique, à l'instant t = 0, la vitesse V_0 = 1m/s.
a - Déterminer l'équation horaire du mouvement de (S) et la vitesse V(t) du solide à un instant t quelconque.
b -Déduire la valeur de la vitesse maximale et préciser le lieu où elle est atteinte.
c- Exprimer l'énergie mécanique de cet oscillateur et montrer qu'elle est constante. On prendra l'énergie potentielle du ressort nulle lorsque son allongement est nulle.

d- Retrouver la valeur maximale de la vitesse du mobile en utilisant le principe de la conservation de l'énergie mécanique.

Exercice 14

Un solide S, supposé ponctuel de masse m=200g glisse le long de la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle α par rapport à la verticale.
On donne : cosα=0,4 ; sinα=0,91 ; g=10m/s².
On abandonne le solide S sans vitesse initiale à l'instant $t=0$ au point A (voir figure).



1 - En supposant les frottements négligeables calculer :
1.1 -L'accélération a du solide S.
1.2- La vitesse V_B de solide S au point B sachant que la distance AB=2m.
- Le temps mis par le solide S pour parcourir la distance AB.
2- On considère que les frottements ne sont pas négligeables et équivalent à une force constante $\vec{F}$ parallèle à la ligne de plus grande pente et de sens contraire au déplacement. La vitesse du solide au cours de sa descente de A à B atteint au point B la valeur V_B=3m/s.
- Calculer le travail de $\vec{F}$.
- Déduire l'intensité de $\vec{F}$.
- Représenter sur un schéma la réaction $\vec{R}$ du plan incliné sur le solide S puis calculer son intensité.
3 - Les frottements sont de nouveau négligeables. Le solide S aborde la piste BCOE avec une vitesse initiale V_B=3m/s (voir figure). La portion BC est curviligne et CE est horizontal. La différence de niveau séparant les plans horizontaux passant par O et B est h'=0,35m. Au point O, le solide S heurte l'extrémité libre d'un ressort à spires non jointives, de raideur K=160N/m et y reste coller. L'autre extrémité est fixée au point E. On considère l'énergie potentielle de pesanteur nulle au point O.
3.1 -Calculer la vitesse au point O.
3.2- Calculer l'énergie mécanique du système {ressort + solide} au point O.
3.3 -A un instant t quelconque après le choc du solide avec le ressort, la vitesse de S est V et le raccourcissement du ressort est x. Donner l'expression de l'énergie mécanique du système {ressort+ solide S}. Pour quelles valeurs de x les énergies cinétique et potentielle sont-elles égales. (L'énergie mécanique est conservée.).

Exercice 15

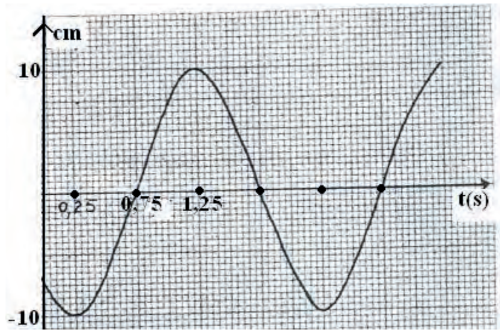
On dispose d'un ressort de masse négligeable et de constante de raideur K=10N/m ; placé à l'intérieur d'un tube vertical.
Son extrémité inférieure est fixée au sol. Sur l'autre extrémité, on fixe un solide pouvant glisser sans frottement à l'intérieur du tube. Le solide de dimensions négligeables a une masse m. Le ressort se raccourcit alors de b.
1- Déterminer l'expression de la compression b du ressort lorsque le solide est en équilibre.
2- On écarte le solide de sa position d'équilibre de x_0 à l'origine des dates.
3 -Un dispositif approprié permet d'enregistrer les variations de l'élongation x du solide.

a- Déterminer, à partir du graphe, l’équation horaire du mouvement du solide

b- Calculer la masse m du solide et déduire la compression b

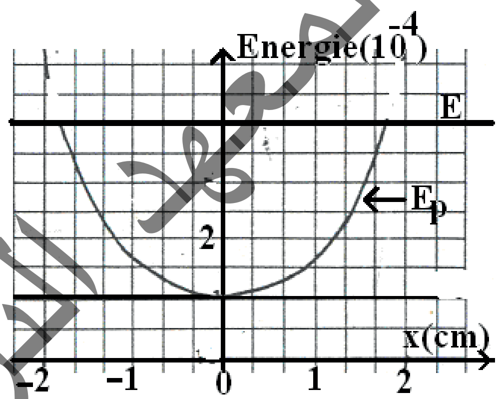
c- Montrer que la valeur V de la vitesse est donnée par la relation :

$V^2=\omega^2(x_m^2-x^2)$;en déduire la valeur de Vsi x=0,5cm



Exercice 16

Un pendule élastique est constitué d’un solide S de masse m et d’un ressort de raideur K. La figure donne les variations des énergies mécanique E et potentielle E_P du système (solide, ressort, terre) en fonction de l’abscisse x du centre d’inertie G du solide dans le repère $(O,\vec{i})$. La position d’équilibre du solide coïncide avec l’origine O du repère et le plan horizontal passant par O est pris comme plan de référence de l’énergie potentielle de pesanteur du système.



1- Trouver l’équation différentielle du mouvement.

2 - Etablir l’expression de l’énergie potentielle du système en fonction de K, x et x_0 où x_0 est l’allongement à l’équilibre.

3 -L’énergie mécanique est-elle conservée au cours des oscillations?

4 -Trouver l’expression de l’énergie mécanique du système en fonction de K, x_m et x_0 où x_m est l’amplitude des oscillations.

5 -En se basant sur la courbe. Déterminer l’amplitude, la raideur K du ressort et son allongement initial x_0.

6 .a- Montrer que l’énergie cinétique E_C du solide peut être exprimée en fonction de K, x_m et x.

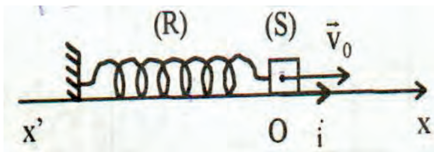
b- Quelle est sa valeur pour x=0 et x= -2cm.

c- Tracer dans le même repère d’axes l’allure de la courbe $E_C=f(x)$.

7- Sachant que la période est $T=0,2\pi s$; déterminer les vitesses du pendule en x=1cm.

Exercice 17

Un pendule élastique horizontal est constitué d’un ressort (R) à spires non jointives de raideur $K=16N/m$ et d’un solide (S) de dimensions négligeables de masse m = 40 g . Le pendule peut osciller librement sans amortissement sur un banc à coussin d’air . A l’instant t = 0, on lance le solide à partir de sa position d’équilibre avec une vitesse $\vec{V}_0$ suivant l’axe horizontal $(x'x)$ de valeur égale à 1,4 ms^{-1} ; le mouvement du solide (S) est reporté au repère $(O,\vec{i})$ et la position du centre d’inertie G du solide à une date t est repérée par son abscisse x telque $\overrightarrow{OG}=x\vec{i}$



1-Déterminer l’expression de l’énergie mécanique du système (solide-ressort) à une date t quelconque.

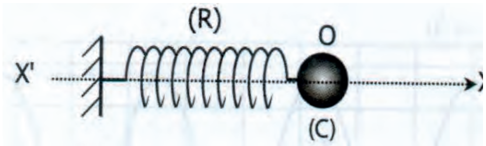
2- Déduire l’équation différentielle de cet oscillateur et écrire son équation Horaire.

3-Trouver maintenant la valeur de son énergie mécanique

4- Donner l’expression des instants de passage par la position d’abscisse $x=-3,5Cm$ Déduire le premier instant t_1 et la vitesse V_1 correspondante 5-En quelles abscisses l'énergie cinétique E_c est égale à deux fois l'énergie potentielle $(E_c = 2E_p)$ du même système

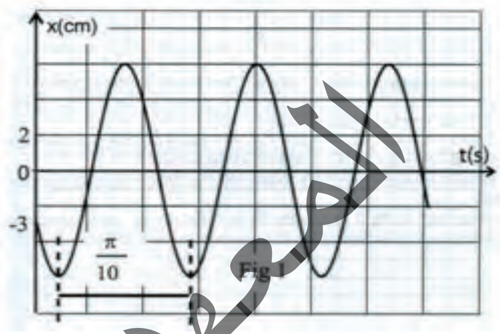
Exercice 18

Un pendule élastique est constitué d'un ressort (R) de raideur K, dont l'une des extrémités est fixée à un support fixe. A l'autre extrémité est attaché un solide (C) supposé ponctuel de masse m. Le solide (C) peut glisser sans frottement sur un plan horizontal ; sa position est repérée sur un axe X'OX confondu avec l'axe du ressort.



A l'équilibre (C) se trouve au point O : origine des espaces ,on écarte le solide (C) vers un point d'abscisse x_0 et on lui communique une vitesse V_0 à l'origine des temps **(t=0).**

Le corps (C) effectue donc des oscillations. Un enregistrement a permis de tracer la courbe représentant la variation de l'élongation x du temps.



I- 1) a- En appliquant la R.F.D, Etablir l'équation différentielle du mouvement.

b- Vérifier que la solution de cette équation est une fonction sinusoïdale et déterminer sa pulsation propre.

2) a- En exploitant la courbe de la figure (1) ; déterminer :

- la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur.
- L'abscisse initiale x_0.
- L'amplitude x_m
- La phase initiale φ

b- En déduire l'équation horaire du mouvement

c-Déterminer la valeur de la vitesse V_0

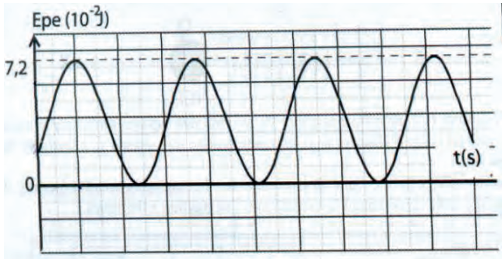


Fig 2

II-Un dispositif approprié a permis de tracer la courbe de la variation de l'énergie potentielle élastique du solide C au cours du temps (fig 2)

1)a-Déterminer l'expression de l'énergie potentielle élastique E_{pe} en fonction du temps et vérifier qu'elle s'écrit sous la forme d'une somme d'un terme constant et d'une fonction sinusoïdale.

b- En déduire la valeur de la période T_{Epe} de l'énergie potentielle élastique

2-Montrer que le système (C, ressort, terre)est conservatif

3-En exploitant la courbe de la (fig 2) déterminer la masse m et déduire la raideur K du ressort.

4-Représenter sur la (fig 2) la courbe de la variation de l'énergie cinétique en fonction du temps ;en indiquant les valeurs initiales de E_c et E_{pe}

Exercice 19

Un pendule élastique vertical est constitué d'un solide (S) de masse m et d'un ressort (R) de raideur K (figure) :

La figure (2) donne les variations de l'énergie mécanique E et de l'énergie potentielle E_P du système (solide, ressort, terre) en fonction de l'abscisse x du centre d'inertie G du solide dans le repère (0, i).

La position d'équilibre du solide coïncide avec l'origine 0 du repère et le plan horizontal passant par 0 est pris comme plan de référence de l'énergie potentielle de pesanteur du système.

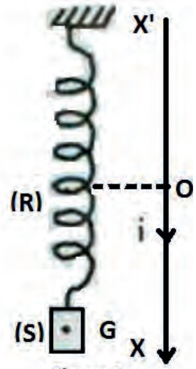


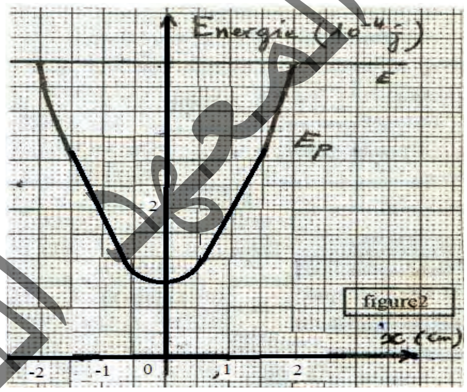
Figure 1

1- Montrer que le pendule élastique est un oscillateur harmonique non amorti.

Etablir l'expression de l'énergie potentielle du système en fonction de K, x, x_0, où x_0 est l'allongement du ressort à l'équilibre .

3-L'énergie mécanique du système est-elle conservée au cours des oscillations?

4-Trouver l'expression de l'énergie mécanique du système en fonction K, X_m et x_0 où X_m est l'amplitude des oscillations.



5- En se basant sur la courbe. Déterminer :

a- l'amplitude X_m

b-la raideur K du ressort

c- l'allongement initial x_0 du ressort.

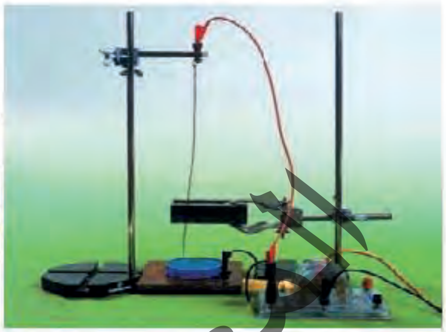
6- a) Montrer que l'énergie cinétique E_c du solide peut être exprimée en fonction de K, X_m et X.

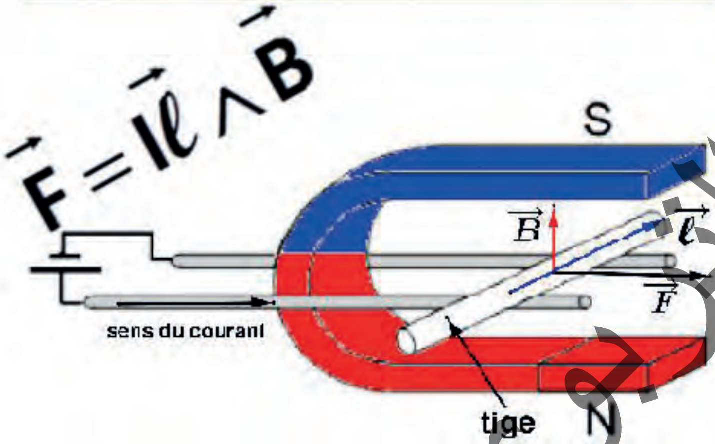
b) Quelle est sa valeur pour X = 0 et X = -2 cm.

c) Tracer dans le même repère d'axes l'allure de la courbe Ec= f(x).

7- Sachant que la période propre T_0 des oscillations est égale à $0,2\pi s$ Déterminer les vitesses du pendule lorsque X = 1 cm.

Chapitre IV: Action d'un champ magnétique sur une tige parcourue par un courant électrique





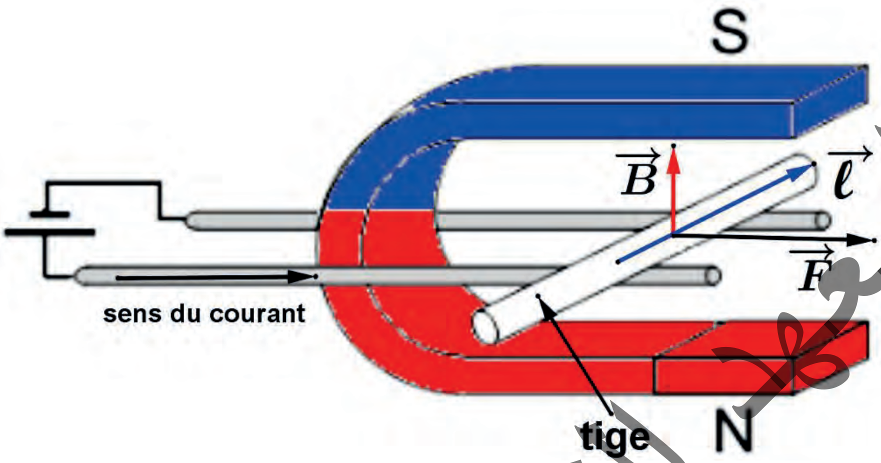
OBJECTIFS

- Comprendre l'influence d'un champ magnétique sur un conducteur électrique parcouru par un courant électrique
- Connaître les caractéristiques de la force de Laplace
- Etudier des situations faisant intervenir la force de Laplace

I- Mise en évidence

1- Expérience (les rails de Laplace)

Un conducteur mobile est placé sur deux rails horizontaux connectés à un générateur, et placé dans le champ magnétique d'un aimant en **U**.

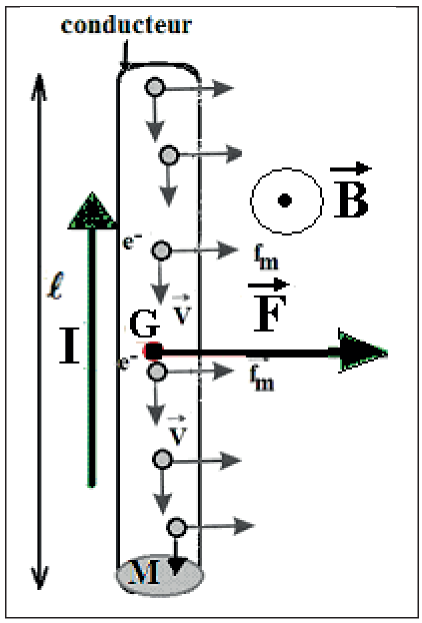


Observations

Lorsque le courant passe le conducteur mobile roule vers le gauche où vers la droite selon le sens du courant et selon le sens du champ magnétique.

2- Interprétation

D'après un modèle simplifié on peut considérer que le courant électrique est constitué d'innombrables électrons qui se déplacent tous avec la même vitesse $\vec{V}$ dans le sens opposé au sens conventionnel du courant.
Ces électrons se déplacent donc dans un champ magnétique $\vec{B} \perp \vec{V}$ de sorte que chaque électron est soumis à une même force de Lorentz. Comme les électrons sont retenus par les atomes du réseau cristallin constituant le conducteur, c'est finalement le conducteur tout entier qui est sollicité par une force appelée force électromagnétique de Laplace. Cette force est égale à la résultante de toutes les innombrables forces de Lorentz qui s'exercent sur les électrons qui constituent le courant électrique.



II- Force de Laplace

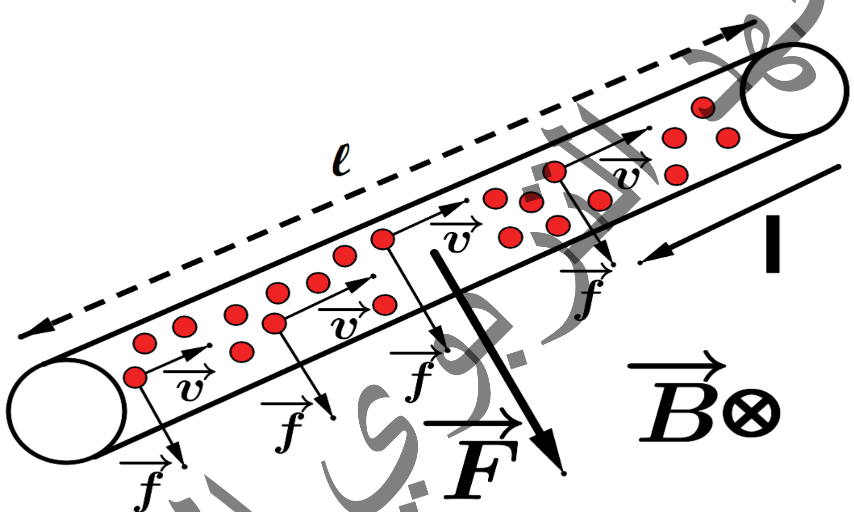
1- Expression de la force de Laplace

On considère un conducteur rectiligne de longueur ℓ parcouru par un courant électrique d'intensité **I**.

Les **N** électrons contenus dans ce conducteur, qui constituent le courant, subissent des forces de Lorentz. La résultante de ces forces est la force électromagnétique de Laplace. Elle s'exerce sur le conducteur tout entier.

Afin de déterminer la résultante $\vec{F}$ des **N** forces de Lorentz nous raisonnons sur le modèle simplifié du courant électrique où les **N** électrons libres se déplacent à vitesse constante $\vec{V}$.

Dans ces conditions les **N** électrons subissent la même force de Lorentz $\vec{f}$ chacun.



zone du champ magnétique

La force de Lorentz que subit chaque électron a pour expression $\vec{f}=q\vec{v}\wedge\vec{B}$.

Alors la force résultante exercée sur le conducteur sera : $\vec{F}=N.\vec{f}\Rightarrow\vec{F}=N.q\vec{V}\wedge\vec{B}$.

On considère le vecteur $\vec{\ell}$, vecteur colinéaire avec le conducteur, de module égal à la longueur du conducteur et dont le sens est celui du courant électrique.

Donc on peut écrire $\vec{V}=-\dfrac{\vec{\ell}}{\Delta t}$, avec, Δt est la durée nécessaire pour qu'un électron parcoure toute la longueur du conducteur

La charge de l'électron est **q = - e**. Donc $\vec{F}=\dfrac{N.e}{\Delta t}\vec{\ell}\wedge\vec{B}$.

Sachant que $\begin{cases} N.e=Q & \textit{quantité d'électricité circulant dans le conducteur} \\ \dfrac{Q}{\Delta t}=I & \textit{intensité du courant circulant dans le conducteur} \end{cases}$.

Il vient $\vec{F}=I\vec{\ell}\wedge\vec{B}$. Cette force $\vec{F}$ est appelée force électromagnétique de Laplace

2- Les caractéristiques de la force de Laplace

- Point d'application : milieu de la portion du conducteur placée dans le champ magnétique et parcourue par le courant électrique.
- Direction : $\vec{F}\perp\vec{\ell}$ ***et*** $\vec{F}\perp\vec{B}$ alors, $\vec{F}$ est perpendiculaire au plan formé par le conducteur et $\vec{B}$
- Sens : Le sens de la force de Laplace est tel que le trièdre $(\vec{\ell},\vec{B},\vec{F})$ soit direct.

Ce sens peut être déterminé par l'une des règles suivantes :

➢ Règle des trois doigts de la main droite :

On place le pouce sur le conducteur, de telle manière que son bout indique le sens du courant **I**, l'index indique le sens de $\vec{B}$, alors le majeur indique le sens de $\vec{F}$.

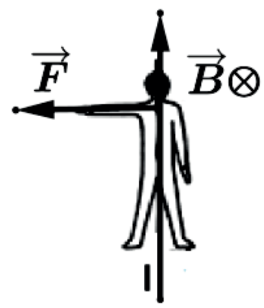
➢ Règle de bonhomme d'ampère :

Un bonhomme d'Ampère se couche sur le vecteur $\vec{\ell}$

* Sa tête donne le sens de $\vec{\ell}$. (sens de **I**)

* Il regarde dans le sens de $\vec{B}$.

* Son bras gauche indique le sens de $\vec{F}$



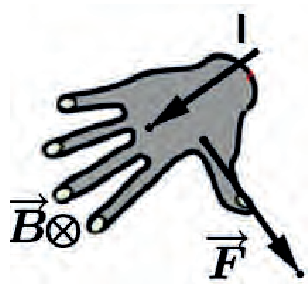
➢ Règle de la main droite :

On place la main droite sur le conducteur, de telle manière que :

* le courant sort par les bouts des doigts

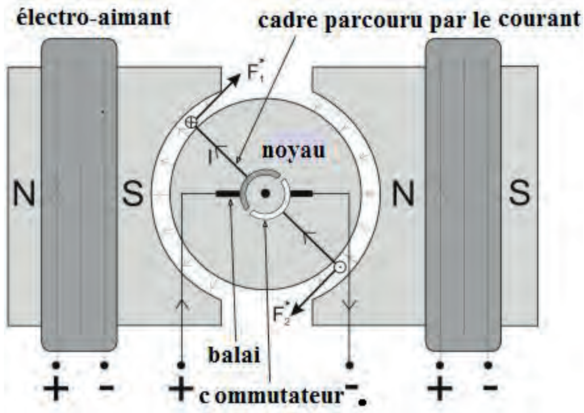
* la paume soit tournée vers le sens de $\vec{B}$

* le pouce indique le sens de $\vec{F}$.



- Intensité : $F = I.\ell B\left|\sin\left(\vec{\ell};\vec{B}\right)\right|$

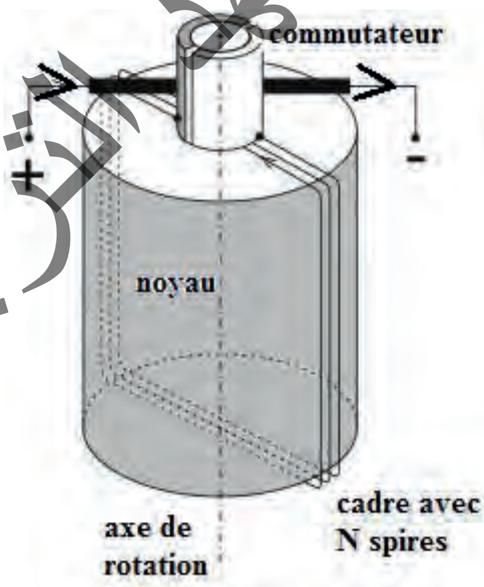
III- Application : Le moteur électrique



Un cadre rectangulaire est enroulé autour d'un noyau de fer cylindrique mobile autour d'un axe fixe.

Le cadre est alimenté en courant par l'intermédiaire du commutateur : le courant entre et sort par deux balais en graphite fixes qui frottent contre deux demi-cylindres métalliques solidaires du cadre lorsque le moteur tourne ; ces demi-cylindres sont connectés aux extrémités du fil du cadre.

Dans l'entrefer, c'est-à-dire dans l'espace entre les électro-aimants fixes (stator) et la partie mobile (rotor), existe un champ magnétique radial. Placé dans ce champ, le cadre est soumis à un couple de forces de Laplace qui provoquent sa rotation.



A chaque demi-tour, le sens du courant dans le cadre est inversé grâce au commutateur. Ainsi le couple agit toujours dans le même sens, et la continuité du mouvement de rotation est assurée.

Essentiel

- Lorsqu'un conducteur électrique de longueur ℓ et parcouru par un courant électrique d'intensité I est plongé dans un champ magnétique $\vec{B}$, il subit une force électromagnétique appelée force de Laplace d'expression $\vec{F} = I\vec{\ell} \wedge \vec{B}$.
- Les caractéristiques de la force de Laplace

➢ Point d'application : milieu de la portion du conducteur placée dans le champ magnétique et parcourue par le courant électrique.

➢ Direction : $\vec{F} \perp \vec{\ell}$ *et* $\vec{F} \perp \vec{B}$ alors, $\vec{F}$ est perpendiculaire au plan formé par le conducteur et $\vec{B}$

➢ Sens : Le sens de la force de Laplace est tel que le trièdre $(\vec{\ell}, \vec{B}, \vec{F})$ soit direct.

Ce sens peut être déterminé par la règle de la main droite :
On place la main droite sur le conducteur, de telle manière que :

✓ le courant sort par les bouts des doigts

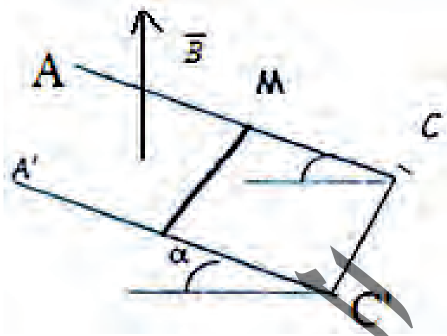
✓ la paume soit tournée vers le sens de $\vec{B}$

✓ le pouce indique le sens de $\vec{F}$.

➢ Intensité : $F = I.\ell B\left|\sin\left(\vec{\ell};\vec{B}\right)\right|$

Exercice résolu

Une barre de cuivre MN, homogène, de masse m et de longueur ℓ peut glisser sans frottement le long de deux rails métalliques A *C* et *A'C'* contenus dans un plan incliné d'un angle α par rapporta l'horizontale. Pendant tout le mouvement, la barre MM reste perpendiculaire aux rails *AC* et A'C', et maintient avec eux le contact électrique en M et N. On donne



$\ell = 10^{-1}$ m ; $g = 9{,}8$ m.s^{-2} ; $m = 2.10^{-2}$kg ; $\alpha = 20°$.

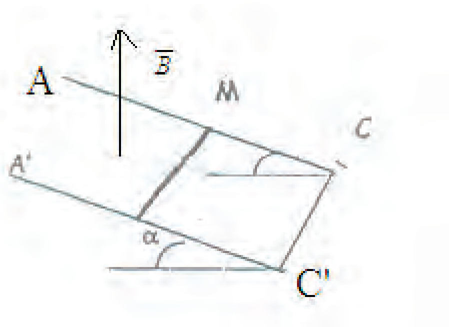
1-La barre MN est lâchée sans vitesse initiale sur le plan incliné. Après un parcours L, sa vitesse vaut $2{,}8\text{ms}^{-1}$ calculer L.

2-Les points A et A' sont maintenant reliées par un fi! de résistance $R = 0{,}2\ \Omega$, les résistances
électriques des rails et de la barre étant négligeables. Lorsque la barre parcourt une distance L, elle pénètre, à l'instant t = 0, avec la vitesse $v = 2{,}8\text{ms}^{-1}$ dans une région de l'espace *où* règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, vertical, ascendant, d'intensité B = 1 T.

a- Quelle est l'intensité I_0 du courant qui apparaît dans le circuit A'AMN à l'instant t = 0 *?* Indiquer sur un schéma très clair le sens du courant.

b-Quelles sont les caractéristiques de la force électromagnétique $\vec{F}_0$ qui s'exerce sur la barre à l'instant t = 0?

c- Montrer qu' à t = 0 l'accélération est opposée à $\vec{v}_0$.
Expliquer qualitativement comment varie l'intensité du courant lorsque la barre continue à se déplacer dans le champ magnétique et comment évolue le mouvement, les rails étant supposés suffisamment longs.



3- La barre, toujours sur les rails inclinés de $\alpha = 20°$ acquiert maintenant dans le champ $\vec{B}$ un mouvement rectiligne uniforme de vitesse $\vec{v}_1$

a- Quelle est alors l'intensité de la force électromagnétique $\vec{F}_1$ qui agit sur la barre ?

b- b- Calculer l'intensité I_1 du courant induit et la valeur v_1 de la vitesse.

Solution

$$1)\ \frac{1}{2}mv^2 = mgl\sin\alpha \Rightarrow l = \frac{v^2}{2g\sin\alpha} = 1{,}17m$$

$$2-a)\ i = \frac{e}{R} = -\frac{d\phi}{dt}\ et\ \phi = BS\cos\alpha \Rightarrow e = -B(\frac{dS}{dt})\cos\alpha\ et\ \frac{dS}{dt} = lv'$$

$$donc\ \ i = -\frac{Blv'\cos\alpha}{R}\quad à\ t = o\ \ v' = v \Rightarrow Io = -\frac{Blv\cos\alpha}{R} = -1{,}3A$$

$$Io \prec o\ (v - schéma)$$

$$b)\vec{F}_o\begin{cases} origine : milieu\ de\ la\ tige \\ direction : horizontale \\ sens : gauche \rightarrow droite \\ norme : F_o = |I_o|lB = 0{,}13N \end{cases}$$

$$c)\vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_o = m\vec{a}(1)\qquad {}^{(1)}\!\!\diagup_{AC} : mg\sin\alpha - F_o\cos\alpha = ma$$

$$a = g\sin\alpha - \frac{F_o\cos\alpha}{m} = -2{,}7m/s^2 \Rightarrow \vec{a}\ et\ \vec{v}\ sont\ opposées$$

$$comme\ v \searrow \Rightarrow |i| \searrow\ et\ F \searrow : la\ vitesse\ tend\ vers\ v_L\ (mru)$$

$$3-a)\ a = o \Rightarrow F_1 = mg\,tg\alpha = 0{,}07N$$

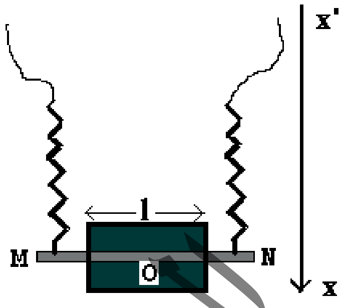
$$b)F_1 = |I_1|lB \Rightarrow I_1 = -\frac{F_1}{lB} = -0{,}7N$$

$$c)I_1 = -\frac{Blv_1\cos\alpha}{R} \Rightarrow v_1 = -\frac{I_1R}{Bl\cos\alpha} = 1{,}48m/s$$

Exercices

Exercice 1

On fixe une tige solide MN de cuivre de masse $m = 20g$ aux extrémités des deux ressorts R identiques parfaitement élastiques à spires non jointives et de masses négligeables. La constante de raideur de chaque ressort est K=5N/m et sa longueur à vide est $15cm$.



On donne $g = 10m/s^2$ et on néglige le champ magnétique terrestre.

La tige MN et les ressorts constituent une portion de circuit électrique à travers laquelle peut passer un courant constant d'intensité I=5A de M vers N quand on ferme l'interrupteur.

On exerce sur une longueur l=8cm (de centre O milieu de la tige MN) un champ magnétique uniforme d'intensité B.

La direction et le sens de $\vec{B}$ peuvent être modifiés.

1- L'interrupteur est ouvert I=0 la valeur du champ magnétique est B=0,6T . Déterminer la longueur des ressorts.

2-L'interrupteur est fermé I≠0 la valeur du champ magnétique est B=0,6T. Déterminer la force électromagnétique (direction sens et intensité) qui s'exerce sur la tige et calculer la longueur des ressorts à l'équilibre, dans les cas suivants :

2.1-le champ magnétique est horizontal dirigé de M vers N

2.2-le champ magnétique est perpendiculaire au plan de la figure et est horizontal rentrant ⊗

2.3-le champ magnétique est perpendiculaire au plan de la figure et est horizontal sortant ⊙

3 -l'interrupteur est fermé le champ magnétique appliqué est perpendiculaire et de tel manière que la force de Laplace soit égale au poids de la tige mais de sens opposé. La tige prend alors une nouvelle position d'équilibre.

3.1-Quelle est la valeur du champ magnétique

3.2-Quelle est la longueur des ressorts.

Exercice 2

Dans l'exercice on néglige le champ magnétique terrestre.

Un circuit électrique comporte :

-Un générateur G

-Deux rails métalliques AB et CD horizontaux et parallèles de résistances négligeables.

- Une tige métallique MN horizontale de longueur l=10 cm et de masse m=10 g.

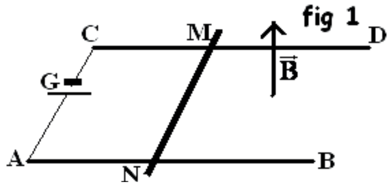


fig 1

Le circuit est soumis à un champ magnétique uniforme dont le vecteur $\vec{B}$ qui reste toujours perpendiculaire au plan des rails a pour intensité B =0,8T

Lorsqu'on ferme le circuit, le générateur débite un courant d'intensité constante I=0,5A et la tige commence à se déplacer sans frottement tout en restant perpendiculaire aux rails.

1- Déterminer les caractéristiques de la force électromagnétique $\vec{F}$ qui déplace la tige.

2 -Quelle est la nature du mouvement de la tige ? Sachant qu'on ferme l'interrupteur à t=0 alors que la tige est immobile, écrire l'équation de ce mouvement.

3-De quel angle α et dans quel sens faut-il incliner les rails pour que la tige reste en équilibre ?

Exercice 3

Une tige cylindrique (LM) de poids P = 10mN, est parcourue de L vers M par un courant d'intensité I = 10A. Elle repose sur deux rails initialement horizontaux. Un aimant en U crée un champ magnétique uniforme de valeur B=40mT qui s'exerce sur une longueur l=5cm de tige. L'aimant est disposé comme l'indique la figure (1) ci-dessous (branche nord en dessous).

1-Préciser les caractéristiques de la force de Laplace, appliquée au milieu de (LM), agissant sur la tige. Quelle serait l'accélération initiale de la tige en l'absence de frottements ?

2 -De quel angle α par rapport à l'horizontale faut-il incliner les deux rails AB et CD pour que la tige LM reste immobile :

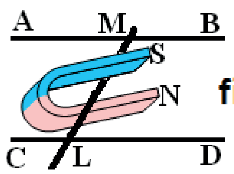


fig 1

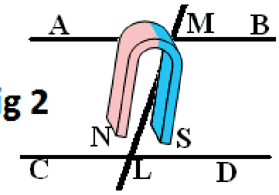


fig 2

2.1 -Quand les branches de l'aimant restent horizontales ?

2.2- Quand elles restent parallèles aux rails ?

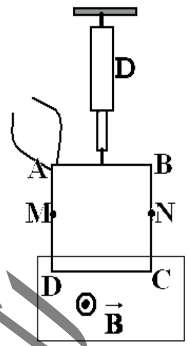
3-Que se passe-t-il si l'on adopte pour l'aimant la position indiquée sur la figure (2).

Exercice 4

Un cadre carré ABCD de côté 20cm est constitué d'un fil conducteur. Il est suspendu à un dynamomètre D comme l'indique la figure.

1 -Le côté CD du cadre est plongé dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme perpendiculaire au plan.

1.1- Le dynamomètre D indique 2,5N lorsque le cadre n'est pas traversé par un courant. A quoi correspond cette valeur ?



1.2- On fait passer maintenant dans le cadre un courant d'intensité constante I=10A, le dynamomètre D indique alors 3,5N.

1.2.1- Faire un schéma sur lequel on représentera la force électromagnétique appliquée au côté CD et on indiquera le sens du courant qui traverse CD.

1.2.2- Calculer l'intensité du champ magnétique $\vec{B}$.

2 -On plonge le cadre qui est parcouru par l'intensité I=10A, dans le champ magnétique jusqu'aux points M et N. Montrer que l'indication du dynamomètre ne change pas.

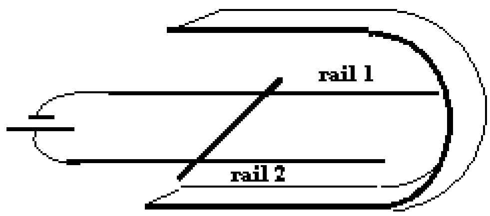
3 -On inverse le sens du courant sans changer sa valeur ni celle du champ magnétique.

3.1- Quelle est la nouvelle indication du dynamomètre ?

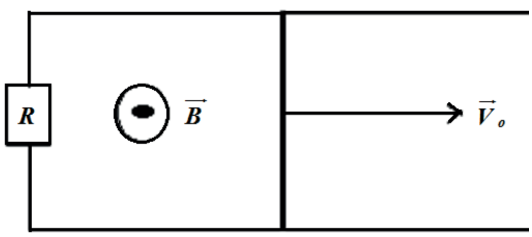
3.2- Quelle sera l'indication du dynamomètre si le champ magnétique s'annule ?

Exercice 5

Deux rails conducteurs rectilignes sont disposés horizontalement comme indiqué sur la figure. Ils sont distants de L=10 cm. Une tige de cuivre de masse m=20 g est libre de se déplacer sur ces deux rails et assure le contact électrique. L'ensemble est placé à l'intérieur d'un aimant en U qui crée un champ magnétique uniforme B vertical et de valeur B=100 mT.



1. Si la tige est parcourue par un courant I, elle se déplace de la gauche vers la droite. Représenter et nommer la force responsable de ce déplacement.



2. Indiquer le sens du courant sur le schéma puis en déduire le sens du champ magnétique dans l'aimant.
3. Calculer la valeur de la force F lorsque I=2,00 A.
4. A l'instant t=0, la tige est placée à l'extrémité gauche des rails et le circuit est fermé. Faire l'inventaire des forces agissant sur la tige et les représenter sur un schéma. Les forces de frottements seront notées f.

5. On s'intéresse à la phase d'accélération pendant laquelle la tige parcourt 2,0 cm de rail. La force F=0,02 N et on peut négliger les frottements. Calculer le travail de chacune des forces pendant cette phase.

6. Quelle est la variation d'énergie cinétique pendant cette phase ?

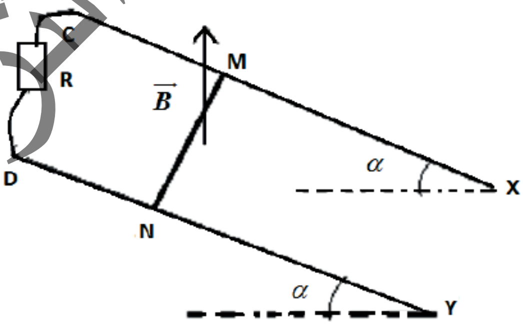
7. En déduire la vitesse de la tige à la fin de cette phase d'accélération.

8. Que vaut la variation d'énergie potentielle de pesanteur lors de cette accélération ?

9. Après avoir accéléré, on ne peut plus négliger les forces de frottements et la tige possède alors une vitesse constante. En déduire la valeur de la force f de frottements.

Exercice 6

Deux rails métalliques CX et DY parallèles et distantes de $\ell = 20cm$ sont dans un plan horizontal. Un champ magnétique uniforme caractérisé en tout point par le vecteur ascendant vertical $\vec{B}$ de norme $B = 0,5T$ traverse ce plan .Cet D sont reliés par un résistor de résistance $R = 0,1\Omega$ .On ferme le circuit à l'aide d'une tige métallique MN homogène de masse $m = 100g$ pouvant glisser sans frottement et perpendiculairement à CX et DY. A la date t=0, MN possède la vitesse de norme $v_o = 5ms^{-1}$.



1-Quelles sont les caractéristiques de la force mécanique $\vec{F}$ qu'il faut exercer à la tige pour que sa vitesse $\vec{v_o}$ se conserve .

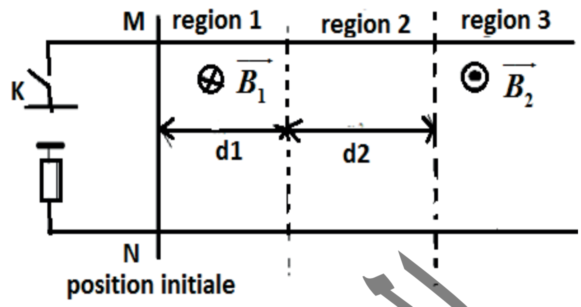
2-La tige ayant conservée sa vitesse initiale $\vec{v_o}$,on supprime brusquement l'action de $\vec{F}$. En appliquant la RFD établir l'expression donnant alors la vitesse de la tige en fonction du temps .

3-Le plan horizontal est maintenant incliné d'un angle α par rapport à l'horizontal. L'ensemble est toujours soumis au champ magnétique $\vec{B}$ vertical ascendant. Abandonnée à elle-même sans vitesse initiale la tige MN peut glisser sans frottement perpendiculairement à CX et DY. Etablir l'expression de l'accélération a du mouvement de la barre en fonction de $B, \ell, \alpha, R, m, g\ et\ v$

4-Montrer que la vitesse de la tige tend vers une vitesse limite v_L dont on explicitera l'expression littérale et que l'on calculera. $On\ donne: \alpha = 20^0\ g = 10m.s^{-2}$

Exercice 7

Un circuit électrique est composé d'un générateur, d'un interrupteur K, de deux rails métalliques horizontaux parallèles d'un résistor de protection et d'n barreau métallique MN horizontal de masse m pouvant glisser sans frottement en restant perpendiculaire aux rails(fig),le courant débité par le générateur a une intensité I supposée constante. La région (1) est soumise à l'action d'un champ magnétique $\vec{B}_1$ perpendiculaire au plan des rails. Le barreau étant immobile, on ferme l'interrupteur K à t=0 :



1-Dresser les forces que subit alors le barreau mobile MN

2-Exprimer le vecteur accélération $\vec{a}_1$ pris par le barreau lors de son mouvement dans la région (1)

A.N : $I = 5A, B_1 = 6.10^{-3}T, m = 50g, MN = \ell = 10Cm$

3-Déterminer la vitesse v_1 du barreau MN quand il sort de la région(1) après avoir parcouru la distance $d_1 = 5Cm$

4-Le barreau traverse une régions de largeur $d_2 = 10Cm$ où le champ magnétique est nul. Quelle est la nature de son mouvement ?Calculer le temps mis pour traverser la région (2)

5-Le barreau entre alors dans la région (3) et subit l'action du champ magnétique $\vec{B}_3$ d'intensité $B_3 = 6.10^{-3}T$ et orienté comme l'indique la figure

a)Quel est le vecteur accélération $\vec{a}_3$ du barreau ?

b) A quelle date le barreau repasse-t-il par sa position initiale de la question (1).

Exercice 8

Un circuit électrique déformable est constitué par :

-Un générateur de f.é.m. E=12V ,de résistance interne $r = 0,8\Omega$

-Un interrupteur j

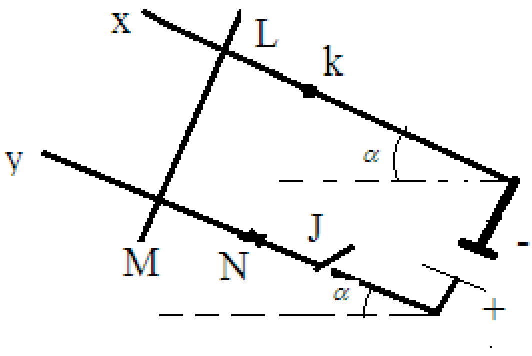
-Deux rails fixes Kx et Ny, rigides, parallèles inclinés de $\alpha = 20°$ par rapport à l'horizontale, de résistance négligeable

-Une tige de cuivre qui repose sur les rails fixes en L et M distant de $LM = \ell = 0,15m$ .Cette tige est horizontale perpendiculaire aux rails fixes, elle peut glisser sur ceux-ci sans frottement ,son centre d'inertie G est situé au milieu de KL ,sa masse est m=15g. La tige LM est entièrement baignée par un champ magnétique uniforme $\vec{B}$

a) Le conducteur mobile est en cuivre ,pourquoi ?

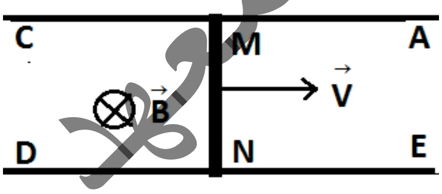
b) $\vec{B}$ est perpendiculaire au plan des rails .On tient la tige LM immobile. On abaisse l'interrupteur J. On lâche la tige, elle reste immobile. déterminer le sens et le module de $\vec{B}$. $g = 9,8 ms^{-2}$.

c) $\vec{B}$ gardant le module précédent , devient vertical, dirigé vers le bas. On tient la tige LM immobile. On abaisse l'interrupteur J. On lâche la tige à t=0,déterminer l'accélération $\vec{a_0}$ de la tige à cette date



Exercice 9

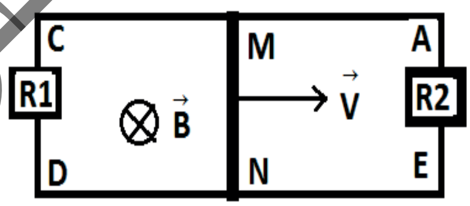
Une tige conductrice MN de longueur ℓ se déplace sur deux rails *conducteurs parallèles AC* et DE à la vitesse $\vec{v}$ *constante* en restant perpendiculaire aux deux rails. Le déplacement de MN s'effectue dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan des rails.



1-Montrer que MN est le siège d'une force électromotrice induite dont on donnera l'expression en fonction de v, B, ℓ .

Préciser le signe de la différence de potentielle entre M et N A. N : $v = 2$ cm.s^{-1} ; $B = 0,5$ T ; $\ell = 4$ cm.

2-On relie AE et CD par des résistances R_1 et R_2 respectivement. La barre MN se déplace toujours à fa vitesse constante $\vec{v}$ dans les mêmes conditions que précédemment.



2.1 -Montrer que R_1 et R_2 sont parcourues par des courants dont on indiquera le sens.

2.2-Exprimer la relation entre les intensités des courants *dans* R_1 et R_2 et MN.

2.3-En négligeant la résistance des rails et de la tige et en supposant que les courants ne modifient pas *sensiblement le* champ *magnétique initial, calculer les intensités des courants dans* R_1 et R_2 *et* MN. A. N: $R_1 = 2.10^{-2}\Omega$, $R_2 = 4.10^{-2}\Omega$.

2.4-Considérer le cas où la barre MN se déplace avec la même vitesse, dans l'autre sens

Chapitre V: induction magnétique

OBJECTIFS

- Comprendre le phénomène d'induction magnétique
- Appliquer la loi de Lenz.
- Déterminer le sens du courant induit
- Savoir utiliser l'expression du flux magnétique
- Savoir utiliser l'expression de la f.e.m induite

I - Notion de flux magnétique

1- Vecteur surface

1-1- La surface

C'est une partie du plan délimitée par des frontières (contour) réelles ou virtuelles.
Si le contour d'une surface est formé par des conducteurs électriques, on constitue alors un circuit électrique.

1-2- Vecteur surface

A toute surface **S** est associé un vecteur surface $\vec{S}$ tel que $\vec{S} = S\vec{n}$

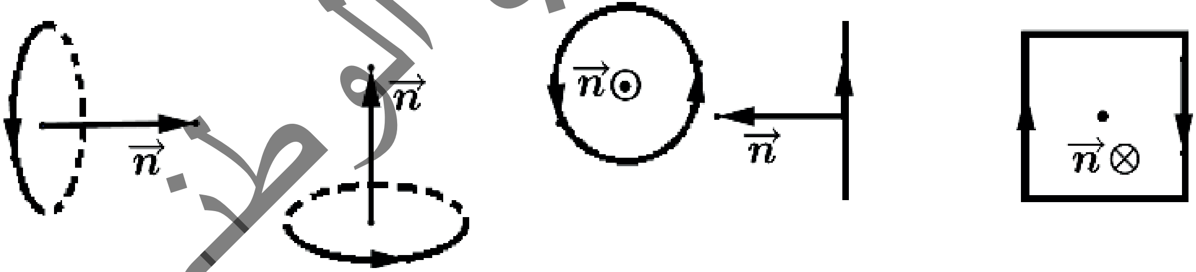
S : l'aire de la surface et $\vec{n}$: le vecteur normal à la surface.

1-3- Caractéristiques du vecteur normal à une surface $\vec{n}$

- **Origine :** le centre de la surface
- **Direction** : perpendiculaire au plan de la surface
- **Sens :** On choisit un sens positif sur le contour de la surface. On détermine le sens de $\vec{n}$ par la règle de la main droite.

On allonge la main droite sur le contour de la surface tel que :

- ✓ La paume est orientée vers le centre de la surface
- ✓ Les doigts courbés en indiquant le sens positif sur le contour
- ✓ Le pouce indique le sens de $\vec{n}$



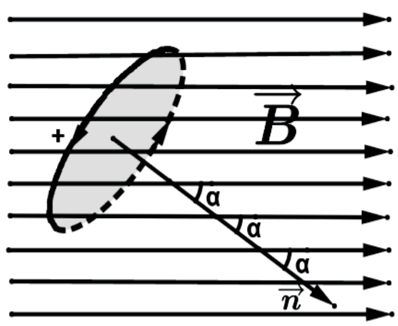
- **Norme :** $\|\vec{n}\| = 1$

2.flux magnetique

On définit une grandeur physique appelée flux magnétique Φ qui mesure le nombre ou la « quantité » de lignes de champ magnétique passant à travers une surface fermée.

Le flux d'un champ magnétique $\vec{B}$ à travers une surface **S** est donné par le produit scalaire $\phi = B.S.\cos\left(\vec{B}.\vec{n}\right)$.

Le flux s'exprime en Weber **(Wb)**



Cas particuliers :

- $\vec{B}$, parallèle à $\vec{S}$: $\Phi = \pm B.S$
- $\vec{S}$, perpendiculaire à $\vec{B}$: $\Phi = 0$ car aucune ligne de champ ne traverse **S**.

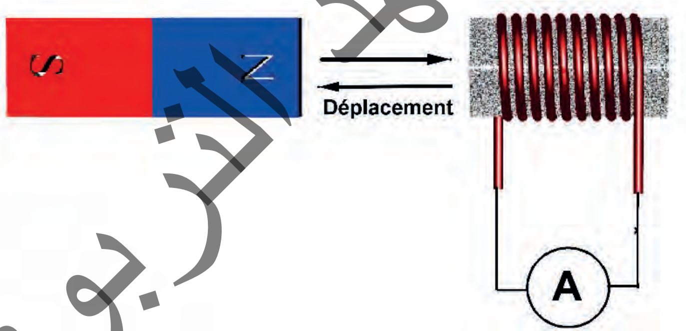
Remarque : Si la surface est délimitée par un circuit bobiné comportant **N** spires, le flux total vaut **N** fois le flux à travers une spire : $\phi = N.B.S.\cos\left(\vec{B}.\vec{n}\right)$.

II- Induction magnétique

1- Mise en évidence du phénomène

- **Expérience 1**

On approche un aimant d'une bobine reliée à un galvanomètre (ampèremètre très sensible à cadre mobile, dont l'aiguille dévie soit vers la droite soit vers la gauche selon le sens du courant).



On constate qu'un courant circule dans la bobine pendant la durée du mouvement de l'aimant.

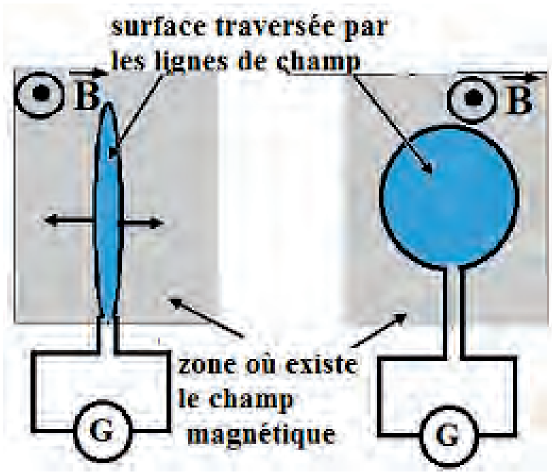
Quand on éloigne l'aimant de la bobine, on constate que le courant circule dans le sens inverse.

Lorsqu' on arrête le déplacement de l'aimant le galvanomètre ne décèle aucun courant dans la bobine.

Remarque : Les mêmes constatations ont été observées lorsqu'on a déplacé la bobine alors que l'aimant est maintenu immobile.

- **Expérience 2**

On place une boucle formée par un fil conducteur et reliée à un galvanomètre dans le champ magnétique d'un aimant en **U**. Initialement la boucle est aplatie de sorte que la surface traversée par les lignes de champ est faible. Etirons cette boucle pour que la surface traversée par les lignes de champ s'agrandisse.



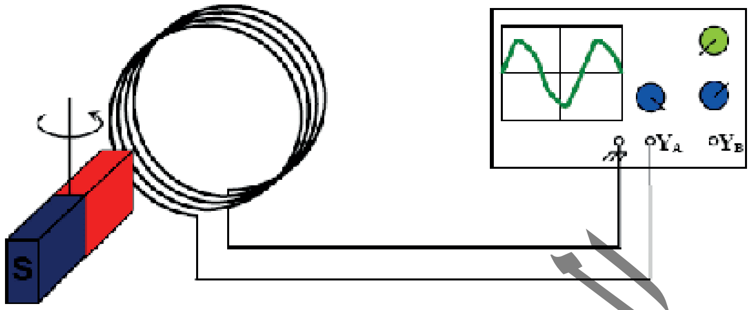
On observe qu'un courant circule dans la boucle pendant la durée où la boucle s'agrandit.

Comprimons la boucle afin de réduire la surface traversée par les lignes de champ, le courant circule alors dans le sens inverse.

Expérience 3 :

Plaçons un aimant horizontal, mobile autour d'un axe vertical, près d'une bobine d'axe horizontal, connectée à un oscilloscope. Faisons tourner cet aimant à vitesse angulaire constante.

On observe que l'oscilloscope affiche une tension de forme sinusoïdal, ce qui implique que la bobine est parcourue par un courant alternatif de fréquence égale à celle du mouvement de rotation.



Remarque : Les mêmes constatations ont été observées lorsque l'aimant est fixe et que la bobine tourne à vitesse angulaire constante.

Conclusion

L'apparition du courant dans la bobine dans chacune des expériences précédentes est appelée ***« phénomène d'indiction magnétique »***.

Ce phénomène n'apparaît dans un circuit électrique que si l'intensité ou la direction du champ magnétique à travers ce circuit varie ou si la surface délimitée par ce circuit traversé par le champ varie. Alors, si le flux magnétique à travers ce circuit varie, le courant observé s'appelle courant induit. Son intensité est généralement variable dans le temps et notée **i.**

Le circuit, dans lequel le courant induit circule, est appelée circuit induit.

L'aimant est appelé inducteur.

Si le circuit induit est fermé, le phénomène se manifeste par la circulation d'un courant dans le circuit.

Si le circuit induit est ouvert, il se manifeste par l'apparition d'une tension aux bornes du circuit.

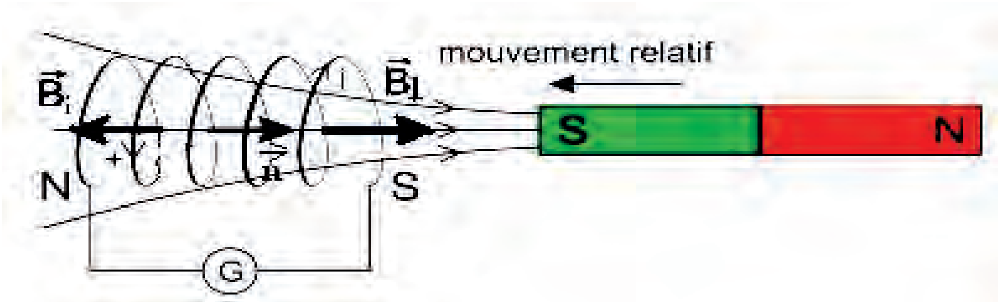
2 -Sens du courant induit (Loi de Lenz)

2-1- Expérience :

- Approchons un aimant de la bobine et déterminons le sens du courant induit. Bien entendu ce courant à travers la bobine engendre un champ magnétique qui va se superposer au champ de l'aimant

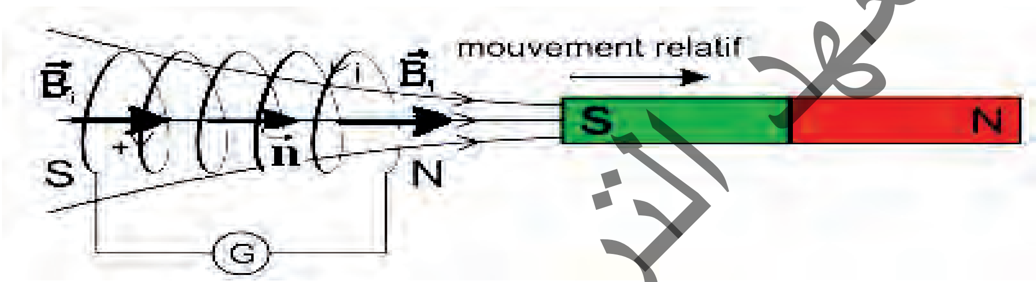
➢ En approchant le pôle Sud (augmentation de l'intensité du champ magnétique B), le flux inducteur à travers la bobine induite augmente (compte tenu du sens positif choisi). Cette variation positive du flux inducteur donne naissance à un courant induit d'intensité i.

Ce courant induit **i** circule dans le sens tel que le champ induit créé par la bobine $\vec{B}_i$ est dirigé contre le sens du champ magnétique $\vec{B}$ de l'aimant ($\vec{B}_i$ s'oppose à l'augmentation de $\vec{B}$



➢ En éloignant le pôle Sud (diminution de l'intensité du champ magnétique B), le flux inducteur à travers la bobine induite diminue (compte tenu du sens positif choisi) .

Cette variation négative du flux inducteur donne naissance à un courant induit d'intensité i qui circule dans le sens tel que le champ induit créé par la bobine $\vec{B}_i$ est dirigé dans le sens du champ magnétique $\vec{B}$ de l'aimant ($\vec{B}_i$ s'oppose à la diminution de $\vec{B}$)



2-2- Loi de Lenz

Le courant induit circule dans un sens tel qu'il tente de s'opposer à la cause qui lui donne naissance.
Cette cause est évidemment la cause de la variation du flux inducteur.

3- Force électromotrice induite

La circulation d'un courant électrique dans un circuit nécessite la présence d'une force électromotrice (présence d'un générateur). Le phénomène d'induction magnétique engendre dans le circuit induit une force électromotrice induite.

3-1- Force électromotrice induite moyenne f.e.m.i (e_m)

Si le flux inducteur à travers un circuit induit varie de **$\Delta\Phi$** pendant l'intervalle de temps **Δt**.
Dans ce circuit apparait à une **f.é.m**. induite dont la valeur moyenne, notée **e_m**, dépend de la durée **Δt** et **$\Delta\Phi$** (c'est-à-dire les facteurs qui le déterminent) :
Reprenons l'expérience précédente, en introduisant, avec la même vitesse, un aimant faible, puis un aimant plus puissant dans la bobine induite. Nous mesurons la déviation maximale de l'aiguille qui est proportionnelle à la **f.é.m. moyenne e_m**.
On constate que plus l'aimant est puissant, plus la valeur de la **f.e.m e_m** est grande.

Donc e_m est proportionnel à **B**.

Des expériences semblables montrent que la **f.e.m** e_m est proportionnelle à **N, S et B** donc à $\Delta\Phi$.

Reprenons l'expérience précédente, et introduisons l'aimant lentement puis rapidement dans la bobine induite. Lorsqu'on introduit l'aimant lentement dans la bobine, e_m est plus faible que si on l'introduit rapidement, e_m est inversement proportionnel à Δt.

Conclusion : La force électromotrice induite moyenne e_m est proportionnelle à la variation du flux inducteur $\Delta\Phi$ et est inversement proportionnel à Δt

En tenant compte de la Loi de Lenz (e_m et $\Delta\Phi$ ont signes opposés) on aboutit finalement à la loi de Faraday :

La f.é.m. induite moyenne dans un circuit est égale à l'opposé de la variation du flux inducteur à travers ce circuit par unité de temps : $e_m = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

3-2- La force électromotrice induite instantanée

La f.é.m. induite (instantanée) dans un circuit est égale à l'opposé de la dérivée par rapport au temps du flux inducteur à travers ce circuit : $e = -\lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\dfrac{d\Phi}{dt}$

3-3- Intensité du courant en circuit fermé

Si le circuit induit est fermé et de résistance totale **r**, l'expression de l'intensité du courant induit est : $i = \dfrac{e}{r}$

Les grandeurs **e** et **i** sont algébriques.

Convention :

Courant circulant dans le sens positif $\Leftrightarrow$ **i > 0** $\Leftrightarrow$ **e > 0**

Courant circulant dans le sens négatif $\Leftrightarrow$ **i < 0** $\Leftrightarrow$ **e < 0**

Remarque

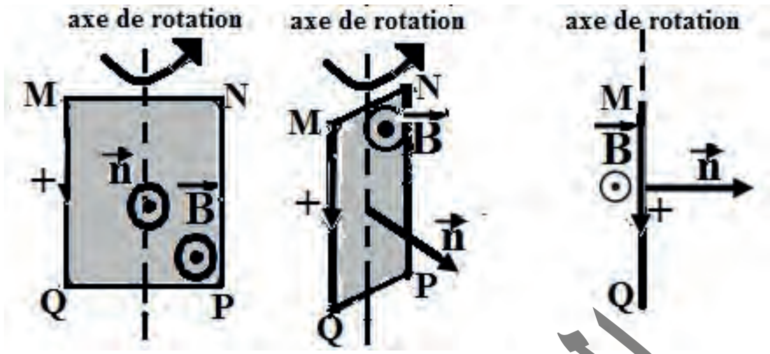
Si le circuit induit est ouvert lors de la variation du flux inducteur, elle apparaît une tension **U** entre ses bornes tel que $|U| = |e|$.

3-4- La quantité d'électricité moyenne induite

La quantité d'électricité induite moyenne circulant dans un circuit induit fermer lors d'une variation du flux magnétique $\Delta\Phi$ est : $Q = |i|.\Delta t = \left|\dfrac{e}{r}\right|.\Delta t = \left|\dfrac{\Delta\Phi}{r.\Delta t}\right|.\Delta t$. Ce qui donne $Q = \dfrac{|\Delta\Phi|}{r}$

4- Application : L'alternateur

Description : Une bobine ayant **N** spires, tourne avec une vitesse angulaire constante dans un champ magnétique (supposé uniforme).

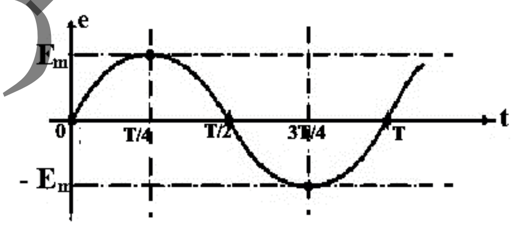


Afin de comprendre le fonctionnement de l'alternateur on considère tout d'abord une seule spire rectangulaire tournant à vitesse angulaire ω constante dans un champ magnétique inducteur uniforme. Les figures illustrent que le flux inducteur varie en fonction du temps.

Le flux magnétique à travers la bobine : $\Phi = NBS\cos\theta$

Comme la bobine tourne à vitesse constante, l'expression de θ en fonction du temps est $\theta = \omega t + \varphi$ alors $\Phi = NBS\cos(\omega t + \varphi)$

La f.e.m induite **e** se déduit de l'expression du flux par :



$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = NBS\omega\sin(\omega t + \varphi) = E_m \sin(\omega t + \varphi)$$

Une force électromotrice alternative sinusoïdale de même fréquence que la fréquence de rotation est induite dans la bobine. Si le circuit est fermé un courant alternatif sinusoïdal de même fréquence circule dans le circuit.

La f.é.m. e est alternative et sinusoïdale d'amplitude E_m.

Si $\varphi = 0$ la représentation est la suivante.

Remarque : Un voltmètre indique la f.é.m. efficace $E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$.

Essentiel

- A toute surface S, est associé un vecteur surface $\vec{S}$ tel que $\vec{S} = S\vec{n}$

  S : l'aire de la surface et $\vec{n}$: vecteur normal à la surface.
- Caractéristiques du vecteur normal à une surface $\vec{n}$:

➢ Origine : le centre de la surface

➢ Direction : perpendiculaire au plan de la surface

➢ Sens : On choisit un sens positif sur le contour de la surface. On détermine le sens de $\vec{n}$ par la règle de la main droite.

On allonge la main droite sur le contour de la surface tel que :

✓ La paume est orientée vers le centre de la surface

✓ Les doigts courbés en indiquant le sens positif sur le contour

✓ Le pouce indique le sens de $\vec{n}$

➢ Norme : $\|\vec{n}\| = 1$

- Le flux d'un champ magnétique $\vec{B}$ à travers une surface S est donné par le produit scalaire $\phi = \vec{B}.\vec{S} = B.S.\cos\widehat{\vec{B}\,\vec{n}}$. Le flux s'exprime en Weber (Wb)
- Si la surface est délimitée par un circuit bobiné comportant N spires, le flux total vaut N fois le flux à travers une spire : $\phi = N.B.S.\cos\left(\widehat{\vec{B}.\vec{n}}\right)$.
- Force électromotrice induite moyenne f.e.m.i (e_m) : $e_m = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$
- La force électromotrice induite instantanée : $e = -\lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\dfrac{d\Phi}{dt}$
- Si le circuit induit est fermé et de résistance totale r, l'expression de l'intensité du courant induit est : $i = \dfrac{e}{r}$
- La quantité d'électricité induite moyenne circulant dans un circuit induit fermer lors d'une variation du flux magnétique $\Delta\Phi$ est : $Q = \dfrac{|\Delta\Phi|}{r}$

Exercice résolu

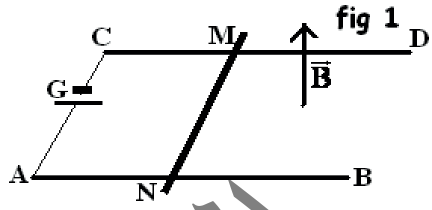
Dans l'exercice on néglige le champ magnétique terrestre.
Le phénomène d'induction est également négligé sauf dans la quatrième question.

Un circuit électrique comporte :

-Un générateur G

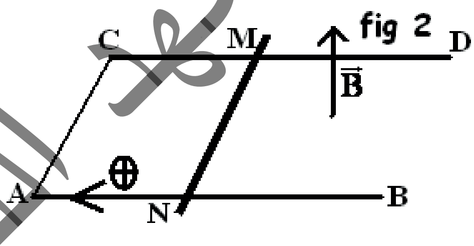
-Deux rails métalliques AB et CD horizontaux et parallèles de résistances négligeables.

- Une tige métallique MN horizontale de longueur l=10 cm et de masse m=10 g.



Le circuit est soumis à un champ magnétique uniforme dont le vecteur $\vec{\mathbf{B}}$ qui reste toujours perpendiculaire au plan des rails a pour intensité $\mathbf{B = 0{,}8\,T}$.

Lorsqu'on ferme le circuit, le générateur débite un courant d'intensité constante I=0,5A et la tige commence à se déplacer tout en restant perpendiculaire aux rails.



1 Déterminer les caractéristiques de la force électromagnétique $\vec{\mathbf{F}}$ qui déplace la tige.

2 Quelle est la nature du mouvement de la tige ? Sachant qu'on ferme l'interrupteur à t=0 alors que la tige est immobile, écrire l'équation de ce mouvement.

3 De quel angle α et dans quel sens faut-il incliner les rails pour que la tige reste en équilibre ?

4 On ramène les rails à leur position horizontale précédente et on remplace le générateur par un fil conducteur de résistance R=2Ω. De la gauche vers la droite, on déplace la tige de résistance r =1Ω à vitesse constante V=6m/s.

4.1 Calculer la force électromotrice (f.e.m) induite e.

4.2 Déterminer l'intensité du courant induit et préciser son sens.

4.3 Préciser les caractéristiques de la force électromagnétique $\vec{\mathbf{f}}$ créée lors du déplacement.

Solution

1. Les caractéristiques de $\vec{F}$:

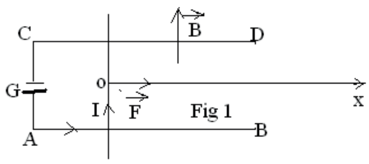
-point d'application : milieu du fil

-Direction : Parallèle avec les rails

-Sens : de la gauche vers la droite

-Intensité : $F = IlB = 0{,}5.10.10^{-2}.0{,}8 = 4.10^{-2}\,N$

2- $\sum \vec{F} = \vec{R} + \vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$



$$proj/ox : F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = Cte \quad le \quad mvt \quad est \quad r.u.v$$

$$AN : a = \frac{4.10^{-2}}{10.10^{-3}} = 4m/s^2$$

En choisissant la position de la tige à t=0 comme origine des espaces on trouve : $x_0 = 0, V_0 = 0$

Les équations horaires sont : $\begin{cases} a = 4ms^{-2} \\ Vx = 4t \\ x = 2t^2 \end{cases}$

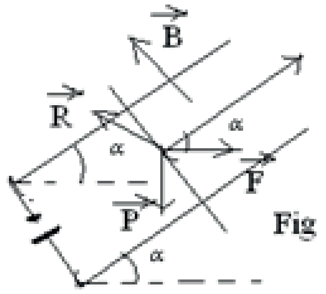


Fig 1

3-On doit incliner les rails vers la gauche avec un angle α qui rend la tige en équilibre.(fig 1)

1Calcul de flux :

$\varphi = BS\cos\alpha' = -BS \qquad (\alpha' = \pi rd) \quad voir \quad fig2$

$S = S_0 + x.l = S_0 + vlt \qquad (le\ mvt\ de\ la\ tige\ est\ r.u)$

$\varphi = -B(S_0 + vlt) = -BS_0 - Bvlt$

La force électromotrice :

$$e = -\frac{d\varphi}{dt} = Bvl \quad AN: e = 0{,}8.10.10^{-2}.6 = 0{,}48V$$

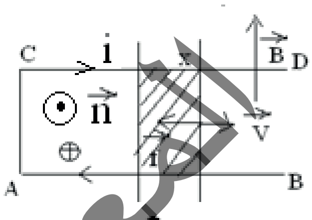


Fig 2

4.2 L'intensité du courant induit : $I = \frac{e}{\sum R} = \frac{0{,}48}{3} = 16.10^{-2}A$

Le courant induit circule dans le sens d'orientation choisit (voir fig2)

4.3 Les caractéristiques de la force électromagnétique créée au cours du déplacement de la tige :

-**point d'application** : milieu de la tige

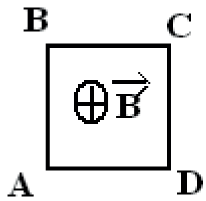
-**Direction** : parallèle aux rails

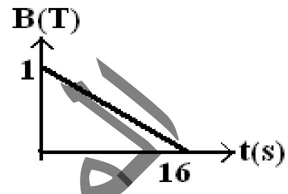
Sens : opposé au sens du déplacement de la tige

Exercices

Exercice 1

Un carré est constitué par 200spires de fil de cuivre isolé. Le coté du carré mesure 4cm.
Ce cadre est placé perpendiculairement au champ magnétique uniforme B = 1T d'un électro-aimant. Les extrémités du fil sont reliées aux bornes d'un milliampèremètre de résistance $r = 2\Omega$.

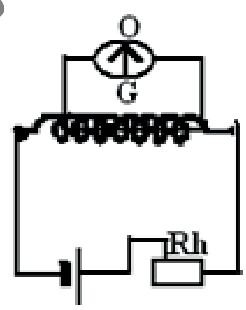




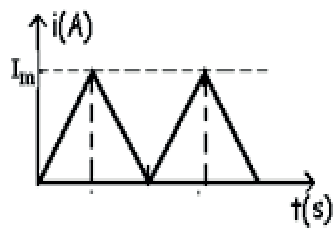
1- On diminue le courant d'alimentation de façon que B varie comme l'indique la courbe. (Voir la courbe). Calculer la f.é.m induite dans le cadre.
2- Si la résistance du cadre est $R=8\Omega$, calculer l'intensité du courant induit et indiquer sur un schéma le sens du courant induit dans le cadre..

Exercice 2

Le dispositif suivant est constitué de :
a- Un circuit inducteur comprenant :
-Un générateur de f.e.m E=6V de résistance négligeable.
-Un rhéostat de résistance $Rh=1\Omega$
-Une bobine de longueur L=20cm de résistance $r=2\Omega$ comportant $N_1=100$ spires de section $S_1=10cm^2$.
b- Un circuit induit formé d'une bobine de longueur l=10cm de résistance $R=3\Omega$ et comportant $N_2=1000$ spires de section $S_2=2cm^2$.



1 - Calculer l'intensité du courant qui circule dans le circuit inducteur.
2 - Calculer l'intensité du champ magnétique à l'intérieur de la bobine inductrice.
3 - Calculer le flux magnétique dans la bobine du circuit induit.
4.1- Calculer la valeur moyenne de la f.e.m induite si l'intensité du courant inducteur varie de la valeur trouvée à la 1ère question à la valeur 0 en 50ms.
4.2 -En déduire l'intensité du courant induit lors de cette variation et préciser son sens.



5-Le générateur précédent est remplacé par un autre générateur qui fournit une tension triangulaire qui fait circuler un courant dont l'intensité i varie comme l'indique la courbe :T représente la période et I_m la valeur maximale de l'intensité (T = 0,01s et Im = 2,5A)
5.1 -Donner l'expression de i(t) dans une période.
5.2- Donner l'expression de l'intensité B du champ magnétique dans la bobine inductrice en, fonction du temps dans une période.
5.3-Calculer la f.e.m induite e lors d'une période.. La représenter.

Exercice 3

Une spire ayant la forme d'un cadre vertical carré PQRS de coté a =10cm , de masse m =100g est parcourue par un courant d'intensité I = 4A.
Cette spire et plongée à moitié dans un champ uniforme $\vec{B}$ de valeur B = 0,2T. (voir fig1).

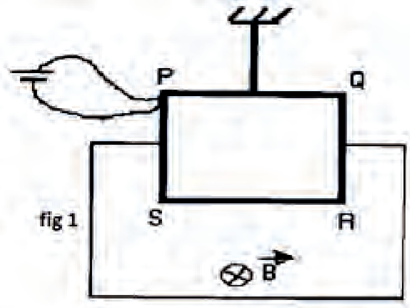
La spire est suspendue par un fil vertical de masse négligeable.

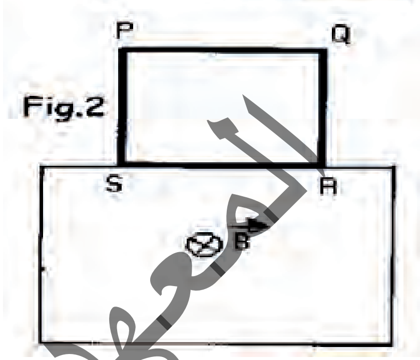
1- Déterminer les caractéristiques des forces électromagnétiques qui s'exercent sur les cotés du cadre.

2- Quelle est alors la valeur de la tension du fil à l'équilibre ?

3- On supprime le courant dans le cadre et on coupe le fil à la date t = 0.

La spire tombe alors en chute libre. Le schéma ci-contre représente le cadre à l'origine des temps. Dans la suite, on néglige l'action des forces électromagnétiques.





3.1- Représenter la spire lorsqu'elle est partiellement plongée dans le champ magnétique et exprimer à la date t correspondante la surface de la partie plongée dans le champ magnétique.

3.2 -Exprimer le flux magnétique à travers le cadre à la date t.

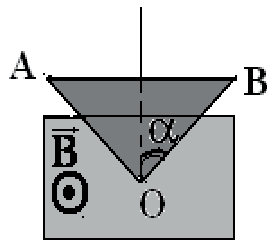
3.3- En déduire l'expression de la f.e.m induite et préciser le sens du courant traversant la spire.

3.4- Calculer l'intensité de ce courant à t= 0,2s, si la résistance totale du cadre est r = 3Ω.

Exercice 4

On considère une spire de cuivre ayant la forme d'un triangle A B O équilatéral de côté a =10 cm . On fait suspendre ce triangle par un fil qui permet de le faire déplacer verticalement vers le bas avec une vitesse constante V.

A l'instant t = 0 , le triangle pénètre par le point O dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ horizontal et perpendiculaire au plan de la figure.



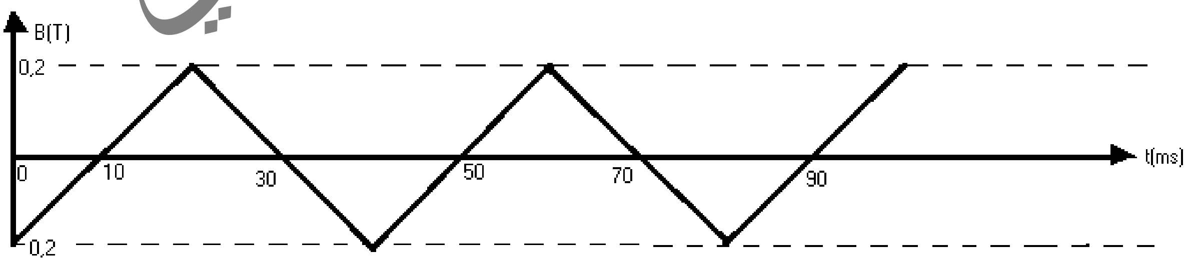
1- Donner l'expression de la surface S de la partie immergée dans le champ magnétique $\vec{B}$ en fonction du temps t de la vitesse V et de l'angle α.

2- Ecrire l'expression du flux magnétique en fonction de V, t, B et α.

3 -Trouver l'expression de la f.e.m induite en fonction de V, t, B et α .

En déduire l'expression de l'intensité i du courant induit si la résistance du circuit est r.

4 -Lorsque la spire pénètre complètement dans le champ magnétique, on l'immobilise et on fait varier la valeur B du champ magnétique en fonction du temps comme l'indique la courbe suivante



4.1- Donner l'expression de la f. e. m en fonction de a et de $\frac{dB}{dt}$.

4.2- En déduire l'expression de l'intensité i du courant induit en fonction du temps.

Représenter i en fonction du temps. On donne r = 2Ω.

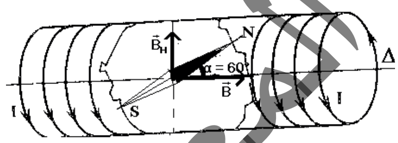
Exercice 5

Un solénoïde de grande longueur ℓ par rapport à son diamètre comporte N spires jointives.

1- Déterminer les caractéristiques du champ magnétique $\vec{B}$ qui s'exerce au centre de la bobine quand elle est traversée par un courant d'intensité I (Direction, sens et intensité). A.N : $N = 1000, I = 2A, \ell = 1,5m, \mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ S.I .

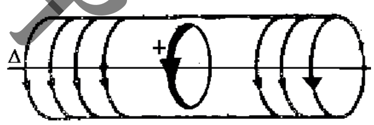
2- L'axe Δ du solénoïde est perpendiculaire au méridien magnétique du lieu d'expérience et la composante horizontale du champ magnétique terrestre est $B_H = 2.10^{-5}T$.

Une petite aiguille aimantée $\overrightarrow{SN}$ mobile au tour d'un axe vertical placée au centre de la bobine s'établit dans une position d'équilibre telle que l'angle de la ligne des pôles $\overrightarrow{SN}$ et l'axe Δ soit $\alpha = 60°$.



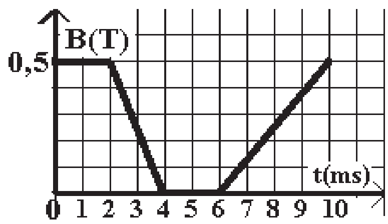
Calculer la valeur du champ magnétique $\vec{B}$ qui s'exerce lors du passage d'un courant dans le solénoïde et en déduire l'intensité I_1 de ce courant ?

3 -On place maintenant au centre du solénoïde une spire de surface S=8cm² dont l'axe est confondu avec celui du solénoïde.



3.1- Exprimer le flux Φ à travers la spire en fonction de B et S. Calculer Φ si $B = 0,5T$.

3.2- On établit aux bornes du solénoïde une différence de potentielle qui fait passer un courant créant un champ magnétique variant en fonction du temps comme l'indique la courbe.

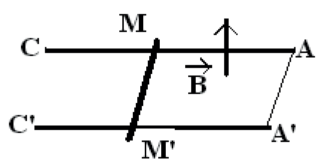


3.2.1 -Donner l'expression de la force électromotrice induite e en fonction du temps et calculer ses valeurs dans les différents intervalles de temps.

3.2.2 -Représenter les variations de e en fonction de t dans les différents intervalles de temps.

Exercice 6

Un tige conductrice homogène et cylindrique est placée sur deux rails AC et A'C' conducteurs parallèles et distant d'une longueur l. La tige peut se déplacer sans frottement perpendiculairement aux rails. Le dispositif est placé comme l'indique la fig1 dans champ magnétique $\vec{B}$ uniforme toujours vertical et orienté vers le haut.



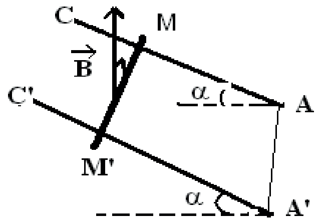
1- On relie les extrémités des rails horizontaux A et A' par un fil conducteur et on constitue ainsi un circuit dont la résistance totale est R.

1.1-On déplace la tige avec une vitesse constante V de A vers C.

Donner l'expression de l'intensité i du courant induit qui passe dans le circuit en fonction de B, l, V et R. Calculer sa valeur et déterminer son sens. A.N : l=0,1m ; m=10g ; B= 0,5T ; R = 2Ω ; V=4m/s .

1.2-Quelle est l'expression de l'intensité i du courant induit et quel est son sens si on déplace la tige de C vers A ?

2- On incline les rails d'un angle α=12°sur l'horizontale. On lance la tige à partir de C et C'avec une vitesse initiale et on constate qu'après un certain temps son mouvement devient uniforme de vitesse V_1.

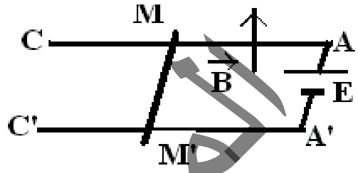


2.1-Déterminer les caractéristiques de la force électromagnétique qui s'exerce sur la tige.

2.2-Calculer l'intensité i_1 du courant induit qui circule.

2.3-Calculer la valeur V_1 de la vitesse .On donne g=9,8m/s²

3- On ramène les rails à leur position horizontale précédente et on relie leurs extrémités A et A' aux bornes d'un générateur de force électromotrice E et de résistance interne négligeable. (voir fig) . On considère que la résistance totale du circuit reste R.



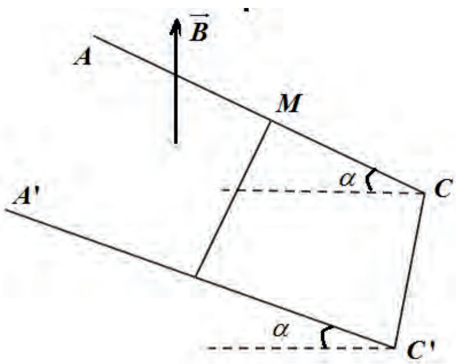
3.1 On déplace toujours la tige avec la vitesse V de A vers C. Donner l'expression de l'intensité du courant qui circule dans le circuit en fonction de E , B , R, V et l .

3.2 Exprimer l'intensité de ce courant si on déplace la tige de C vers A. Calculer cette intensité dans les deux cas.

On donne :R=2Ω ;E=4,5V;V=4m/s.

Exercice 7

Une barre de cuivre MN, homogène, de masse met de longueur ℓ peut glisser sans frottement le long de deux rails métalliques A *C* et *A'C'* contenus dans un plan incliné d'un angle α par rapporta l'horizontale. Pendant tout le mouvement, la barre MM reste perpendiculaire aux rails *AC* et A'C', et maintient avec eux le contact électrique en M et N.



On donne

$\ell = 10^{-1}$ m ; g = 9,8 m.s^{-2} ; m = 2.10^{-2}kg ; α = 20°

1-La barre MN est lâchée sans vitesse initiale sur le plan incliné. Après un parcours L, sa vitesse vaut 2,8ms^{-1} calculer L.

2-Les points A et A' sont maintenant reliées par un fi! de résistance $R = 0,2\ \Omega$, les résistances électriques des rails et de la barre étant négligeables. Lorsque la barre parcourt une distance L, elle pénètre, à l'instant t = 0, avec la vitesse $v = 2,8\text{ms}^{-1}$ dans une région de l'espace *où* règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, vertical, ascendant, d'intensité B = 1 T.

a- Quelle est l'intensité I_0 du courant qui apparaît dans le circuit A'AMN à l'instant t = 0*?* Indiquer sur un schéma très clair le sens du courant.

b-Quelles sont les caractéristiques de la force électromagnétique $\vec{F}_0$ qui s'exerce sur la barre à l'instant t = 0?

c- Montrer qu' à t = 0 l'accélération est opposée à $\vec{v_0}$.

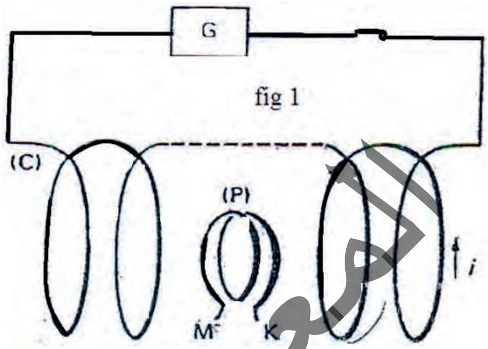
Expliquer qualitativement comment varie l'intensité du courant lorsque labarre continue à se déplacer dans le champ magnétique et comment évolue le mouvement, les rails étant supposés suffisamment longs.

3- La barre, toujours sur les rails inclinés de $\alpha = 20°$ acquiert maintenant dans le champ $\vec{B}$ un mouvement rectiligne uniforme de vitesse $\vec{v_1}$

c- Quelle est alors l'intensité de la force électromagnétique $\vec{F_1}$ qui agit sur la barre ? b- Calculer l'intensité I_1 du courant induit et la valeur v_1 de la vitesse.

Exercice8

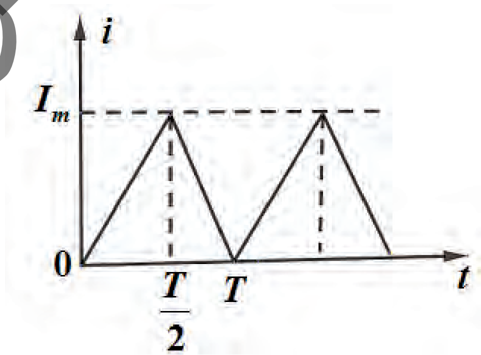
Dans cet exercice on négligera l'action du champ magnétique terrestre . Un circuit C (fig 1) comprend un générateur G et un solénoïde comportant n=2000spires par mètre . A l'intérieur du solénoïde se trouve une bobine plate P de même axe que le solénoïde et de bornes K et M .Cette bobine P est formée de N=300spires chacune ayant une surface $S = 10cm^2$.



1-Le générateur G fait circuler dans le circuit un courant d'intensité 0,3A .Sur un schéma clair représenter le vecteur champ magnétique à l'intérieur du solénoïde . Justifier le sens de ce vecteur et calculer sa norme.

2-On ouvre le circuit du solénoïde . Expliquer pourquoi il apparait une différence de potentielle U_{KM} entre les bornes K et M de la bobine P. Préciser le signe de U_{KM} . Le courant dans le solénoïde s'annulant en $10^{-3}s$, calculer la valeur moyenne de U_{KM}

3-Le générateur G fournit maintenant dans le circuit C une intensité i dont les variations en fonction du temps sont précisées sur la figure (2).

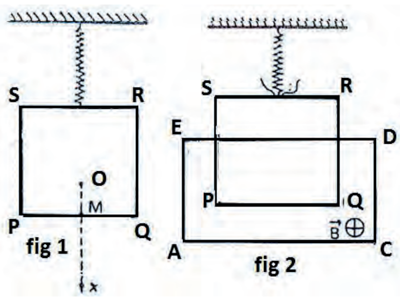


a- Donner sur une période T entre les instants t=0 et t=T les expressions de l'intensité i en fonction du temps sachant que $I_m = 0,35A$ et $T = 10^{-2}s$

b-Calculer les valeurs prises par la force électromotrice induite dans la bobine P au cours de cette période T et représenter avec la même échelle des temps que pour le courant i ,le graphe de la force électromotrice induite.

Exercice 9

A un ressort à spires non jointives de raideur K et de masse négligeable est suspendu un cadre indéformable rectangulaire PQRS de masse m constitué de N spires de fil de cuivre. Le cadre peut se déplacer sans frottement d'un mouvement de translation verticale . Le coté horizontale inferieure PQ du cadre a pour milieu M. Soit O la position de M à l'équilibre et OX l'axe vertical descendant(fig 1).



1-Le cadre est écarté vers le haut de la position d'équilibre et abandonné à l'instant t=0 sans vitesse initiale alors que l'abscisse de M est x_0 .Etablir l'équation différentielle liant le temps et l'abscisse x de M. Exprimer en fonction du temps : x et la vitesse v. $AN : m = 255g, K = 10N.m^{-1}, x_0 = -0,5cm$

2-La partie inférieure du cadre est maintenant soumise en permanence à l'action d'un champ magnétique uniforme de vecteur $\vec{B}$ orthogonal au plan du cadre dans la zone ACDE et nul ailleurs (fig2). Le cadre est en circuit ouvert .Exprimer en fonction de la vitesse la force électromotrice induite dans le cadre au cours des oscillations

$AN : PQ = RS = \ell = 5cm \quad B = 0,4T, N = 100\ spires$

3-Les deux extrémités du fil de cuivre constituant le cadre sont maintenant reliées aux bornes de déviation verticale d'un oscillographe de très grande impédance, par des fils très souples qui ne perturbent pas le mouvement et on observe sur l'écran une période d'une sinusoïde qui occupe en abscisse une longueur de 10Cm et en ordonnée de crête à crête une longueur de 5Cm. Sachant qu'en abscisse 1Cm correspond à 0,1s et qu'en ordonnée 1Cm correspond à 25mV.En déduire :

a) La période des oscillations du cadre (comparer sa valeur à celle trouvée à la question 1)

b) L'amplitude des oscillations

4-Les extrémités du fil de cuivre étant reliées entre elles, les oscillations du cadre s'amortissent ; pourquoi ? (aucun calcul n'est demandé)

Exercice 10

On réalise un solénoïde à l'aide d'un fil de cuivre de diamètre d= 0,6mm, enroulé sur un cylindre de longueur l' = 0,6m et de diamètre D = 4cm. Le nombre de spires est N =1000.

1- Les spires sont-elles jointives ?

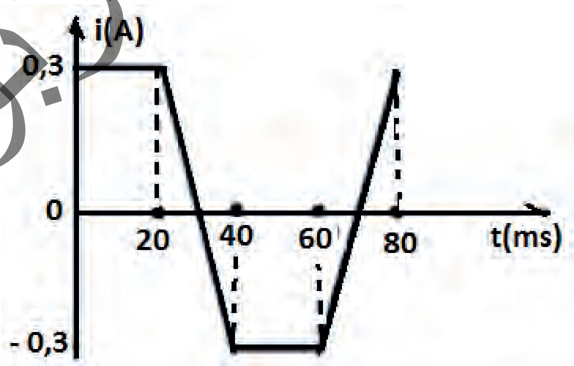
2- Déterminer la longueur l du fil utilisé.

3- Calculer l'inductance L de ce solénoïde. On donne : S.I.

4- Ce solénoïde est parcourue par un courant I = 2A. Quelle est la tension U1 à ses bornes? La résistance du solénoïde est R = 20Ω.

5- Déterminer les caractéristiques du champ magnétique B à l'intérieur du solénoïde.

6- Le solénoïde est parcourue par un courant dont l'intensité varie avec le temps comme l'indique le graphe ci-après.

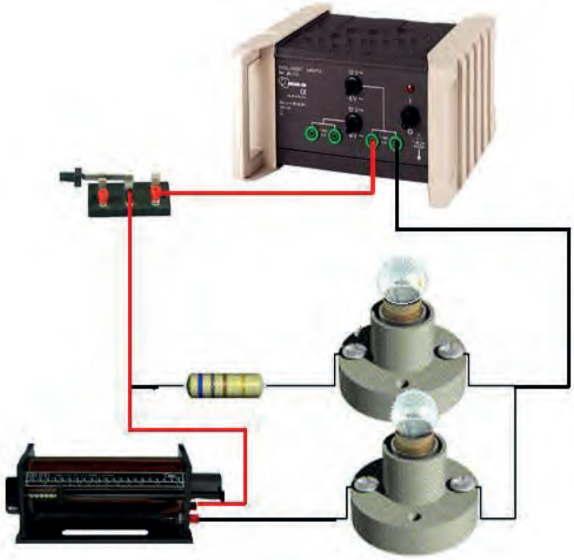


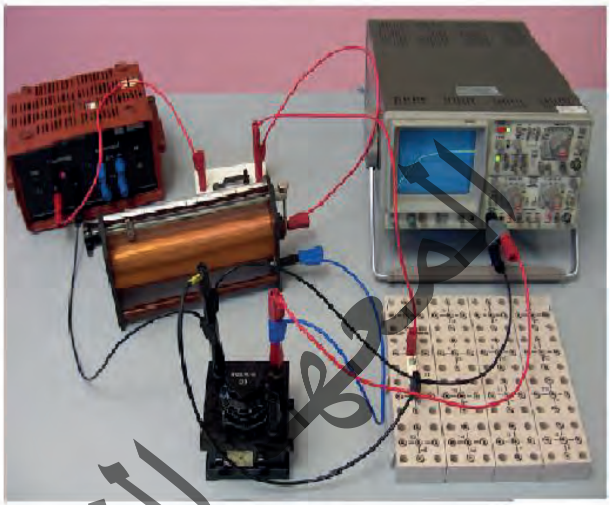
6-1- Pour quels intervalles de temps y a-t-il variation du flux à travers le solénoïde?

6-2- Calculer la f.e.m d'auto-induction dans chaque intervalles de temps.

6-3- Donner l'expression littérale de la tension u aux bornes de la bobine.

Chapitre VI: Auto induction et circuit RL





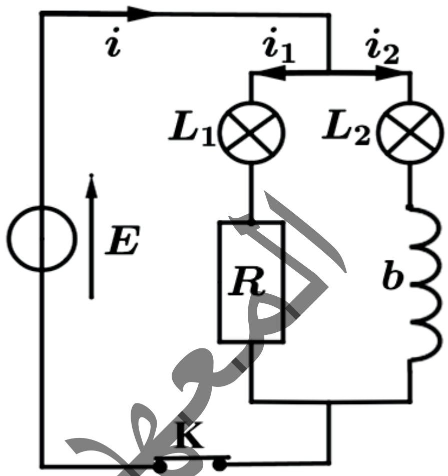
OBJECTIFS

- **Mettre en évidence expérimentalement le phénomène d'auto-induction électromagnétique.**
- **Reconnaître les facteurs dont dépend la f.e.m. d'auto-induction.**
- **Calculer l'énergie emmagasinée dans une bobine.**
- **Établir, pour un dipôle RL soumis à un échelon de tension, l'équation différentielle qui régit les variations de l'intensité i du courant parcourant la bobine en fonction du temps.**
- **Déterminer graphiquement la constante de temps à partir des courbes de réponse $u_L(t)$ ou i(t) d'un dipôle RL.**

I- Auto induction

1- Mise en évidence

On branche en dérivation, aux bornes d'un générateur **G** de tension continue **E**, deux branches de circuit :



- ✓ l'une comportant un conducteur ohmique de résistance **R** et une lampe **L_1**
- ✓ l'autre comportant une bobine de résistance **r = R** et une lampe **L_2** identique à **L_1**.
- Quand on ferme l'interrupteur **K**, on constate que la lampe **L_2** s'allume progressivement avec un léger retard par rapport à la lampe **L_1**, puis les deux lampes brillent du même éclat.
- Quand on ouvre l'interrupteur **K**, on constate que la lampe **L_2** s'éteint progressivement avec un léger retard par rapport à la lampe **L_1**

Conclusion : Une bobine placée dans un circuit s'oppose à l'établissement et à l'annulation du courant dans ce circuit.

Interprétation :

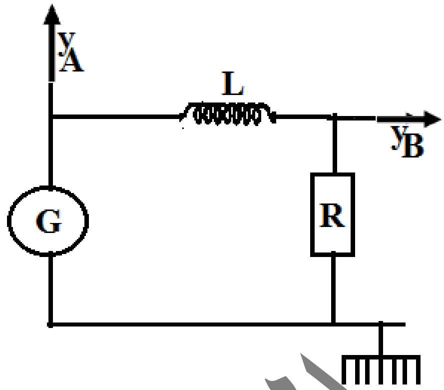
- ➢ A la fermeture du circuit, le courant crée dans la bobine un champ magnétique qui tend à s'augmenter lors de l'établissement du courant.

Conformément à loi la de Lenz, elle apparait une f.e.m induite dont l'effet est de s'opposer à l'augmentation de la valeur du champ magnétique. Il s'ensuit un retard à l'établissement du courant.
Autrement dit la f.e.m induite qui s'oppose à l'augmentation de l'intensité du courant électrique dans le circuit, ainsi retarde son établissement.

- ➢ Lorsque le régime permanent est établi, l'intensité du courant électrique reste constante ainsi que le champ magnétique créé par la bobine. La bobine se comporte alors comme un simple conducteur ohmique :

Lorsque la bobine est traversée par un courant électrique variable, elle est le siège d'un champ magnétique variable crée par elle-même, elle joue le rôle d'un circuit inducteur.
Elle est plongée dans le champ magnétique inducteur qu'elle produit elle-même, elle joue aussi le rôle d'un circuit induit.
Le circuit induit n'est pas indépendant du circuit inducteur il s'agit du même circuit.
C'est pourquoi on parle alors de phénomène d'auto-induction.
L'auto-induction est un phénomène électrique transitoire si la tension appliquée est continue.
On appelle champ magnétique propre de la bobine, le champ qu'elle crée elle-même et on appelle flux propre, le flux du champ propre traversant la bobine.

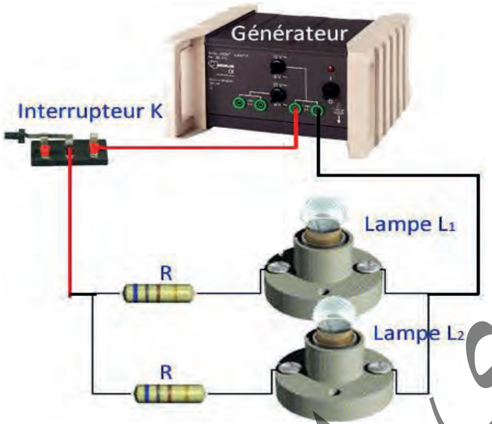
2 - Observation à l'aide d'un oscillographe

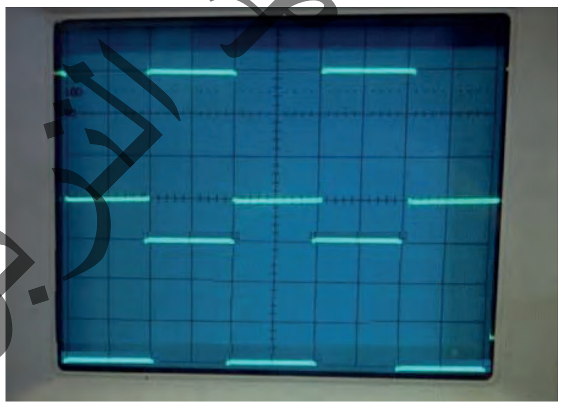


G est un générateur de signaux rectangulaires ; c'est un instrument délivrant une tension en créneaux Branchons un oscillographe aux bornes de **G** (voie y_A) ; nous observons le signal de la tension d'alimentation du circuit.

La voie y_B est reliée aux bornes du conducteur ohmique de résistance **R**. Le signal observé sur cette voie correspond à la tension u_R aux bornes de ce conducteur. Cette tension est proportionnelle à l'intensité **i** dans le circuit : $u_R = Ri$.

- La bobine est remplacée par un conducteur ohmique de même résistance **R**. Sur les voies y_A et y_B on observe deux signaux rectangulaires identiques : Le courant électrique (voie y_B) suit exactement les mêmes variations que la tension d'alimentation (voie y_A).

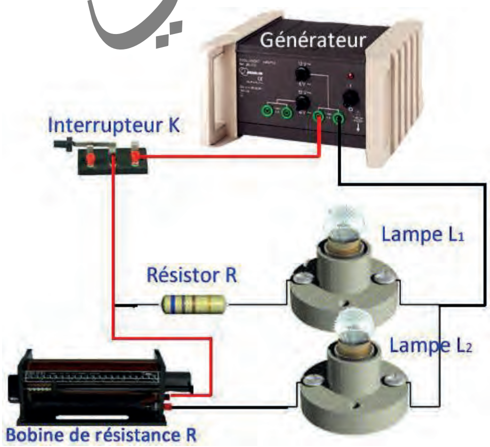


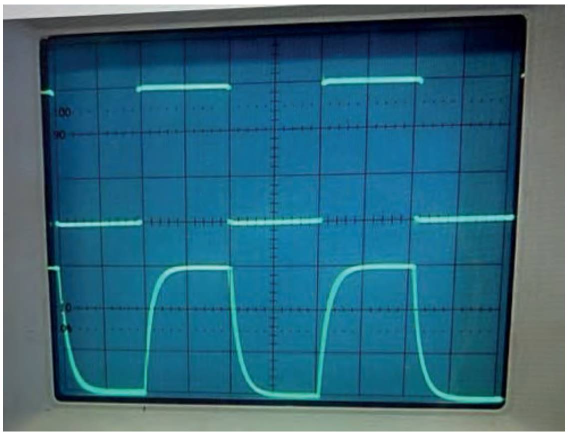


- On place la bobine dans le circuit.

On observe la tension d'alimentation (y_A) et le courant (y_B) : On constate que l'intensité contrairement à la tension d'alimentation n'est jamais discontinue. Cependant, lors du passage de la tension d'alimentation de la valeur **U** à la valeur **0** ou inversement, le courant n'atteint pas immédiatement la valeur qu'il prend sans la bobine.

Ainsi, la présence d'une bobine dans un circuit retarde l'établissement d'un courant permanent. Ce retard s'appelle régime transitoire





3- Le flux propre d'une bobine

Considérons une bobine de rayon de base **R**, de longueur ℓ, comportant **N** spires et parcouru par un courant variable **i**.
Lorsque cette bobine est parcourue par le courant **i(t)**, elle produit un champ d'induction **B(t)** qui la traverse, ce qui crée un flux Φ_p, dit flux propre de la bobine

Le champ magnétique créé par la bobine est : $\mathbf{B} = \mu_0 \frac{N}{\ell} \mathbf{I}$

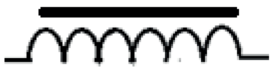
Le flux propre qui traverse cette bobine : $\phi_P = N.B.S = \frac{\pi.\mu_0.N^2.R^2}{\ell} i \Rightarrow \phi_P = L.i$.

Tel que : $L = \frac{\pi.\mu_0.N^2.R^2}{\ell}$.

4- Inductance d'une bobine

Le coefficient de proportionnalité entre le flux propre de la bobine et le courant qui la traverse **L**, est appelé constante d'auto induction ou inductance. Elle s'exprime en **Henry (H)**.
Ce coefficient **L** ne dépend que de la géométrie de la bobine.

Représentations :



Bobine à noyau de fer

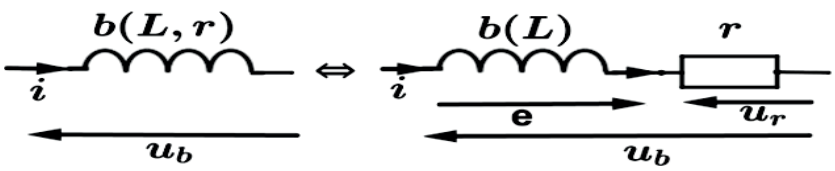
Bobine sans noyau de fer

5- Force électromotrice d'auto induction

La force électromotrice d'auto induction est : $e = -\frac{d\phi_P}{dt} = -L\frac{di}{dt}$

6- Tension aux bornes d'une bobine

Si la résistance de la bobine n'est pas négligeable, celle-ci peut être considérée comme l'association en série d'un conducteur ohmique de résistance **r** et d'une bobine idéale (de résistance nulle) d'inductance **L.**



La tension aux bornes de cette bobine est $u = r.i - e = r.i + L\frac{di}{dt}$

Remarques

- Dans le cas où la bobine est une inductance pure, sa résistance est nulle et la tension à ses bornes s'écrit : $u = L\dfrac{di}{dt}$
- En régime permanent, le courant est constant **(I = cte)**, la tension aux bornes de la bobine s'écrit **U = r.I** , la bobine se comporte comme un conducteur ohmique.

7- Energie emmagasinée dans une bobine (énergie magnétique)

Pendant la durée **dt**, la bobine reçoit l'énergie **dE** telle que : $dE = pdt$

p est la puissance électrique instantanée reçue par la bobine.

La puissance instantanée reçue par une bobine, de résistance **r**, d'inductance **L** et parcourue par un courant d'intensité **i**, est : $p = u.i = \left(r.i + L\dfrac{di}{dt}\right)i = r.i^2 + L.i.\dfrac{di}{dt}$. Donc la puissance instantanée reçue par une bobine est la somme de deux termes :

$p_j = r.i^2$: La puissance instantanée dissipée par effet Joule

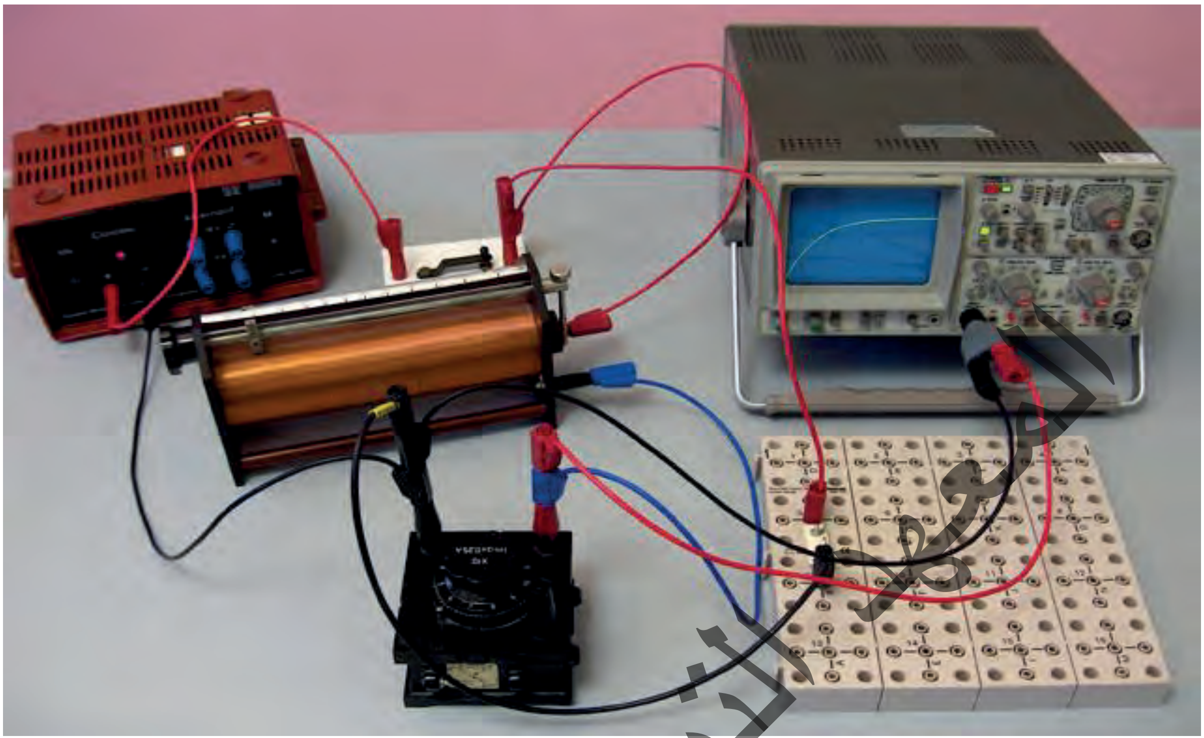
$p_m = Li\dfrac{di}{dt}$: La puissance magnétique instantanée emmagasinée dans la bobine

Donc : $p_m = Li\dfrac{di}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}L.i^2\right)$. D'autre part $p_m = \dfrac{dE_m}{dt}$ par identification on trouve :

$E_m = \frac{1}{2}L.i^2$

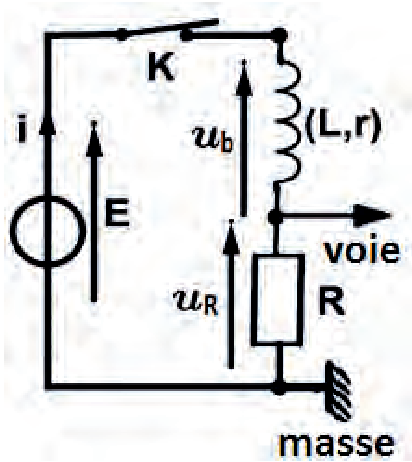
- Lorsque le courant est au cours d'établissement, la bobine emmagasine de l'énergie $E_m = \frac{1}{2}L.i^2$. Ceci crée un retard d'établissement du courant.
- Quand il y a rupture du courant, la bobine restitue l'énergie emmagasinée. Ceci entraîne un retard d'annulation du courant.

II- Circuit RL



1- Etablissement du courant dans le dipôle RL

Le circuit de la figure ci-dessus comporte, en série, un générateur idéal de tension de f.e.m **E**, une bobine d'inductance **L** et de résistance *r* , un interrupteur **K** , un résistor de résistance **R** et un oscilloscope visualisant la tension aux borne du conducteur ohmique qui nous renseigne sur les variations de l'intensité du courant qui circule dans le circuit.
Ce circuit peut être schématisé par la figure ci-après
On ferme l'interrupteur **K** à la date **t = 0s** où
$i_0 = 0, \quad u_{R_0} = 0 \quad et \quad u_{b_0} = E$



1-1- Equation différentielle régissant les variations de l'intensité du courant i(t)

En régime transitoire et durant l'établissement du courant, en réponse à l'échelon de tension **E**, la loi des mailles s'écrit : $u_b + u_R - E = 0 \Rightarrow u_b + u_R = E......(1)$

Or, $u_b = r.i + L\frac{di}{dt}$ et $u_R = R.i$.

Il vient : $r.i+L\dfrac{di}{dt}+R.i=E \Rightarrow R_T.i+L\dfrac{di}{dt}=E$ avec $R_T=R+r$ est la résistance totale du circuit.

En divisant par **L,** on obtient : $\dfrac{di}{dt}+\dfrac{R_T}{L}i=\dfrac{E}{L}$.........$(2)$

Cette équation différentielle régit l'évolution dans le temps de l'intensité **i(t)**

La solution de cette équation est de la forme : $i=A\left(1-e^{-Bt}\right)$.

On peut déterminer les constantes **A** et **B** en remplaçant dans l'équation différentielle.

On calcule $\dfrac{di}{dt}=B.Ae^{-Bt}$. On remplace les expressions de **i(t)** et $\dfrac{di}{dt}$ dans l'équation différentielle, on trouve : $B.Ae^{-Bt}+\dfrac{R_T}{L}A\left(1-e^{-Bt}\right)=\dfrac{E}{L}$.

Ce qui implique que : $Ae^{-Bt}\left(B-\dfrac{R_T}{L}\right)+\dfrac{R_T.A}{L}=\dfrac{E}{L}$.

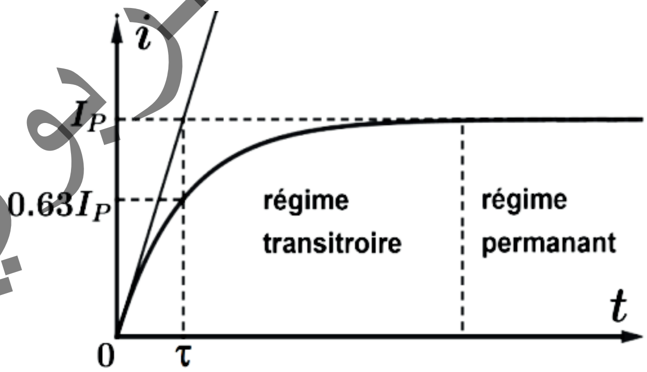
Alors ; $\begin{cases}\dfrac{R_T.A}{L}=\dfrac{E}{L}\\ B-\dfrac{R_T}{L}=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}A=\dfrac{E}{R_T}\\ B=\dfrac{R_T}{L}\end{cases}$. Ce qui donne $i=\dfrac{E}{R_T}\left(1-e^{-\frac{R_T}{L}t}\right)$

Donc on peut écrire : $i=I_p\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ tel que : $I_p=\dfrac{E}{R_T}$ et $\tau=\dfrac{L}{R_T}$

I_p : la valeur maximale du courant, en régime permanent $(t\to\infty)$

τ : constante appelée constante de temps.

La courbe ci-contre représente les variations de $i(t)$ en fonction de temps.

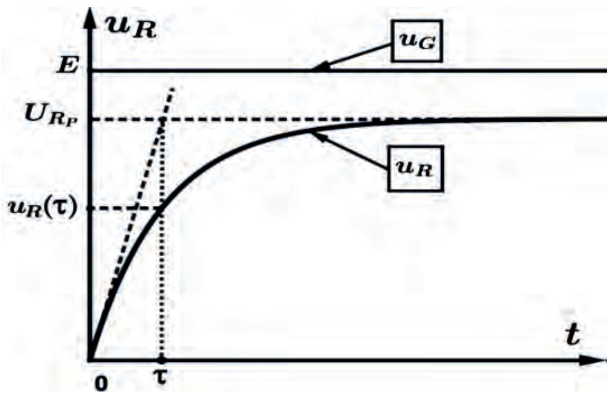


1-2- Equation différentielle régissant les variations de la tension $u_R(t)$

Sachant que $u_R=R.i \Rightarrow i=\dfrac{u_R}{R}$, l'équation **(2)** donne : $\dfrac{du_R}{dt}+\dfrac{R_T}{L}u_R=\dfrac{R.E}{L}$......$(3)$

La solution de cette équation est de la forme $u_R=U_{R_P}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ avec $u_{R_P}=\dfrac{R.E}{R_T}$, la valeur maximale de la tension **u**$_R$, en régime permanant.

La courbe ci-contre représente les variations de $u_R(t)$ en fonction de temps.



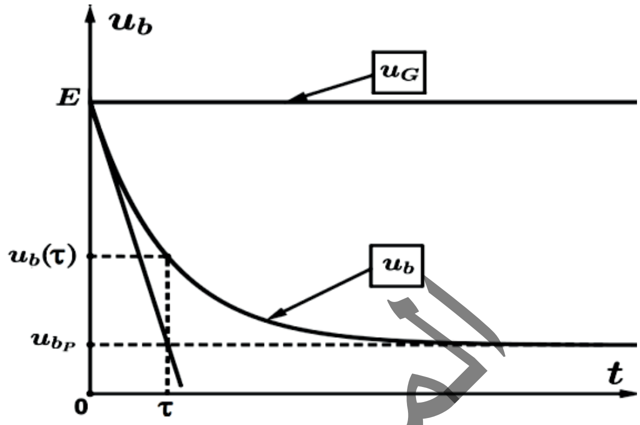
1-3- Equation différentielle régissant les variations de la tension $u_b(t)$

De l'équation **(1)**, $u_R = E - u_b$. En remplaçant dans l'équation **(3)** on trouve

$$\frac{du_b}{dt} + \frac{R_T}{L}u_b = \frac{r.E}{L}.$$

La solution de cette équation est de la forme $u_b = U_{b_p} + \frac{R.E}{R_T}e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $u_{b_p} = \frac{r.E}{R_T}$, la valeur minimale de la tension u_b , en régime permanant.

La courbe ci-contre représente les variations de $u_b(t)$ en fonction de temps.



2- Rupture du courant dans le dipôle RL

2-1- Equation différentielle régissant les variations de i(t)

Une fois le régime permanant est établi, on ouvre l'interrupteur **K** à l'instant **t = 0** où

$$I_0 = \frac{E}{R+r}, \quad U_{R_0} = \frac{R.E}{R+r} \quad et \quad U_{b_0} = -\frac{R.E}{R+r}.$$

La loi des mailles s'écrit : $u_b + u_R = 0........(4)$, donc $r.i + L\frac{di}{dt} + R.i = 0 \Rightarrow R_T.i + L\frac{di}{dt} = 0$, alors

$\frac{di}{dt} + \frac{R_T}{L}i = 0........(5)$. Equation différentielle qui régit les variations de **i(t)**, admettant une solution de la forme : $i = Ae^{-Bt}$.

On peut déterminer les constantes **A** et **B** en remplaçant dans l'équation différentielle et en utilisant les conditions initiales.

On calcule $\frac{di}{dt} = -B.Ae^{-Bt}$. On remplace les expressions de **i(t)** et $\frac{di}{dt}$ dans l'équation différentielle, on trouve : $-B.Ae^{-Bt} + \frac{R+r}{L}Ae^{-Bt} = 0$.

Ce qui implique que : $Ae^{-Bt}\left(\frac{R+r}{L} - B\right) = 0 \Rightarrow B = \frac{R+r}{L}$. Alors $i = Ae^{-\frac{R+r}{L}t}$

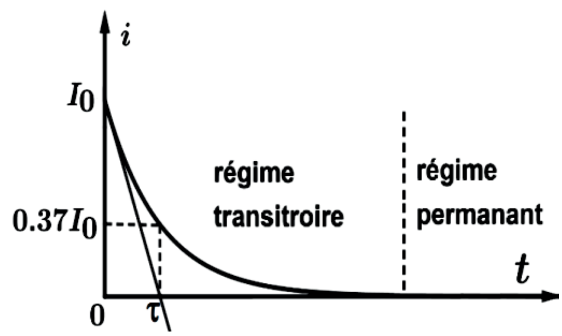
Or, à **t = 0** . $i = I_0 = A$.

Ce qui donne $i = \frac{E}{R+r}e^{-\frac{R+r}{L}t}$

Donc on peut écrire : $i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ tel que :

$I_0 = \frac{E}{R+r}$, la valeur initiale du courant

La courbe ci-contre représente les variations de **i(t)** lors de la rupture du courant.

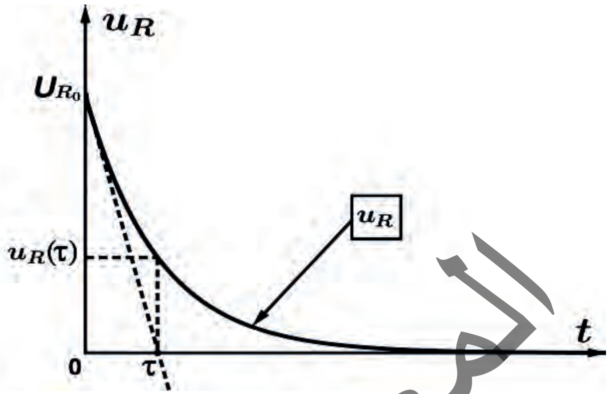


2-2- Equation différentielle régissant les variations de $u_R(t)$

Comme $u_R = R.i \Rightarrow i = \frac{u_R}{R}$, l'équation **(4)** donne : $\frac{du_R}{dt} + \frac{R_T}{L} u_R ......(6)$.

La solution de cette équation est de la forme $u_R = U_{R_0} e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $u_{R_0} = \frac{R.E}{R_T}$, la valeur initiale de la tension **u_R** .

La courbe ci-contre représente les variations de $u_R(t)$ en fonction de temps.



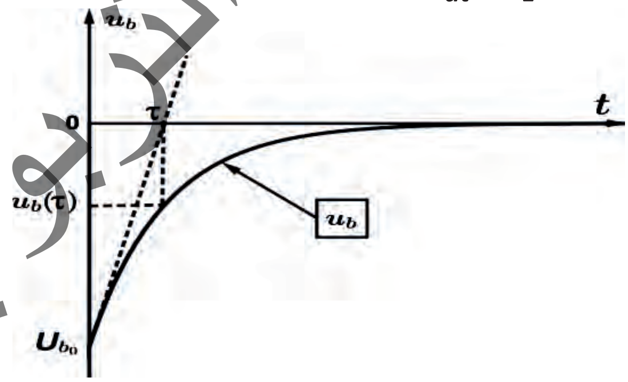
Equation différentielle régissant les variations de $u_b(t)$

D'après l'équation **(4)**, $u_R = -u_b$. En remplaçant dans l'équation **(6)** on trouve $\frac{du_b}{dt} + \frac{R_T}{L} u_b = 0$

.

La solution de cette équation est de la forme $u_b = U_{b_0} e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $U_{b_0} = -\frac{R.E}{R_T}$, la valeur initiale de la tension **u_b**.

La courbe ci-contre représente les variations de $u_b(t)$ en fonction de temps.

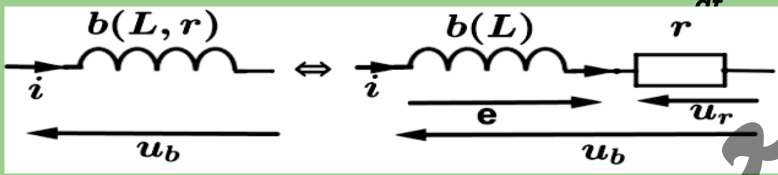


3- La constante de temps τ

- La constante de temps $\tau = \frac{L}{R_T}$ est une constante qui fournit un ordre de grandeur de la durée de la réponse d'un circuit **RL** (établissement ou rupture de courant)
- Après une durée τ , l'intensité atteint **63%** de sa valeur maximale (établissement) ou perd **63%** sa valeur maximale donc atteint **37%** de sa valeur initiale (rupture).
- Après une durée 5τ l'intensité atteint **99%** de sa valeur maximale (établissement) ou perd **99%** sa valeur maximale donc atteint **0,01%** de sa valeur initiale (annulation).
- La constante de temps τ est généralement très faible ; le régime transitoire s'éteint très rapidement.
- La constante de temps τ peut être déterminé graphiquement en traçant la tangente à la courbe représentative de l'une des grandeurs électrique tel que **i = f(t)** au point d'abscisse **t = 0**, l'abscisse du point d'intersection de cette tangente avec l'asymptote horizontale de la courbe est τ .

Essentiel

- L'inductance d'une bobine : $L=\dfrac{\pi.\mu_0.N^2.R^2}{\ell}$
- Le flux propre qui traverse cette bobine : $\phi_P=L.i$.
- La force électromotrice d'auto induction est : $e=-\dfrac{d\phi_P}{dt}=-L\dfrac{di}{dt}$
- La tension aux bornes de cette bobine est $u=r.i-e=r.i+L\dfrac{di}{dt}$



- L'énergie emmagasinée dans une bobine (énergie magnétique) : $E_m=\frac{1}{2}L.i^2$
- Lors de l'établissement du courant dans un dipôle RL soumis à un échelon de tension E

✓ La loi des mailles s'écrit : $u_b+u_R-E=0 \Rightarrow u_b+u_R=E$

✓ L'équation différentielle régit l'évolution dans le temps de l'intensité i(t)

$$\frac{di}{dt}+\frac{R_T}{L}i=\frac{E}{L}.$$

✓ La solution de cette équation est de la forme : $i=I_P\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

avec $I_P=\dfrac{E}{R_T}$ et $\tau=\dfrac{L}{R_T}$

I_P : la valeur maximale du courant, en régime permanent

τ : constante appelée constante de temps.

- La constante de temps $\tau=\dfrac{L}{R_T}$

Après une durée τ, l'intensité atteint 63% de sa valeur maximale (établissement) ou perd 63% sa valeur maximale donc atteint 37% de sa valeur initiale (annulation).

- Lors de la rupture du courant

✓ La loi des mailles s'écrit : $u_b+u_R=0$

✓ L'équation différentielle qui régit les variations de i(t) : $\dfrac{di}{dt}+\dfrac{R_T}{L}i=0$

✓ La solution est de la forme : $i=I_0e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $I_0=\dfrac{E}{R+r}$, la valeur initiale du courant

Exercice résolu 1

On branche en série aux bornes d'un générateur un conducteur ohmique de résistance $R = 100\Omega$ et une bobine d'inductance L et de résistance négligeable (fig1)

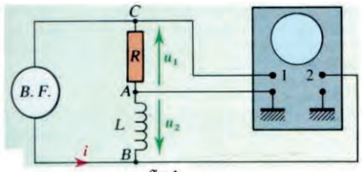


fig 1

Les tensions $u_1 = u_{CA}$ et $u_2 = u_{BA}$ sont appliquées aux bornes d'un oscillographe à deux voies. On obtient sur l'écran l'oscillogramme de la figure 2.

L'oscillographe est réglé de la façon suivante :

base de temps : 1 ms/div (1 div = 1 carreau) ;

• voie 1 : 1 V/div ;

voie 2 : 0,5 V/div.

En l'absence de tension, les traces du spot sont confondues avec la ligne horizontale au milieu de l'écran.

1- La tension u_1 détectée sur la voie 1 est-elle u_{CA} ou u_{AC} ? Exprimer u_1 en fonction de R et i

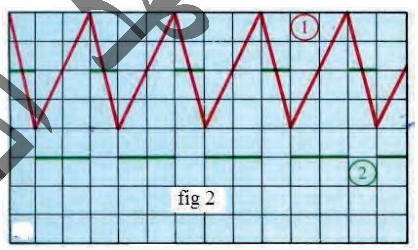


fig 2

2- La tension u_2 détectée sur la voie 2 est-elle u_{AB} ou u_{BA} ? Trouver une relation entre L, R, u_2 et $\dfrac{du_1}{dt}$

3-Pourquoi la tension u_2 est-elle rectangulaire ?

Pourquoi cette tension est-elle négative lorsque la tension u_1 croît ?

4- Calculer l'inductance L de la bobine.

Solution

$1) u_1 = u_{CA} \quad u1 = -Ri$

$2) u_2 = u_{BA}$

$$u_2 = L\frac{di}{dt} \quad or\ i = -\frac{u_1}{R} \Rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{du_1}{Rdt}. \text{ Donc ; } u_2 = -\frac{Ldu_1}{Rdt}$$

$$3-a)\ u_2 \text{ est rectangulaire car } \frac{du_1}{dt} \text{ est constant.}$$

$$b) u_2 = -\frac{Ldu_1}{Rdt}. \text{ Or ; } u_2 \text{ est croissante } \Rightarrow \frac{du_1}{dt} \succ 0 \Rightarrow u_2 \prec 0$$

$$4) L = -\frac{u_2.R}{(\frac{du_1}{dt})}. \text{ Or ; } \begin{cases} u2 = 0,5V \\ \dfrac{du_1}{dt} = 2000V/s \end{cases} \Rightarrow L = 2,5.10^{-2} H$$

Exercice résolu 2

Un solénoïde de 50 cm de longueur et de 8 cm de diamètre est considéré comme infiniment long ; il comporte 2 000 spires par mètre.

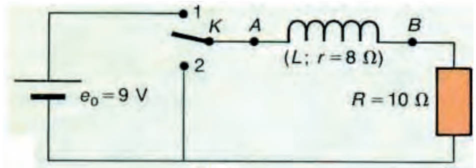


fig 1

1- Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique à l'intérieur du solénoïde quand celui-ci est parcouru par un courant. Calculer l'inductance *L* du solénoïde.

2- On réalise avec ce solénoïde le montage de la figure 1. La résistance interne du générateur est négligeable.

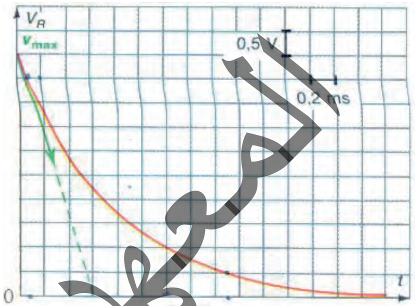


fig 2

a) L'interrupteur K est dans la position 1. Déterminer l'intensité I_0 du courant dans le circuit en régime permanent

b) A l'instant t=0(en un temps négligeable) l'interrupteur passe de la position 1 à la position 2. Etablir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité i du courant dans le circuit. Montrer que l'Intensité est donnée en fonction du 0.temps par la relation

$i = I_0 e^{\frac{-t}{\tau}}$ où $\tau = \dfrac{L}{R+r}$ (constante de temps).

3- Soit u_R la tension aux bornes du dipôle *(B, C)*. On désigne respectivement par t_1 *et* t_2 les temps au bout desquels u_R atteint 90 % et 10 % de sa valeur maximale.

a) Exprimer $t_d = t_2 - t_1$ en fonction de τ .

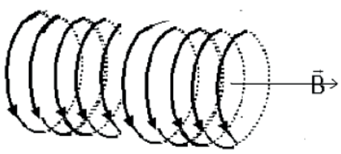
b) A partir de la représentation graphique de u_R en fonction de t (figure b), déterminer t_d ; en déduire la valeur de τ .

c)Retrouver cette valeur à partir de la tangente à la courbe à l'origine

Solution

1– Les caractéristiques du champ $\vec{B}$:

$$\begin{cases} Origine : centre\ du\ solenoide \\ Direction : axe\ du\ solenoide \\ Sens : G \rightarrow droite \\ norme : B = \mu 0 \dfrac{N}{\ell} I \end{cases}$$



$$L'inductance : L = \mu 0 \frac{N^2 S}{\ell}\ et\ S = \pi r^2.$$

Donc ; $L = \dfrac{4.3,14.10^{-7}.(2000)^2.3,14.(4.10^{-2})}{0,5} = 5.10^{-2}\,H$

$$2)\ a - I0 = \frac{e_0}{r+R} = \frac{9}{8+10} = 0,5A$$

$$b) e_0 = (R+r)i + \frac{Ldi}{dt}$$

$$3) \begin{cases} t_1 : u_R = 4,5V \\ t_2 : u'_R = 0,5V \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_R = RI_0 e^{\frac{-t1}{\tau}} \\ u'_R = RI_0 e^{\frac{-t2}{\tau}} \end{cases} \Rightarrow \frac{u_R}{u'_R} = e^{\frac{t_2 - t_1}{\tau}} \Rightarrow Ln9 = \frac{t_2 - t_1}{\tau}.\ \ Donc\ ;\ t_d = t_2 - t_1 = \tau Ln9$$

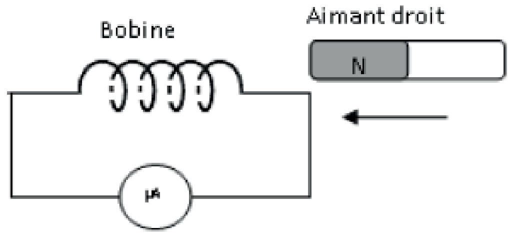
$$b) \begin{cases} t_1 = 0,1ms\ \ et\ t_2 = 1,2ms \\ td = t_2 - t_1 = 1,5ms \\ \tau = \frac{td}{Ln9} = 0,6ms \end{cases}$$

$$c) graphiquement\ \ \tau = 0,6ms$$

Exercices

Exercice 1

I. Une bobine d'inductance LL et de résistance négligeable est reliée à un microampèremètre, comme l'indique la figure ci-dessous.



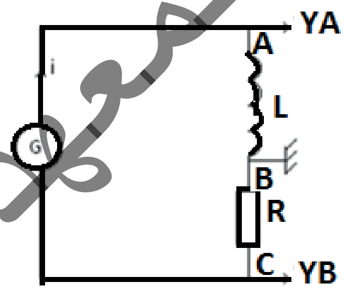
On rapproche l'aimant vers la bobine,

1) Quel est le phénomène observé

2) Indiquer le sens de circulation du courant induit dans la bobine

3) Préciser l'inducteur et l'induit

II. Avec la bobine précédente, on branche en série un résistor de résistance =10KΩ et une génératrice basse fréquence (G.B.F à masse flottante) qui délivre une tension triangulaire alternative.



Sur l'écran d'un oscilloscope bi courbe, on visualise la tension u_{AB} sur la voie Y_A et la tension u_{CB} sur la voie Y_B (figure 4 page 3).

1) On note i(t) l'intensité instantanée du courant qui traverse le circuit, son sens positif choisi est indiqué sur le schéma du montage.

a) Montrer, sans calcul, que la bobine est le siège d'un phénomène d'auto-induction

b) Montrer que la tension aux bornes de la bobine est : $u_{AB} = \frac{-L du_{CB}}{R dt}$

c) Justifier littéralement l'allure de la tension sur la voie YA

2) Les réglages de l'oscilloscope sont :

Sensibilité verticale de la voie YA : $0.2 V\cdot div^{-1}$

Sensibilité verticale de la voie YB : $2 V\cdot div^{-1}$

Sensibilité horizontale : $0.2 ms\cdot div^{-1}$

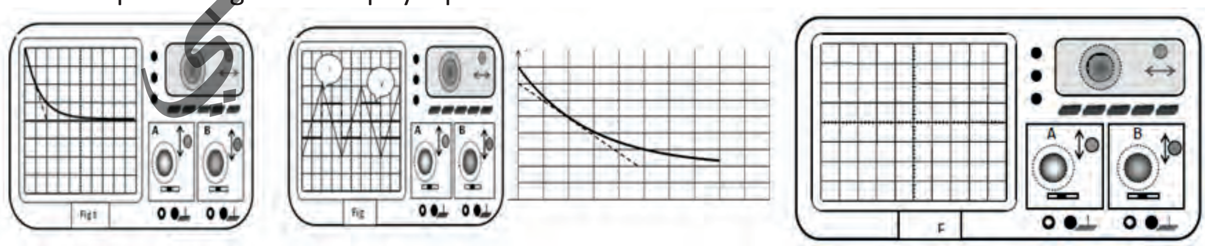
A partir des oscillogrammes :

a) Calculer la période T et la fréquence N des tensions

b) Pendant la première demi-période, déterminer les expressions de u_{AB} et de u_{CB} en fonction du temps.

c) En déduire la valeur de l'inductance L de la bobine.

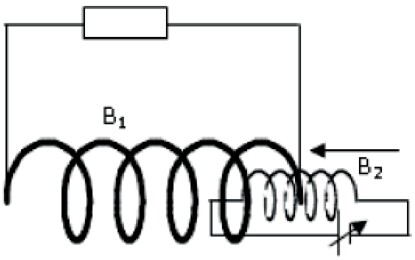
Puis indiquer sa significationphysique.



Exercice 2

Dans une bobine B1 qui est fermée sur un résistor de résistance R on introduit une bobine B2 qui est alimentée par un générateur de courant réglable.(voir figure)

1 On introduit B1 dans B2 en gardant les deux axes de révolution des deux bobines confondues.



a) Représenter le champ magnétique créé par la bobine B2

b) Énoncer la loi de Lenz.

Représenter le champ magnétique induit dans la bobine B1.

En déduire le sens du courant induit.

c) Préciser l'inducteur et l'induit.

2) La bobine B2 est fixée à l'intérieur de B1, on diminue l'intensité du courant débitée par le générateur

a) Comment varie la valeur du champ magnétique créé par la bobine B2.

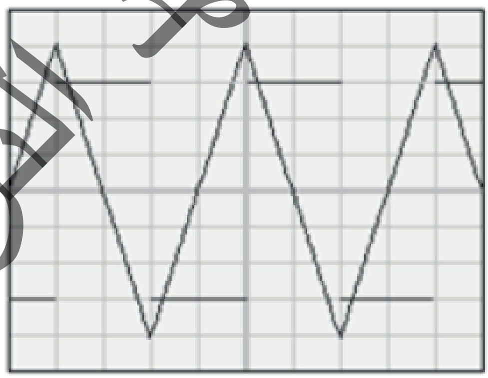
b) Représenter le champ magnétique créé par B2B2 et celui qui est induit dans B1.

c) Préciser le sens du courant induit dans B1.

3) On modifie les bornes du générateur et on répète l'expérience de la question 1, représenter le champ magnétique induit dans la bobine B1.

Exercice 3

On réalise le montage série comportant une bobine d'inductance LL et de résistance négligeable, une résistance de valeur R=10kΩ ainsi qu'un générateur basse fréquence dont la masse n'est pas reliée à la terre(masse flottante).



1) Réaliser le schéma de principe du montage.

Ajouter les branchements à effectuer pour visualiser la tension aux bornes de la bobine sur la voie AA et la tension aux bornes de la résistance RR sur la voie B.B.

base de temps : 0.5ms/div

sensibilité voie A : 0.1V/div

sensibilité voie B : 2V/div

2) L'une de ces tensions permet d'observer l'allure de i(t). Laquelle ? justifier la réponse.

3) L'oscillogramme ci-après donne l'allure des différentes tensions observées.

Déterminer la période T de l'intensité du courant.

4) Déterminer l'amplitude Im (valeur maximale atteinte) de l'intensité du courant.

5) On considère, sur l'oscillogramme précédent, une demi-période où la tension uL aux bornes de la bobine est positive.

a) Déterminer la valeur de la tension uL

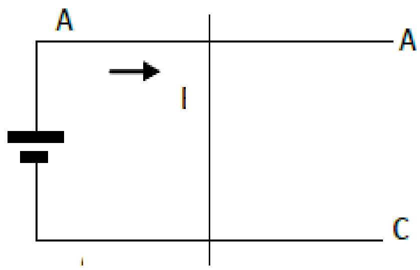
b) Déterminer la valeur de la dérivée par rapport au temps de l'intensité du courant.

c) En déduire la valeur LL de l'inductance de la bobine.

Exercice 4

Deux rails conducteurs (AA') et (CC'), parallèles et de résistances négligeables, séparés par une distance L=25cm.

Une tige (MN) métallique de masse négligeable, perpendiculaire aux rails, peut glisser sans frottement dans une direction parallèle aux rails. (Voir figure)



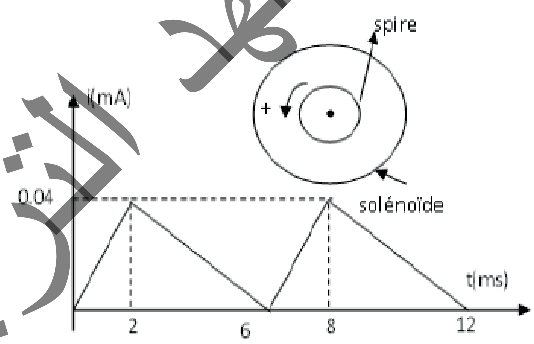
La résistance de la longueur L de la tige est r=0.5Ω.

L'ensemble est placé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ d'intensité B=1T.

1) On branche entre les extrémités A et C des deux rails un générateur G de courant continu, on remarque que la tige se met en mouvement en se dirigeant de A vers A'.
Déterminer la direction et le sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$.
2) On élimine le générateur G et on le remplace par un fil conducteur puis on déplace la tige MN de sa position initiale AC vers la droite sur les rails, à une vitesse $V=10m\cdot s^{-1}$.
a) Choisir sur le circuit un sens positif et tracer le vecteur surface S.
b) Déterminer l'expression du flux magnétique à travers le circuit pour une position quelconque de la tige (MN) en fonction du temps.
Montrer que ce flux s'écrit sous la forme :
$\Phi=B\cdot L\cdot V\cdot t$.
2) a) Calculer la force électromotrice induite
b) Calculer l'intensité ii du courant induit
c) Déterminer le sens du courant induit.
b) Représenter ii sur le schéma

Exercice 5

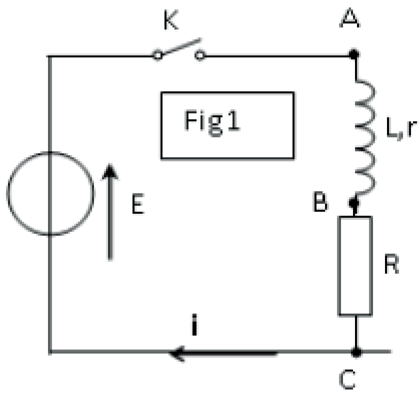
Une spire plane de surface $s=2.5cm^2$ de résistance $r'=2\Omega$, placée à l'intérieur d'un solénoïde de longueur l=40cm, de rayon R=5cm, comportant 10^3 spires et de résistance $r=2\Omega$ perpendiculairement à son axe (Δ).
Le solénoïde est parcouru par un courant d'intensité i(t) qui varie selon la courbe suivante :



1) a) Établir l'expression de l'inductance L du solénoïde. Calculer sa valeur
b) Donner l'expression de i(t)i(t) dans chaque intervalle de temps.
c) Quel est le phénomène qui se produit dans le solénoïde ? Justifier la réponse.
d) Calculer la f.e.m induite dans le solénoïde dans chacun des intervalles de temps 0; 2ms] et [2; 6ms].
e) Représenter cette f.e.m au cours du temps.
2) Représenter, en respectant le sens positif choisi, dans chacun des intervalles [0; 2ms] et[2; 6ms] respectivement sur la spire et sur le solénoïde le sens du courant induit et le sens du courant principal.
3) Calculer aux instants t1=2ms ; t2=4ms et t3=6ms :
a) La tension aux bornes du solénoïde.
b) L'énergie magnétique emmagasinée par le solénoïde.

Exercice 6

On réalise le montage de la figure 1 où $R=10\Omega$, E=9V, L et r sont inconnues.
I. à l'origine du temps, on ferme l'interrupteur K.
Un oscilloscope à mémoire permet d'obtenir les chronogrammes de la figure 2.
1) Reproduire le schéma du circuit en indiquant les branchements nécessaires qui permettent d'obtenir le chronogramme 1 sur la voie Y1 et le chronogramme 2 sur la voie Y2.



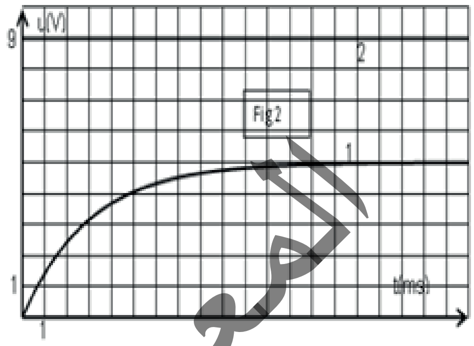
2) Interpréter la réponse du dipôle RL à l'échelon de tension.

II.

1) Montrer que l'équation différentielle régissant les variations de la tension aux bornes du résistor $u_R(t)$ s'écrit sous la forme $L\frac{du_R}{dt}+(R+r)u_R=RE$

2) Sachant que la solution de cette équation différentielle est de la forme $u_R(t)=A(1-e^{\alpha t})$.

Montrer que $A=\frac{RE}{R+r}$ et $\alpha=\frac{R+r}{L}$



3) a) En régime permanent, déterminer graphiquement

− l'intensité du courant I_P.

− la tension u_B aux bornes de la bobine.

b) en déduire que la résistance de la bobine est r=8Ω.

c) Déterminer graphiquement la valeur de la constante de temps τ.

Déduire la valeur de l'inductance L de la bobine.

Exercice 7

On alimente un dipôle "bobine - résistance R" par un générateur basse fréquence en série avec un dipôle ohmique de protection.

Aucune des bornes de sortie du générateur n'est reliée à la Terre.

La mesure de la résistance de la bobine donne r=15Ω et R est une résistance variable.

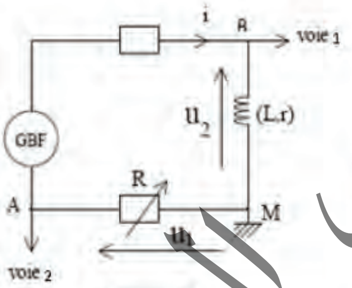


Fig1

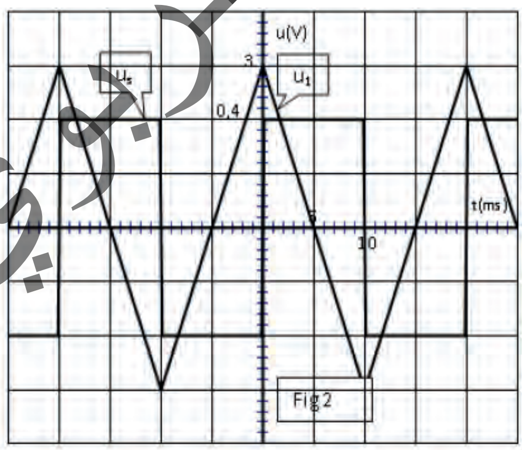


Fig2

L'oscilloscope est branché comme indiqué sur le schéma (fig 1).

La touche ADD de l'oscilloscope permet d'observer la somme u_S des tensions des deux voies 1 et 2, uS=u1+u2.

Sur la figure 2, on a reproduit avec la même origine des temps les courbes $u_1(t)$ et $u_S(t)$.

1) Exprimer en fonction de i, r, R et L les tensions suivantes : u_1, u_2, $u_S(t)$.

2) L'oscillogramme ci-dessus a été obtenu en ajustant R à la valeur de r.

Montrer que dans ce cas $u_s=-L\frac{du_1}{rdt}$

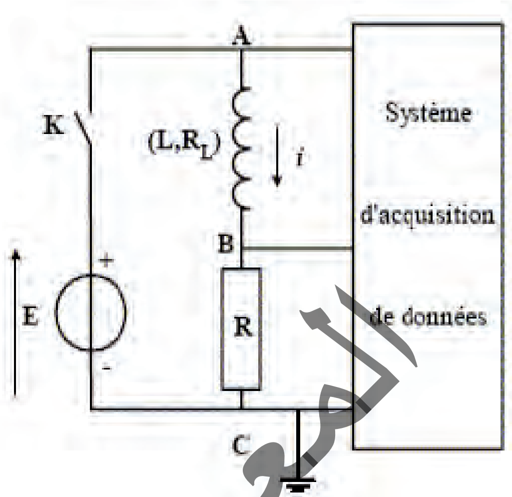
3) En exploitant les chronogrammes de la figure 2, déterminer L.

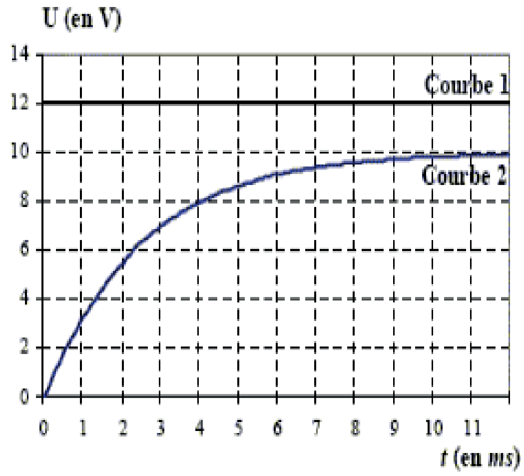
Exercice 8

Un dipôle est constitué de l'association en série d'une bobine présentant une inductance L et une résistance RL avec un conducteur ohmique de résistance R=40W.

Ce dipôle est alimenté par un générateur de tension de f.é.m.

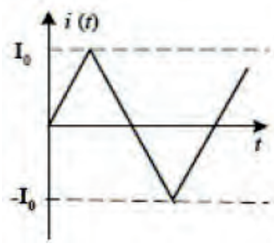
Eà travers un interrupteur K.
Il est parcouru par un courant i.
Les bornes A, BB, et C sont reliées aux entrées d'une carte d'acquisition permettant d'enregistrer l'évolution des tensions.
A l'instant t=0, on ferme l'interrupteur K, l'enregistrement génère les courbes 1 et 2.



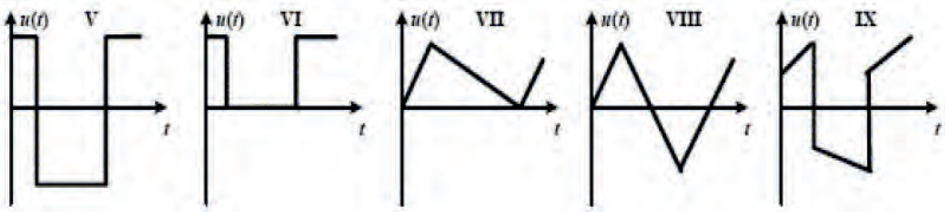


1) Quelle tension est représentée par la courbe 1 ?
2) Quelle tension est représentée par la courbe 2 ?

3) Quelle sera l'allure de la courbe de variation du courant ii choisie parmi les quatre courbes ci-dessous ?
4) Tracer l'allure de la courbe de variation de la tension u_{AB}.
5) Donner la valeur EE et l'intensité maximale I_{max} atteinte par i.
6) Donner l'équation différentielle définissant i.
Cette équation sera présentée sous la forme d'une égalité où la f.é.m.
EE sera le seul terme du deuxième membre.
En déduire les valeurs de L et RL.
On remplace maintenant le générateur de tension par un générateur de courant délivrant un courant en dents de scie (courbe 3).
On considérera ici que la résistance RL de la bobine est nulle.
7) Quelle sera, parmi les cinq courbes ci-dessous, l'allure de la courbe de variation de la tension u_{AB} et de la courbe de variation de la tension u_{BC}.



Courbe 3



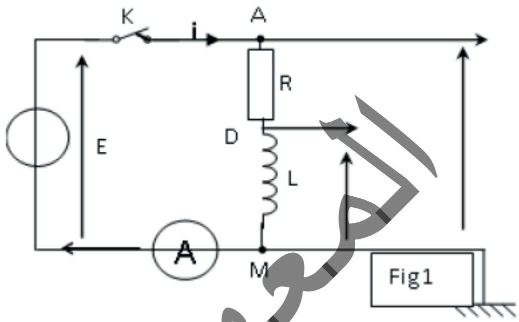
Exercice 9

On réalise un circuit électrique AM comportant en série un conducteur ohmique de résistance R=50Ω, une bobine (B1)(d'inductance L et de résistance supposée nulle et un interrupteur K.

Le circuit AM est alimenté par un générateur de tension de force électromotrice (f.e.m) E (fig 1).

Un système d'acquisition adéquat permet de suivre l'évolution au cours du temps des tensions u_{AM} et u_{DM}.

A l'instant t=0s, on ferme l'interrupteur K.



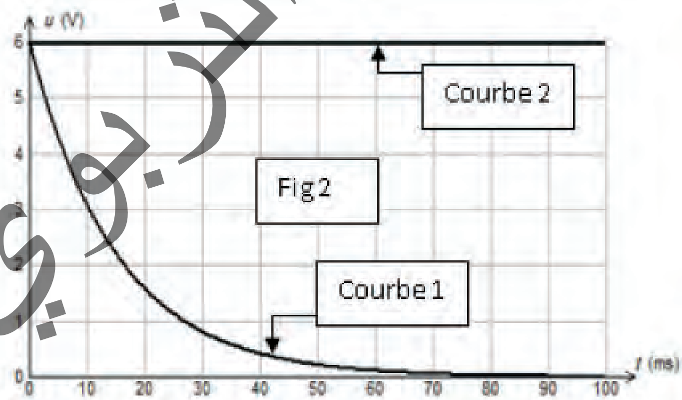
Les courbes traduisant les variations de $u_{AM}(t)$ et $u_{DM}(t)$ sont celles de la figure 2

1) a) Montrer que la courbe 1 correspond à $u_{DM}(t)$.

b) Donner la valeur de la f.e.m du générateur.

2) a) A l'instant t1=10mst1=10ms, déterminer graphiquement la valeur de la tension uB1uB1 aux bornes de la bobine (B1) et déduire la valeur de la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique.

b) A l'instant t_2=100ms, montrer que l'intensité du courant électrique qui s'établit dans le circuit électrique est I_0=0.12A



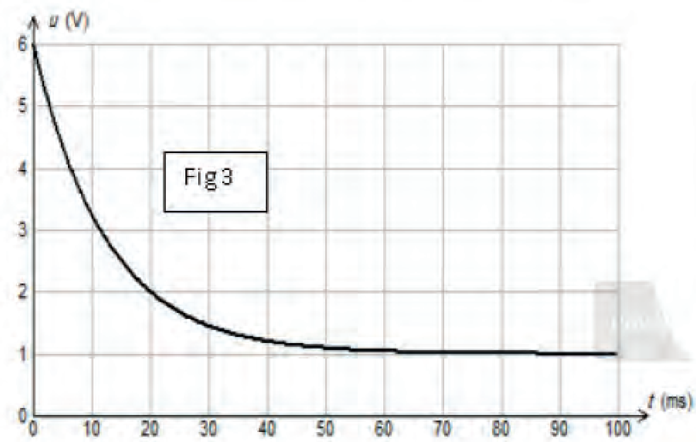
3) a) Déterminer graphiquement la valeur de la constante de temps τ du dipôle RL

b) Sachant que $\tau = \frac{R}{L}$, déterminer la valeur de l'inductance L de la bobine (B1)

c) Calculer l'énergie emmagasinée dans la bobine en régime permanent

4) On remplace la bobine (B1)(B1) par une bobine (B2) de même inductance L mais de résistance r non nulle.

Les courbes traduisant les variations de $u_{AM}(t)$ et $u_{DM}(t)$ sont celles de la figure 3.

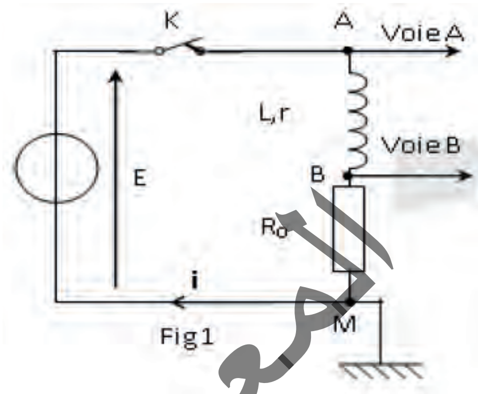


a) Montrer qu'en régime permanent, la tension aux bornes de la bobine (B2) est donnée par la relation $\mathbf{u_{B2}} = \dfrac{\mathbf{rE}}{\mathbf{R+r}}$

b) Déduire la valeur de la résistance r

Exercice 10

On se propose d'étudier l'établissement du courant dans un dipôle série comportant une bobine d'inductance L et une résistance ret un conducteur ohmique de résistance R_0=30Ω lorsque celui-ci est soumis à un échelon de tension de valeur EE délivrée par un générateur de tension idéal.



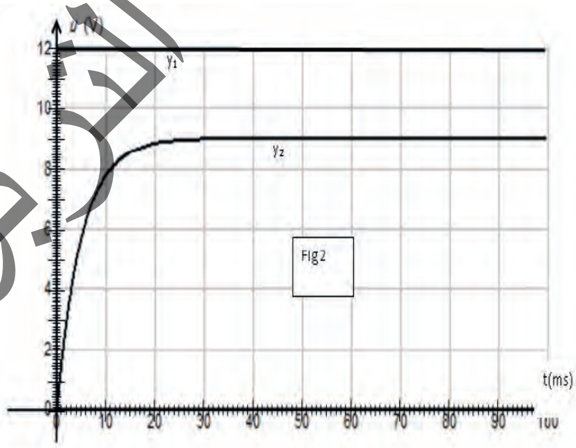
Un oscilloscope à mémoire, est branché comme l'indique la figure 1, permet d'enregistrer au cours du temps les valeurs des tensions.

1) A l'instant t=0, on ferme l'interrupteur K et on procède à l'enregistrement.

On obtient les courbes y1=f(t)et y2=g(t) (figure 2)

a) Quelles sont les grandeurs électriques observées sur les voies A et B ? Identifier y1 et y2.

Justifier la réponse.



b) Quelle est la courbe qui permet de déduire la variation de l'intensité de courant ii au cours du temps ?

Expliquer brièvement le comportement électrique de la bobine.

c) Prélever du graphe la valeur de la force électromotrice du générateur.

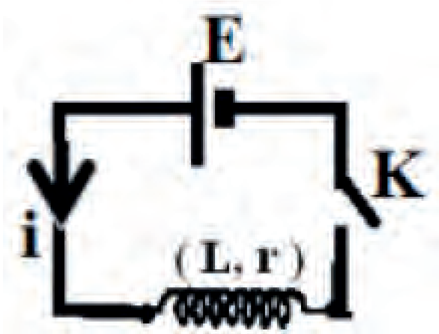
2) Lorsque le régime permanent est établi, l'intensité ii prend la valeur Ip tandis que y2 prend la valeur Yp

a) Donner, dans ces conditions, les expressions littérales des tensions u_{AM}, u_{AB} et u_{BM}.

Montrer, en utilisant les courbes de la figure 2, que la bobine a une résistance r non nulle.

Exercice11

1- Une bobine S de résistance r, d'auto-inductance L et de diamètre d = 2cm, comprend N = 1000 spires. Elle est branchée aux bornes d'un générateur de f.e.m E=20V et de résistance intérieure négligeable.



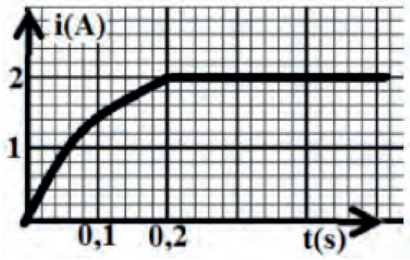
On ferme l'interrupteur K à l'instant t=0 et on enregistre à l'oscillographe la représentation graphique i=f(t)

Cette courbe présente une tangente à l'instant t=0 dont la valeur du coefficient directeur est 40 dans les unités S.I.

1.1 A l'aide de la représentation graphique, préciser comment varie qualitativement la f.e.m d'auto-induction e.

1.2 Donner l'équation différentielle régissant les variations de i(t).

1.3 Déterminer, à l'instant de la fermeture, lorsque l'intensité est encore pratiquement nulle, la valeur de la f.e.m d'auto-induction e. En déduire l'auto-inductance L de la bobine.



2. Dans le cas où t > 0,2s.

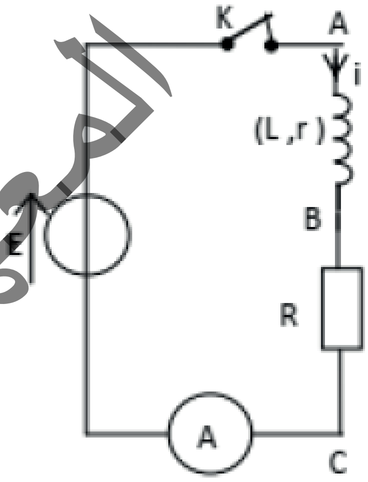
2.1 Quelle est la valeur de la f.e.m d'auto-induction e ? En déduire la résistance r de la bobine.

2.2 Calculer le champ magnétique à l'intérieur de la bobine (solénoïde). On prendra $\pi^2 = 10$

Exercice12

On veut étudier l'établissement du courant dans un dipôle comportant une bobine et un conducteur ohmique lorsqu'il est soumis à un échelon de tension de valeur E.

Le schéma du circuit permettant cette étude est donné par la figure ci-contre tel que :



- Le conducteur ohmique a une résistance R.
- La bobine a une inductance L et une résistance r.
- Les valeurs de E, R, L et r sont inconnues.

1- En appliquant la loi des mailles, établir l'équation différentielle régissant les variations de la tension $u_R(t)$ aux bornes du résistor.

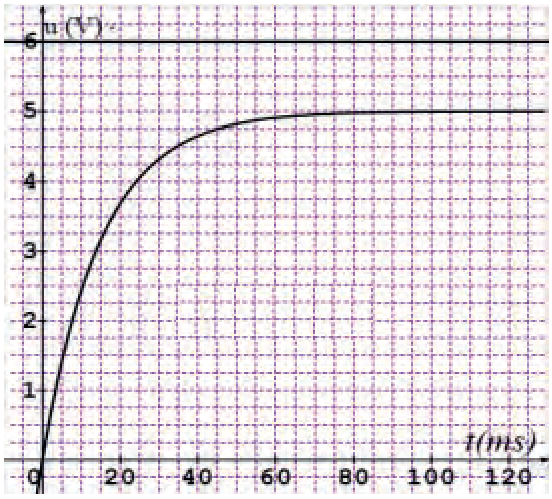
2- La solution de cette équation différentielle est de la forme $u_R(t) = U_{R\max}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ avec $U_{R\max}$ et **τ** sont des constante. Montrer que : $U_{R\max} = \dfrac{R}{R+r}E$ et $\tau = \dfrac{L}{R+r}$

3- En déduire l'expression i(t) de l'intensité du courant qui circule dans le circuit.

4- En utilisant la loi des mailles, établir l'expression de la tension $u_b(t)$ aux bornes de la bobine en fonction de E, r, R, L et t

5- À l'instant de date t = 0 s, on ferme l'interrupteur K. Lorsque le régime permanent est établi l'ampèremètre affiche la valeur $I_0 = 0{,}2A$.

Un oscilloscope à mémoire bi-courbe permet de visualiser la tension u_G aux bornes du générateur sur la voie Y_1 et la tension u_R aux bornes du résistor sur la voie Y_2. L'oscillogramme obtenu est donné par la figure ci-contre



5-1- Reproduire le schéma du circuit et indiquer les connexions nécessaires à l'oscilloscope (voies et masse).

5-2- Que représente la valeur affichée sur l'ampèremètre?

5-3- Déterminer les valeurs de E et de $U_{R\max}$ et en déduire R puis r.

5-4- Montrer que si t = τ alors $u_R = 0{,}63 U_R \max$.

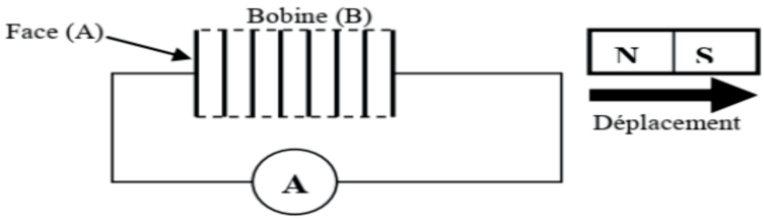
En déduire la valeur τ et celle de L.

5-6- Calculer l'énergie emmagasinée dans la bobine en régime permanent. Expliquer le retard avec lequel s'établit le régime permanent. Quel est le phénomène responsable de ce retard ?

5-7- Préciser la date à partir de laquelle le régime permanent est établi. Comment se comporte la bobine à partir de cette date ?

Exercice13

1- On éloigne le pôle nord d'un aimant de la face d'une bobine (B) fermée sur un milliampèremètre, on constate que ce dernier indique un courant non nul au cours du déplacement de l'aimant:



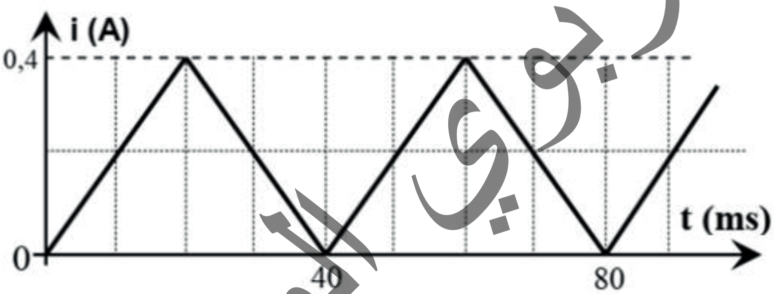
1-1- Préciser l'inducteur et l'induit.

1-2- Qu'appelle-t-on le courant détecté par le milliampèremètre?
Quelle est la loi qui prévoit le sens de ce courant? Enoncer cette loi.

1-3- En appliquant cette loi, indiquer sur la figure le sens de ce courant? Justifier

1-4- Au cours du déplacement de l'aimant, la face (A) de la bobine constitue –t-elle une face sud ou une face nord?

2- La bobine (B), est maintenant insérée dans un circuit électrique comportant un interrupteur et un générateur de
courant variable dont les variations sont donnés par la figure suivante:



2-1- Qu'appelle-t-on le phénomène dont la bobine est le siège?

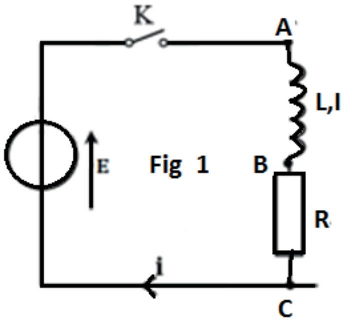
2-2- Sachant que cette bobine possède une résistance supposée nulle et d'inductance L=0,2 H

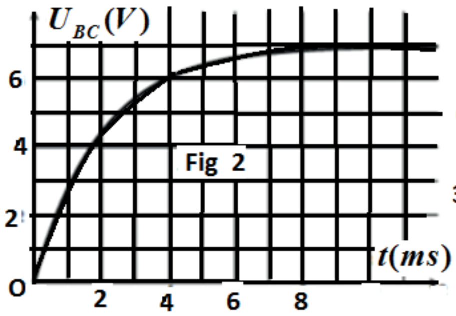
- Donner l'expression de l'intensité de courant i(t) au cours des deux phases.
- Rappeler l'expression de la f.e.m d'auto-induction e crée par la bobine.
- Donner alors la valeur de e dans chacun des intervalles cités.
- Représenter graphiquement e en fonction du temps

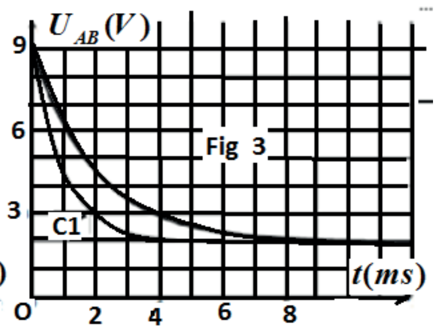
Exercice 14

Le circuit électrique représenté par la figure 1 comporte , en série, un générateur idéal de tension de f.e.m E, une bobine d'inductance L et de résistance r =20 Ω, un interrupteur K et un résistor de résistance R.

A la date t=0 on ferme l'interrupteur K et à l'aide d'un dispositif informatisé on a pu représenter les variations des tensions u_{AB} et u_{BC} au cours du temps. fig 2 et fig 3







1-

1-1- Quelle est l'influence de l'inductance L de la bobine dans cette expérience.

1-2- En exploitant les courbes de u_{AB} et u_{BC}, déduire, en le justifiant, la valeur de la f.e.m E du générateur.

2-

2-1- Montrer qu'en régime permanent l'intensité de courant est $I_p = \frac{L}{R+r}$

B 2-2-- Déduire alors la tension $u_{b\min}$ aux bornes de la bobine en fonction de E, R et r.

c- Calculer la valeur de la résistance R.

3-

3-1- Etablir l'équation différentielle régissant les variations de l'intensité de courant dans le circuit i(t).

3-2- La solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme $i = A(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$
ou A et τ sont deux constantes positives dont on déterminera leurs expressions en fonction de E, r, R et L.

3-3- La constante de temps τ représente le temps au bout duquel les grandeurs électriques progresse de 63%. Déterminer graphiquement sa valeur. Déduire la valeur de l'inductance L de la bobine.

3-4- En utilisant cette solution, calculer la valeur de l'intensité i du courant dans le circuit à t=4ms. Retrouver cette valeur à partir de l'un des graphes.

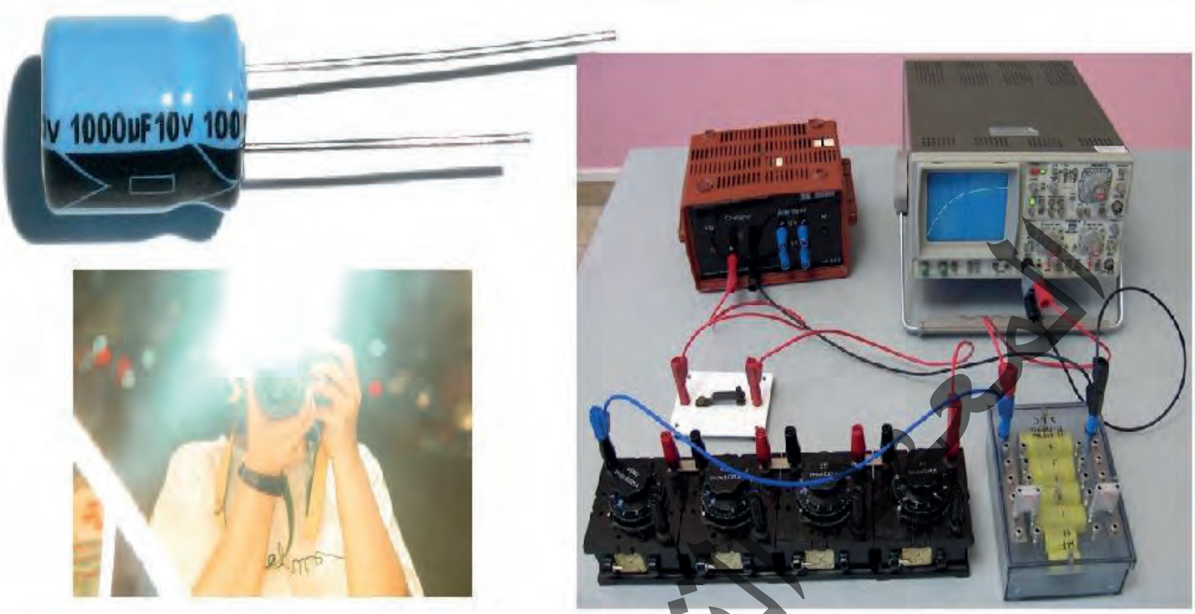
3-5- Calculer la valeur de l'énergie magnétique emmagasinée par la bobine à la date t=4 ms.

5- On reprend le montage précédent en faisant varier l'une des grandeurs E, R ou L et on ferme l'interrupteur K à une date considérée comme origine des dates (t=0) ; en traçant le graphe de $u_{AB}(t)$, on obtient la courbe (C_1) (voir figure 3).

5-1- Quelle est la grandeur qui a été modifiée ? justifier la réponse.

5-2- Calculer sa nouvelle valeur.

Chapitre VII: Condensateur et circuit RC



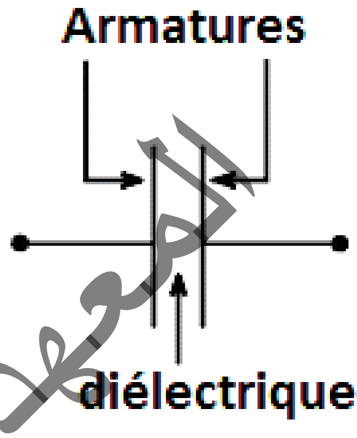
OBJECTIFS

- **Comprendre la charge et la décharge d'un condensateur.**
- **Établir l'équation différentielle régissant, au cours du phénomène de charge d'un condensateur :**
  - la charge instantanée q(t) du condensateur,
  - la tension u(t) à ses bornes,
  - l'intensité i(t) du courant transitoire parcourant le circuit.
- **Calculer l'énergie emmagasinée par un condensateur.**
- **Déterminer graphiquement la constante de temps τ = RC d'un dipôle RC, à partir des courbes de réponse $u_C(t)$ ou i(t).**

I- Rappel sur les condensateurs

1- Définition et symbole

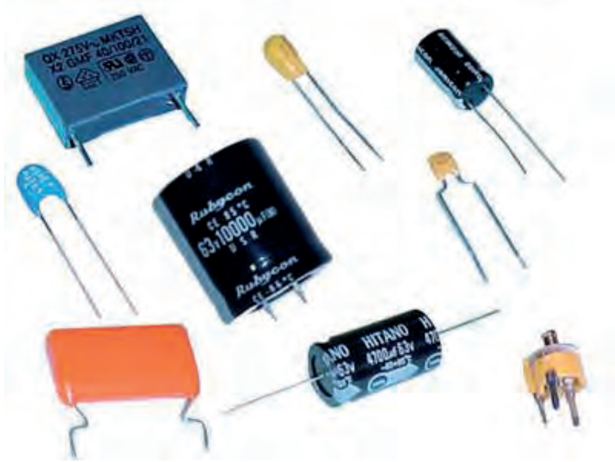
Un condensateur est un composant électrique constitué de deux plaques conductrices très faiblement espacées et séparées par un isolant électrique.



Les plaques sont désignées par les armatures du condensateur et le matériau isolant est appelé diélectrique.
Le condensateur est symboliquement représenté par deux traits parallèles qui représentent les armatures.
La petite distance qui les sépare représente l'épaisseur du diélectrique, celui-ci peut être de l'air, une feuille de papier imbibée d'huile de paraffine, de la céramique formée d'un mélange d'oxyde de titane et de titanates, du mica, du téflon, du polyéthène, de l'alumine ...
Étant un dipôle électrocinétique, le condensateur a deux bornes reliées directement à ses armatures. Dans le cas où les armatures sont planes et parallèles, le condensateur est dit plan.

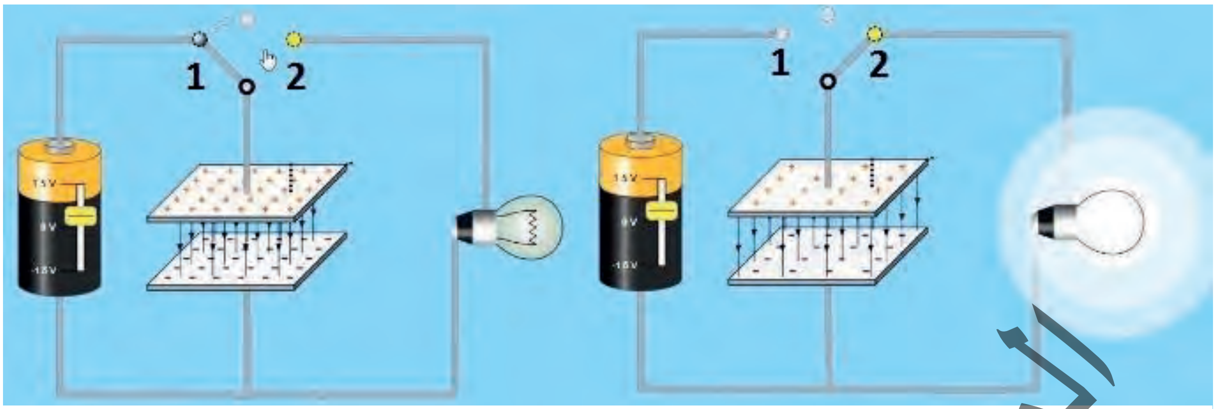
Exemple de condensateurs usuels

Actuellement, dans le commerce et comme le montre la photographie de la figure 2, on trouve des modèles de condensateurs de formes et de dimensions diverses.

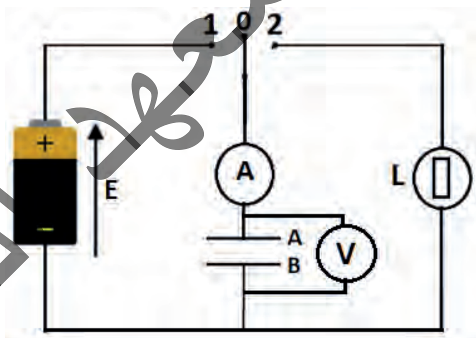


Exemples : Les condensateurs à air où le diélectrique est l'air.
Les condensateurs à diélectrique solide dans lesquels les feuilles métalliques, minces, sont roulées. Ils sont généralement de forme cylindrique.
Les condensateurs électrochimiques dans lesquels les armatures sont en aluminium et le diélectrique est une mince couche d'alumine déposée par électrolyse.

2- Charge et décharge d 'un condensateur



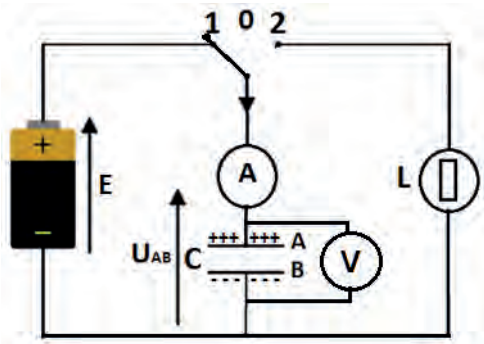
Charge Décharge



Le circuit de la figure ci-contre renferme en parallèle : Un générateur de tension continue de force électromotrice **E**, un condensateur et une lampe. L'interrupteur à deux positions permet de fermer l'une ou l'autre des branches du circuit.

2-1- Charge d'un condensateur

Si on bascule l'interrupteur **K** sur la position **1**, l'aiguille de l'ampèremètre dévie brièvement. Une impulsion de courant est indiquée par l'ampèremètre. Cette impulsion de courant amène une charge $q_A > 0$ sur l'armature **(A)** reliée au pôle **(+)** du générateur et $q_B < 0$ sur l'armature **(B),** du condensateur reliée au pôle **(-)**.



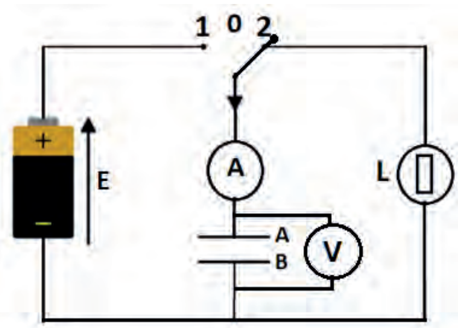
On a évidemment, $q_A = - q_B$.

La présence des charges est indiquée par l'existence d'une tension **U** aux bornes du condensateur mesurée par le voltmètre.

L'impulsion de courant s'arrête dès que **U = E** (force électromotrice du générateur) ; aucun courant ne circule plus dans le circuit. On dit alors que l'on a chargé le condensateur.

La charge du condensateur vaut $Q=|Q_1|=|Q_2|$, c'est une grandeur positive. Elle s'exprime en Coulomb **C**. On l'appelle aussi quantité d'électricité emmagasinée.

2-2- La décharge d'un condensateur



Le condensateur chargé, on bascule l'interrupteur **K** sur la position **2** ; l'aiguille de l'ampèremètre dévie brièvement dans l'autre sens. Le condensateur chargé se décharge dans la lampe **L**.

Les électrons de l'armature **(B)** circulent à travers le circuit pour compenser le défaut en électrons sur l'armature **(A)**. La circulation d'électrons s'arrête si les deux armatures sont neutres, c.-à-d. si **U = 0 et Q = 0**. Le condensateur est déchargé.

Remarque :

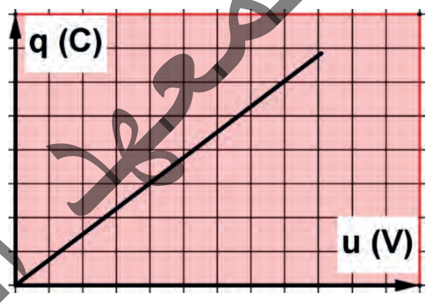
En désignant par **q** la charge instantanée portée par l'armature du condensateur vers laquelle est orienté le sens positif du courant alors l'intensité du courant traversant le circuit est donnée par : $i = \frac{dq}{dt}$.

Remarque :

Cette relation découle de la relation suivante **Q = I . Δt** valable en courant continu.

3- Capacité d 'un condensateur

L'étude expérimentale montre que la charge **q** d'un condensateur est proportionnelle à la tension à ses bornes **u** : $q = C.u$.



La constante de proportionnalité C dépend uniquement du condensateur ; on l'appelle capacité du condensateur.
On constate que la capacité d'un condensateur informe sur son aptitude à emmagasiner (ou stocker) les charges électriques sur ces armatures.

La capacité d'un condensateur est donnée alors par la relation : $C = \frac{Q}{U}$

La capacité s'exprime en **farad** notée **F**.

- **Q :** la charge du condensateur en coulomb **(C)**
- **U :** la tension aux bornes du condensateur en volte **(V)**
- **C :** la capacité du condensateur en Farad **(F)**

Remarques :

➢ Le farad est une unité représentant une très grande capacité, rarement rencontrée en électronique ou aux laboratoires.
On utilise couramment ses sous multiples :
mF =10^{-3}F (millifarad), $\mu F = 10^{-6} F$ (microfarad), **nF = 10^{-9}F** (nanofarad) et **pF = 10^{-12}F** (picofarad).

➢ Chaque condensateur a une charge maximale (seuil), la tension correspondant à cette charge est appelée tension de claquage. Si on charge un condensateur avec une tension supérieur à sa tension de claquage, il se détruit. La tension du claquage est indiquée par le constructeur.

➢ La capacité d'un condensateur plan est donnée par : $C = \varepsilon \frac{S}{d}$ tel que

- ε : une constante qui dépend de la nature du diélectrique (permittivité)
- **S** : surface de l'une des armatures
- **d** : distance entre les armatures (épaisseur).

4- Energie électrique emmagasinée dans un condensateur

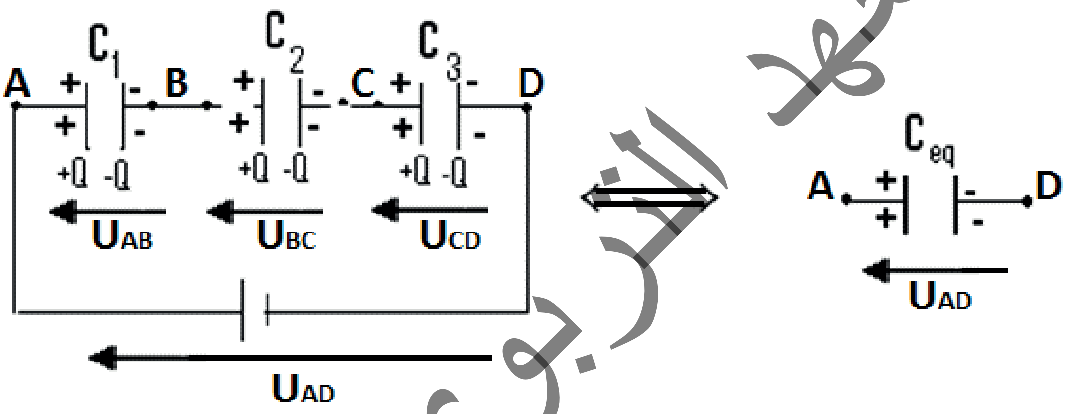
La puissance instantanée reçue par un condensateur, de capacité **C** et parcourue par un courant d'intensité **i,** est : **p = u$_C$.i** avec $u_C = \frac{q}{C}$ et $i = \frac{dq}{dt}$ il vient , $p = \frac{q}{c}\frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{q^2}{2C}\right)$.

D'autre part ; $p = \frac{dE}{dt}$. Par identification on trouve : $E = \frac{q^2}{2C}$.

A la fin de la charge $q = Q$ et **u$_C$ = U$_C$** donc $E = \frac{Q^2}{2C} = \frac{C.U_C^2}{2} = \frac{Q.U_C}{2}$

5-Association des condensateurs

6-1- En série



Pour le condensateur 1 : $Q = C_1U_{AB} \Rightarrow U_{AB} = \frac{Q}{C_1}$

Pour le condensateur 2 : $Q = C_2U_{BC} \Rightarrow U_{BC} = \frac{Q}{C_2}$

Pour le condensateur 3 : $Q = C_3U_{CD} \Rightarrow U_{CD} = \frac{Q}{C_3}$

Or : $U_{AD} = U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)$

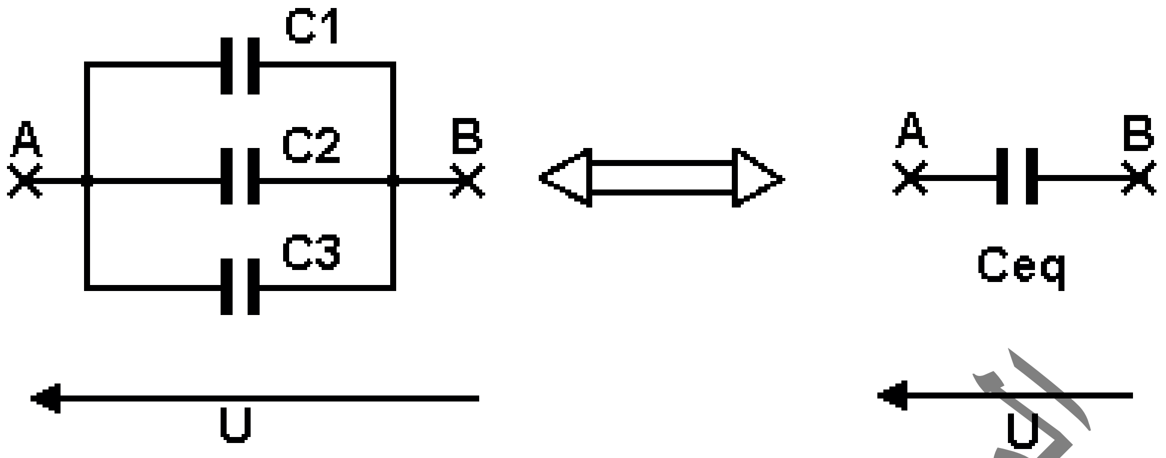
Pour le condensateur équivalent : $U = \frac{Q}{C_{éq}}$.

Par identification on trouve : $\frac{1}{C_{éq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$

En résumé, on peut dire que l'inverse de la capacité du condensateur équivalent à **n** condensateurs montés en série est égale à la somme des inverses des capacités des condensateurs pris séparément.

$$\frac{1}{C_{éq}} = \sum_0^n \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + ... + \frac{1}{C_n}$$

6-2- En parallèle :



Le condensateur 1 prend la charge : $\mathbf{Q_1 = C_1U}$

Le condensateur 2 prend la charge : $\mathbf{Q_2 = C_2U}$

Le condensateur 3 prend la charge : $\mathbf{Q_3 = C_3U}$

La charge totale est : $\mathbf{Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = U(C_1 + C_2 + C_3)}$

Pour le condensateur équivalent : $\boldsymbol{Q = U.C_{éq}}$

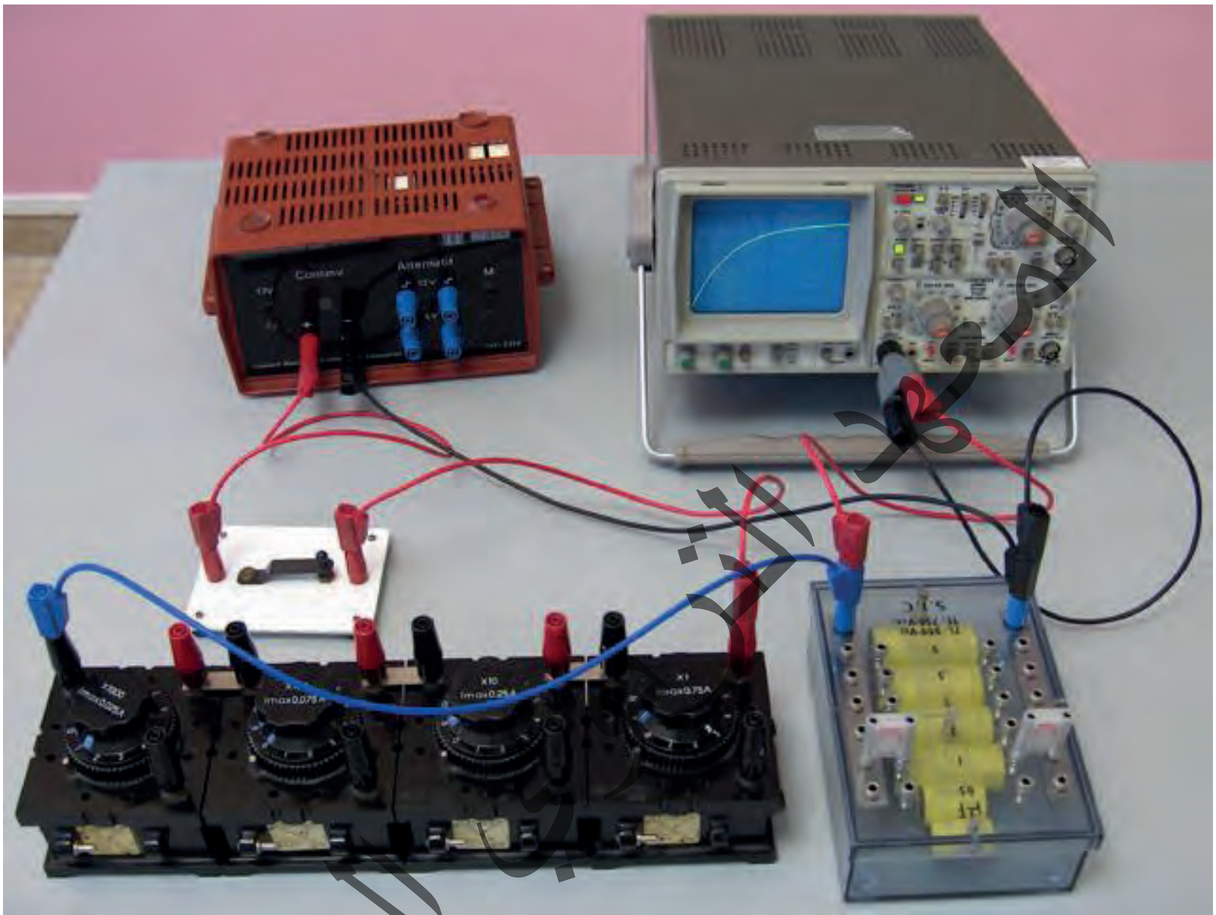
Par identification on trouve : $\mathbf{C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3}$

En résumé la capacité du condensateur équivalent à **n** condensateurs montés en parallèles est égale à la somme des capacités des condensateurs pris indépendamment.

$$\boldsymbol{C_{éq} = \sum_{0}^{n} C_i = C_1 + C_2 + C_2 + ... + C_n}$$

II- Circuit RC

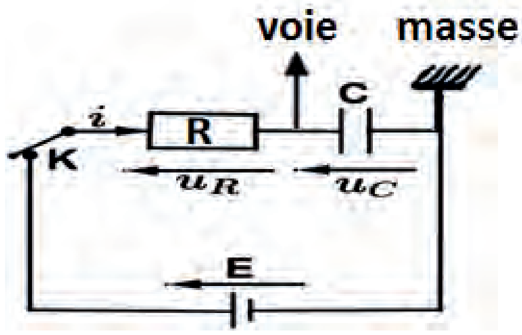
1- Charge du condensateur



Le circuit de la figure ci-dessus comporte, en série, un condensateur initialement déchargé, de capacité **C**, un résistor de résistance **R**, un interrupteur **K**, un générateur de f.é.m **E** et de résistance interne négligeable et un oscilloscope visualisant la tension aux bornes du condensateur. Ce circuit peut être schématisé par la figure ci-contre.

On ferme l'interrupteur à l'instant **t = 0** où

$$Q_0 = 0,\ U_{C_0} = 0,\ u_{R_0} = E \ \text{ et } \ I_0 = \frac{E}{R}$$



1-1- Equation différentielle régissant les variations de le tension $u_c(t)$

En régime transitoire et durant la charge du condensateur, la loi des mailles s'écrit :
$u_R + u_C - E = 0.......(1)$. Ce qui donne $u_C + R.i = E$.

Comme $i = \frac{dq}{dt}$ et $q = C.u_c$, il vient $u_c + R.C\frac{du_c}{dt} = E$ donc $\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{R.C}u_c = \frac{E}{C.R}$.

En posant $\tau = R.C$; on trouve $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}u_C = \frac{E}{\tau}$........$(2)$. Cette équation différentielle régit l'évolution dans le temps de la tension aux bornes du condensateur.
La solution de cette équation est de la forme : $u_C = A\left(1 - e^{-Bt}\right)$.

Pour déterminer les constantes **A** et **B** on calcule $\frac{du_C}{dt} = B.Ae^{-Bt}$. On remplace les expressions de **u_C(t)** et $\frac{du_C}{dt}$ dans l'équation différentielle, on trouve :

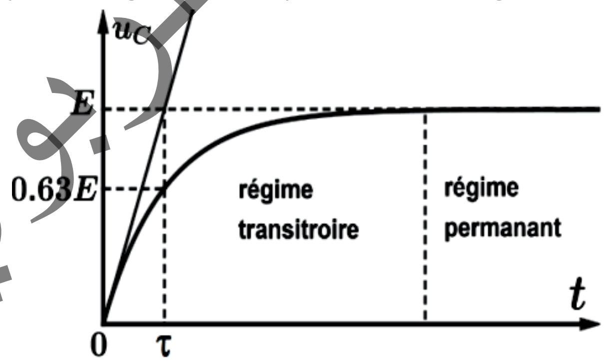
$B.Ae^{-Bt} + \frac{1}{\tau}A\left(1 - e^{-Bt}\right) = \frac{E}{\tau}$.

Ce qui implique que : $Ae^{-Bt}\left(B - \frac{1}{\tau}\right) + \frac{A}{\tau} = \frac{E}{\tau}$. Alors ; $\begin{cases} \frac{A}{\tau} = \frac{E}{\tau} \\ B - \frac{1}{\tau} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = E \\ B = \frac{1}{\tau} \end{cases}$.

Donc ; $u_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.

E : La force électromotrice du générateur qui est égale à la valeur maximale de la tension du condensateur (en régime permanant).
τ : Constante appelée constante de temps qui renseigne sur la rapidité de la charge.

La courbe ci-contre représente les variations de **u_C(t)** au cours du temps

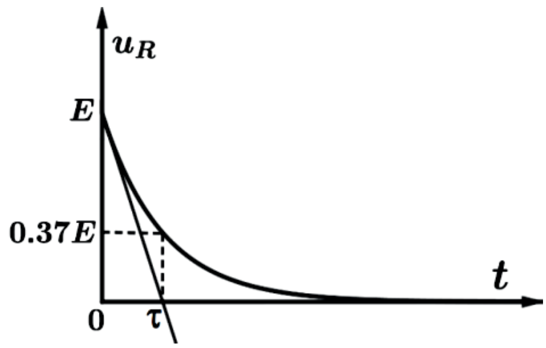


1-2- Equation différentielle régissant les variations de $u_R(t)$

D'après l'équation **(1)**, $u_C = E - u_R$, en remplaçant dans **(2)** on trouve : $\frac{du_R}{dt} + \frac{1}{\tau}u_R = 0$......$(3)$.

La solution de cette équation est de la forme : $u_R = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$.

La courbe ci-contre représente les variations de **u_R(t)**.



1-3- Equation différentielle régissant les variations de $q(t)$ et $i(t)$

- Sachant que : $u_C = \frac{q}{C}$, l'équation **(2)** donne : $\frac{dq}{dt} + \frac{1}{\tau} q = \frac{C.E}{\tau}$; équation différentielle régissant les variations de la charge **q(t).**

La solution de cette équation est de la forme $q = Q_{max}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.

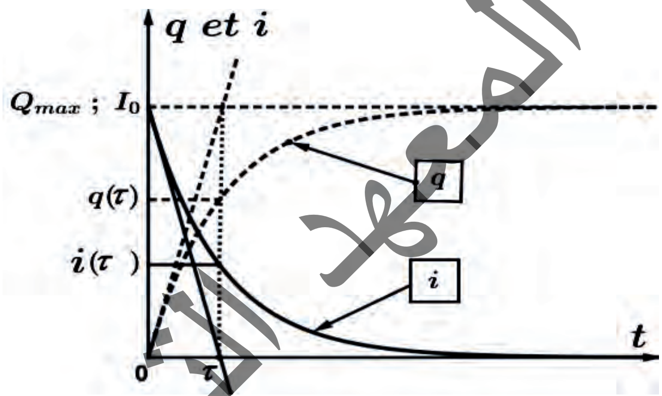
Avec $Q_{max} = C.E$, la charge maximale du condensateur.

- Comme $u_R = R.i$, l'équation **(3)** donne $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = 0$; équation différentielle régissant les variations de l'intensité du courant **i(t)**.

La solution de cette équation est de la forme : $i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Avec $I_0 = \frac{E}{R}$, la valeur initiale de l'intensité du courant.

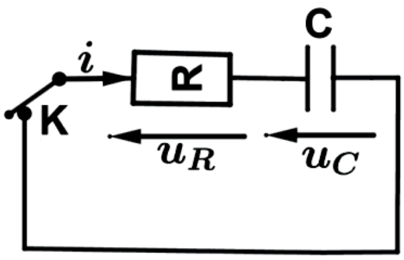
La figure ci-avant représente les courbes de variations de **q(t)** et **i(t)**



2- Décharge du condensateur

Une fois le condensateur totalement chargé, on élimine le générateur et on ferme le circuit à **t = 0** où

$Q_0 = Q_{max}, U_{C_0} = E, u_{R_0} = -E$ et $I_0 = -\frac{E}{R}$.



2-1- Equation différentielle régissant les variations de $u_C(t)$

Le condensateur chargé de tension **Uc = E** se décharge dans le résistor.
La loi des mailles devient : $u_C + u_R = 0 ....(4)$.

Ce qui donne $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C = 0 ......(5)$. Equation différentielle qui régit les variations de **uc(t)**, admettant une solution de la forme : $u_C = Ae^{-Bt}$.

On peut déterminer les constantes **A** et **B** en remplaçant dans l'équation différentielle et en utilisant les conditions initiales.

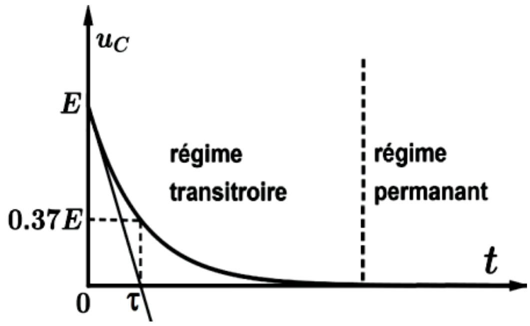
On calcule $\frac{du_C}{dt} = -B.Ae^{-Bt}$. On remplace les expressions de **uc(t)** et $\frac{du_C}{dt}$ dans l'équation différentielle, on trouve : $-B.Ae^{-Bt} + \frac{1}{\tau} Ae^{-Bt} = 0$.

Ce qui implique que : $Ae^{-Bt}\left(\frac{1}{\tau} - B\right) = 0 \Rightarrow B = \frac{1}{\tau}$. Alors $u_C = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

Or, à **t = 0** . $u_C = u_{C_0} = E = A$.

Ce qui donne $u_C = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

La courbe représentative de la fonction **uc (t)** au cours de la décharge est de la forme.



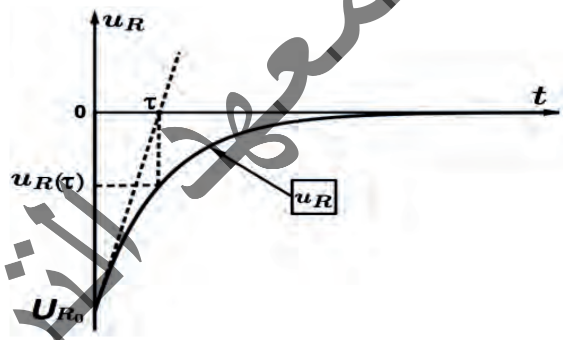
1-2- Equation différentielle régissant les variations de $u_R(t)$

D'après l'équation **(4)**, $u_C = -u_R$. En remplaçant dans **(5)** on trouve $\frac{du_R}{dt} + \frac{1}{\tau}u_R = 0......(6)$.

La solution de cette équation est de la forme :

$u_R = U_{R_0}e^{-\frac{t}{\tau}} = -Ee^{-\frac{t}{\tau}}$.

La courbe ci-contre représente les variations de **uR(t)** au cours du temps.



2-3- Equation différentielle régissant les variations de $q(t)$ et $i(t)$

Sachant que : $u_C = \frac{q}{C}$, l'équation **(4)** donne : $\frac{dq}{dt} + \frac{1}{\tau}q = 0$. Equation différentielle régissant les variations de la charge **q(t).**

La solution de cette équation est de la forme $q = Q_0e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Avec $Q_0 = C.E$, la charge initiale du condensateur.

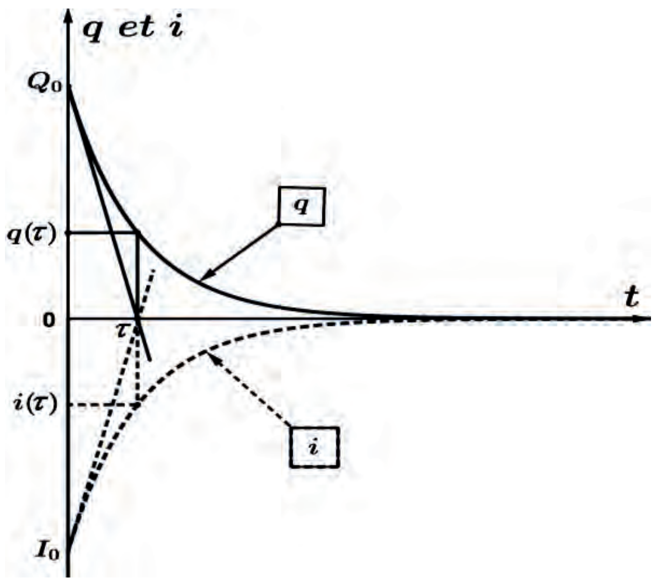
Comme $u_R = R.i$, l'équation **(6)** donne

$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i = 0$. Equation différentielle régissant les variations de la charge **i(t).**

La solution de cette équation est de la forme : $i = I_0e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Avec $I_0 = -\frac{E}{R}$, la valeur initiale de l'intensité du courant.

La figure ci-contre représente les variations de **i(t)** et de **q(t).**



3- La constante de temps

- La constante de temps $\tau = R.C$ fournit un ordre de grandeur de la rapidité de la réponse d'un circuit RC (charge ou décharge du condensateur)
- Après une durée τ , la tension aux bornes du condensateur atteint **63%** de sa valeur maximale (charge) ou perd **63%** sa valeur initiale donc atteint **37%** de sa valeur initiale (décharge).
- Après une durée 5τ la tension aux bornes du condensateur est égale à **99%** de sa valeur maximale (charge) ou perd **99%** sa valeur initiale donc atteint **0,01%** de sa valeur initiale (décharge).
- τ est généralement très faible ; le régime transitoire s'éteint très rapidement.
- τ peut être déterminé graphiquement en traçant la tangente à la courbe **u_C = f(t)** au point d'abscisse **t = 0s**, l'abscisse du point d'intersection de cette tangente avec l'asymptote horizontale de la courbe est τ .

Essentiel

- La capacité d'un condensateur de charge Q et tension U est : $C=\frac{Q}{U}$
- La capacité d'un condensateur plan est donnée par : $C=\varepsilon\frac{S}{d}$.
- L'énergie électrique emmagasinée dans un condensateur est : $E=\frac{Q^2}{2C}=\frac{C.U_C^2}{2}=\frac{Q.U_C}{2}$
- La capacité du condensateur équivalent à n condensateurs montés en série est :

$$\frac{1}{C_{éq}}=\sum_0^n\frac{1}{C_i}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}+........+\frac{1}{C_n}$$

- La capacité du condensateur équivalent à n condensateurs montés en parallèle est :

$$C_{éq}=\sum_0^n C_i=C_1+C_2+C_2+.........+C_n$$

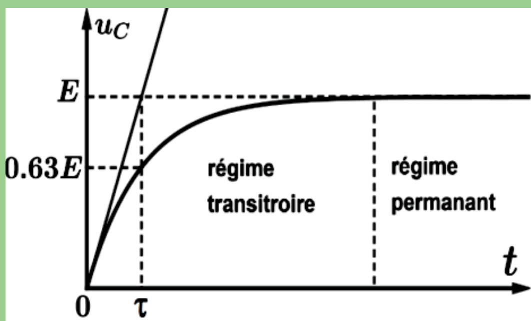
- Lors de la charge d'un condensateur dans un circuit RC soumis à un échelon de tension E :

➢ La loi des mailles s'écrit : $u_R+u_C-E=0$.

➢ L'équation différentielle régissant les variations de la tension u_C : $\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{R.C}u_C=\frac{E}{C.R}$

➢ La solution de cette équation est de la forme : $u_C=E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.

- La constante de temps $\tau=R.C$ renseigne sur la rapidité de la réponse du circuit RC.
- Après une durée τ, la tension aux bornes du condensateur atteint 63% de sa valeur maximale (charge) ou perd 63% sa valeur initiale donc atteint 37% de sa valeur initiale (décharge).
- τ peut être déterminé graphiquement en traçant la tangente à la courbe $u_C = f(t)$ au point d'abscisse t = 0s, l'abscisse du point d'intersection de cette tangente avec l'asymptote horizontale de la courbe est τ.



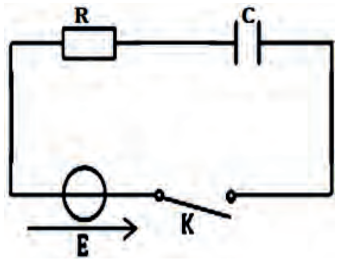
- Lors de la décharge d'un condensateur dans un circuit RC :

➢ La loi des mailles devient : $u_C+u_R=0$.

➢ L'équation différentielle régissant les variations de la tension u_C : $\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{\tau}u_C=0$.

➢ La solution de cette équation différentielle est : $u_C=U_{C_0}e^{-\frac{t}{\tau}}=Ee^{-\frac{t}{\tau}}$.

Exercice résolu



Le circuit électrique de la figure ci-après comporte :

- Un générateur de tension idéal (G) de f.é.m E .
- Un résistor de résistance $R = 3500\Omega$.
- Un condensateur de capacité C initialement déchargé.
- Un interrupteur K.

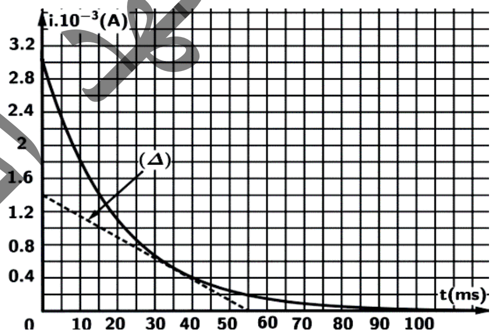
On ferme l'interrupteur K à un instant de date t = 0 pris comme origine des temps.

1- Préciser le phénomène physique qui se produit au niveau du condensateur.

2- Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de l'intensité de courant i(t).

3- La solution de l'équation différentielle s'écrit : $i = Ae^{-\alpha t}$, où A et α sont des constantes. Exprimer A et α en fonction des paramètres du circuit. Ecrire les expressions de i(t) ; $u_R(t)$; $u_C(t)$ et q(t)

4- Le chronogramme de la figure ci-contre représente les variations de l'intensité du courant i(t), sur le quel est représenté la tangente (Δ) à l'instant de date t_1 = 35ms.



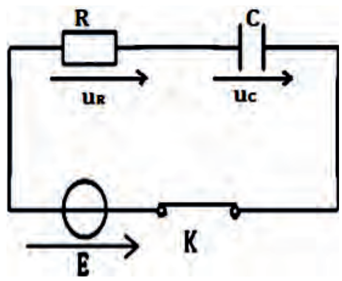
4-1- Déduire la valeur de E.

4-2- Déterminer graphiquement la valeur de constante de temps τ du dipôle RC. Déduire alors la valeur de C.

4-3- Calculer, par deux méthodes, l'intensité du courant i_1 à l'instant de date t_1. Retrouver graphiquement la valeur de i_1.

4-4- Montrer qu'à t_1, le condensateur emmagasine 69,4 % de son énergie maximale.

Solution



1- Le phénomène observé est la charge du condensateur

2- On appliquant la loi des mailles sur circuit ci-contre

$u_C + u_R - E = 0 \Rightarrow \frac{q}{C} + R.i = E$ en dérivant par rapport au temps on trouve $\frac{1}{C}\frac{dq}{dt} + R\frac{di}{dt} = 0$, or $\frac{dq}{dt} = i$ alors $\frac{di}{dt} + \frac{1}{CR}i = 0$

3- $i = Ae^{-\alpha t} \Rightarrow \frac{di}{dt} = -\alpha Ae^{-\alpha t}$, on remplace $\frac{di}{dt}$ et i dans l'équation différentielle on trouve

$-\alpha Ae^{-\alpha t} + \frac{A}{R.C}e^{-\alpha t} = 0 \Rightarrow \left(-\alpha + \frac{1}{C.R}\right)Ae^{-\alpha t} = 0$. Comme $Ae^{-\alpha t} \neq 0$ alors $-\alpha + \frac{1}{C.R} = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{C.R}$

donc $i = Ae^{-\frac{t}{R.C}}$. pour $t = 0 \to i = I_0 = A$ d'autre part pour $t = 0 \to u_C = 0 \Rightarrow u_R = E$ alors

$R.I_0 = E \Rightarrow I_0 = \frac{E}{R}$ donc $A = \frac{E}{R} \Rightarrow i = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{R.C}}$. Ce qui donne

- $u_R = R.i = Ee^{-\frac{t}{R.C}}$

- $u_C = E - u_R = E - Ee^{-\frac{t}{R.C}} = E\left(1 - e^{-\frac{t}{R.C}}\right)$
- $q = C.u_C = C.E\left(1 - e^{-\frac{t}{R.C}}\right)$

4-1- On a $E = R.I_0$ d'après la courbe à $t = 0 \rightarrow I_0 = 3.10^{-3}\,A$ donc $E = 10,5V$.

4-2- Pour $t = \tau \rightarrow i = 0,37I_0 = 1,11.10^{-3}\,A$ d'après la courbe $\tau = 20ms$.

$\tau = R.C \Rightarrow C = \dfrac{\tau}{R} = 5,7.10^{-6}\,F = 5,7\,\mu F$

4-3- $t_1 \rightarrow i_1 = ?$

* Méthode 1 : $i_1 = \dfrac{E}{R} e^{-\frac{t_1}{\tau}} = 0,5.10^{-3}\,A$

* Méthode 2 : D'après l'équation différentielle on a $t_1 \rightarrow \left(\dfrac{di}{dt}\right)_{t_1} + \dfrac{1}{\tau} i_1 = 0 \Rightarrow i_1 = -\tau \left(\dfrac{di}{dt}\right)_{t_1}$.

Sachant que $\left(\dfrac{di}{dt}\right)_{t_1}$ représente la valeur du coefficient directeur de la tangente (Δ).

D'après la tangente $\begin{cases} t = 0 \rightarrow i = 1,4.10^{-3}\,A \\ t = 55.10^{3}\,s \rightarrow i = 0 \end{cases} \Rightarrow \left(\dfrac{di}{dt}\right)_{t_1} = -0,025$ il vient $i_1 = 0,5.10^{3}\,A$.

D'après la courbe $t_1 = 35.10^{-3}\,s \rightarrow i_1 = 0,5.10^{-3}\,A$

4-4- $t_1 \rightarrow u_{C_1} = E - u_{R_1} = E - R.i_1 = 8,75V$ donc l'énergie $E_1 = \dfrac{C.u_{C_1}^2}{2} = 2,18.10^{-4}\,J$

D'autre part l'énergie maximale est $E_{max} = \dfrac{C.E^2}{2} = 3,14.10^{-4}\,J$ donc

$\dfrac{E_1}{E_{max}} = 0,694 \Rightarrow E_1 = 69,4\% E_{max}$

Exercices

Exercice 1
Calculez la capacité totale de:

a) 3 condensateurs en série : 10 µF, 10µF et 22 µF;

b) 4 condensateurs en parallèle : 10 pF, 10 pF, 33 pF et 33 pF;

c) 2 condensateurs en parallèle (100 pF et 220 pF) placés en série avec un 3ème de 220 pF.

Exercice 2
Un condensateur de 100 µF est chargé sous une tension de 30 V.

a) Quelle est la quantité d'électricité emmagasinée?

b) Quelle est l'énergie électrique emmagasinée?

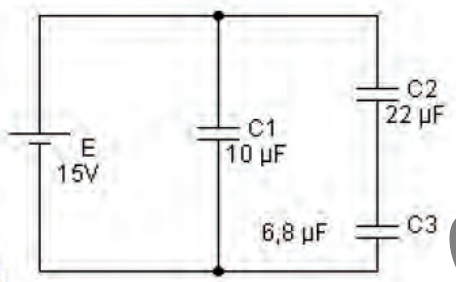
Exercice 3
Un condensateur de 47 µF et un autre de 33 µF supportent la même tension maximale soit 25 V. On les branche en série puis en parallèle. Calculer dans chaque cas:

a) La capacité équivalente.

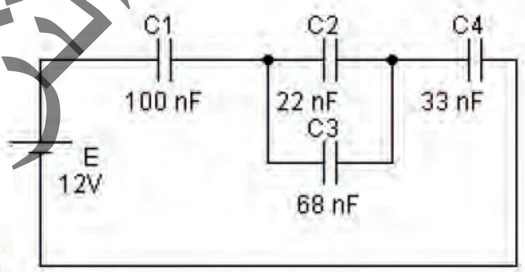
b) La tension maximale que peut supporter le groupement.

c) L'énergie emmagasinée par le groupement lorsqu'il est chargé sous la tension maximale.

Exercice 4
Calculez la charge et la tension aux bornes de chacun des condensateurs des circuits suivants :



a)

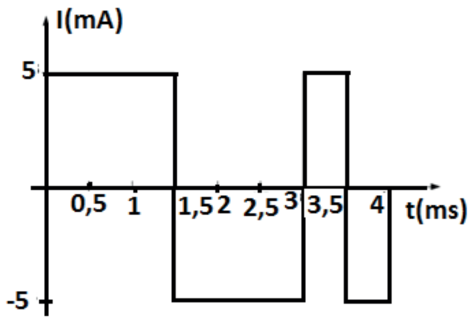


b)

Exercice 5
On charge un condensateur de capacité C = 1µF avec le courant de la figure suivante :

1. Calculer la tension U aux bornes du condensateur aux temps (condition initiale : U = 0V) :

t1= 1,5ms t2 = 3ms t3 = 3,5ms t4 = 4ms 2. Tracer le chronogramme de U.

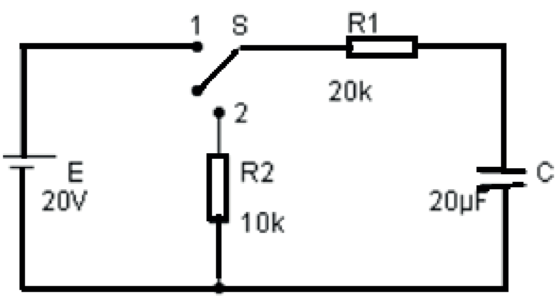


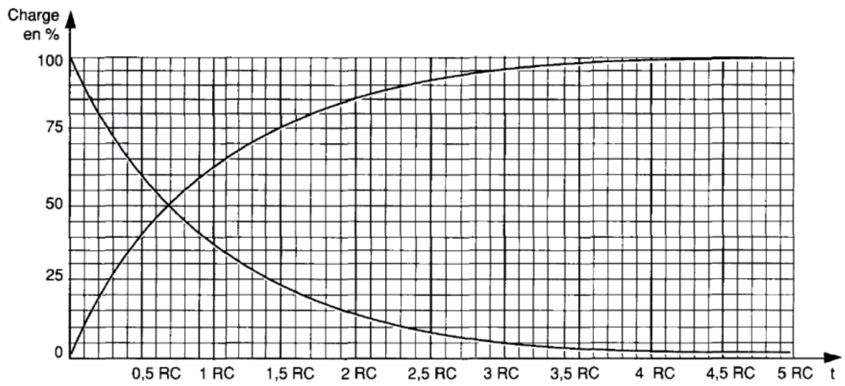
Exercice 6
Utiliser les courbes universelles de charge et de décharge d'un condensateur pour répondre aux questions Suivantes :

1) Que vaut la constante de temps de ce réseau lorsque l'interrupteur est en position 1?

2) Quelle est la tension vers laquelle le condensateur tend à se charger?

3) Que vaut la tension aux bornes du condensateur après 3 s, si initialement UC = 0 et que l'interrupteur est en position 1?





4) Combien de temps prendra-t-on avant que le voltage aux bornes du condensateur atteigne 15 volts lorsque l'interrupteur est en position 1 et que initialement UC = 0?

5) Que vaut la constante de temps lorsque l'interrupteur est en position 2?

6) Que vaut la tension aux bornes du condensateur après 2,1 s, si la tension aux bornes du condensateur était de 20V lorsque l'interrupteur fut mis en position 2?

Exercice 7

1) On charge, sous la tension U = 100 V, un condensateur de capacité C = 60 µF.

En régime permanent l'une des deux armatures du condensateur, notée A, porte alors une charge Q_0 positive. Préciser la charge électrique de l'autre armature, noté B, de ce condensateur. Possède-t-elle un défaut ou un excès d'électrons ?

a) Déterminer la valeur de Q_0.

b) Calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur.

2) A un instant qu'on choisit comme origine des temps, on relie les armatures de ce condensateur ainsi chargé au bornes d'un résistor de résistance R = 100 Ω.

a) Etablir l'équation différentielle qui régit la tension UAB au bornes du condensateur durant le régime transitoire.

b) vérifier que la solution de cette équation est $U_{AB}(t) = Ue^{-t/RC}$

c) Représenter l'allure de la courbe représentant la variation de u_{AB} au cours du temps

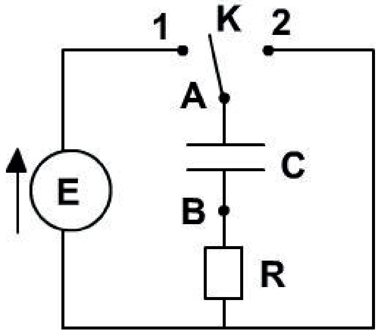
Exercice 8

On réalise le montage représenté par le figure suivant à l'aide d'un générateur de tension idéal de f.é.m. E = 10 V, d'un condensateur de capacité C = 2,5 µF et d'un résistor de résistance R = 1,0 kΩ.

1) On charge le condensateur en basculant le commutateur K sur la position 1.

a) Dessiner le circuit électrique équivalent.

b) En utilisant la loi des maille, établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_{AB} aux bornes du condensateur.



c) Evaluer u_{AB} lorsque le condensateur est complètement chargé.

d) Déduire la valeur de l'énergie électrostatique E_{em} emmagasinée par le condensateur ainsi chargé. Au bout de combien de temps cette énergie est-elle atteinte ?

2) le condensateur étant chargé, on bascule le commutateur K sur la position 2.

a) Dessiner le circuit électrique équivalent.

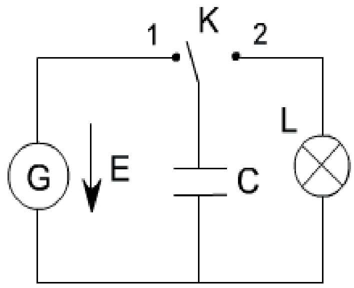
b) En utilisant la loi des mailles, établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_{AB} aux bornes du condensateur.

c) Chercher la relation entre la durée de charge et la durée de la décharge du condensateur.

d) Sous quelle forme l'énergie emmagasinée par le condensateur est-elle dissipée ?

Exercice 9

Pour stocker l'énergie nécessaire au fonctionnement d'une lampe (L), on utilise un condensateur (C) de capacité C. ce dernier est chargé à l'aide d'un générateur idéal (G) délivrant une tension continue constante de valeur **U = 30 V**, montés comme l'indique la figure suivante :

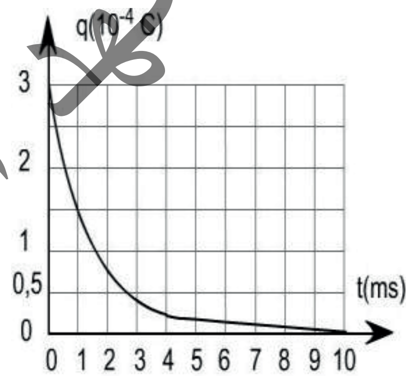


1) On charge le condensateur (position 1 du commutateur K).

a) La charge du condensateur est-elle instantanée ? Justifier la réponse.

b) Exprimer la charge maximale du condensateur en fonction de C et U.

2) Le commutateur est à la position 2, on provoque l'éclairement de la lampe (L) grâce à l'énergie stockée dans le condensateur. On installe une carte d'acquisition de données pour mesurer la valeur de la charge q du Condensateur en fonction du temps ; on obtient la graphe suivant :



a) Compléter le schéma du circuit en ajoutant les connections de la carte d'acquisition (masse et voie) permettant de visualiser q(t).

b) Indiquer le sens du courant choisi.

c) La décharge du condensateur est-elle instantanée ? Expliquer.

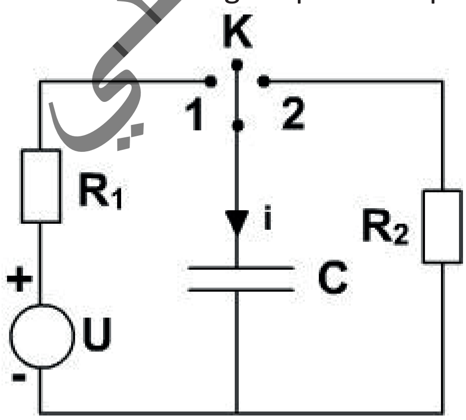
d) Déterminer graphiquement la constante de temps correspondant à la décharge par recours à la méthode de la tangente.

e) Déterminer la valeur de la capacité C du condensateur.

f) On assimile la lampe après son amorçage à un conducteur ohmique de résistance r supposée constante. Déterminer la valeur de r.

Exercice 10

A l'aide d'un générateur de tension idéale, de deux résistors et d'un condensateur, on réalise le montage représenté par le figure ci-contre :



A l'aide d'un oscilloscope, on enregistre la charge d'un condensateur de capacité C à travers le résistor de résistance $R_1 = 20\ \Omega$ puis sa décharge à travers le résistor de résistance R_2 on obtient le digramme suivant :

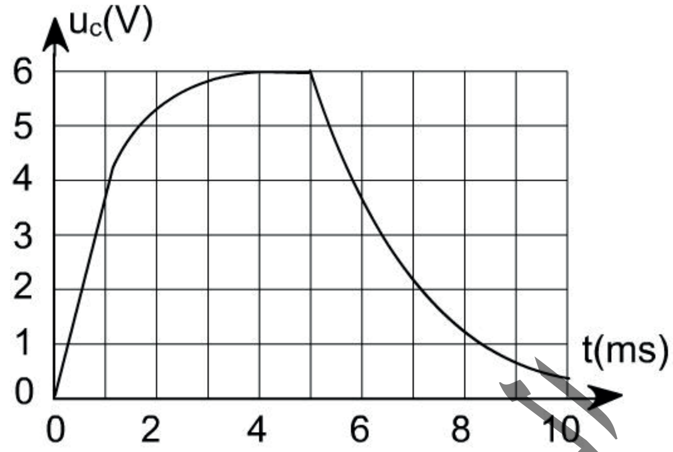
1) a) Expliquer comment doit-on procéder pour obtenir l'oscillogramme précédent.

b) Donner la valeur de la f.é.m. du générateur de tension.

c) Déterminer la valeur de C et de R_2.

2) a) $u_C(t)$ présente-t-elle une discontinuité en passant de la charge à la décharge ?

b) qu'en est-il de l'intensité du courant i(t) qui parcourt le circuit ?



Exercice 11

Avec un générateur délivrant à ses bornes une tension constante E=10V ,un résistor de résistance R . U n condensateur de capacité C et un interrupteur ,on réalise le montage de la figure(1) .

1-On visualise à l'aide d'un système d'acquisition relié à un ordinateur la tension aux bornes du condensateur. faire les connexions à l'oscilloscope qui permettent cette visualisation.

2-On ferme l'interrupteur. le système d'acquisition permet de déduire la courbe de l'évolution de la charge q en fonction du temps (figure 2).

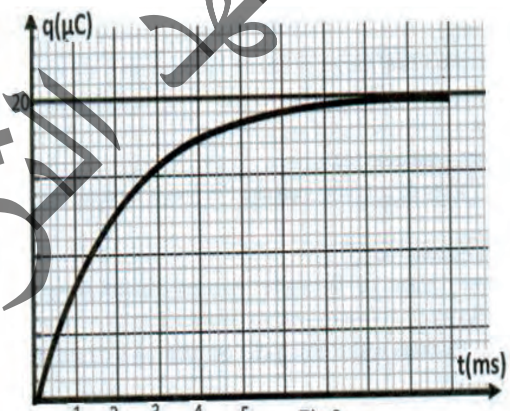


Fig 2

a-Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_c(t)$

b- En déduire l'équation différentielle vérifiée par q(t)

c-La solution de l'équation différentielle en q(t) est de la forme $q(t) = A(1-e^{-\alpha t})$ $ou\ A\ et\ \alpha$ des constantes.-

-Déterminer les constantes $A\ et\ \alpha$ et donner leurs significations physiques et leurs unités

-Ecrire l'expression de $q(t)$ en fonction de E,R,C et t.

3-a) En exploitant la courbe $q(t)$ de la (figure 2) déterminer la charge maximale Q_m

b) En déduire la valeur de la capacité é C.

4-a)Etablir l'expression de l'intensité é du courant $i(t)$.

b) Montrer que l'expression de i à l'instant t=0 permet de déduire graphiquement la constante du temps τ du dipôle RC

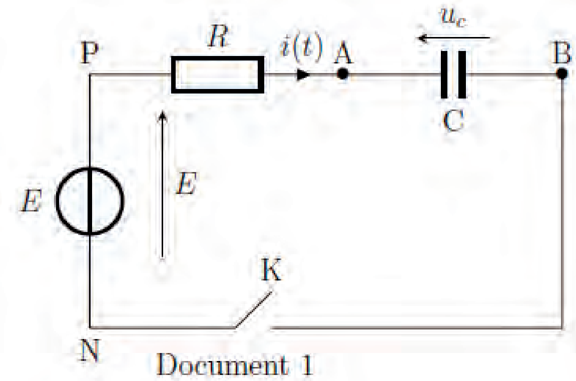
c) Déterminer τ

d) En déduire la valeur de la résistance R

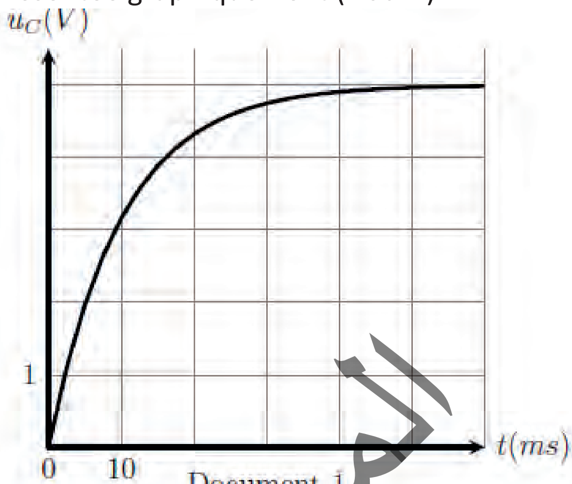
e) En exploitant la courbe $q(t)$,montrer graphiquement que l'intensité du courant dans le circuit décroit jusqu'à s'annuler.

Exercice 12

Un condensateur initialement déchargé , de capacité C = 1, 0µF, est branché en série avec un conducteur ohmique de résistance R = 10kΩ(Doc1) . La tension aux bornes du générateur est E = 5V . À l’instant t = 0, on ferme le circuit . La tension uc(t) , enregistrée au cours de la décharge, est représentée graphiquement (Doc 2) .



Document 1



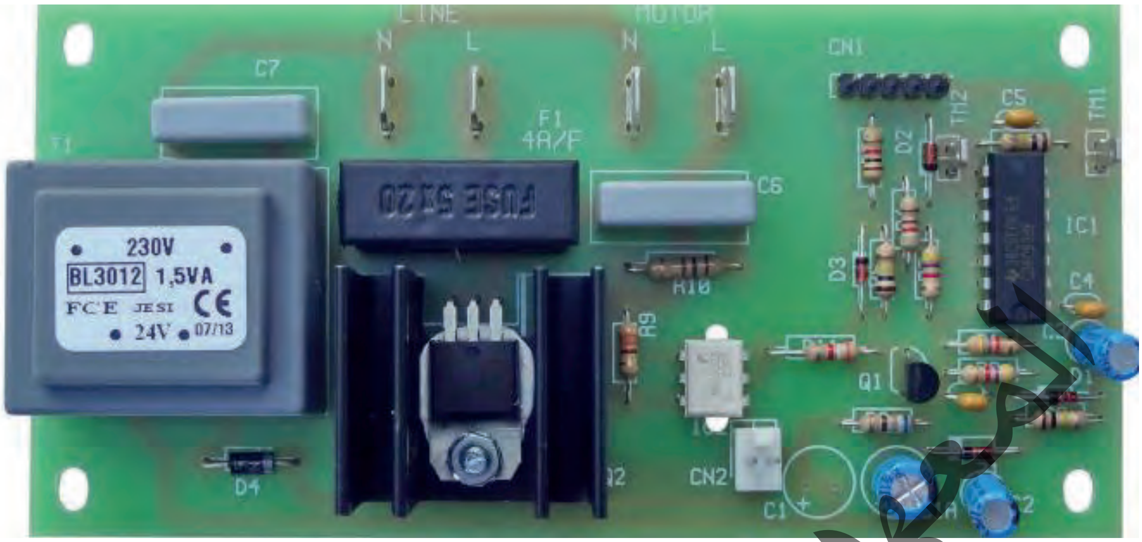
Document 1

2. La solution de l’équation différentielle est la suivante : uc(t) = A (1 – exp(−α.t))
Déterminer A et α en fonction de E, R et C

3. Exprimer la constante de temps τ en fonction de α , calculer uc pour t = τ 4.

Trouver la valeur numérique de τ à l’aide de graphique (plusieurs méthodes sont possibles) La valeur trouvée est-elle compatible avec les valeurs des composantes données au début de l’énoncé ?

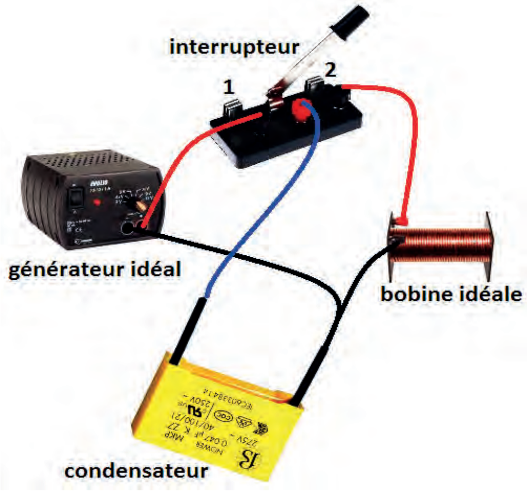
Chapitre VIII: Oscillations électriques libres

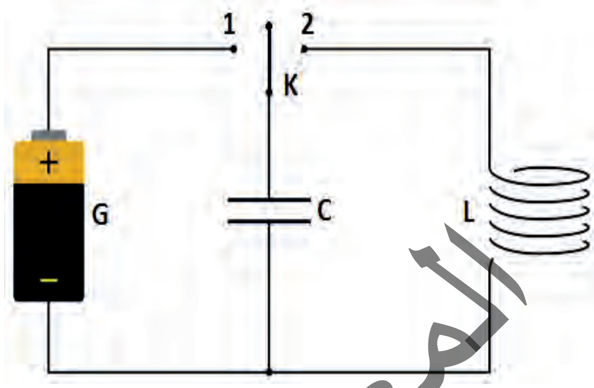


OBJECTIFS

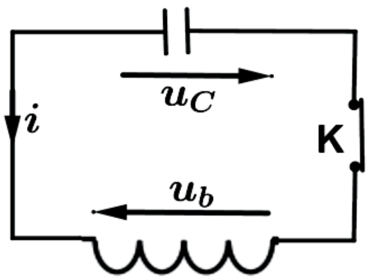
- Décrire un montage permettant de suivre les oscillations libres d'un circuit RLC série.
- Reconnaître le facteur responsable de l'amortissement.
- Etablir l'équation différentielle des oscillations libres d'un circuit RLC série.
- Interpréter la diminution de l'amplitude des oscillations libres d'un circuit RLC série par le transfert d'énergie de l'oscillateur vers le milieu extérieur.
- Ecrire l'expression d'une grandeur oscillante en régime libre non amorti.
- Déterminer la période, l'amplitude et la phase initiale d'une grandeur oscillante sinusoïdale d'un circuit LC série.
- Démontrer la conservation de l'énergie totale d'un oscillateur LC.

I- Oscillations électriques libres non amorties (Circuit L.C)





On réalise le circuit de la figure ci-dessus.
On charge le condensateur de capacité **C**, en fermant l'interrupteur sur la position **1**, puis on le décharge dans la bobine supposée purement inductive (sans résistance interne), en fermant l'interrupteur sur la position **2**.



A l'instant t = 0s, instant de fermeture de l'interrupteur sur la position **2,** on constitue alors un circuit électrique libre (sans générateur).

A $t=0 \rightarrow \begin{cases} q_0 = Q_0 = C.U_0 \\ i_0 = 0 \end{cases}$

1- Equations différentielles et solutions

La loi des mailles s'écrit : $u_C + u_L = 0 \Rightarrow \frac{q}{C} + L\frac{di}{dt} = 0$. Or $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$.

Il vient $\frac{q}{C} + L\frac{d^2q}{dt^2} = 0 \Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{C.L}q = 0$. C'est une équation différentielle, qui traduit des oscillations sinusoïdales libres de la charge dont la solution est de la forme :

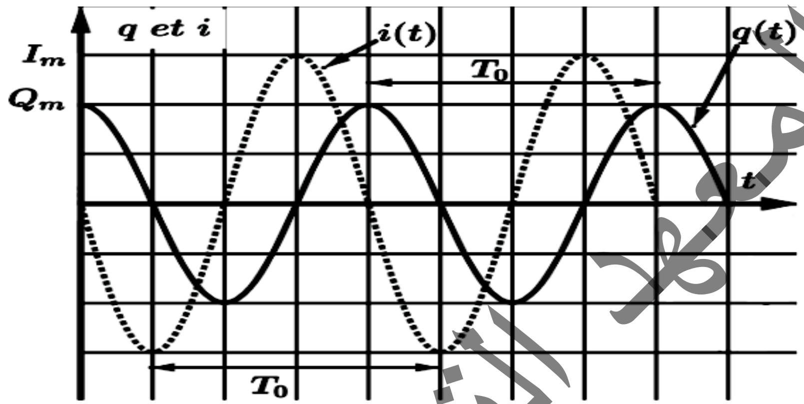
$q = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_q)$ tel que $\omega_0^2 = \frac{1}{L.C}$

- Q_m : amplitude de la charge en coulomb **(C)**.
- ω_0 : pulsation propre du circuit en **(rad / s)**
- $(\omega_0 t + \varphi_q)$: phase à l'instant **t** en **(rad)**
- φ_q : phase initiale de la charge en **(rad)**

Sachant que $q = C.u_C = \int i dt$, on trouve :

- $\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{1}{C.L}u_C=0$; équation différentielle régissant les variations de $u_C(t)$
- $\frac{di}{dt}+\frac{1}{C.L}\int idt=0$; équation différentielle régissant les variations de $i(t)$
- $q=C.u_C \Rightarrow u_C=\frac{q}{C}=\frac{Q_m}{C}\cos\left(\omega_0 t+\varphi_q\right)$, alors $u_C=U_{Cm}\cos\left(\omega_0 t+\varphi_q\right)$ avec $U_{Cm}=\frac{Q_m}{C}$
- $i=\frac{dq}{dt}=-\omega_0 Q_m\sin\left(\omega_0 t+\varphi_q\right)=I_m\cos\left(\omega_0 t+\varphi_i\right)$. Avec $I_m=\omega_0 Q_m$ et $\varphi_i=\varphi_q+\frac{\pi}{2}$

Les courbes de variation de $q(t)$ et $i(t)$ sont de la forme.



2- Energie d 'un oscillateur LC

L'énergie électrique totale dans le circuit **LC**, oscillant librement (sans générateur), est la somme de l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur **E**

L'énergie électrique totale dans le circuit **LC**, oscillant librement (sans générateur), est la somme de l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur E_C et l'énergie magnétique emmagasinée dans la bobine E_L ; $E=E_C+E_L=\frac{q^2}{2C}+\frac{1}{2}Li^2$. En remplaçant **i** et **q** par leurs expressions en fonction du temps on trouve :

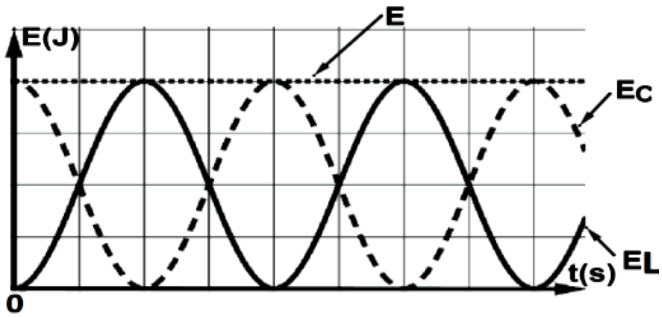
$E=\frac{Q_m^2}{2C}\cos^2\left(\omega_0 t+\varphi_q\right)+\frac{L.\omega_0^2.Q_m^2}{2}\sin^2\left(\omega_0 t+\varphi_q\right)$.

Avec $L.\omega_0^2=\frac{1}{C}$ il vient $E=\frac{Q_m^2}{2C}\left[\cos^2\left(\omega_0 t+\varphi_q\right)+\sin^2\left(\omega_0 t+\varphi_q\right)\right]$ donc $E=\frac{Q_m^2}{2C}=cte$

On dit que l'énergie totale de l'oscillateur **LC** se conserve et l'oscillateur est conservatif.

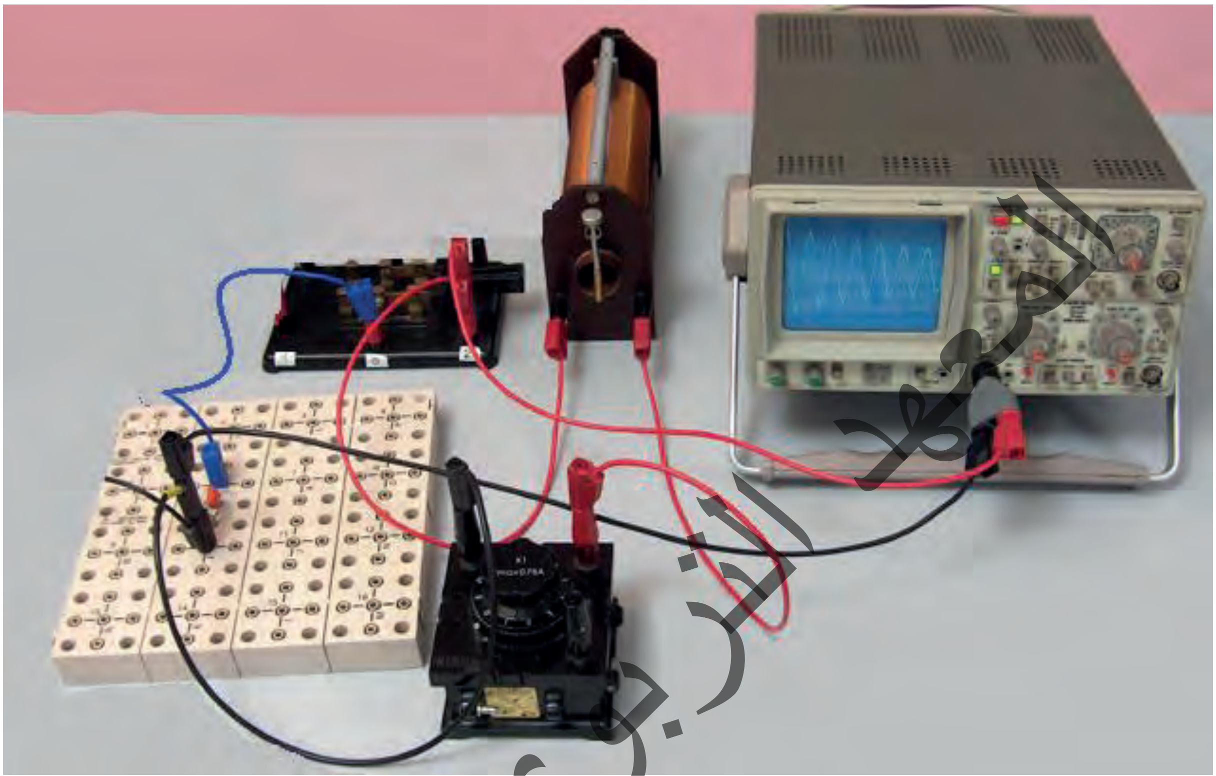
On peut écrire aussi ; $E=\frac{Q_m^2}{2C}=\frac{C.U_{Cm}^2}{2}=\frac{1}{2}L.I_m^2$.

Les courbes de variation des énergies en fonction de temps sont de la forme :

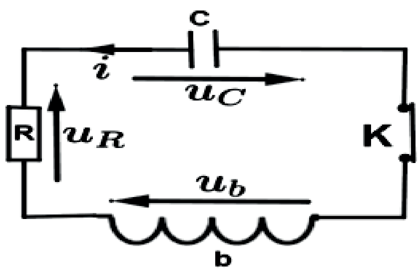


II- Oscillations électriques libres amorties (Circuit R.L.C)

1- Influence de résistance sur l 'oscillateur LC (Amortissement)



Le circuit ci-dessus renfermant, en série, un condensateur de capacité **C** initialement chargé, une bobine supposée purement inductive d'inductance **L,** un résistor de résistance **R** et un oscilloscope visualisant la tension aux bornes du condensateur.
Ce circuit peut être schématisé dans la figure ci-contre.



En fermant l'interrupteur **K,** on costate que l'amplitude de la tension aux bornes du condensateur diminue au cours du temps (voir l'écran de l'oscilloscope)

La loi des mailles s'écrit : $u_C + u_b + u_R = 0 \Rightarrow \frac{q}{C} + L\frac{di}{dt} + R.i = 0$.

Or ; $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$, ce qui donne : $\frac{q}{C} + L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C.L}q = 0$.

Le nouveau terme $\left(\frac{R}{L}\frac{dq}{dt}\right)$ est appelé terme d'amortissement des oscillations libres

L'amortissement est la diminution d'amplitude au cours de temps.
On distingue entre trois régimes selon la valeur de la résistance totale du circuit.

- Si $R_T < R_C$, le régime est dit pseudopériodique. IL y a des oscillations avec amplitude décroissante.
- Si $R_T = R_C$, le régime est critique

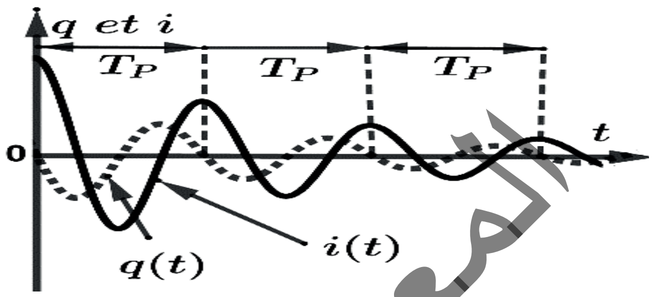
- Si $R_T > R_C$, le régime est apériodique

$R_C = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$: s'appelle résistance critique.

En régime pseudopériodique il y a une pseudo-période $T_P = 4\pi \frac{L\sqrt{C}}{\sqrt{4L - CR^2}}$.

Si l'amortissement n'est pas trop important $R << R_C$ alors $T_P \approx T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$.

Les courbes de variation des grandeurs électriques au cours du temps son de la forme générale.



2- Energie du circuit RLC libre

L'énergie totale **E** du système (circuit **RLC** série) oscillant librement (sans générateur) à un instant donné est la somme de l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur $E_C = \frac{q^2}{2C}$ et l'énergie magnétique emmagasinée dans la bobine $E_L = \frac{1}{2}Li^2$.

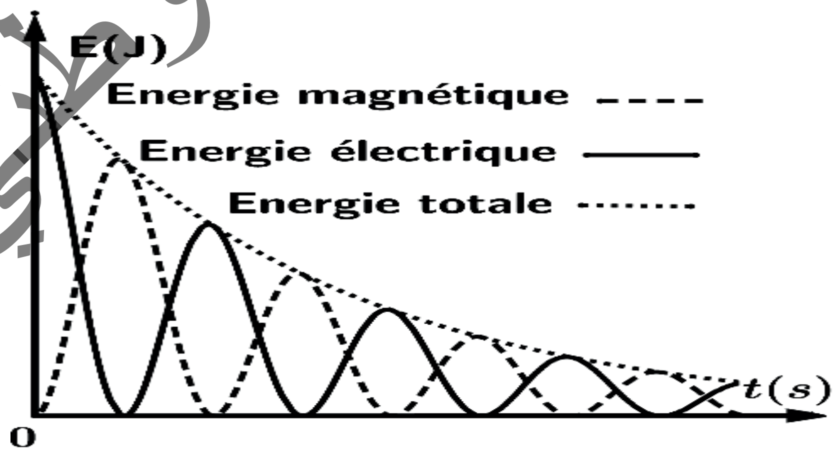
$E = E_C + E_L = \frac{q^2}{2C} + \frac{1}{2}Li^2$.

Pour étudier les variations de cette énergie on calcule $\frac{dE}{dt}$:

$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{q^2}{2C} + \frac{1}{2}Li^2\right) = \frac{q}{C}\frac{dq}{dt} + L.i\frac{di}{dt} = i\left(\frac{q}{C} + L\frac{di}{dt}\right)$. D'autre part ; $\frac{q}{C} + L\frac{di}{dt} = -R.i \Rightarrow \frac{dE}{dt} = -R.i^2 < 0$.

Donc l'énergie du circuit **RLC** libre diminue au cours de temps. Cette diminution est due à l'effet Joule dans le résistor, ce qui est la cause des amortissements.

Les courbes de variation des énergies en fonction du temps sont de la forme.



Essentiel

- Lors de la décharge d'un condensateur dans une bobine (circuit LC libre)

➢ La loi des mailles s'écrit : $u_C + u_L = 0 \Rightarrow \frac{q}{C} + L\frac{di}{dt} = 0$

➢ L'équation différentielle régissant les variations de la charge du condensateur est : $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{C.L}q = 0$. Elle traduit des oscillations sinusoïdales libres de la charge

➢ La solution de cette équation est de la forme : $q = Q_m \cos\left(\omega_0 t + \varphi_q\right)$.

- L'énergie électrique totale dans le circuit LC est $E = E_C + E_L = \frac{q^2}{2C} + \frac{1}{2}Li^2$.

Donc ; $E = \frac{Q_m^2}{2C} = \frac{C.U_{Cm}^2}{2} = \frac{1}{2}L.I_m^2$. Alors le système est conservatif.

- Lorsque on insert un résistor dans un circuit LC de condensateur initialement chargé , on constitue alors un circuit RLC libre. (sans générateur)

➢ La loi des mailles s'écrit : $u_C + u_b + u_R = 0 \Rightarrow \frac{q}{C} + L\frac{di}{dt} + R.i = 0$.

➢ L'équation différentielle qui régit les variations de la charge en fonction de temps est : $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C.L}q = 0$. Cette équation renferme le terme $\frac{R}{L}\frac{dq}{dt}$ qui traduit l'amortissement de la charge.

➢ En régime pseudopériodique il y a une pseudo-période ; $T_P = 4\pi\frac{L\sqrt{C}}{\sqrt{4L - CR^2}}$.

➢ Si l'amortissement n'est pas trop important $R << R_C$ alors $T_P \approx T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$.

- L'énergie totale E du système (circuit RLC série) : $E = E_C + E_L = \frac{q^2}{2C} + \frac{1}{2}Li^2$.

- La dérivée de l'énergie par rapport au temps donne : $\frac{dE}{dt} = -R.i^2 < 0$.

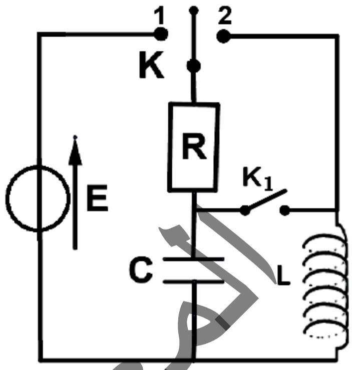
L'énergie du système diminue au cours du temps. Ce qui interprète les amortissements

Exercice résolu

On dispose de :

- Un générateur idéal de tension de f.é.m E =16V
- Un condensateur de capacité $C=6,25\mu F$
- Une bobine d'inductance L et de résistance négligeable
- Un résistor de résistance $R=100\Omega$

montés dans le circuit ci-contre



I- On laisse K_1 ouvert et on ferme K sur la position -1-

1- Etablir l'équation différentielle régissant les variations de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur.

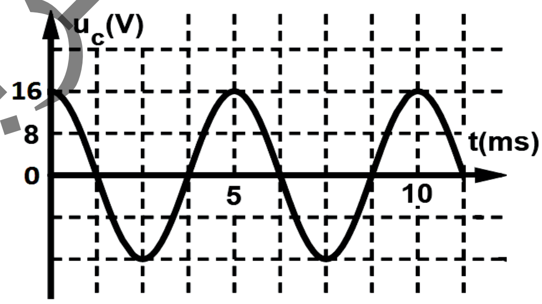
2- Montrer que $u_C=E\left(1-e^{-\frac{t}{R.C}}\right)$ est solution de cette équation.

3- Calculer la constante de temps τ du circuit

II- Le condensateur chargé, on ouvre K et on ferme K_1 à un instant t = 0

1- Etablir l'équation différentielle régissant les variations de q(t). Quel phénomène est observé dans le circuit. Déduire l'expression de la période propre de cet oscillateur.

2- On observe, sur un oscilloscope, la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur



2-1- Calculer l'inductance L de la bobine.

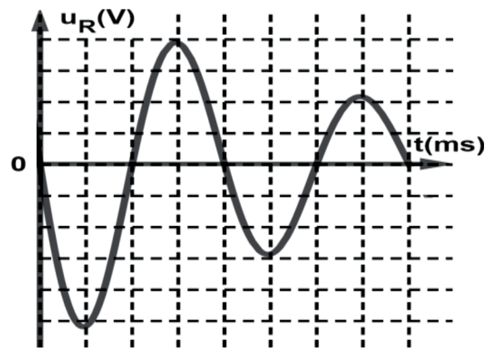
2-2- Déterminer l'expression $u_C(t)$ et déduire l'expression i(t) de l'intensité du courant dans le circuit.

3- Donner, en fonction de u_C et i, l'expression de l'énergie électrique E emmagasinée dans le circuit. Montrer que cette énergie se conserve et calculer sa valeur.

4- Calculer les valeurs de u_C pour lesquelles l'énergie emmagasinée dans la bobine est double de celle stockée dans le condensateur.

III- On charge le condensateur en ouvrant K_1 et en fermant K sur la position -1-.

A l'instant t = 0, on ferme K sur la position -2- et on laisse K_1 ouvert. On observe, sur l'oscilloscope, la tension $u_R(t)$ aux bornes du résistor

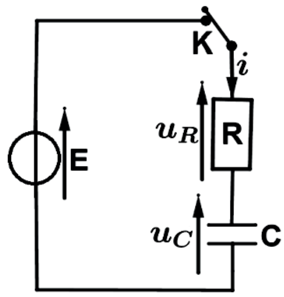


1- Etablir l'équation différentielle régissant les variations de la tension $u_R(t)$ aux bornes du résistor.

2- Déterminer la nature du régime observé.

3- Démontrer que l'énergie du circuit n'est pas conservée. Comment varie cette énergie. Interpréter.

Solution



I- K_1 est ouvert et K est fermé sur la position -1-. Le circuit qui fonctionne est (figure ci-contre)

Loi des mailles s'écrit : $u_R + u_C - E = 0 \Rightarrow u_C + R.i = E$. Comme $i = \dfrac{dq}{dt}$ et

$q = C.u_C$ donc $i = C\dfrac{du_C}{dt}$ il vient $\dfrac{du_C}{dt} + \dfrac{1}{R.C}u_C = \dfrac{E}{R.C}$

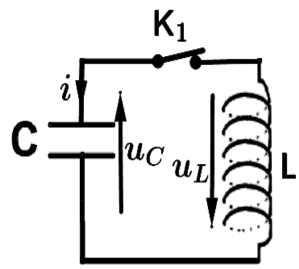
2- $u_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{R.C}}\right) \Rightarrow \dfrac{du_C}{dt} = \dfrac{E}{R.C}e^{-\frac{t}{R.C}}$. On remplace u_C et $\dfrac{du_C}{dt}$ dans l'équation différentielle

on trouve $\dfrac{E}{R.C}e^{-\frac{t}{R.C}} + \dfrac{E}{R.C}\left(1 - e^{-\frac{t}{R.C}}\right) = \dfrac{E}{R.C}$ donc $u_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{R.C}}\right)$ est solution de l'équation différentielle.

3- La constante de temps est $\tau = R.C = 6{,}25.10^{-4}\,s$

II- K est ouvert et K_1 est fermé. Le circuit qui fonctionne est (figure ci-après)

1- La loi des maille s'écrit : La loi des mailles s'écrit : $u_C + u_L = 0 \Rightarrow \dfrac{q}{C} + L\dfrac{di}{dt} = 0$.



Sachant que $i = \dfrac{dq}{dt} \Rightarrow \dfrac{di}{dt} = \dfrac{d^2q}{dt^2}$ il vient $\dfrac{q}{C} + L\dfrac{d^2q}{dt^2} = 0$, donc

$\dfrac{d^2q}{dt^2} + \dfrac{1}{C.L}q = 0$. C'est une équation différentielle, qui traduit des oscillations sinusoïdales libres de la charge, de solution de la forme

: $q = Q_m\cos\left(\omega_0 t + \varphi_q\right)$ tel que $\omega_0^2 = \dfrac{1}{L.C}$.

Donc le phénomène observé est : « les oscillations sinusoïdales des grandeurs électriques ».

La période propre est $T_0 = \dfrac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{L.C}$

2-1- L'inductance $L = \dfrac{T_0^2}{4\pi^2.C}$. D'après la courbe T_0 =5ms il vient L = 0,1H

2-2- $u_C = U_{Cm}\cos\left(\omega_0 t + \varphi_{u_C}\right)$ avec $\omega_0 = \dfrac{2\pi}{T_0} = 400\pi\ rad/s$.

D'après la courbe $\begin{cases} U_{Cm} = 16V \\ t = 0 \rightarrow u_{C_0} = U_{Cm} \end{cases} \Rightarrow \cos\left(\varphi_{u_C}\right) = 1 \Rightarrow \varphi_{u_C} = 0$. Donc $u_C = 16\cos\left(400\pi\, t\right)$.

$i = \dfrac{dq}{dt} = C\dfrac{du_C}{dt} = -400\pi \times C \times 16\sin\left(400\pi\, t\right) = -0{,}12\sin\left(400\pi\, t\right)$

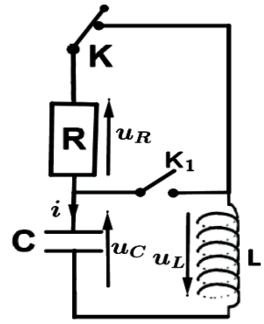
3- L'énergie du circuit est $E = E_C + E_L = \dfrac{C.u_C^2}{2} + \dfrac{1}{2}Li^2$. Donc $\dfrac{dE}{dt} = C.u_C\dfrac{du_C}{dt} + Li\dfrac{di}{dt}$.

Or $\begin{cases} i = \dfrac{dq}{dt} \Rightarrow \dfrac{di}{dt} = \dfrac{d^2q}{dt^2} \\ u_C = \dfrac{q}{C} \Rightarrow \dfrac{du_C}{dt} = \dfrac{1}{C}\dfrac{dq}{dt} = \dfrac{1}{C}i \end{cases}$. Ce qui donne $E = \dfrac{1}{C}q.i + L.i.\dfrac{d^2q}{dt^2} = L.i\left(\underbrace{\dfrac{d^2q}{dt^2} + \dfrac{1}{C.L}q}_{\text{nul d'après l'ED}}\right) = 0$.

Donc $E = cte = E(t=0)$, alors l'énergie est conservée. d'autre part, $t = 0 \rightarrow \begin{cases} u_{C_0} = U_{C_0} = 16V \\ i_0 = 0 \end{cases}$.

Il vient $E=\frac{C.U_{C_0}^2}{2}=8.10^{-4}C$.

4- $E_L=2E_C \Rightarrow E=3E_C=\frac{3C.u_C^2}{2}\Rightarrow u_C=\pm\sqrt{\frac{2E}{3C}}=\pm 9,28V$.



III- K_1 est ouvert et K est fermé sur la position -2-. Le circuit qui fonctionne est (figure ci-contre)

1- La loi des mailles s'écrit : $u_C+u_L+u_R=0\Rightarrow \frac{q}{C}+L\frac{di}{dt}+u_R=0$.

Connaissant que $q=\int idt \quad et \quad i=\frac{u_R}{R}$, on trouve

$\frac{1}{CR}\int u_R dt+\frac{L}{R}\frac{du_R}{dt}+u_R=0$. En dérivant par rapport au temps et en multipliant par $\frac{R}{L}$ on trouve

$\frac{d^2u_R}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{du_R}{dt}+\frac{1}{C.L}u_R=0$

2- La résistance critique du circuit est $R_C=2\sqrt{\frac{L}{C}}=253\Omega$ donc $R<R_C$, le régime alors est pseudopériodique.

3- $E=E_C+E_L=\frac{q^2}{2C}+\frac{1}{2}Li^2$. Donc $\frac{dE}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{q^2}{2C}+\frac{1}{2}Li^2\right)=\frac{q}{C}\frac{dq}{dt}+L.i\frac{di}{dt}=i\left(\frac{q}{C}+L\frac{di}{dt}\right)$.

D'autre part $\frac{q}{C}+L\frac{di}{dt}=-u_R\Rightarrow\frac{dE}{dt}=-i.u_R=-R.i^2<0$. Donc l'énergie du circuit RLC libre diminue au cours du temps, par effet de Joule ce qui est la cause des amortissements observés.

Exercices

Exercice 1

On réalise le montage de la figure(1) formé :

-d'un générateur de tension continue

-d'un condensateur de capacité égale à $0,8\mu F$

-d'une bobine d'inductance L inconnue et de résistance négligeable

-d'un interrupteur à double position.

Un oscilloscope permet de visualiser la tension u_{AB} aux bornes du condensateur

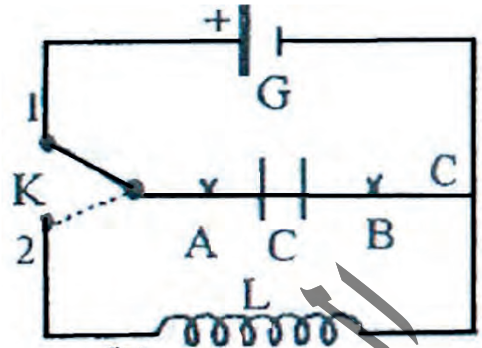


fig 1

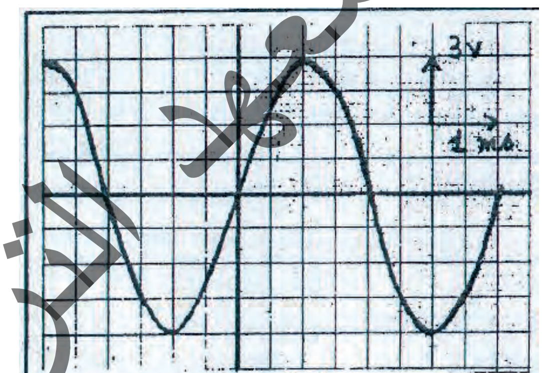


fig 2

1-a)On place l'interrupteur K en position (1) ,que se passe-t-il pour le condensateur ?

b)On place ensuite K en position (2),on observe alors sur l'écran de l'oscilloscope la courbe donnée à la figure (2) . Quel phénomène physique représente-t-elle ?

2-Quelle est la charge maximale du condensateur ?

3-Quelle est l'énergie maximale emmagasinée par le condensateur ?

4-Etablir l'équation différentielle de l'oscillateur électrique (LC).En déduire la nature des oscillations.

5-Quelle est la valeur de l'inductance L de la bobine.

6-Quelle est la valeur de l'intensité maximale du courant.

7-Comment serait modifiée la courbe donnée si l'inductance de la bobine avait été divisée par 4 ?

8-Etablir la correspondance entre les grandeurs mécaniques (m,K,x)et les grandeurs électriques(L ,C,q).

Exercice 2

Un condensateur dont les armatures sont notées A et B de capacité $c = 2\mu F$ est chargée sous une tension $U_{AB} = U_0$ constante positive. A la date t=0s il commence à se décharger dans une bobine d'inductance $L = 0,5H$ et de résistance négligeable . Le circuit (LC) est alors traversé par un courant sinusoïdal d'intensité maximale $I_m = 0,01A$

1-faire un schéma du montage permettant de réaliser la charge puis la décharge du condensateur.

2-Etablir l'équation différentielle des oscillation libres du circuit (LC) en fonction de $q_A \; et \; \frac{d^2 q_A}{dt^2}$,préciser l'orientation adoptée.

3-Déterminer la charge maximale Q_m du condensateur ,en déduire la valeur de U_0 .

4-Donner l'expression de la charge $q_B(t) \; et \; i(t)$. Représenter $q_B(t) \; et \; i(t)$ dans le même repère d'axes.

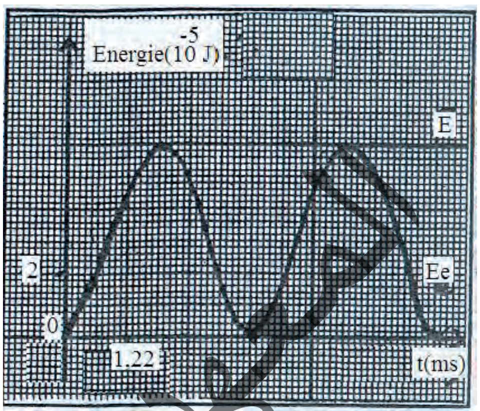
5-Calculer l'énergie électrique du circuit (LC)

6-a)Exprimer l'énergie électrostatique E_e emmagasinée par le condensateur en fonction de u^2 $et\, c$ où u est la tension aux bornes du condensateur à un instant t.

b-Dans le même repère d'axes, représenter les courbes $E_e = f(u^2)$ puis $E = g(u^2)$ .Quelle est la valeur de E_L lorsque $u = -U_0$

Exercice 3

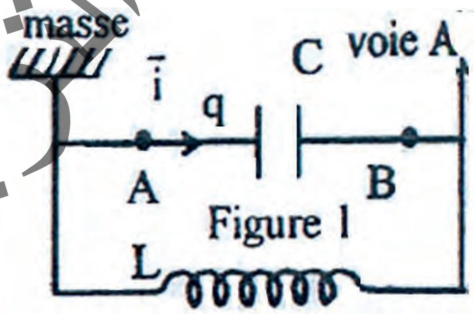
Un circuit électrique comprend un condensateur de capacité c ,d'une bobine d'inductance L et de résistance négligeable. Il est le siège d'oscillations électriques. La figure ci-contre représente les variations de l'énergie électrostatique E_e emmagasinée par le condensateur et l'énergie électrique totale E du circuit en fonction du temps.



1-Par une étude énergétique trouver l'équation différentielle reliant la charge $q(t)$ du condensateur et sa dérivée seconde $\frac{d^2q}{dt^2}$ par rapport au temps.

2-Etablir l'expression en fonction du temps de l'énergie électrostatique E_e .

3-Montrer que l'énergie électrique totale E de l'oscillateur a pour expression $E = \frac{Q_m^2}{2c}$



4-A partir des données graphiques , déterminer :

a-La période propre T_0 ,en déduire la capacité c du condensateur sachant que L=0,8H

b-La charge maximale Q_m du condensateur ,en déduire l'intensité maximale I_m du courant qui parcourt le circuit.

5-Dans le même repère d'axes que celui de la courbe $E_e = f(t)$,représenter l'allure de la courbe des variations de l'énergie magnétique E_L emmagasinée par la bobine en fonction du temps.

6-Comparer les deux formes d'énergie E_e et E_L aux instants : $t = 0, \frac{T_0}{8}, \frac{T_0}{4}\, et\, \frac{T_0}{2}$.

Exercice 4

On réalise le circuit(LC) de la figure(1) où le condensateur est de capacité C inconnue. La bobine est d'inductance L=1,2H et de résistance négligeables .Sur la voie A d'un oscilloscope bi courbe ,on observe la sinusoïde de la figure(2) . Le réglage de l'oscilloscope est le suivant :

-sensibilité verticale 15V/division

-sensibilité horizontale :2ms/division

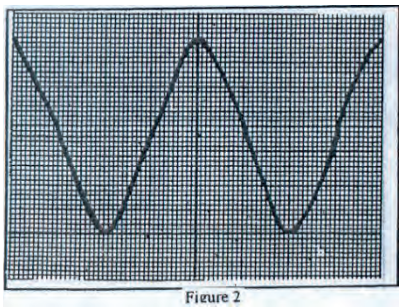


Figure 2

1-Que représente la sinusoïde observée ? préciser sa valeur maximale et sa fréquence propre .

2-Etablir l'équation différentielle de cet oscillateur électrique en fonction de $u\, et\, \frac{du}{dt}$ avec

$u = u_{AB}$ tension aux bornes du condensateur.

3-Ecrire l'expression de $u(t)$ sachant qu'à t=0 le condensateur commence à se décharger

4-Calculer la valeur de la capacité C du condensateur

5-Trouver l'expression de $i(t)$ intensité du courant qui parcourt le circuit. Préciser sa valeur maximale et sa phase à l'origine.

6-Déterminer l'énergie électrique totale de cet oscillateur.

7-Sachant qu'à une date t on trouve $E_e = 3E_L$ avec : E_e énergie électrostatique emmagasinée par le condensateur et E_L énergie magnétique emmagasinée par la bobine, déterminer à cette date t l'intensité du courant et la tension aux bornes du condensateur.

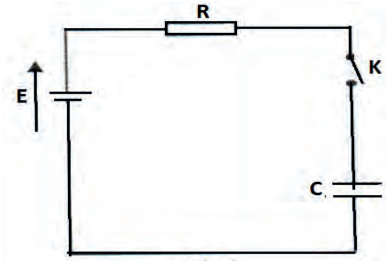


Fig 1

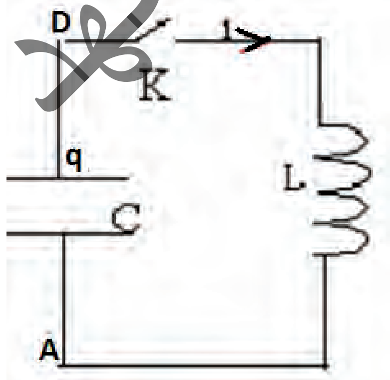
Exercice 5

La résistance de la bobine est négligeable. La tension aux bornes du condensateur vaut **U_0=10 V**, l'interrupteur K étant ouvert. A l'instant t=0 on ferme l'interrupteur K.

1-Nommer le phénomène obtenu.

2-Des enregistrements ont permis d'obtenir l'expression de u(t) et i(t) : $u(t)=10\cos(2\ 10^4 t)$ en volt ; $i(t) = 20\sin(2\ 10^4 t)$ en mA.

- Ecrire la relation entre u, C et du/dt. Justifier.
- Montrer que C= 100 nF.
- Calculer la valeur de L.
- Calculer la valeur de l'énergie E du circuit.
- Comment varie E au cours du temps ?
- Calculer la période propre T_0.



3-On appelle t_1 la date à laquelle, pour la première fois après la fermeture de K, l'énergie est répartie de façon égale entre la bobine et le condensateur. Calculer $u(t_1)$ et $i(t_1)$.

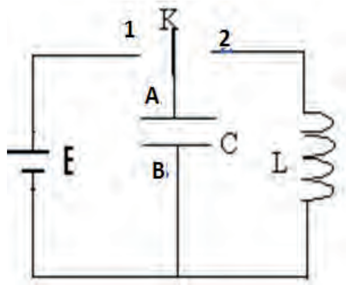
Exercice 6

1-Un condensateur de capacité C=12,5 mF est chargé grâce à une batterie de fem E=12 V, de résistance interne négligeable (l'interrupteur K_1 est fermé et K_2 est ouvert).

-Calculer la quantité d'électricité fixée par le condensateur lorsqu'il est complètement chargé et préciser l'armature qui s'est chargée positivement.

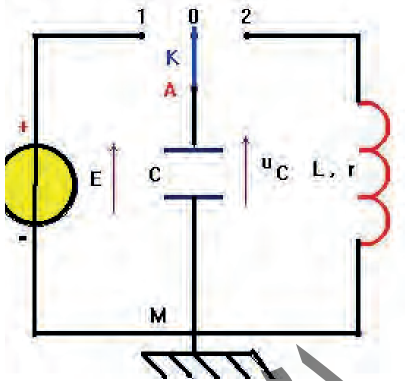
2-Ce condensateur peut ensuite se décharger dans une bobine d'inductance L= 0,8 H supposée d'abord de résistance nulle. Pour cela à la date t=0 on ouvre K_1 et on ferme K_2.

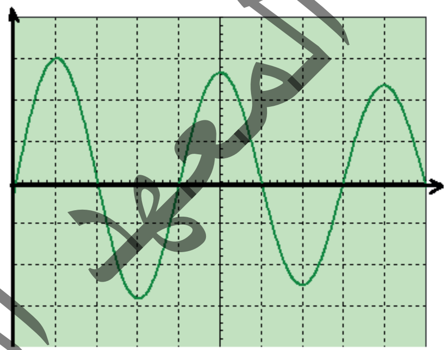
- Quelle est à la date t=0 la valeur U_0 de la tension u_{AB} et l'intensité i_0 du courant dans l circuit LC ?
- A l'instant t la tension aux bornes du condensateur vaut $u_C = u_{AB}$. Comment varie u_C en fonction du temps ?
- Calculer la pulsation propre w_0 et la fréquence propre du circuit LC et donner l'expression de u_C en fonction de t, w_0 et de U_0.



- On visualise u_C sur l'écran d'un oscilloscope dont le balayage horizontal du spot correspond à $5\ 10^{-3}$ s par cm et dont la sensibilité verticale est 6V par cm. Représenter la courbe u_C que l'on observera sur l'écran de largeur 8 cm.

Exercice 7





On réalise le montage schématisé ci-dessous afin d'étudier la décharge d'un condensateur de capacité **C** = 1,0 µF dans la bobine d'inductance **L**.

1)- Représenter sur un schéma, les branchements de l'oscilloscope permettant de visualiser la tension u_C aux bornes du condensateur.

On obtient l'oscillogramme représenté ci-dessous (base de temps : 1 ms / div)

2)- Quelles positions successives doit prendre l'interrupteur ?

3)- Peut-on considérer la bobine comme idéale ? Pourquoi ?

4)- Comment peut-on qualifier le régime observé ?

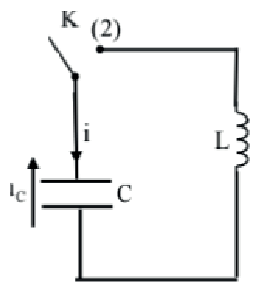
5)- On assimile la pseudo-période à la période propre du circuit. Déterminer la valeur de l'inductance **L** de la bobine.

6)- On place en série dans le circuit, une résistance **R** variable.

Comment évolue l'oscillogramme si la valeur de R augmente ?

Quels sont les régimes observés ?

Exercice 8



Quand le régime permanent est établi, on bascule l'interrupteur K sur la position (2) à un

instant choisi comme nouvelle origine des dates $(t = 0)$.

1-Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur.

2-La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme :

$$u_c(t) = U_0 \cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$$

La courbe de la figure 3 représente la variation de $u_c(t)$ en fonction du temps.

2-1 Déterminer U_0 , T_0 et φ

2-2 Donner l'expression de l'intensité du courant en fonction de temps

2-3 Calculer la valeur de l'inductance L de la bobine. on donne $C = 1\mu F$

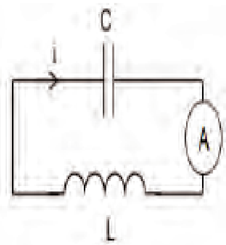
Exercice 9

Un condensateur de capacité ***C*** initialement chargé , est branché avec une bobine d'inductance *L* et de résistance négligeable et une ampèremètre (A) .

À l'aide d'un oscilloscope, on visualise la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur et l'ampèremètre indique une intensité *I*

1-Établir l'équation différentielle vérifiée par $u_c(t)$.

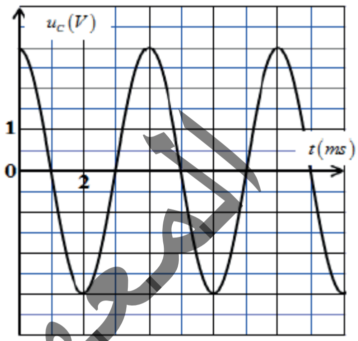
2-En déduire l'expression de la tension $u_c(t)$ en fonction des paramètre du circuit .



3-Quelle est la grandeur qu'est indiquée par l'ampèremètre ?

Donner son expression en fonction de Q_m et ω_0, avec $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$

4-Une étude expérimentale nous permet de tracer la courbe qui représente la variation de l'énergie électrique E_e de l'oscillateur électrique en fonction de i^2



4-1Montrer que l'énergie globale E_T se conserve au cours du temps ;

4-2 Déterminer l'expression de l'énergie globale *T E* en fonction de *C et Qm* ;

4-3 Donner un explication théorique de la forme de la courbe de la figure 3 et déterminer les valeurs de , *L C et Qm*

Etude de l'échange d'énergie entre le condensateur et la bobine

On réalise le montage représenté dans la figure(4) qui est composée par :

- Une bobine d'inductance L et de résistance r .

- Un condensateur de capacité C = 20 µF ***chargé sous la tension*** . $U_0 = 6V$

- Un générateur qui compense exactement l'énergie dissipée par effet Joule. G

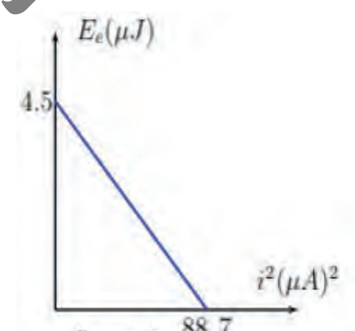


figure 3

Lorsqu'on ferme l'interrupteur K, il passe dans le circuit

un courant d'intensité $i(t) = I_m \cos(\frac{2\pi}{T_0}t)$ dont T_0 est la période propre du circuit (LC) : $T = 2\pi\sqrt{LC}$

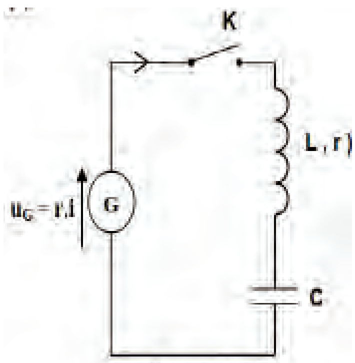


Figure4

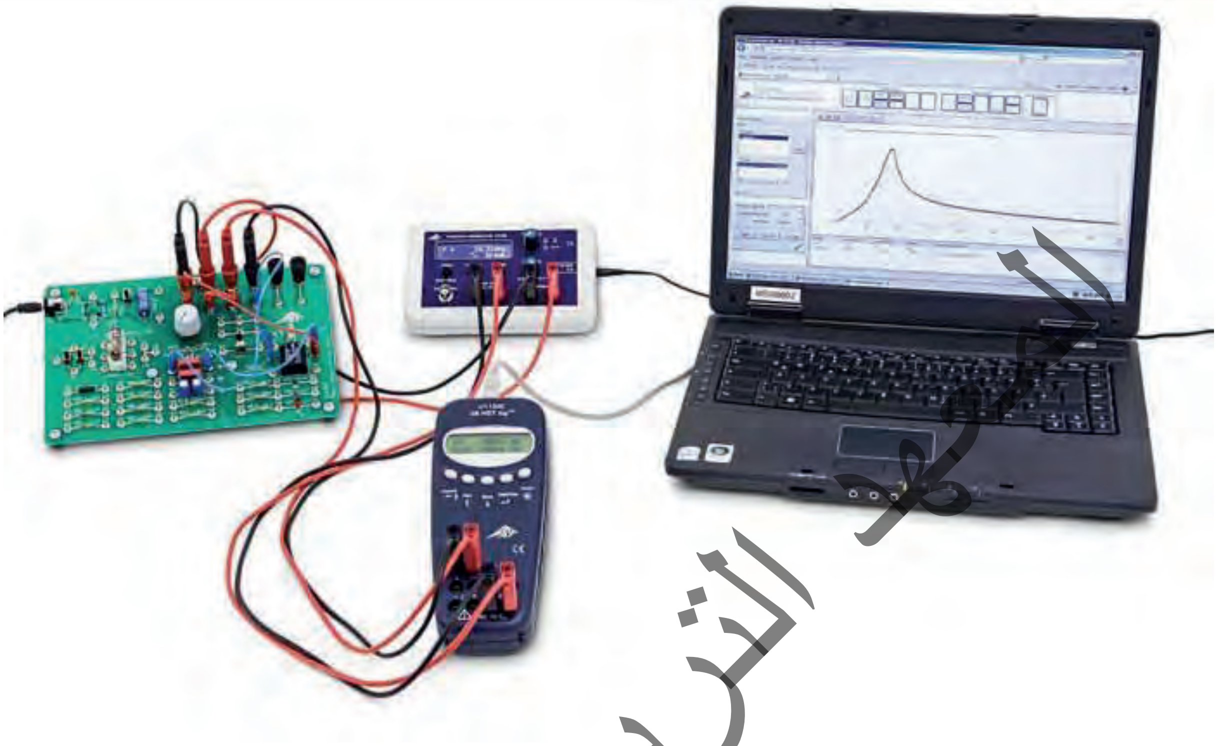
1-établir l'équation différentielle vérifier par $u_c(t)$

2-Montrer que l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur à l'instant t peut s'écrire sous la forme :

$$E_e = LI_m^2 \sin^2(\frac{2\pi}{T_0}t)$$

3-Montrer que l'énergie totale E du circuit (LC) se conserve au cours des oscillations. Calculer sa valeur

Chapitre IX: Oscillations électriques forcées en régime sinusoïdal



OBJECTIFS

- Visualiser simultanément à l'oscilloscope la tension excitatrice u(t) et l'intensité du courant i(t).
- Déterminer l'amplitude et la fréquence d'une grandeur oscillante en régime forcé sinusoïdal.
- Déterminer le déphasage entre la tension excitatrice u(t) et l'intensité du courant i(t).
- Etudier le phénomène de résonance d'intensité.
- Calculer la puissance moyenne absorbée par un oscillateur électrique.
- Expliquer l'importance du facteur de puissance dans les transformations de l'énergie électrique.

I- Généralités sur le courant alternatif

1- Définition

Un courant alternatif sinusoïdal est un courant dont l'intensité est une fonction sinusoïdale de temps de la forme : $i = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$ ou $i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$ tel que :

- I_m : Amplitude ou intensité maximale du courant, exprimée en **(A)**.
- ω : pulsation, exprimée en **(rad/s)**.
- $(\omega t + \varphi_i)$: phase à un instant **t,** exprimée en **(rad)**.
- φ_i : phase initiale de l'intensité à **t = 0**, exprimée en **(rad)**.

2- Valeurs efficaces

L'intensité efficace d'un courant alternatif I_{eff} ou I est égale à l'intensité I d'un courant continu qui produit une énergie thermique égale à celle produite par le courant alternatif lors que les deux courants passent dans le même résistor de résistance **R**, durant une durée égale à la période du courant alternatif **T**.

➢ L'énergie produite, dans le résistor, par le courant continu dont la valeur est égale à celle de la valeur efficace du courant alternatif pendant une période **T** de celui-ci est :

$E_{con} = R.I_{eff}^2.T$

➢ On calcule l'énergie produite, dans le résistor, par le courant alternatif sinusoïdal pendant une période **T**.

On a :

- La tension aux bornes d'un résistor de résistance **R** et parcouru par un courant alternatif d'intensité $i = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$ est $u = R.i = R.I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$.
- La puissance instantanée reçue par ce résistor est $p = u.i = RI_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi_i)$.

Comme $\cos^2(\omega t + \varphi_i) = \dfrac{1 + \cos(2\omega t + 2\varphi_i)}{2}$.

$$\cos^2(\alpha) = \frac{1 + \cos(2\alpha)}{2}$$
$$\sin^2(\alpha) = \frac{1 - \cos(2\alpha)}{2}$$

il vient $p = \dfrac{R.I_m^2}{2} + \dfrac{R.I_m^2}{2}\cos(2\omega t + 2\varphi_i)$.

- L'énergie dissipée pendant une période **T** est :

$$E_{alt} = \int_0^T p\,dt = \int_0^T \frac{R.I_m^2}{2}dt + \underbrace{\int_0^T \frac{R.I_m^2}{2}\cos(2\omega t + 2\varphi_i)dt}_{=0} = \frac{R.I_m^2}{2}T$$

Les deux énergies sont égales $E_{alt} = E_{cont}$ alors $\dfrac{R.I_m^2}{2}T = R.I_{eff}^2.T \Rightarrow I_{eff} = \dfrac{I_m}{\sqrt{2}}$

On peut généraliser ce dernier résultat sur la tension efficace. $U_{eff} = \dfrac{U_m}{\sqrt{2}}$

Remarques

- En courant alternatif, l'ampèremètre et le voltmètre mesurent les valeurs efficaces, les valeurs maximales sont mesurées par l'oscilloscope.
- En courant alternatif, les grandeurs variables se notent en minuscule et celles continues se notent en majuscule

3- Impédance d 'un dipôle

L'impédance d'un dipôle est définie par le rapport $Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I}$ elle s'exprime en Ohm (Ω)

L'inverse de l'impédance $Y = \frac{1}{Z}$ s'appelle admittance et s'exprime en siemens **(S)**.

4- Représentation du Fresnel

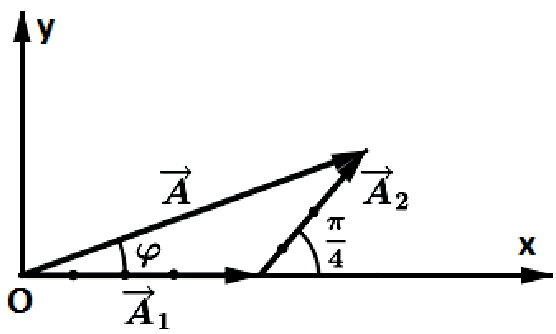
C'est une méthode géométrique permettant d'exprimer la somme de plusieurs fonctions trigonométriques de même pulsation sous forme d'une seule fonction trigonométrique
A toute fonction sinusoïdale, $f = a\cos(\omega t + \varphi)$, on associe un vecteur $\vec{A}$ tournant dans le plan muni d'un repère orthogonal **(O, x, y),** avec une vitesse angulaire constante de valeur égale à la pulsation ω, d'abscisse angulaire initiale égale à la phase initiale φ et de module $\|\vec{A}\| = a$

Le vecteur $\vec{A}$ est appelé vecteur de Fresnel.
A tout instant, le projeté de ce vecteur sur l'axe des abscisses est égale à la valeur de cette fonction.
Par convention on représente ce vecteur dans son état initial.
Remarque :
Si la fonction est de la forme $f = a\sin(\omega t + \varphi)$, sa valeur à chaque instant est égale la projection du vecteur de Fresnel sur l'axe des ordonnées.
Exemple :

Soit $F = 4\cos(\omega t) + 3\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) = a\cos(\omega t + \varphi)$. On cherche à déterminer les valeurs de (a) et (φ).

Pour ce faire, on représente :

- La fonction $f_1 = 4\cos(\omega t)$ par un vecteur $\vec{A}_1\left\{\|\vec{A}_1\| = 4 \quad et \quad \varphi_1 = 0\right\}$
- La fonction $f_2 = 3\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$ par un vecteur $\vec{A}_2\left\{\|\vec{A}_2\| = 3 \quad et \quad \varphi_2 = \frac{\pi}{4}\right\}$



- La fonction $F = a\cos(\omega t + \varphi)$ par un vecteur $\vec{A}\left\{\|\vec{A}\| = a \quad et \quad \varphi\right\}$

Comme $F = f_1 + f_2$ alors $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$. D'après la représentation de Fresnel on trouve :

* $\left\|\vec{A}\right\| = a = \sqrt{\left\|\vec{A_1}\right\|^2 + \left\|\vec{A_2}\right\|^2 + 2\left\|\vec{A_1}\right\|.\left\|\vec{A_2}\right\|.\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)} = 6{,}48$

* $a.\sin(\varphi) = \left\|\vec{A_2}\right\|.\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \sin(\varphi) = \dfrac{\left\|\vec{A_2}\right\|.\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)}{a}$

Donc $\varphi = 19{,}1° = 0{,}34 rad$.

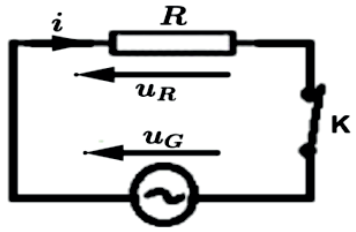
Alors $F = 6{,}48\cos(\omega t + 0{,}34)$.

II- Etude de différents dipôles électriques en régime sinusoïdale forcé

Pour simplifier, on considère que l'intensité du courant traversant le dipôle est : $i = I_m \cos(\omega t)$ (On dit que le courant impose l'origine des phases). On cherche à déterminer à l'aide de la construction de Fresnel la tension aux bornes du dipôle sous la forme : $U = U_m \cos(\omega t + \varphi)$ tel que φ , ici , est le déphasage de la tension par rapport au courant. Il s'agit donc de déterminer la valeur maximale de la tension aux bornes du dipôle **U_m** en fonction des éléments caractéristiques du circuit ainsi que le déphasage φ de la tension par rapport au courant

1. resistor

On branche un résistor de résistance **R** aux bornes d'un générateur de tension alternatif sinusoïdale comme schématisé dans la figure ci-contre



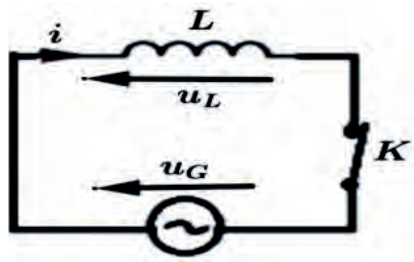
$u_R = R.i = R.I_m \cos(\omega t) = U_{Rm} \cos\left(\omega t + \varphi_{u_R/i}\right)$.

Par identification on trouve :

- Tension maximale **U_{Rm}** : $U_{Rm} = R.I_m$.
- Impédance Z_R : $Z_R = \dfrac{U_{Rm}}{I_m} = R$.
- Phase initiale $\varphi_{u_R/i}$: $\varphi_{u_R/i} = 0$.
- Représentation du Fresnel :

2. Bobine purement inductive (résistance nulle)

On branche une bobine purement inductive, (sans résistance), d'inductance **L** aux bornes d'un générateur de tension alternatif sinusoïdale comme schématisé dans la figure ci-contre

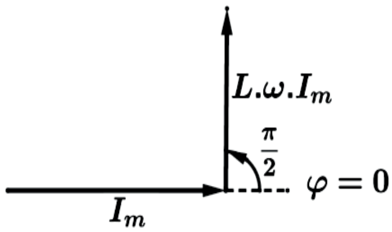


$u_L = L\dfrac{di}{dt} = -L.\omega.I_m \sin(\omega t) \Rightarrow$

$u_L = L.\omega.I_m \cos\left(\omega t + \dfrac{\pi}{2}\right) = U_{Lm} \cos\left(\omega t + \varphi_{u_L/i}\right)$.

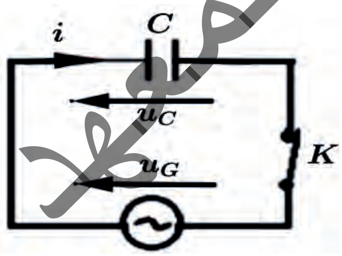
Par identification on trouve :

- Tension maximale U_{Lm} : $U_{Lm} = L.\omega.I_m$
- Impédance Z_L : $Z_L = \dfrac{U_{Lm}}{I_m} = L.\omega$.
- Phase initiale $\varphi_{u_L/i}$: $\varphi_{u_L/i} = \dfrac{\pi}{2} rad$.
- Représentation du Fresnel :



3. condensateur

On branche un condensateur, de capacité **C** initialement déchargé, aux bornes d'un générateur de tension alternatif sinusoïdale comme schématisé dans la figure ci-contre

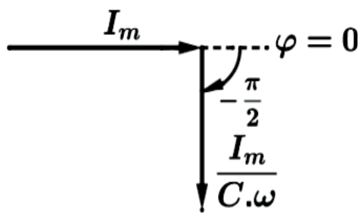


$$u_C = \frac{q}{C} = \frac{1}{C}\int idt = \frac{I_m}{C.\omega}\sin(\omega t) \Rightarrow$$

$$u_C = \frac{I_m}{C.\omega}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = U_{Cm}\cos\left(\omega t + \varphi_{u_C/i}\right)$$

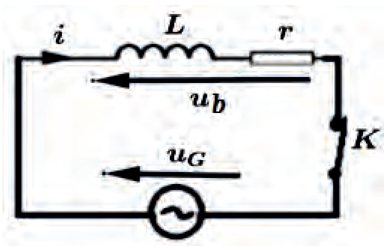
Par identification on trouve :

- Tension maximale U_{Cm} : $U_{Cm} = \dfrac{I_m}{C.\omega}$.
- Impédance Z_C : $Z_C = \dfrac{U_{Cm}}{I_m} = \dfrac{1}{C.\omega}$.
- Phase initiale $\varphi_{u_C/i}$: $\varphi_{u_C/i} = -\dfrac{\pi}{2} rad$.
- Représentation du Fresnel :



4. bobine résistive (circuit R.L. série)

On branche une bobine, d'inductance **L** et de résistance **r**, qui peut être remplacée par une bobine idéale d'inductance **L** et un résistor de résistance **r** , aux bornes d'un générateur de tension alternatif sinusoïdale comme schématisé dans la figure ci-contre



$$u_b = r.i + L\frac{di}{dt} \Rightarrow r.I_m\cos(\omega t) + L.\omega.I_m\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow u_b = U_{bm}\cos\left(\omega t + \varphi_{u_b/i}\right) = r.I_m\cos(\omega t) + L.\omega.I_m\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

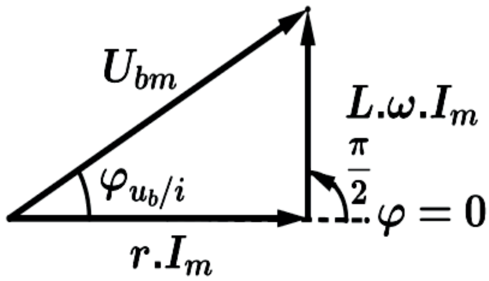
Pour déterminer les valeurs de U_{bm} *et* $\varphi_{u_b/i}$, on utilise la construction de Fresnel.

On associe à chaque terme un vecteur de Freinet :

$$u_r(t) = r.I_m\cos(\omega t) \rightarrow \vec{U}_{rm}\begin{cases} U_{rm} = r.I_m \\ \varphi_{u_r/i} = 0 \end{cases} ;$$

$u_L(t) = L.\omega.I_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \to \vec{U}_{Lm} \begin{cases} U_{Lm} = L.\omega.I_m \\ \varphi_{u_L/i} = \frac{\pi}{2} \end{cases}$

$u_b(t) = U_{bm} \cos\left(\omega t + \varphi_{u_b/i}\right) \to \vec{U}_{bm} \begin{cases} U_{bm} \\ \varphi_{u_b/i} \end{cases}$;



Comme $u_r + u_L = u_b$**, alors ;** $\vec{U}_{rm} + \vec{U}_{Lm} = \vec{U}_{bm}$.

Ce qui donne la construction de Fresnel ci-contre.

D'après la construction de Fresnel et en utilisant le théorème de Pythagore on trouve :

- Tension maximale **U**

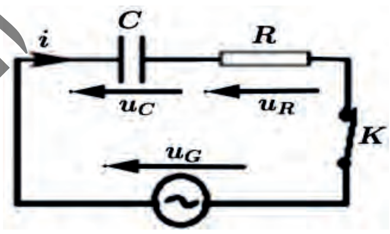
Tension maximale $\mathbf{U_{bm}}$: $U_{bm} = I_m\sqrt{r^2 + (L.\omega)^2}$.

- Impédance Z_b : $Z_b = \frac{U_{bm}}{I_m} = \sqrt{r^2 + (L.\omega)^2}$.

- Phase initiale $\varphi_{u_b/i}$: $\varphi_{u_b/i}$ est tel que $\cos\left(\varphi_{u_b/i}\right) = \frac{r.I_m}{U_{bm}} = \frac{r}{Z_b}$ et $\tan\left(\varphi_{u_b/i}\right) = \frac{L.\omega.I_m}{rI_m} = \frac{L.\omega}{r}$.

5. condensateur et résistor (circuit R.C. serie)

On branche un condensateur de capacité **C** et un résistor de résistance **R** en série aux bornes d'un générateur de tension alternatif sinusoïdale comme schématisé dans la figure ci-contre



La loi des mailles donne :

$u_{R.C} = u_R + u_C = R.i + \frac{1}{C}\int idt$.

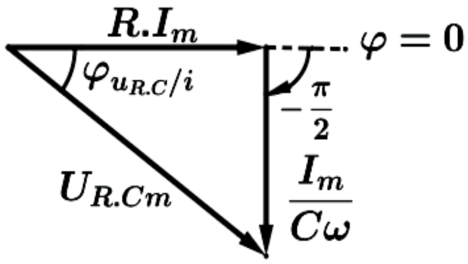
Donc : $U_{R.Cm} \cos\left(\omega t + \varphi_{u_{R.C}/i}\right) = R.I_m \cos(\omega t) + \frac{I_m}{C.\omega}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

Pour faire la construction de Fresnel, on associe à chaque terme un vecteur de Freinet :

$u_R(t) = R.I_m \cos(\omega t) \to \vec{U}_{Rm} \begin{cases} U_{Rm} = R.I_m \\ \varphi_{u_R/i} = 0 \end{cases}$;

$u_C(t) = \frac{I_m}{C.\omega}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \to \vec{U}_{Cm} \begin{cases} U_{Cm} = \frac{I_m}{C.\omega} \\ \varphi_{u_C/i} = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$

$u_{RC}(t) = U_{RCm} \cos\left(\omega t + \varphi_{u_{RC}/i}\right) \to \vec{U}_{RCm} \begin{cases} U_{RCm} \\ \varphi_{u_{RC}/i} \end{cases}$;



Comme $u_R + u_C = u_{RC}$, alors : $\vec{U}_{Rm} + \vec{U}_{Cm} = \vec{U}_{RCm}$.

Ce qui donne la construction ci-contre.

D'après **le** théorème de Pythagore on trouve :

- Tension maximale $\mathbf{U_{RCm}}$: $U_{R.Cm} = I_m\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C.\omega}\right)^2}$.

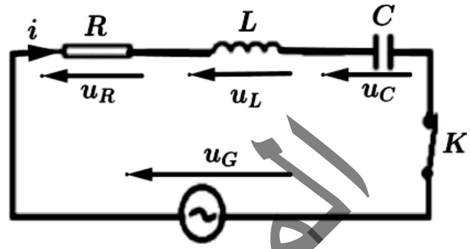
- Impédance $Z_{R.C}$: $Z_{R.C} = \frac{U_{R.Cm}}{I_m} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C.\omega}\right)^2}$.

- Phase initiale $\varphi_{u_{R.C}/i}$: est tel que, $\cos\left(\varphi_{u_{R.C}/i}\right)=\dfrac{R.I_m}{U_{R.Cm}}=\dfrac{R}{Z_{R.C}}$ et

$$\tan\left(\varphi_{u_{R.C}/i}\right)=\frac{-\dfrac{I_m}{C.\omega}}{R.I_m}=-\frac{1}{R.C.\omega}\ .$$

6. circuit R.L.C. série

On branche, en série un résistor de résistance **R**, un condensateur de capacité **C** et une bobine inductive d'inductance **L** aux bornes d'un générateur de tension alternatif sinusoïdale comme schématisé dans la figure ci-contre.



- ***Equation différentielle en $i(t)$.***

La loi des mailles donne : $u=u_R+u_L+u_C$, on remplace chaque tension par son expression en fonction de $i(t)$, on trouve : $R.i+L\dfrac{di}{dt}+\dfrac{1}{C}\int i\,dt=u(t)$.

- ***Détermination de $u(t)$***

On remplace $i=I_m\cos(\omega t)$ dans l'équation différentielle on trouve :

$$u=R.I_m\cos(\omega t)+L.\omega.I_m\cos\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)+\frac{I_m}{C.\omega}\cos\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)=U_m\cos\left(\omega t+\varphi_{u/i}\right).$$

Pour déterminer les valeurs de U_m et $\varphi_{u/i}$, on utilise la construction de Fresnel.

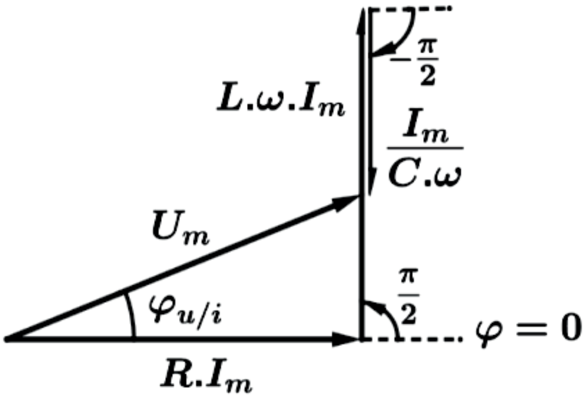
On associe à chaque terme un vecteur de Freinet :

$$u_R(t)=R.I_m\cos(\omega t)\rightarrow\vec{U}_{Rm}\begin{cases}U_{Rm}=R.I_m\\ \varphi_{u_R/i}=0\end{cases}$$

$$u_L(t)=L.\omega.I_m\cos\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)\rightarrow\vec{U}_{Lm}\begin{cases}U_{Lm}=L.\omega.I_m\\ \varphi_{u_L/i}=\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$$

$$u_C(t)=\frac{I_m}{C.\omega}\cos\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)\rightarrow\vec{U}_{Cm}\begin{cases}U_{Cm}=\dfrac{I_m}{C.\omega}\\ \varphi_{u_C/i}=-\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$$

$$u(t)=U_m\cos\left(\omega t+\varphi_{u/i}\right)\rightarrow\vec{U}_m\begin{cases}U_m\\ \varphi_u\end{cases}$$



Comme $u_R+u_L+u_C=u$, alors, $\vec{U}_{Rm}+\vec{U}_{Lm}+\vec{U}_{mC}=\vec{U}_m$.

Ce qui donne la construction ci-contre.

D'après la construction de Fresnel et en utilisant le théorème de Pythagore on trouve :

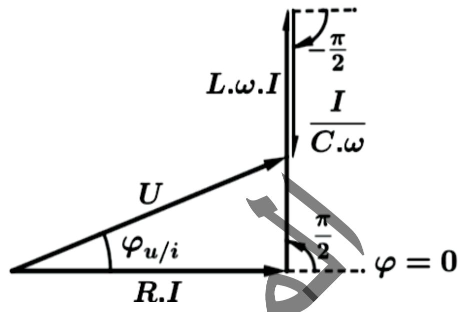
- Tension maximale **Um** : $U_m=I_m.\sqrt{R^2+\left(L\omega-\dfrac{1}{C.\omega}\right)^2}$.
- Impédance Z : $Z=\dfrac{U_m}{I_m}=\sqrt{R^2+\left(L\omega-\dfrac{1}{C.\omega}\right)^2}=\sqrt{R^2+\left(Z_L-Z_C\right)^2}$.

- Phase initiale $\varphi_{u/i}$: $\varphi_{u/i}$ est tel que, $cos(\varphi_{u/i}) = \frac{R.I_m}{U_m} = \frac{R}{Z}$ et $tan(\varphi_{u/i}) = \frac{L\omega - \frac{1}{C.\omega}}{R} = \frac{Z_L - Z_C}{R}$

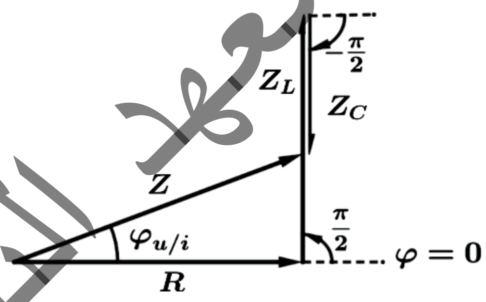
Remarque

Comme la tension maximale, la tension efficace et l'impédance sont proportionnelles alors on peut réaliser la construction de Fresnel en prenant comme modules des vecteurs les tensions efficaces ou les impédances au lieu des tensions maximales
On trouve pour un circuit **RCL :**

- Représentation de Fresnel avec les tensions efficaces

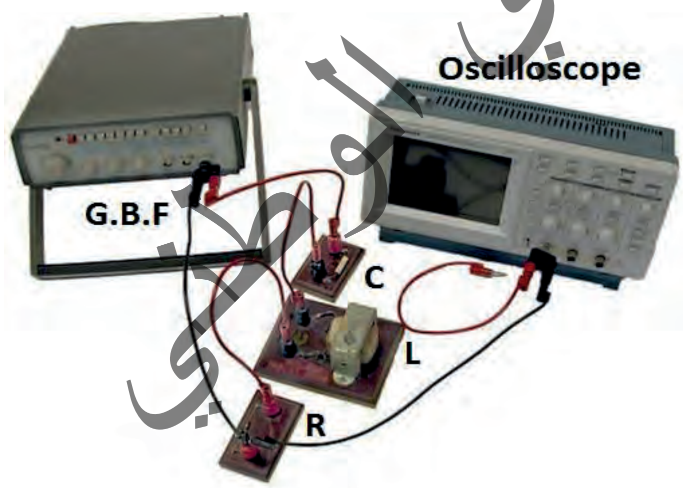


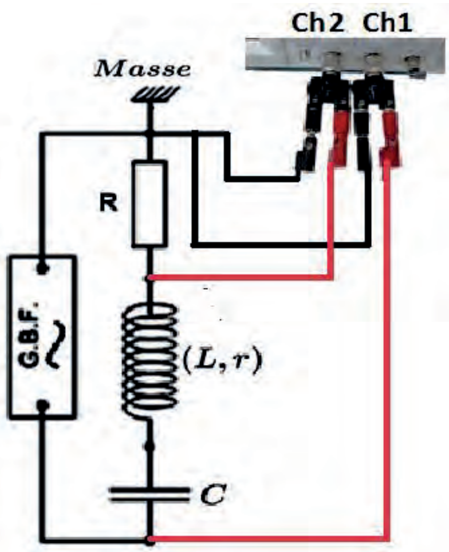
- Représentation de Fresnel avec les impédances



III- *Visualisation par l'oscilloscope*

1. Branchement

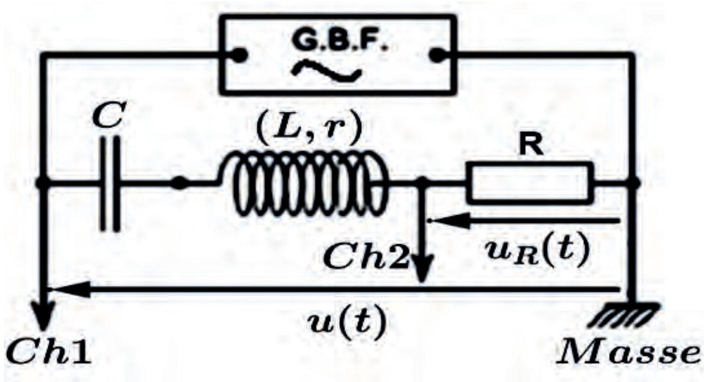




Le circuit de la figure ci-dessus à gauche renferme, en série un générateur basse fréquence **G.B.F,** un résistor de résistance **R**, une bobine d'inductance **L** et résistance interne **r** et un condensateur de capacité **C.** et on dispose d'un oscilloscope, à double voies **Ch_1** et **Ch_2,** avec lequel nous voulons visualiser simultanément la tension aux bornes du résistor et celle aux bornes du générateur.

Les branchements de l'oscilloscope sont indiqués dans la figure ci-dessus à droite

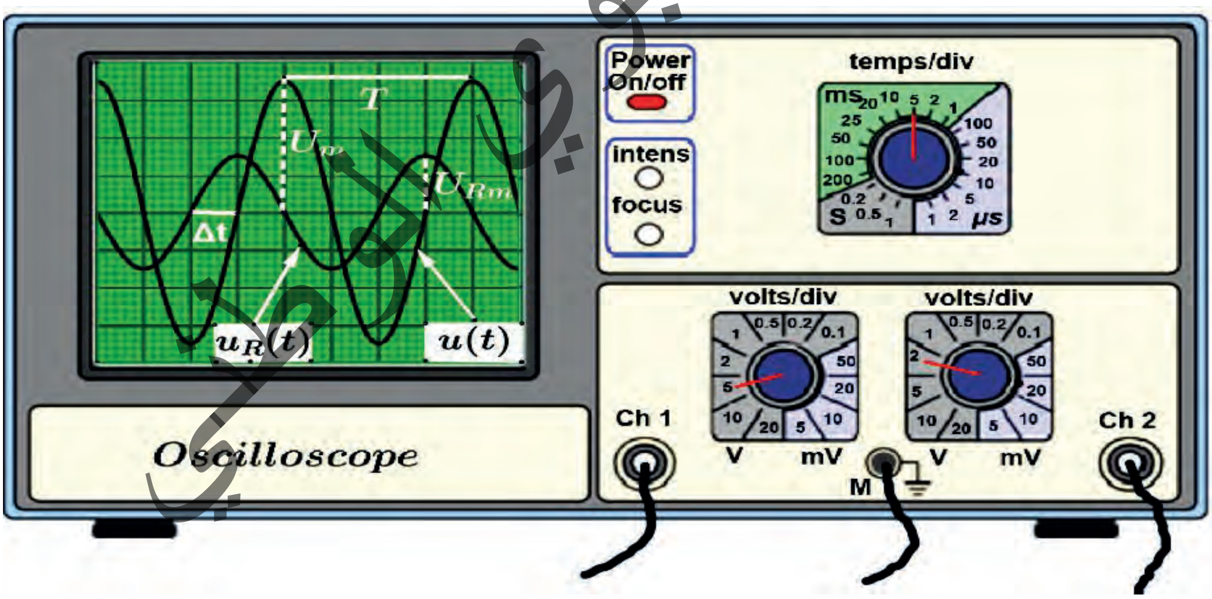
Ce circuit peut être schématisé par la figue ci-après.



- La tension $u = U_m \cos(\omega t + \varphi_{u/i})$ (imposée par le générateur) sur la voie **(Ch 1)**
- La tension aux bornes du conducteur ohmique $u_R = R.i$ qui nous renseigne sur les variations de l'intensité du courant (réponse) $i = I_m \cos(\omega t)$ au cours du temps sur la voie **(Ch 2)**

2. Oscillogrammes

On observe, sur l'écran de l'oscilloscope, deux sinusoïdes de même période mais décalées dans le temps appelées oscillogrammes.



- L'amplitude d'une tension est égale au nombre de division à son maximale lu à partir de l'axe horizontal multiplié par la sensibilité verticale de sa voie.

$U_m \rightarrow 3,5div \Rightarrow U_m = 3,5 \times 5 = 17,5V$ et $U_{Rm} \rightarrow 1,5div \Rightarrow U_{Rm} = 1,5 \times 2 = 3V$ voir l'écran de l'oscilloscope et les sensibilités verticales des voies.

- La période est le nombre de divisions entre deux points semblables de la même courbe (même valeur de tension et même sens de variation) multiplié par le balayage horizontal.

$T \rightarrow 4div \Rightarrow T = 4 \times 5 = 20ms$

- La courbe qui atteint ses maximums avant l'autre correspond à la tension qui est en avance de phase. Dans cet exemple, u_R est en avance de phase par rapport à u donc i est en avance de phase par rapport à u ou u est un retard de phase par rapport à i donc $\varphi_{u/i} < 0$ ou $\varphi_{i/u} > 0$.
- Le décalage horaire Δt entre les deux courbes correspond au déphasage entre les deux tensions tel que : $|\Delta\varphi| = |\varphi_u - \varphi_i| = |\varphi_{u/i}| = \omega.\Delta t$. Ce décalage de temps peut être lu sur l'axe de temps entre deux maximums ou deux minimums de deux courbes représentant **u(t)** et **u_R(t)** ou entre leurs points d'intersection avec l'axe de temps en variant dans le même sens.

IV- *Etude de la résonance d 'intensité*

1- Propriétés de la résonance d 'intensité

On considère un circuit série **RLC** alimenté par un générateur de tension alternative sinusoïdale $u(t)$, de valeur efficace **U** constante, de pulsation ω réglable. L'intensité efficace du courant traversant ce circuit est : $I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C.\omega}\right)^2}}$, cette valeur est fonction de la pulsation ω.

On dit que le circuit **RLC** est en résonance si la valeur efficace du courant qui le traverse est maximale noté I_0 donc si **Z** est minimale.

Donc à la résonance on a :

- $L.\omega - \frac{1}{C.\omega} = 0 \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{L.C}} = \omega_0$.
- L'impédance est minimale $Z = R$, le circuit se comporte comme un conducteur ohmique.
- La valeur efficace du courant est maximale, $I = I_0 = \frac{U}{R}$
- La tension et le courant sont en phase $\varphi_{u/i} = 0$

Remarques

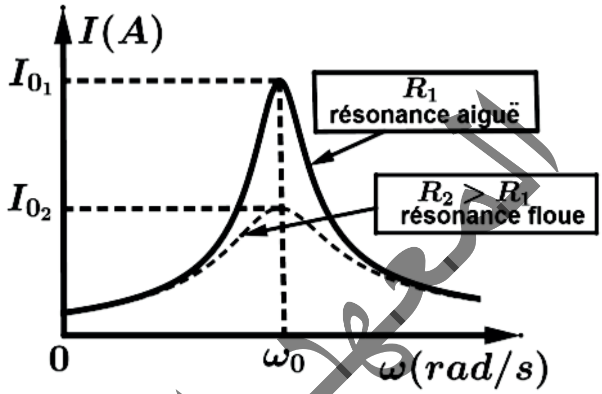
- Si $\omega > \omega_0 \Rightarrow L.\omega > \frac{1}{\omega.C}$
  - L'effet de l'inductance domine l'effet de la capacité et le circuit est dit inductif.
  - $tan(\varphi_{u/i}) > 0$ et $\varphi_{u/i} > 0$.
  - La tension est en avance de phase par rapport au courant.

- Si $\omega < \omega_0 \Rightarrow L.\omega < \frac{1}{\omega.C}$
  - L'effet de la capacité domine l'effet de l'inductance et le circuit est dit capacitif.
  - $tan(\varphi_{u/i}) < 0$ et $\varphi_{u/i} < 0$.
  - La tension est en retard de phase par rapport au courant.

- Si $\omega=\omega_0 \Rightarrow L.\omega=\frac{1}{C.\omega}$: Le circuit est en résonance d'intensité et $\varphi_{u/i}=0$
- Quelle que soit la valeur de ω définie non nulle alors : $-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}$

2- Courbe de la résonance et la bande passante

2.1 *Courbe de résonance*



En faisant varier la pulsation de la tension délivrée par le générateur et en relevant à chaque fois l'intensité efficace du courant traversant le circuit et traçant la courbe $I=f(\omega)$ on trouve une courbe de la forme.

Pour un couple de valeur **C** et **L** donc pour une valeur déterminée de ω_0, la forme de cette courbe dépend seulement de la valeur de la résistance totale du circuit.

- Si la résistance diminue, la résonance devient plus aiguë
- Si la résistance augmente, la résonance devient plus floue.

2.2 *La bande passante*

On appelle bande passante, l'ensemble des pulsation ω pour lesquelles la valeur de $I(\omega)\geq\frac{I_0}{\sqrt{2}}$.

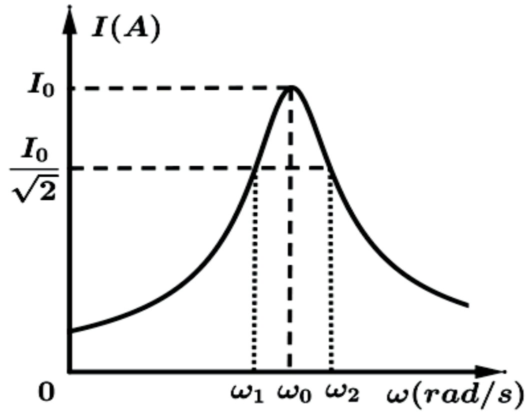
Les limites de cet ensemble sont notées ω_1 et ω_2 tel que $I(\omega_1)=I(\omega_2)=\frac{I_0}{\sqrt{2}}$.

La largeur de la bande passante est : $\Delta\omega=\omega_2-\omega_1$

On peut déterminer la largeur de la bande passante $\Delta\omega$ par deux méthodes :

- ***Méthode graphique***

En utilisant la courbe représentant $I(\omega)$, on peut déterminer ω_1 et ω_2 puis calculer $\Delta\omega$, voir la figure ci-contre.



- ***Méthode de calcul :***

Aux limites de la bande passante on a : $I=\frac{U}{Z}=\frac{U}{\sqrt{R^2+\left(L\omega-\frac{1}{C.\omega}\right)^2}}=\frac{I_0}{\sqrt{2}}$.

Sachant que $I_0 = \frac{U}{R}$, il vient ; $\frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C.\omega}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{2}.R}$.

Donc $\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C.\omega}\right)^2} = \sqrt{2}.R \Rightarrow \left(L\omega - \frac{1}{C.\omega}\right)^2 = R^2$

On trouve deux équations de variable ω : $\begin{cases} L\omega - \frac{1}{C.\omega} = -R \\ L\omega - \frac{1}{C.\omega} = R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L.C.\omega^2 + R.C.\omega - 1 = 0 ......(1) \\ L.C.\omega^2 - R.C.\omega - 1 = 0 ......(2) \end{cases}$

Ces deux équations on la même valeur de discriminant : $\Delta = (R.C)^2 + 4L.C$ donc :

De (1) on a : $\begin{cases} \omega_1 = \frac{-R.C + \sqrt{(R.C)^2 + 4L.C}}{2L.C} > 0 .....\text{acceptée} \\ \omega_1' = \frac{-R.C - \sqrt{(R.C)^2 + 4L.C}}{2L.C} < 0 .....\text{rejetée} \end{cases}$

De (2) on a : $\begin{cases} \omega_2 = \frac{R.C + \sqrt{(R.C)^2 + 4L.C}}{2L.C} > 0 .....\text{acceptée} \\ \omega_2' = \frac{R.C - \sqrt{(R.C)^2 + 4L.C}}{2L.C} < 0 .....\text{rejetée} \end{cases}$

Ce qui donne : $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L}$

Remarque : $\omega_2 \times \omega_1 = \frac{1}{L.C} = \omega_0^2$

3- Facteur de qualité et surtension

3.1 *Le facteur de qualité*

On définit le facteur de qualité d'un circuit **RLC** par : $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{L.\omega_0}{R} = \frac{1}{C.R.\omega_0} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

Pour un couple de valeur **C** et **L**, donc pour une valeur déterminée de ω_0 :

- Le facteur de qualité **Q** dépend uniquement de la valeur de la résistance totale du circuit **R** et il est inversement proportionnel à celle-ci.
- $\Delta\omega$ est inversement proportionnel à **Q** donc $\Delta\omega$ est proportionnel à **R**.
- Lorsque le facteur de qualité est petit ou la résistance est grande, la bande passante est large, on parle de résonance floue,
- Lorsque le facteur de qualité est grand ou la résistance est petite, la bande passante est étroite, on parle de résonance aiguë.

3.2 *Surtension aux bornes des éléments du circuit*

A la résonance on a :

- La tension efficace aux bornes du condensateur est : $U_{C_0} = Z_{C_0}.I_0 = \frac{1}{C.\omega_0}.\frac{U}{R} = Q.U$

- La tension efficace aux bornes de la bobine est : $U_{L_0} = Z_{L_0}.I_0 = L.\omega_0.\frac{U}{R} = Q.U$

- Lorsque le facteur de qualité est grand, on observe une surtension aux bornes de la bobine et aux bornes du condensateur, ce qui peut entraîner leur destruction.

3.3 - Puissance en courant alternatif

La puissance instantanée délivrée par le générateur (reçue par le circuit) est :
$p(t) = u.i = U_m\cos(\omega t+\varphi).I_m\cos(\omega t) = U_m.I_m\cos(\omega t+\varphi).\cos(\omega t)$.
En utilisant la relation trigonométrique.

$$\cos(\alpha).\cos(\beta) = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)\right]$$

On trouve :
$p(t) = \frac{U_m.I_m}{2}\left[\cos(\varphi)+\cos(2\omega t+\varphi)\right]$.
La puissance moyenne délivrée par le générateur (reçue par le circuit), pendant une période, est : $P = \frac{E(T)}{T} = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt = \frac{U_m.I_m}{2T}\int_0^T \cos(\varphi)\,dt + \frac{U_m.I_m}{2T}\underbrace{\int_0^T \cos(2\omega t+\varphi)\,dt}_{=0}$.

Ce qui donne : $P = \frac{U_m.I_m}{2T}\cos(\varphi).T = U.I.\cos(\varphi)$

- $P = U.I.\cos(\varphi)$ est appelée puissance moyenne active.
- $P_a = U.I$ est appelée puissance moyenne apparente
- $\cos(\varphi)$ est appelé facteur de puissance

Remarque :

Comme, $\cos(\varphi) = \frac{R}{Z}$ et $Z = \frac{U}{I}$, alors la puissance moyenne reçue par le circuit devient $P = R.I^2$.
Dans un circuit **RLC** la puissance moyenne, délivrée par le générateur (reçue par le circuit) pendant une période, compense la puissance dissipée par effet joule dans le résistor ce qui empêche les amortissements. D'où le nom ***OSCILLATION ÉLECTRIQUES FORCÉES.***

Essentiel

- L'intensité efficace d'un courant alternatif, $i = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$ est $I_{eff} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$
- La tension efficace d'une tension alternative, $u = U_m \cos(\omega t + \varphi_u)$. $U_{eff} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$
- L'impédance d'un dipôle est définie par le rapport $Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I}$
- La réponse d'un circuit R.L.C série alimenté par un générateur de tension alternatif sinusoïdale $u = U_m \cos(\omega t + \varphi_u)$ est un courant alternatif sinusoïdal $i = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$
- Tension maximale Um : $U_m = I_m . \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C.\omega}\right)^2}$.
- Impédance du circuit Z : $Z = \frac{U_m}{I_m} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C.\omega}\right)^2}$.
- La phase initiale $\varphi_{u/i}$ est telle que : $\cos(\varphi_{u/i}) = \frac{R}{Z}$ et $\tan(\varphi_{u/i}) = \frac{L\omega - \frac{1}{C.\omega}}{R}$.
- Le circuit RLC est en résonance lorsque :

➢ $L.\omega - \frac{1}{C.\omega} = 0 \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{L.C}} = \omega_0$.

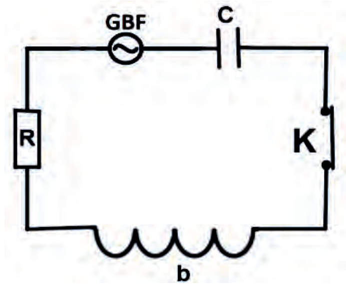
➢ L'impédance est minimale $Z = R$, le circuit se comporte comme un conducteur ohmique.

➢ La valeur efficace du courant est maximale, $I = I_0 = \frac{U}{R}$

➢ La tension et le courant sont en phase $\varphi_{u/i} = 0$

- La largeur de la bande passante est : $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L}$ et aussi $\omega_2 \times \omega_1 = \frac{1}{L.C} = \omega_0^2$.
- Le facteur de qualité est : $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{L.\omega_0}{R} = \frac{1}{C.R.\omega_0} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$
- La puissance moyenne reçue par le circuit est : $P = U.I.\cos(\varphi)$
- Le facteur de puissance est $\cos(\varphi)$

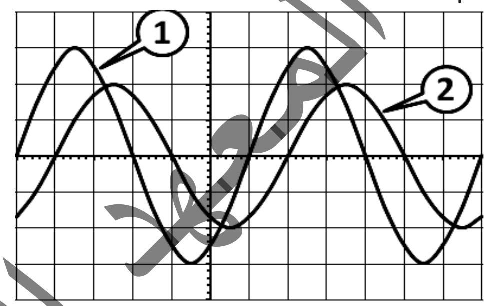
Exercice résolu



On associe en série un condensateur de capacité C, une bobine b d'inductance L et un résistor de résistance $R = 81,5\Omega$. L'ensemble est alimenté par un générateur de basses fréquences (GBF) délivrant à ses bornes une tension alternative sinusoïdale u(t) de valeur maximale U_m = 6V et de fréquence N réglable (fig ci-contre).

1- Schématiser le circuit en y indiquant les branchements d'un oscilloscope bi-courbe afin de visualiser simultanément la tension d'alimentation u(t) et la tension $u_R(t)$ aux bornes du résistor, respectivement sur les voies Y_1 et Y_2 de cet oscilloscope

2- Pour une valeur N_1 de la fréquence N du GBF, on obtient les oscillogrammes (1) et (2) de la figure ci-contre avec les réglages suivants :



- base de temps : 0,5ms/div
- voie utilisée pour visualiser u(t) : 2V/div
- voie utilisée pour visualiser $u_R(t)$: 1V/div.

2-1- Identifier parmi les oscillogrammes (1) et (2) celui représentant u(t).

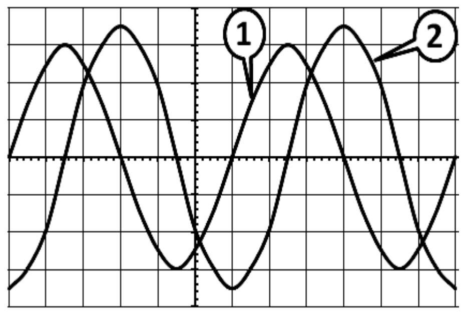
2-2- Déterminer graphiquement la fréquence N_1 et la valeur maximale I_m de l'intensité i(t) du courant électrique oscillant dans le circuit RLC série. En déduire la valeur de la charge maximale du condensateur Q_m.

2-3- Calculer l'impédance Z du circuit.

2-4- Déterminer graphiquement le déphasage entre i(t) et u(t). En déduire que la bobine a une résistance interne r non nulle que l'on calculera.

3- Pour étudier le comportement de l'oscillateur à une autre fréquence N_2 du GBF, on visualise simultanément avec u(t) et la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur.

3-1- Reproduire de nouveau le schéma du circuit tout en y indiquant les nouveaux branchements effectués à l'oscilloscope. On visualise u(t) sur la voie Y_2



3-2- En fermant le circuit, on obtient les oscillogrammes de la figure ci-contre avec une sensibilité horizontale de : 1ms/div et une même sensibilité de 2V/div pour le deux voies Y_1 et Y_2. Identifier l'oscillogramme représentant $u_C(t)$

3-3- Déterminer graphiquement la fréquence N_2 de, $u_C(t)$ ainsi que son déphasage par rapport à u(t).

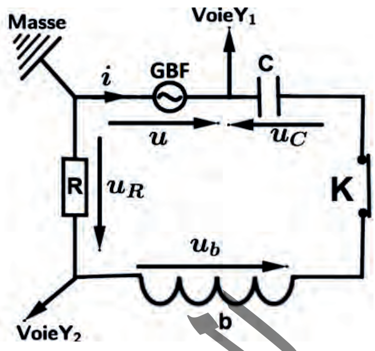
3-4- Montrer que l'oscillateur RLC série est en résonance d'intensité.

3-5- Calculer le facteur de surtension et préciser si sa valeur présente un danger tout en justifiant la réponse.

3-6- Calculer C et L.

Solution

1-Pour visualiser u(t) sur la voie Y_1, le générateur doit être entre la masse et Y_1 et pour visualiser $u_R(t)$ sur la voie Y_2, le résistor doit être entre la masse et Y_2, la masse doit être placée entre le résistor et le générateur. Voir la figure ci-contre



2-1- La courbe qui donne U_m = 6V avec la sensibilité 2V/div est la courbe (1), donc c'est l'oscillogramme (1) qui représente u(t).

2-2- La fréquence N_1 : En observant les oscillogrammes on trouve que : $T \rightarrow 6div \Rightarrow T_1 = 6\times 0,5 = 3ms \Rightarrow N_1 = \frac{1}{T} = 333,33Hz$

L'intensité maximale : $I_m = \frac{U_{Rm}}{R}$. D'après l'oscillogramme (2) $U_{R_m} \rightarrow 2div \Rightarrow U_{R_m} = 2V$.

Ce qui donne $I_m = 0,0245A = 24,5mA$

La charge maximale du condensateur : $Q_m = C.U_{Cm}$ D'autre part $u_C = \frac{q}{C} = \frac{1}{C}\int idt$, en prenant $i = I_m\cos(\omega t + \varphi_i)$, il vient $u_C = \frac{I_m}{C.\omega}\cos\left(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow U_{Cm} = \frac{I_m}{C.\omega}$. Donc $Q_m = \frac{I_m}{\omega} = 7,35.10^{-5}C$.

2-3- L'impédance : $Z = \frac{U_m}{I_m} = 244,9 \approx 245\Omega$.

2-4- Le déphasage entre u(t) et i(t) $\varphi_{u/i}$: Comme i(t) est proportionnelle avec $u_R(t)$ donc $\varphi_{u/i} = \varphi_{u/u_R} = \Delta\varphi$.

D'autre part $|\Delta\varphi| = \omega.\Delta t = \frac{2\pi}{T}\Delta t$ où Δt est le décalage horaire entre les courbe de u(t) et $u_R(t)$.

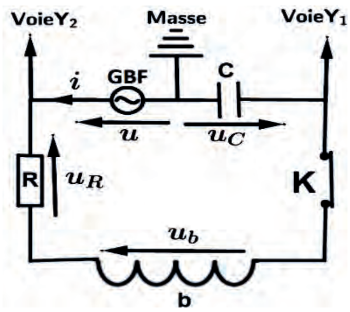
D'après la figure $\begin{cases} \Delta t \rightarrow 1div \\ T \rightarrow 6div \end{cases} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{6}$. Ce qui donne $|\Delta\varphi| = \frac{\pi}{3}rad$.

La courbe de u(t) prend ses maximums avant la courbe de $u_R(t)$ alors u(t) est avance par rapport à i(t). Donc $\varphi_{u/i} > 0 \Rightarrow \varphi_{u/i} = \frac{\pi}{3}rad$.

La résistance interne de la bobine : $\cos(\varphi_{u/i}) = \frac{R_T}{Z} \Rightarrow R_T = Z.\cos(\varphi_{u/i}) = 122,5\Omega$ où R_T est la résistance totale du circuit. Comme $R_T > R$ donc la résistance interne de la bobine n'est pas nulle.

$R_T = R + r \Rightarrow r = R_T - R = 41\Omega$

3- 1- Pour visualiser u(t) sur la voie Y_2, le générateur doit être entre la masse et Y_2 et pour visualiser $u_C(t)$ sur la voie Y_1, le condensateur doit être entre la masse et Y_1, la masse doit être placée entre le condensateur et le générateur . Voir la figure ci-contre.



3-2- La courbe qui donne avec la sensibilité 2V/div, U_m = 6V est la courbe (1), donc l'oscillogramme (1) représente u(t) et l'oscillogramme (2) représente $u_C(t)$.

Autrement, la courbe de l’oscillogramme (1) prend ses maximums devant la courbe de l’oscillogramme (2).

D’autre part quelque soit la valeur de N, $u(t)$ et en avance de phase par rapport à $u_c(t)$, donc

l’oscillogramme (1) représente u(t) et l’oscillogramme (2) représente u_C(t).

3-3- D’après l’oscillogramme (2), $T_2 \rightarrow 6div$ avec le balayage horizontal 1ms/div ,

$T_2 = 6ms \Rightarrow N_2 = \frac{1}{T_2} = 166,67Hz$.

Le déphasage entre u_C(t) et u(t) : $\varphi_{u_c} - \varphi_u < 0$ et $\left|\varphi_{u_c} - \varphi_u\right| = \omega_2 \Delta t = \frac{2\pi}{T}\Delta t$.

D’après la figure $\begin{cases} \Delta t \rightarrow 1,5div \\ T_2 \rightarrow 6div \end{cases} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{4} \Rightarrow \left|\varphi_{u_c} - \varphi_u\right| = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_{u_c} - \varphi_u = -\frac{\pi}{2} rad$.

3-4- On a montré dans la Q(2-2-) que $u_c(t) = \frac{I_m}{\omega.C} cos\left(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2}\right)$; donc $\varphi_{u_c} = \varphi_i - \frac{\pi}{2}$.

Ce qui donne $\varphi_i - \varphi_u = 0$, alors le circuit RLC est en résonance d’intensité.

3-5- Le facteur de surtension : $Q = \frac{U_{Cm}(résonance)}{U_m}$.

D’après l’oscillogramme (2) $U_{Cm} \rightarrow 3,5div \Rightarrow U_{Cm} = 7V \Rightarrow Q = 1,17$

3-6- $Q = \frac{2\pi L.N_2}{R_T} \Rightarrow L = \frac{Q.R_T}{2\pi.N_2} = 0,137H = 137mH$. Or ; $N_2 = \frac{1}{2\pi.\sqrt{L.C}}$. Ce qui donne :

$C = \frac{1}{4\pi^2.N_2^2.L} = 6,65.10^{-6}F = 6,65\mu F$

Exercices

Exercice 1

Un générateur maintient entre ses bornes une tension sinusoïdale de valeur *efficace U = 6,3 V* et de fréquence f =50 Hz.

On branche entre les bornes du générateur, en série :

-un conducteur ohmique de résistance $R = 11\Omega$,*une* bobine non résistive, d'inductance L = 270mH

-un condensateur de capacité $C = 45\ \mu F$

1-Faire la construction de Fresnel relative à ce circuit

2-Calculer l'impédance du circuit.

3-Calculer l'intensité efficace du courant.

4-Déterminer la phase de la tension par rapport à l'intensité.

Exercice 2

Un dipôle (R,L,C) série est constitué :

- d'un conducteur ohmique de résistance : $R = 50\Omega$
- d'une bobine d'inductance : L = 45mH et de résistance : $r=10\Omega$
- d'un condensateur de capacité : $C = 10\ \mu F$

On alimente ce dipôle par une tension sinusoïdale de tension efficace U = 6 V et de fréquence N = 100Hz.

1- Faire la représentation de Fresnel relative à ce circuit.

2- Calculer l'impédance du circuit.

3- Calculer !׳intensité efficace du courant.

4- Calculer la tension efficace aux bornes de chaque composant.

5- Calculer la phase de la tension par rapport à l'intensité.

Exercice 3

Un dipôle (R,L,*Ç).série* possède les caractéristiques suivantes : $R = 22\Omega$; L = 550mH ; $C = 0{,}80\ \mu F$.

Il est alimenté par un générateur de tension sinusoïdale de fréquence N_0 , de valeur efficace U = 5 **V** , qui provoque la résonance du dipôle (R,L,C).

1- Calculer N_0 .

2- Calculer le facteur de qualité du dipôle.

3- Quelle est l'énergie stockée dans le dipôle (R, L, C) ?

4- Quelle est l'énergie consommée par le dipôle (R,L,C) pendant une durée $t_1 = 25$ s ?

5- Quel est le facteur de puissance du circuit *?*

Exercice 4

On considère trois dipôles associés en série :un conducteur ohmique de résistance *R,* une bobine d'inductance *L* et de résistance *r,* un condensateur d capacité *c.* Ils sont branchés aux bornes d'un générateur délivrant une tension sinusoïdale. A l'aide d'un voltmètre on a mesuré les tensions efficaces : $U_R = 24$ V ; Uc = 50V, U=30V tension efficace aux bornes de l'ensemble. A l'aide d'un oscillographe, on a trouvé que la tension u aux bornes de l'ensemble est en retard de phase φ= -30° par rapport à l'intensité.1-Soit φ_B la phase de la tension aux bornes de la bobine par rapport à l'intensité. Représenter sur un diagramme de Fresnel les tensions u_R, u_L, u_C et u Faire apparaître sur le schéma φ_B *et* φ **2-** Montrer que :

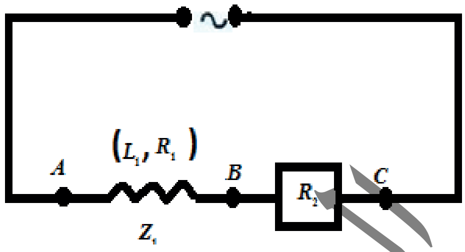
$$\tan\varphi_B = \frac{U_C - USin|\varphi|}{UCos\varphi - U_R} \quad et \quad U_L = \frac{UCos\,\varphi - U_B}{Cos\varphi_B}$$

3-Calculer les valeurs numériques de U_L et de φ_B.

4- La résistance *R* est égale 200Ω.La fréquence utilisé est 500 Hz. Calculer l'impédance de la bobine, son indue tance et sa résistance, ainsi que la capacité du condensateur

Exercice5

Un générateur fournit une tension sinusoïdale de pulsation ω Entre A et B se trouve une bobine de résistance R_1 et d'inductance L_1,son impédance est notée Z_1.Entre B et C se trouve un conducteur ohmique de résistance R_2 .L'intensité instantanée du courant est : $i = I_m Sin\omega t$



1-On note φ la phase de la tension entre les bornes A et B par rapport à l'intensité du courant. Exprimer en fonction de $Z_1, R_2, I_m, t\ et \varphi$ les tensions instantanées $u_{AB}\ et\ u_{BC}$.

2-On place un voltmètre de grande impédance successivement entre A et B puis entre B et C et entre A et C. Il indique les valeurs efficaces suivantes : $U_{AB} = 45V, U_{BC} = 40V, U_{AC} = 75V$

a) Ecrire la relation entre les tensions instantanées $u_{AB}, u_{BC}\ et\ u_{AC}$

b) B)En utilisant la construction de Fresnel montrer que la phase φ vérifie la relation

$$Cos\,\varphi = \frac{U_{AC}^2 - U_{BC}^2 - U_{AB}^2}{2U_{BC}.UAB}$$

3 -On donne $R_2 = 20\Omega$,calculer :

a)La puissance consommée dans le conducteur ohmique

b)La puissance consommée dans la bobine

c)La résistance de la bobine

Exercice6

On considère trois dipôles :un conducteur ohmique de résistance R, un condensateur de capacité C, une bobine de résistance r et d'inductance L, enfermés dans trois boites différentes .

1-On branche successivement cers trois dipôles sur une alimentation continue délivrant une tension de 12V . On mesure l'intensité du courant (en régime permanent). On obtient :

-pour la boîte 1, $I_1 = 0$

- pour les boîtes 2 et 3, $I_2 = I_3 = 240mA$ Quelles sont les conclusions que l'on peut tirer de ces résultats ?

2-On branche successivement ces trois dipôles sur une alimentation alternative délivrant une tension efficace de 24 V de fréquence 50 Hz.

On mesure l'intensité efficace du courant traversant chaque dipôle. On obtient :

-pour la boîte 1, $I_1 = 75mA$

-pour la boîte 2, $I_2 = 480mA$

-pour la boîte 3, $I_3 = 406mA$

a- Calculer les impédances des trois dipôles.

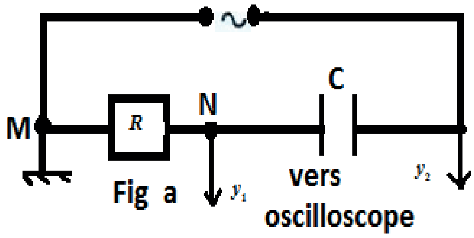
b- Préciser le contenu de chacune des boîtes. Déterminer les valeurs de L et C.

3-On monte ces trois dipôles en série. On alimente ce circuit (R, L, C) en courant alternatif de tension efficace 24 V et de fréquence variable.

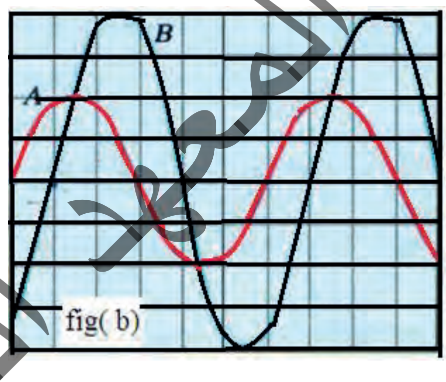
a)Pour quelle fréquence l'intensité et la tension seront- elles en phase?
b)Quelle est alors l'intensité efficace du courant?

Exercice 7

On place en série, entre Met *N,* un conducteur ohmique de résistance $R = 100\ \Omega$,entre*N* et P, un condensateur de capacité *C.* On alimente l'ensemble entre *M* et P par une tension sinusoïdale de fréquence *f.* On branche un oscillographe bicourbe (figure a).



1- Indiquer quelles sont les tensions observées sur chacune des voies de l'oscillographe.
2-Le réglage de l'oscillographe correspond, pour les deux voies :
-en abscisses, à 1 ms par division ;
-en ordonnées, à 2 V par division.
On observe l'oscillogramme représenté sur la figure b.



a)Quelle est la période de la tension d'alimentation?

b)En utilisant les valeurs maximales des deux voies, identifier les courbes de chacune de ces voies.

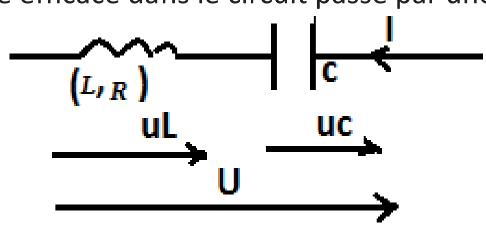
*c)*Quelle est l'intensité maximale du courant?

*d)*Quelle est la phase de la tension d'alimentation par rapport à l'intensité du courant?

3-a)Calculer l'impédance du dipôle (*M, P).*
c) Calculer l'impédance et la capacité du condensateur

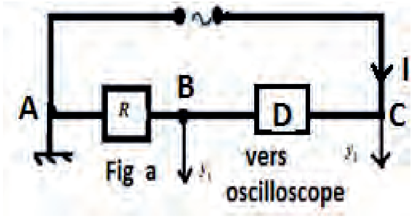
Exercice 8

On monte en série une bobine de résistance r et d'inductance L et un condensateur de capacité C. On soumet l'ensemble à une tension u de freineuse réglable. $u=U\sqrt{2}\ \cos 2\pi ft$ avec U=120V. Soi t i l'intensité instantanée .L'intensité efficace dans le circuit passe par une valeur maximale $I_0 = 1{,}33A$ pour la fréquence $f_0 = 159Hz$ .Pour une autre valeur f_1 l'intensité efficace vaut 0,8A et la tension efficace aux bornes du condensateur est alors $U_C = 128V$.

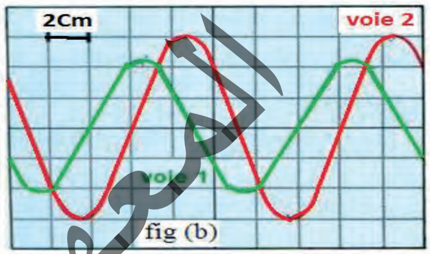


1-Calculer r ; déterminer les impédances de l'ensemble et du condensateur pour la fréquence f_1
2-Dans le cas où $f = f_1$ l'impédance du condensateur est supérieure à celle de la bobine. Laquelle des fonctions i et u est-elle en avance sur l'autre. Calculer la phase de la tension par rapport au courant.
3-Soit φ_B *et* φ_C les phases des tensions u_B *et* u_C par rapport à l'intensité » pour la fréquence f_1
a) Représenter sur un diagramme de Fresnel les tensions u_B , u_C *et* u .Faire apparaitre sur le schéma φ *et* φ_B .
b) En déduire une expression de $tg\varphi_B$ en fonction de u_C , u *et* φ .Calculer φ_B
c)Calculer L, C , f_1 .

Exercice9



0n considère un dipôle D de nature inconnue, monté en série avec un conducteur ohmique de résistance $R = 100\Omega$ et un générateur B.F. de tension sinusoïdale dont la fréquence et la tension efficaces sont réglables (fig 1).
On utilise un oscillographe dont les réglages sont les suivants : $5.10^{-2} ms.Cm^{-1}$ pour le balayage; $0,5V.Cm^{-1}$ pour la voie 1 ; $1V.Cm^{-1}$ pour la voie 2.La figure (b) représente l'écran lorsque l'oscillographe est branché selon le schéma précédent.



1-déduire de cette figure :

a)la fréquence de la tension sinusoïdale;

b) les valeurs efficaces de l'intensité instantanée i qui traverse le circuit et de la tension instantanée u_{CA} aux bornes du générateur;

*c)*le déphasage φ de la tension u_{CA} par rapport à l'intensité i . Préciser s'il y a avance ou retard de phase de u_{CA} par rapport à i .

On envisage les hypothèses suivantes :

- D est un conducteur ohmique de résistance R ;
- D est une bobine de résistance *r* et d'inductance L *;*
- D est un condensateur de capacité C;
- D est une bobine de résistance *r* et d'inductance *L* en série avec un condensateur de capacité *C.*

Montrer que l'on peut éliminer certaines de ces hypothèses.

2- La tension efficace aux bornes du générateur étant maintenue constante la valeur $U = 12V$ on fait varier la fréquence. On constate que l'intensité efficace passe par un maximum de valeur $I_0 = 107mA$ pour la fréquence $f_0 = 2,15.10^3 Hz$. Quelle est la nature du dipôle D? En déduire ses caractéristiques.

Exercice10

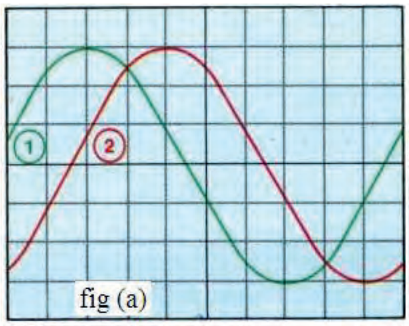
On considère un condensateur de capacité C.

1-a) Le condensateur porte une charge *Q.* Sous quelle tension a-t-il été chargé ?

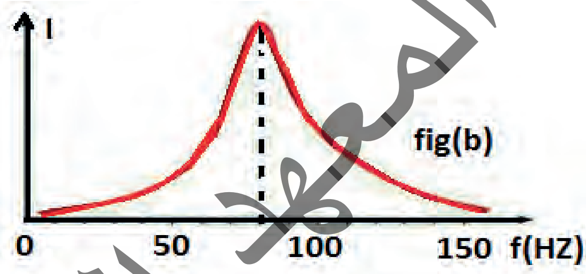
b)Calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur. A.N : C = 4 μF ; Q = 6 .10^{-4} C.

2- Soit un circuit comprenant en série le condensateur précédent, une bobine d'inductance *L* et de résistance négligeable, un conducteur ohmique de résistance R, un générateur B.F. fournissant une tension sinusoïdale.
On se propose d'étudier, lorsque la fréquence du générateur varie, le déphasage entre l'intensité du courant et la tension aux bornes du dipôle (R, L, *C)* d'une part, l'intensité

efficace du courant d'autre part.
Indépendamment du dipôle étudié et du générateur, quels sont les appareils indispensables à la réalisation expérimentale de cette étude ? Préciser leurs fonctions et faire un schéma du montage à réaliser.



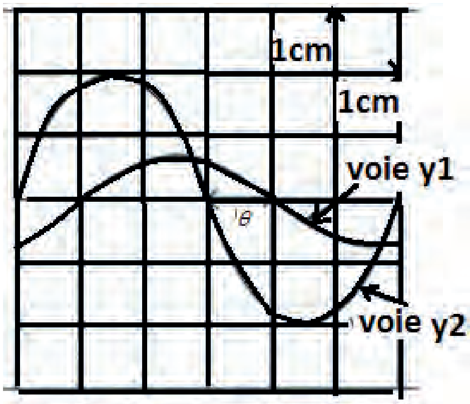
3/ En réalisant l'expérience, on obtient les courbes de la figure (a).La courbe (1) correspond à la tension aux bornes du dipôle (R, L, C); la courbe (2) correspond à l'intensité du courant. Le balayage est de 1 ms par division.
Déterminer, à partir de ces courbes, la période et la fréquence de la tension, ainsi que la phase de la tension par rapport à l'intensité.



4/ La figure (b) représente la variation de l'intensité efficace du courant en fonction de la fréquence du générateur.
a/ A quel phénomène correspond le maximum observé sur la courbe?
La capacité du condensateur est $C = 3\,\mu F$.
Déterminer l'inductance de la bobine.
b/ En tenant compte des résultats de la question 3/, calculer la résistance du dipôle (R, L, C).

Exercice11

Un générateur délivre une tension alternative sinusoïdale $u(t)=U_m \sin(100\,\pi t + \varphi)$.
Il débite dans un circuit électrique composé des éléments suivants montés en série :
-Un résistor de résistance $R = 200\Omega$;
-Une bobine d'inductance L variable et de résistance négligeable ;
— Un condensateur de capacité C.



A l'entrée Y_1, d'un oscilloscope bicourbe, on applique la tension instantanée $u_R(t)$ existant aux bornes du résistor; on visualise ainsi l'intensité instantanée $i(t)$ du courant. A l'entrée Y_2 de l'oscilloscope on applique la tension instantanée $u(t)$ existant aux bornes de l'ensemble du circuit.
1° Faire un schéma simple du montage électrique en plaçant les fils de branchement aux entrées de l'oscilloscope.
2° Pour une valeur de L on observe sur l'écran de l'oscilloscope les courbes ci-contre.
Sachant que, verticalement 1 cm sur l'écran de l'oscilloscope représente 60 V et que le balayage de l'oscilloscope est tel que, horizontalement, 6 cm sur l'écran représentent une période T de $u(t)$ et de $i(t)$,déduire des courbes observées :

a) La valeur maximale U_m de $u(t)$.

b) Le décalage horaire θ entre $u(t)$ et $i(t)$ et leur déphasage φ sachant qu'un décalage d'une période correspond à un déphasage de 2π radians.

3-a) Donner l'expression de $u(t)$.

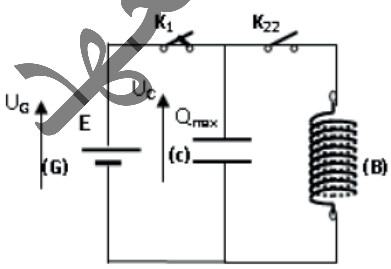
b) Faire, en la justifiant à l'aide des résultats précédents, la construction qualitative de Fresnel.

4-a) Calculer la valeur efficace U de la tension $\boldsymbol{u(t)}$ aux bornes du circuit.
b)Calculer l'impédance **Z** du circuit.
c)En déduire la valeur efficace I de l'intensité du courant électrique.
5-Pour une valeur **L₀**= 1H de l'inductance de la bobine, $\boldsymbol{u}$ ($\boldsymbol{t}$) et $i(t)$ sont en phase.

a) De quel phénomène s'agit-il?
b) Quelle est alors l'impédance du circuit?
c) En déduire l'intensité efficace I_0 du courant électrique.
d) Calculer la capacité **C** du condensateur utilisé dans le montage.
6-a) Donner l'allure de la courbe I = f(L) lorsque L varie. Placer L_0 et I_0.
b) Montrer qualitativement, à l'aide de la courbe, que l'intensité efficace du courant peut avoir une même valeur I pour deux valeurs distinctes $L_1\ et\ L_2$ de l'inductance de la bobine.
c) Si **I = 0,3 A,** calculer $L_1\ et\ L_2$.

Exercice 12

On considère le circuit électrique schématisé dans la figure ci-dessous, comportant :
un générateur de tension continue (G) de f.é.m U_0 et de résistance interne négligeable ;
un condensateur (c) de capacité C et d'armatures A et B ;
une bobine (B) d'inductance L et de résistance négligeable ;
deux interrupteurs K1 et K2.

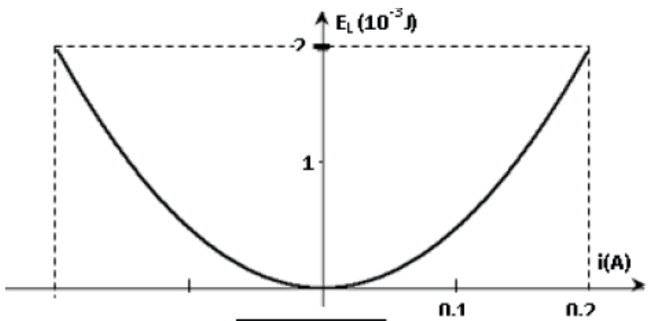


1) K2 étant ouvert, on ferme K1.
Après une brève durée, le condensateur porte une charge maximale Q_0 et emmagasine une énergie électrostatique E_0.
a) Donner l'expression de Q_0 en fonction de U_0 et C.
b) Donner l'expression de E_0 en fonction de Q_0 et C.
2) Le condensateur étant chargé ; à t=0 on ouvre K1 et on ferme K2.
A tt quelconque, l'armature A du condensateur porte une charge q.
a) Exprimer l'énergie électromagnétique EE en fonction de L, C, q et i.
b) Montrer, sans faire aucun calcul que cette énergie se conserve et elle est égale à $\dfrac{Q_o^2}{2C}$

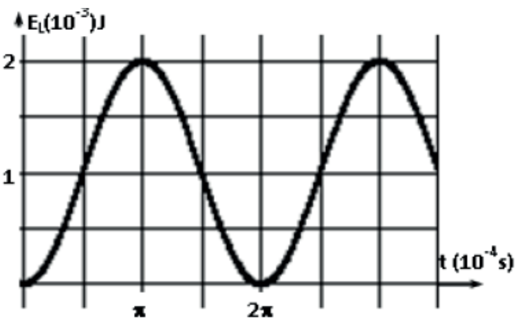
Déduire l'équation différentielle des oscillations électriques.
c) Déterminer l'expression de la période propre T_0 en fonction de L et C.
d) Donner l'expression de la charge qq en fonction du temps.
3) Montrer que l'expression de cette énergie E_L en fonction du temps s'écrit :

$$E_L = \frac{E_o}{2}\left(1 + \text{Cos}\left(\frac{4\pi}{T}t + \pi\right)\right)$$

4) Une étude expérimentale a permis de tracer les courbes (1) et (2) (ci-dessous)



Courbe (1)



Courbe (2)

traduisant respectivement les variations de l'énergie magnétique ELEL en fonction de ii et en fonction du temps.
a) En exploitant la courbe (1), déduire les valeurs de L et de E_0.
b) En exploitant la courbe (2), déduire la valeur de T_0.
5) Déterminer alors C, Q_0 et U_0.

Exercice 13

On dispose d'une bobine de résistance R, d'inductance L et d'un condensateur de capacité C.

1. Pour déterminer la résistance et l'inductance de la bobine, on réalise les expériences suivantes:

- On branche la bobine aux bornes d'un générateur de f.é.m. 20V et de résistance négligeable; un ampèremètre monté en série avec la bobine indique 0,8A.

- On remplace le générateur par une source alternative qui maintient entre ses bornes une tension $\mathbf{u_1(t) = 14{,}1\cos(628t)}$, en volts. Un ampèremètre indique 0,374A. Calculer R et L.

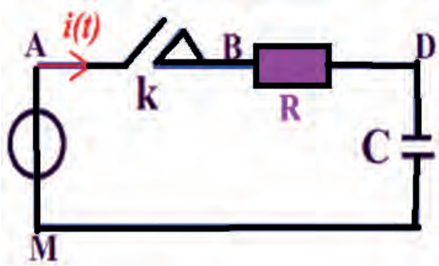
2. On suppose que la tension alternative de la question 1 a maintenant pour expression: $\mathbf{u(t) = 110\sqrt{2}\cos(314t)}$

2.1 Calculer le facteur de puissance et la puissance moyenne de la bobine

2.2 On branche le condensateur en parallèle avec la bobine et on alimente l'ensemble avec la tension u(t) ci-dessus. Quelle doit être la valeur de C pour que le facteur de puissance soit porté à 0,95?

Exercice 14

Un courant alternatif, de fréquence N=50Hz, produit entre deux bornes A et B une différence de potentiel efficace U = 110V.

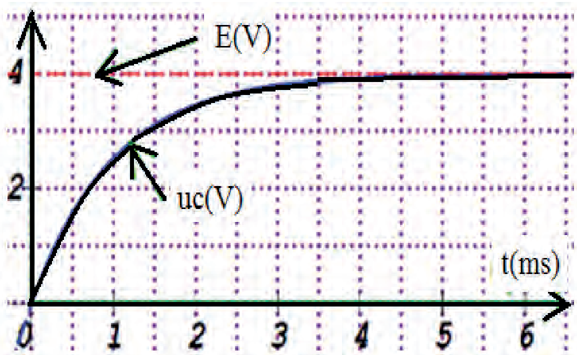


1. Quelle est la différence de potentiel efficace instantanée entre A et B?

2. Entres les bornes A et B, on intercale une bobine de résistance R=100Ω et d'inductance L=0,1 henry

2.1 Calculer l'intensité efficace qui parcourt la bobine.

2.2 Calculer la puissance moyenne absorbée par la bobine.



3. On place entre A et B, en série avec la bobine précédente, un condensateur de capacité C=20 µf. Calculer :

3.1 La nouvelle intensité efficace du courant;

3.2 Les différences de potentiels entre les bornes A et M du condensateur et les bornes M et B de la bobine;

3.3 La puissance moyenne dépensée dans le circuit AB.

4. Quelle est la valeur de la capacité à mettre en série avec la bobine pour obtenir l'intensité efficace maximale et quelle est cette intensité?

Exercice 15

On décide d'étudier le circuit suivant constitué d'un générateur idéal de tension continue de force électromotrice E, d'un interrupteur K, d'un conducteur ohmique de résistance R et d'un condensateur de capacité C. On utilise un oscilloscope pour observer les tensions u_C et E en fonction du temps.

1 À quels points A, B, D ou M du circuit doit-on relier les voies 1, 2 et la masse de l'oscilloscope pour visualiser u_C sur la voie 1 et E sur la voie 2?

2. À t = 0, on ferme l'interrupteur K. Les courbes $u_C = f(t)$ et E(t) est la suivante.**-** Qualifier les deux régimes de fonctionnement du circuit en choisissant parmi les adjectifs suivants : périodique, permanent, pseudopériodique, transitoire.

- Préciser les dates limitant chacun de ces régimes.

3. Quel phénomène physique se produit pendant le premier régime?

4. La constante de temps τ est une caractéristique de ce premier régime.

4.1 Déterminer graphiquement la valeur de τ en expliquant la méthode employée.

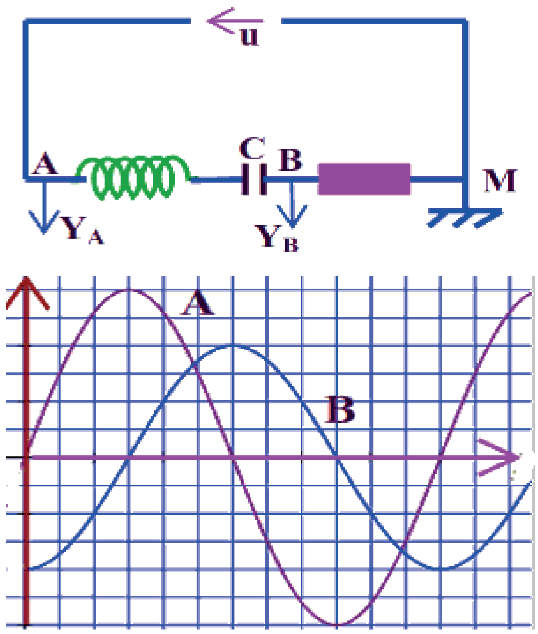
4.2 Donner l'expression littérale de τ en fonction des caractéristiques des éléments du circuit. En déduire la valeur de la résistance R.

4.3. En appliquant la loi d'additivité des tensions, donner la relation littérale liant E, u_R et u_C. Exprimer u_R en fonction de i et en déduire une expression littérale de l'intensité du courant i en fonction de E, u_C et R.

À l'aide du graphe précédent, déterminer i pour t_1=0ms et t_2=5 ms

4.4 Sans considération d'échelle, représenter sur la copie l'allure de la courbe i = f(t).

Exercice 16



Un dipôle RLC, placé entre A et M est soumis à une tension sinusoïdale u fournie par un générateur de basse fréquence (GBF). Il comprend une bobine d'inductance L réglable et de résistance R_1 =14Ω, un condensateur de capacité C=10 µF et une résistance r =1Ω. Les points A, B et M sont respectivement reliés à l'entrée Y_A, Y_B et à la masse d'un oscilloscope bi courbe en mode balayage. Les oscillogrammes sont repérés sur l'écran par les lettres A et B.

Réglages de l'oscilloscope

Sensibilité voie A : 2v/div

sensibilité: voie B: 0,1v/div

Balayage: 2min/div1. Eude des oscillogrammes

1.1 Que représentent les courbes A et B? Calculer la période et la fréquence de la tension u et de l'intensité i.

1.2 Indiquer les valeurs maximales et efficaces de u et i.

1.3 Calculer le déphasage de u(t) par rapport à i(t). le dipôle est-il inductif ou capacitif?

1.4 Donner les expressions, en fonction du temps de l'intensité i et de la tension u en prenant u comme référence

1.5 Quelle est l'impédance du dipôle AM?

1.6 Calculer la valeur de L.

2. Mise en résonance du circuit

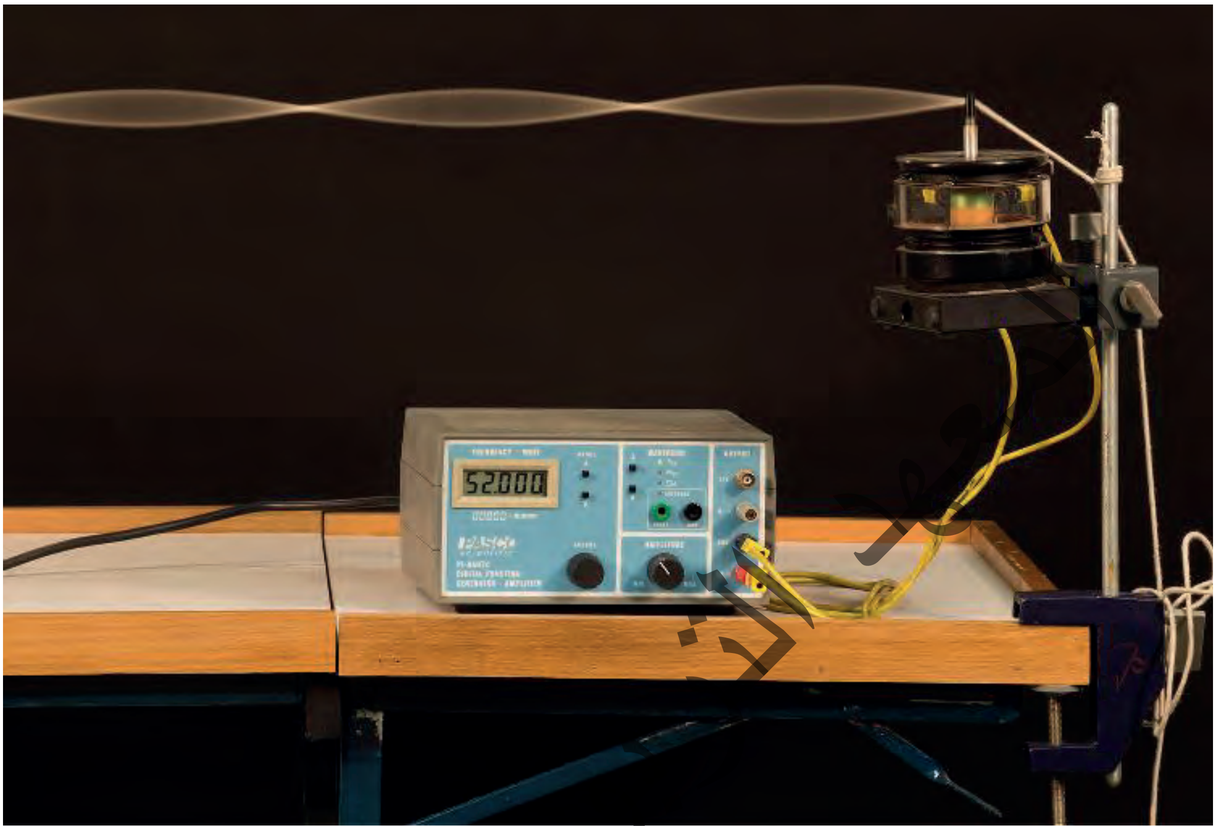
On donne à L une nouvelle valeur L=1H et on règle le GBF pour obtenir la résonance.

2.1 Calculer la valeur à donner à la fréquence.

2.2 Calculer l'intensité efficace dans le circuit et donner l'expression, en fonction du temps, de l'intensité i(t).

2.3 Calculer la tension efficace aux bornes du condensateur.

Chapitre X: Propagation d’un mouvement vibratoire «Milieu unidimensionnel»



OBJECTIFS

- Pouvoir établir l’équation de propagation d’une onde progressive (milieu uni-dimensionnel).
- Comprendre ce qu'est un phénomène périodique
- Savoir les définitions exactes de la période et de la fréquence
- Comprendre le fonctionnement d'un stroboscope.

I- Généralités

1- Phénomènes périodiques

1-1- Phénomènes périodiques dans le temps

Nous observons autour de nous, un grand nombre de phénomènes qui se répètent : saisons, rotation de la terre autour d'elle-même et autour du soleil, battements du cœur, respiration, floraison des plantes, tic-tac d'une montre, rotation d'une roue, rotation des aiguilles d'une montre, les mouvements de certaines pièces de moteurs tournant à vitesse constante, le mouvement des pendules si l'amortissement est négligé.

1-2- Phénomènes périodiques dans l'espace

Les bornes kilométriques le long d'une route, les poteaux télégraphiques, les traverses en bois qui soutiennent les rails de chemin de fer, forment des phénomènes périodiques dans l'espace.

1-3- Phénomènes périodiques dans le temps

L'alternance jour et nuit, le clignotant d'une voiture, le mouvement rectiligne sinusoïdal, le mouvement circulaire uniforme sont des exemples des phénomène périodiques dans le temps.

Un phénomène est périodique dans le temps ou dans l'espace, s'il se reproduit identique à lui- même à des intervalles de temps ou d'espace successifs et égaux.

2- Période

La période **T** d'un phénomène périodique, dans le temps est la durée constante **T** au bout de laquelle le phénomène se reproduit identique à lui-même, elle s'exprime en seconde.

Exemples

La période de rotation de la terre autour du soleil est une année.
La période de rotation de la terre autour d'elle-même est une journée.
Rotation de la grande aiguille d'une montre : **T = 1h**

3- Fréquence

La fréquence **N** est le nombre de répétitions d'un phénomène périodique par unité de temps.

C'est l'inverse de sa période $N = \frac{1}{T}$. Elle s'exprime en **Hertz (Hz)** on utilise les multiples suivants :

- **Le kilohertz : 1KHz=10^3 Hz.**
- **Le mégahertz : 1MHz = 10^6 Hz.**

Exemples :

Respiration de l'homme : **T = 4s ; N = 0,25 Hz**

Pulsations cardiaques de l'homme : **T = 1s ; N = 1Hz**.

4- Phénomènes sinusoïdaux dans le temps

Ils sont tous périodiques. La grandeur qui les représente est une fonction sinusoïdale du temps.

Elle associe à chaque valeur du temps **t**, un réel **f(t)** : $t \longrightarrow f(t)$.

Si **T** est la période, alors **f(t + T) = f(t)**

Remarque

Tout phénomène sinusoïdal est périodique mais la réciproque n'est pas toujours vérifiée.

En effet, un phénomène peut être périodique, sans être sinusoïdal.

Exemples

- Rotation de la terre autour du soleil
- Mouvement circulaire uniforme.
- Mouvement rectiligne sinusoïdal

Si le phénomène sinusoïdal est un mouvement sinusoïdal rapide (de faible période ou de grande fréquence), il est alors dit mouvement vibratoire

5- Moyens d'Etude

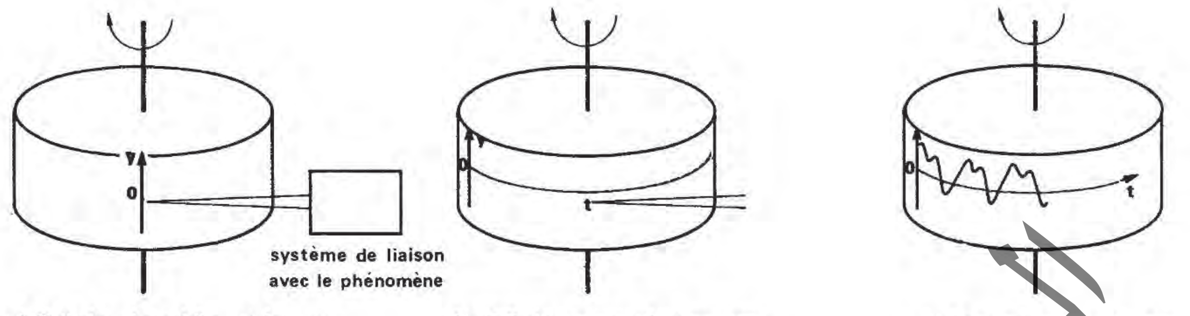
Il existe plusieurs techniques pour étudier les phénomènes périodiques qui sont plus ou moins rapides :

➢ L'enregistrement graphique dont l'appareil se compose de deux patries principales :

- Un cylindre qui tourne à vitesse constante
- Un stylet relié au phénomène étudié et dont l'amplitude des vibrations est proportionnelle à celle du phénomène étudié.

✓ Dans un 1er temps, le cylindre est immobile et le stylet est en marche, on obtient alors le tracé de l'axe des élongations **Oy**.

- ✓ Dans un 2eme temps le cylindre tourne à vitesse constante, et le stylet est immobile, on obtient alors l'axe du temps **Ot.**
- ✓ Dans un 3eme temps l'ensemble est en fonctionnement on obtient alors le tracé donnant **y = f(t)**



a) Cylindre immobile, stylet en marche. Tracé de l'axe des élongations Oy.
b) Cylindre tournant à vitesse constante, stylet immobile. Tracé de l'axe du temps Ot.
c) L'ensemble est en fonctionnement. Tracé de y = f(t).

Dans les usines de mécanique, les hôpitaux, les laboratoires, beaucoup d'appareils de contrôle fonctionnent sur ce principe. On peut très vite, déceler une anomalie dans le phénomène surveillé ; l'électro-gramme est un exemple, bien connu.

- ➢ L'enregistrement graphique, le miroir tournant, l'oscilloscope électronique permettent d'obtenir une représentation du phénomène en fonction du temps.
- ➢ La stroboscopie et l'ultra cinéma permettent de ralentir apparemment les phénomènes périodiques rapides pour les analyser.

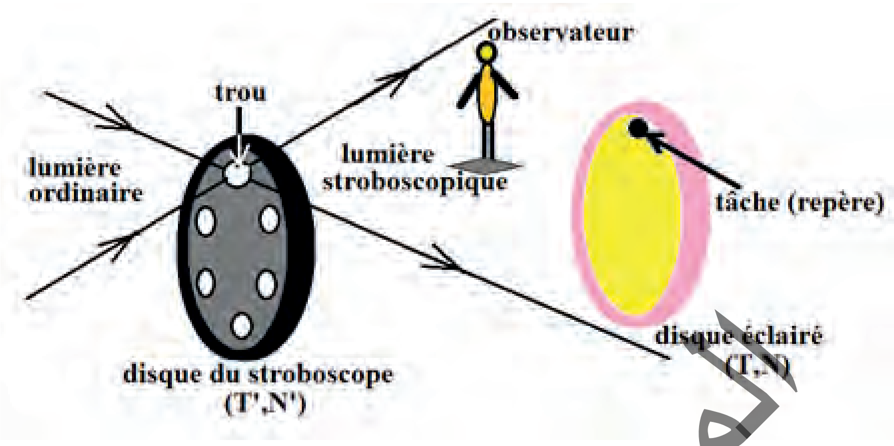
6- La stroboscopie

6-1- Descriptions

La stroboscopie donne d'un phénomène périodique, une « image » ralentie.
Le principe de l'appareil, appelé stroboscope est d'émettre des éclairs très brefs à des intervalles de temps égaux appelés période **T'** des éclairs. L'utilisateur peut régler, à volonté ces intervalles de temps, donc il peut régler la fréquence **N'** des éclairs.
Les stroboscopes modernes sont électroniques, les anciens stroboscopes sont mécaniques. Ils sont constitués en général, d'un disque comportant une plaque opaque, qui peut être percée d'un ou plusieurs trous par lequel (par lesquels) peut passer la lumière émise par une lampe éclairée de façon permanente et fixée dernière le disque.

6-2- Principe de fonctionnement d'un stroboscope mécanique

Le disque du stroboscope tourne (sa vitesse de rotation peut être réglée grâce à un bouton se trouvant sur l'appareil, un bref éclair jaillit chaque fois qu'un trou passe devant la lampe puis de nouveau l'obscurité jusqu'à ce que le trou suivant passe devant la lampe,……….etc

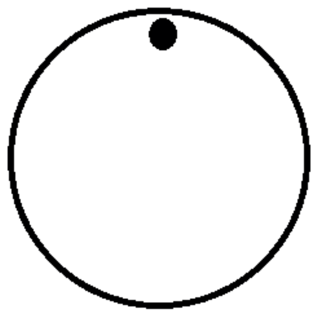


- **Observations** : Pour simplifier nous allons observer au moyen du stroboscope la rotation rapide d'un disque, blanc, sur la périphérie duquel, est dessiné un repère (une tâche noire).

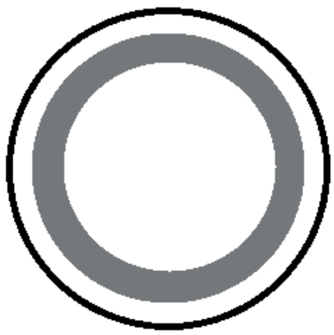
Soient **T** et **N** respectivement la période et la fréquence du phénomène observé (ici la rotation du disque blanc sur lequel on avait tracé la tâche noire). Soient **T'** et **N'** respectivement la période et la fréquence des éclairs (stroboscope)
Soient θ et **n** la période et la fréquence du mouvement apparent du phénomène observé.

6-3- Observations sans stroboscope : (lumière ordinaire)

➢ Si le disque éclairé est immobile : nous observons distinctement la tâche noire.



➢ Si le disque éclairé est en rotation rapide
L'œil ne voit plus une seule tâche mais une traînée grise correspondant à sa trajectoire.
Ceci est dû à la persistance des impressions rétiniennes.



Exemple :
Si on fait tourner rapidement une bille suspendue à l'extrémité d'un fil, on a l'impression qu'il s'agit d'une infinité de billes !
Les espaces entre les hélices d'un ventilateur ne sont pas appréciables à cause de leur rapidité ....etc

Pour pallier à cela, on ralentit les mouvements rapides en utilisant le stroboscope par exemple.

Persistance rétinienne :

Pour voir un objet, celui –ci doit recevoir de la lumière d'une source lumineuse, le soleil par exemple ou une lampe.

L'objet réfléchit de la lumière reçue. Le faisceau réfléchi tombe sur l'œil et crée un influx nerveux au niveau de la rétine car cette dernière renferme une substance photosensible, la rhodopsine.

Rhodopsines + photon (lumière) $\longrightarrow$ Opsine + rétinal

La décomposition de cette substance crée donc un influx nerveux qui doit parcourir le nerf optique jusqu'au cerveau, ce dernier fait une analyse et donne une réponse (feed - Back).

Pendant ce temps l'image de l'objet vu doit rester sur la rétine.

Ce temps est appelé persistance rétinienne. Les études biologiques ont montré qu'il est de l'ordre de $\frac{1}{15}$ à $\frac{1}{20}$ de la seconde.

Si les images sont trop rapides, (espacées de moins de $\frac{1}{15}$ à $\frac{1}{20}$), on risque de donner de faux jugements.

6-4- Observations à l'aide d'un stroboscope

On éclaire maintenant le disque en rotation mis en toute obscurité.

En faisant varier la fréquence **N'** des éclairs, les principales situations observées sont les suivantes :

- **Immobilité apparente : (N = kN' ou T' = kT avec k∈N)**

Entre deux éclairs, c'est-à-dire pendant un tour du stroboscope ; le disque fait **k** tours complets

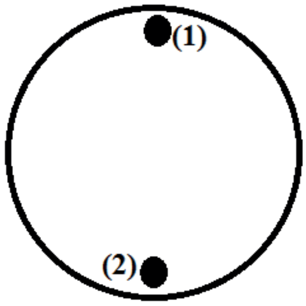
L'observateur voit la tâche toujours à la même position.

La tâche semble donc immobile puisque l'observateur a l'impression qu'elle ne bouge pas.

- **K positions apparemment immobiles : (N' = kN ou T = kT')**

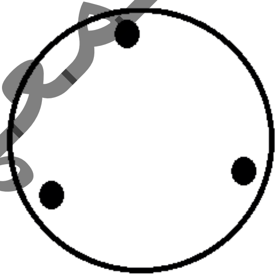
Quand le disque effectue un tour complet il jaillit **k** éclairs et l'observateur voit **k** tâches apparemment immobiles.

Exemples :



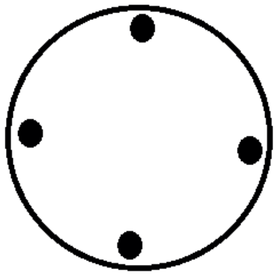
- **N’= 2N (deux tâches apparemment immobiles)**

Le 1er éclair l’observateur voit la tâche dans la position (1)
Au 2eme éclair, c'est-à-dire quand le deuxième éclair jaillit, le disque (donc la tâche) a fait ½ (un demi- tour) et l’observateur la voit dans la position (2)
Quand le troisième éclair jaillit, le disque donc la tâche, fait un tour complet donc la tâche revient à la position (1) .
Quand on demande à l’observateur ce qu’il a vu au total, à la fin de cette expérience, il va répondre qu’au total il a pu voir deux tâches apparemment immobiles, opposée l’une à l’autre par rapport au centre du disque.



- **N’=3N (trois tâches apparemment immobiles)**

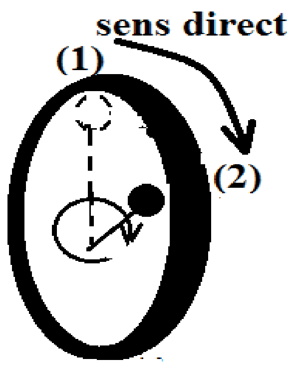
Entre deux éclairs successifs, le disque fait un tiers de tour. On observe trois taches occupant les sommets d’un triangle équilatéral



- **N’ = 4N (quatre tache apparemment immobiles)**

Entre deux éclairs successifs, le disque fait un quart de tour.
On observe quatre taches occupant les sommets d’un carré

- **Le mouvement ralenti : (N et N’ sont voisines)**
- **Le mouvement ralenti dans le sens direct**



Si **N** est légèrement supérieure à **N’**, le disque tourne un peu plus vite que le stroboscope, entre deux éclairs c'est-à-dire entre deux éclairs successifs, le disque fait un tour + une fraction de tour **(1tour+ $\frac{1}{p}$*ème* de tour)**.

Mais l’observateur a l’impression que la tâche a bougé de $\frac{1}{p}$*ème* de tour seulement, puisque toute la rotation (un tour s’est effectuée dans l’obscurité) .
Le mouvement est ralenti mais dans le sens direct (réel).
En effet apparemment la tâche n’est pas immobile puisque l’observateur l’a vue dans deux positions différentes ; au 1er éclair, à la position (1) et au 2eme éclair à la position (2).

Comme en réalité la tâche a fait 1 tour + $\frac{1}{p}$***ème*** de tour et l'observateur n'a pu apprécier que le $\frac{1}{p}$***ème*** de tour seulement le mouvement est alors ralenti.

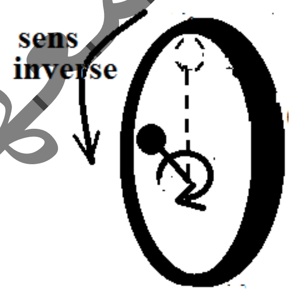
Donc, à **p** éclairs effectués en **p T'(s)** correspondent **(p +1)** tours réels du disque effectués en **(p+1)T (s)** et correspond **1** tour apparent du disque effectué en **θ (s)**

Donc : $p.T' = (p+1)T = 1\theta$. Ce qui implique $p = \frac{\theta}{T'} = \frac{\theta}{T} - 1$. Alors, $\frac{1}{T'} = \frac{1}{T} - \frac{1}{\theta} \Rightarrow N' = N - n$.

Donc $n = N - N'$

➢ Le mouvement ralenti dans le sens inverse

Si le disque tourne un peu moins vite que le stroboscope alors **N'** est légèrement supérieure à **N.**



Entre deux éclairs successifs, le disque effectue **un tour –** $\frac{1}{p}$***ème* de tour**, il semble donc tourner mais dans le sens inverse de la rotation

Donc, à **P** éclairs effectués en **pT'(s)** correspondent **(p - 1)** tours réels du disque effectues en **(p - 1).T (s)** et correspond un tour apparent effectué en **θ (s)**.

Donc : $p.T' = (p-1)T = 1\theta$. Ce qui implique $p = \frac{\theta}{T'} = \frac{\theta}{T} + 1$. Alors, $\frac{1}{T'} = \frac{1}{T} + \frac{1}{\theta} \Rightarrow N' = N + n$.

Donc $n = N' - N$

Remarque :

Si le disque du stroboscope renferme **f** trous, alors la fréquence des éclairs est d'autant plus multipliée.

II- Propagation d'une onde transversale unidimensionnelle

Lorsqu'une pierre tombe sur la surface plane d'une eau calme, une ride circulaire se forme et s'élargit progressivement. Cette déformation de l'eau créée par la pierre au point de chute, s'appelle ébranlement.

Celui-ci se transmet aux différents points de la surface du liquide, on dit qu'il se propage.

1- Définitions

1-1- Milieu élastique

C'est un milieu qui reprend sa forme initiale, après avoir subi une déformation de la part d'un agent extérieur. (ressort, eau, corde tendue ….)

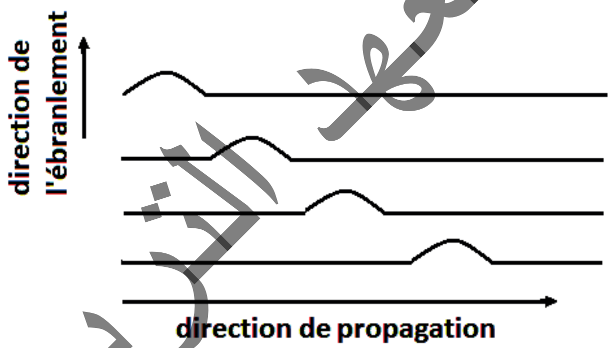
1-2- Ebranlement (signal)

Un ébranlement, vibration, perturbation ou signal est toute modification, rapide, de la forme que subit un point d'un milieu élastique. Ce point est appelé source de perturbation. Les perturbations (ébranlements) se propagent dans les milieux élastiques sous forme d'ondes.
On distingue entre deux types d'ébranlement (onde) :

- **Ebranlement transversal**

On appelle ébranlement transversal, un ébranlement dont la direction de vibration est perpendiculaire à la direction de sa propagation.

Exemple :
On considère une longue corde élastique tendue horizontalement sur le sol.
On imprime à l'extrémité A de la corde un mouvement de va et vient rapide.
On observe la portion de corde voisine de A qui se déforme pour reprendre par la suite sa forme initiale pendant que la déformation touche la portion suivante de la corde.
De proche en proche, la déformation (ou l'ébranlement) touche tous les points de la corde comme le montre la figure



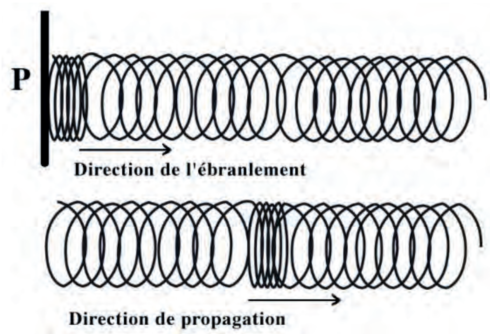
L'ébranlement provoqué en **A**, se propage le long de la corde.

Remarque : C'est ce genre d'ébranlement qu'on observe à la surface de l'eau.

- **Ebranlement longitudinal**

C'est un ébranlement dont la direction est la même que la direction de propagation.

Exemple :
Utilisons un long ressort à spires non jointives. Communiquons un aller-retour rapide du piston P. vers la droite, on provoque ainsi une compression de quelques spires dans la direction horizontale. Cet ébranlement ainsi provoqué se propage le long du ressort suivant l'horizontale.



1-3- Mécanisme de la propagation

- Un point **M** de la corde situé à une distance **x** de l'extrémité **A** de la corde se retrouve après le passage de l'ébranlement à la même distance **x** de **A**. Chaque point subit un ébranlement mais revient à sa position initiale. Il en est de même pour les spires du ressort.

« La propagation d'un ébranlement ne correspond pas à un transport de matière »

- Une certaine énergie est initialement communiquée au point origine appelée source. Le point **M** de masse **m** s'élève grâce à cette énergie. Il la transmet au point suivant en s'abaissant.

« La propagation d'un ébranlement correspond à un transport d'énergie »

1-4- Vitesse de propagation ou célérité d'un ébranlement

Si on produit des perturbations (ébranlements) vibratoires en un point S d'un milieu élastique, elles se propagent. Si le milieu est homogène la vitesse de propagation est constante.

Pour une corde élastique tendue, la vitesse de propagation dépend de la tension **F** de la corde et de sa masse linéique μ (Masse par unité de longueur). On montre que cette vitesse est : $V=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$.

1-5- Longueur d'onde

C'est la distance λ parcourue par l'onde pendant une période complète de vibration.

$\lambda = V.T = \frac{V}{N}$. La longueur d'onde s'exprime en **(m)**

1-6- Différence de phase (déphasage)

Soient deux phénomènes périodiques sinusoïdaux, de même pulsation ω, représentés respectivement par : $y_1 = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ et $y_2 = a_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$

La différence de phase ou déphasage entre ces deux phénomènes est : $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$

Cas particuliers :

- Si $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 2k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$

Les deux phénomènes sont dits en phase

- Si $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (2k+1)\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$

Les deux phénomènes sont dits en opposition de phase

- Si $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (2k+1)\frac{\pi}{2}$ où $k \in \mathbb{Z}$

Les deux phénomènes seront en quadrature de phase.

2- Etude de la propagation d'une onde transversale sur une corde tendue.

2-1- Expérience

- **Dispositif expérimental**

Le dispositif comprend trois parties

➢ la source vibrante : c'est une lame d'acier vibrante dont l'amplitudes des vibrations est réglable et peut atteindre 1 à 2cm , son extrémité **A** vibre d'un mouvement qui peut être considéré comme rectiligne sinusoïdal de fréquence **N** un peu élevée.

➢ la corde, partie principale du dispositif, sert de support à la propagation des vibrations.

➢ un récipient, plein de liquide, permet d'absorber l'énergie transmise pour empêcher les réflexions des ondes.

- **Observations**

➢ A l'œil nu, lorsque la lame est en vibration, nous observons une zone verticale grise correspondant à deux fois l'amplitude de la lame.

➢ Avec le stroboscope, nous pouvons bien distinguer la corde ayant l'aspect d'une sinusoïde.

Selon, le réglage du stroboscope, cette sinusoïde peut paraitre immobile, ou plutôt progresser vers le haut ou vers le bas.

- **Interprétations qualitatives**

➢ La zone verticale, observée à l'œil nu est due au mouvement horizontal rapide de tous les points de la corde.

La persistance des images rétiniennes, ne nous permet pas de distinguer les différentes positions d'un point au cours du temps car ce mouvement est trop rapide.

Chaque point de la corde fait des allers et retours entre les bords de cette zone verticale.

➢ Avec un stroboscope convenablement réglé on peut observer une sinusoïde immobile **(N'=kN)** avec :

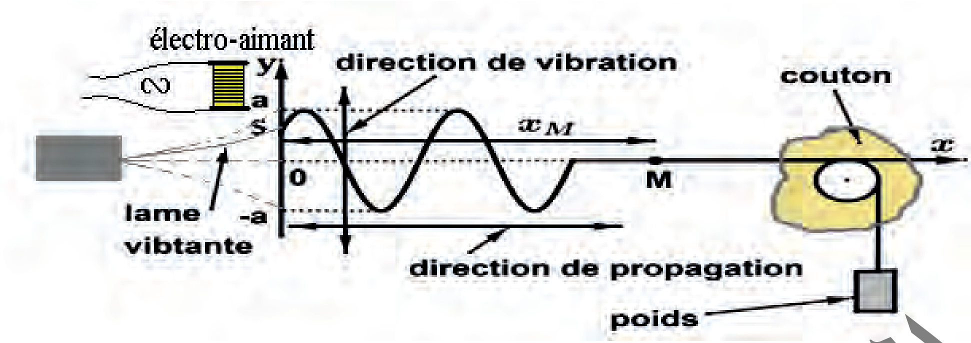
N' : fréquence du stroboscope choisie

N : fréquence du mouvement de la lame du vibreur (fréquence du secteur).

Si on choisit **N** légèrement supérieure à **N'**, on peut observer une sinusoïde qui progresse vers le bas (mouvement ralenti dans le sens direct).

Si on choisit **N** légèrement inferieure à **N'**, nous pouvons plutôt observer une sinusoïde qui progresse vers le haut (mouvement ralenti dans le sens inverse).

2-2- Etude théorique



L'extrémité **S**, reliée à la lame vibrante, constitue une source de vibration dont l'élongation à un instant t est : $y = a\cos(\omega t + \varphi_S)$

a : amplitude du mouvement

$\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi N$: pulsation du mouvement

φ_S : phase initiale de la source **S**

Pour un point **M** quelconque de la corde situé à la distance **x** de la source **S**, l'amplitude est aussi ***a*** (amortissement négligeable), la période est **T** , mais la vibration parvient en **M** après avoir mis un certain temps θ .

Si **V** désigne la vitesse (célérité) de propagation de la vibration alors $\theta = \dfrac{x}{V}$.

Le point **M** reproduit donc exactement le mouvement, de la source **S**, mais avec un certain retard $\theta = \dfrac{x}{V}$.

L'élongation du point **M** est : $y_M(t) = y_S(t-\theta)$, donc $y_M(t) = a\cos\left[\dfrac{2\pi}{T}\left(t - \dfrac{X}{V}\right) + \varphi_S\right]$.

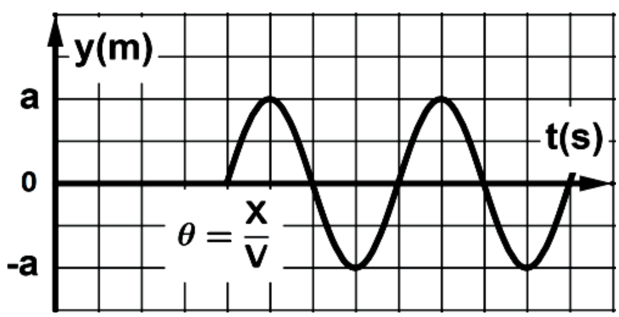
Soit $y_M(t,X) = a\cos\left(\omega t - \dfrac{2\pi.X}{\lambda} + \varphi_S\right)$..........$(1)$.

Cette équation est une l'équation de propagation d'une onde progressive.
Elle permet de mettre en évidence une double périodicité. L'élongation **y** est une fonction à deux variables, une variable temporelle **t** et une variable spatiale **x :** **$y_M = y_M(x,t)$**

- **Périodicité dans le temps**

Pour un point déterminé de la corde, **$x = X_M$**
Donc :

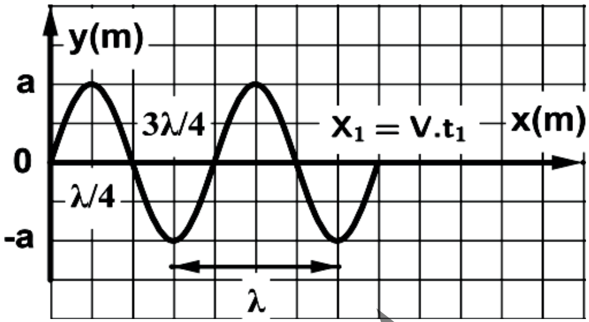
$$\begin{cases} * \; t < \dfrac{X_M}{V} \rightarrow y = 0 \\ * \; t \geq \dfrac{X}{V} \rightarrow y = a\cos\left(\omega t - \dfrac{2\pi.X_M}{\lambda} + \varphi_S\right) \Rightarrow \\ y = a\cos(\omega t + \varphi_M) \quad où \quad \varphi_M = -\dfrac{2\pi.X_M}{\lambda} + \varphi_S \end{cases}$$



- **Périodicité dans l'espace**

Considérons un instant **t = t_1** donnée, l'élongation du point **M** est :

$$\begin{cases} * \ x < X_1 = V.t_1 \rightarrow y = a\cos\left(\omega t_1 - \dfrac{2\pi.x}{\lambda} + \varphi_S\right) \\ \Rightarrow y = a\cos\left(-\dfrac{2\pi.x}{\lambda} + cte\right) \\ * \ x \geq X_1 \rightarrow y = 0 \end{cases}$$



Donc λ : est une période spatiale du mouvement de **M**.

Cette sinusoïde correspond à l'image que l'on trouverait si on photographiait la corde à cet instant.

2-3- Déphasage entre deux points M₁ et M₂ de la corde

Soient deux points **M_1** et **M_2** situés respectivement à **X_1** et **X_2** de la source **S**, d'après l'équation **(1)**

$y_{M_1} = a\cos\left(\omega t + \varphi_{M_1}\right)$ et $y_{M_2} = a\cos\left(\omega t + \varphi_{M_2}\right)$. Tel que : $\varphi_{M_1} = -\dfrac{2\pi.x_1}{\lambda} + \varphi_S$ et

$\varphi_{M_2} = -\dfrac{2\pi.x_2}{\lambda} + \varphi_S$

Le déphasage entre les deux points **M_1** et **M_2** est $\Delta\varphi = \varphi_{M_1} - \varphi_{M_2} = \dfrac{2\pi}{\lambda}(X_2 - X_1)$

Cas particuliers :

- Si $\Delta\varphi = 2k\pi \Leftrightarrow X_2 - X_1 = k\lambda$ *tel que* $k \in \mathbb{Z}^*$, alors les points **M_1** et **M_2** vibrent en phase (à chaque instant ils ont la même élongation et la même vitesse)
- Si $\Delta\varphi = (2k+1)\pi \Leftrightarrow X_2 - X_1 = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$ *tel que* $k \in \mathbb{Z}$; alors les points **M_1** et **M_2** vibrent en opposition de phase, (a chaque instant, ils ont deux élongations et deux vitesses opposées).
- Si $\Delta\varphi = (2k+1)\dfrac{\pi}{2} \Leftrightarrow X_2 - X_1 = (2k+1)\dfrac{\lambda}{4}$ *tel que* $k \in \mathbb{Z}$; alors les points **M_1** et **M_2** vibrent en quadrature de phase. (lorsque l'élongation de l'une est maximale, l'élongation de l'autre est nulle.)

Essentiel

Un phénomène périodique de fréquence N observé à l'aide d'un stroboscope de fréquence N_e

- Si $N = kN_e$ ou $T_e = kT$ avec $k \in N$: On observe une immobilité apparente
- Si $N_e = kN$ ou $T = kT_e$: On observe K positions apparemment immobiles
- SI N et N_e sont voisines : On observe un mouvement ralenti

➢ Si $N = N' + \varepsilon$: On observe un mouvement ralenti direct

➢ Si $N = N' - \varepsilon$: On observe un mouvement ralenti inverse

- Ebranlement transversal : La direction de vibration est perpendiculaire à la direction de propagation.
- Ebranlement longitudinal : la direction de vibration est la même que la direction de propagation.
- Pour une corde élastique tendue, la vitesse de propagation $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$. μ est la masse par unité de longueur de la corde
- Longueur d'onde : C'est la distance par courue par l'onde pendant une période complète de vibration. $\lambda = V.T = \frac{V}{N}$. La longueur d'onde s'exprime en (m)
- Pour la source S de vibration, l'élongation à un instant t est : $y = a\cos(\omega t + \varphi_s)$
- Pour un point M quelconque de la corde situé à la distance x de la source S, la vibration parvient en M après avoir mis un certain temps θ. Le point M reproduit donc exactement le mouvement, de la source S, mais avec un certain retard $\theta = \frac{x}{V}$.

L'élongation du point M est : $y_M(t) = y_S(t-\theta) = a\cos\left[\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{X}{V}\right) + \varphi_S\right]$.

soit $y_M(t, X) = a\cos\left(\omega t - \frac{2\pi.X}{\lambda} + \varphi_s\right)$.

- Pour deux points M_1 et M_2 situés respectivement à X_1 et X_2 de la source

➢ Si $\Delta\varphi = 2k\pi \Leftrightarrow X_2 - X_1 = k\lambda$ *tel que* $k \in \mathbb{Z}^*$, alors les points M_1 et M_2 vibrent en phase

➢ Si $\Delta\varphi = (2k+1)\pi \Leftrightarrow X_2 - X_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ *tel que* $k \in \mathbb{Z}$; alors les points M_1 et M_2 vibrent en opposition de phase

➢ Si $\Delta\varphi = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow X_2 - X_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$ *tel que* $k \in \mathbb{Z}$; alors les points M_1 et M_2 vibrent en quadrature de phase.

Exercice résolu

On relie l'extrémité O d'une lame vibrante à une corde tendue de longueur OO'=2m. La lame vibrante subit des oscillations sinusoïdales verticales de fréquence N=100Hz et d'amplitude a=3mm. Ces vibrations se propagent le long de la corde sans amortissement ni réflexion avec une célérité c = 20m/s.

1 Calculer la longueur de l'onde λ.

2 Décrire le phénomène observé au moment où la corde est éclairée par un stroboscope dont les fréquences prennent les valeurs: Ne = 200 Hz ; Ne = 25 Hz ; Ne = 50 Hz et Ne = 102 Hz.

3 En considérant l'origine des temps l'instant où O passe par sa position d'équilibre dans le sens positif ; écrire l'équation horaire yO du mouvement de la source O et donner l'élongation y_M d'un point M situé à la distance x de la source O.

4 Déterminer l'expression des abscisses des points qui vibrent en phase avec la source O, préciser leur nombre et la valeur de l'abscisse du point le plus proche de O.

5 Mêmes questions pour les points qui vibrent en opposition de phase avec O.

6 Représenter l'aspect de la corde à l'instant t = 0,03s.

Solution

1.Calcul de la longueur d'onde λ :

$$\lambda = \frac{C}{N} = 0{,}2\text{m}$$

2. Description de l'aspect de la corde lorsque Ne prend les valeurs suivantes :

Pour que le phénomène parait unique et immobile, il faut que Ne=N/k

- Lorsque Ne=200Hz $(N = \frac{N_e}{2})$, on observe 2 cordes immobiles.
- Lorsque Ne=25Hz (N=4Ne) la corde parait unique et immobile.
- Lorsque Ne=50Hz (N=2Ne) la corde parait unique et immobile.
- Lorsque Ne= 102Hz (Ne > N) la corde parait en mouvement ralenti dans le sens contraire du mouvement réel.

3. L'équation horaire du mouvement de la source O:

Le mouvement étant sinusoïdal son équation serait de la forme y_O = a cos(ωt+φ)

Avec ω=2πN=200πHz et $a=3.10^{-3}$m

à t=0

$$\begin{cases} x_0 = Xm\cos\varphi \\ V_O = -\omega Xm\sin\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\varphi = 0 \\ \sin\varphi = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ d'où l'équation}$$

$$y_O = 3.10^{-3}\cos(200\pi t - \frac{\pi}{2})$$

L'équation horaire du mouvement d'un point M situé à la distance x de la source O :

$$y_M = 3.10^{-3}\cos(200\pi t - \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi x}{\lambda})$$

4. Les abscisses des points M qui vibrent en phase avec O :

$$\Delta\varphi = \varphi_O - \varphi_M = -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi x}{\lambda} = 2k\pi \Leftrightarrow x = k\lambda.$$

Le point le plus proche de O correspond à k =1 soit x = λ = 0,2m.

Le nombre des points qui vibrent en phase avec O :

$$0 < x \le OO' \Leftrightarrow 0 < k\lambda \le OO'$$

$$\Leftrightarrow 0 < k \le \frac{OO'}{\lambda} \Leftrightarrow 0 < k \le 10$$ soit 10 points.

5. Les abscisses des points M qui vibrent en opposition de phase avec O :

$$\Delta\varphi = \varphi_O - \varphi_M = -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi x}{\lambda} = (2k+1)\pi \Leftrightarrow x = (2k+1)\frac{\lambda}{2}.$$

Le point le plus proche de O correspond à k=0 soit $x = \frac{\lambda}{2} = 0{,}1\text{m}$.

Le nombre des points qui vibrent en opposition de phase avec O :

$$0 < x \le OO' \Leftrightarrow 0 < (2k+1)\frac{\lambda}{2} \le OO'$$

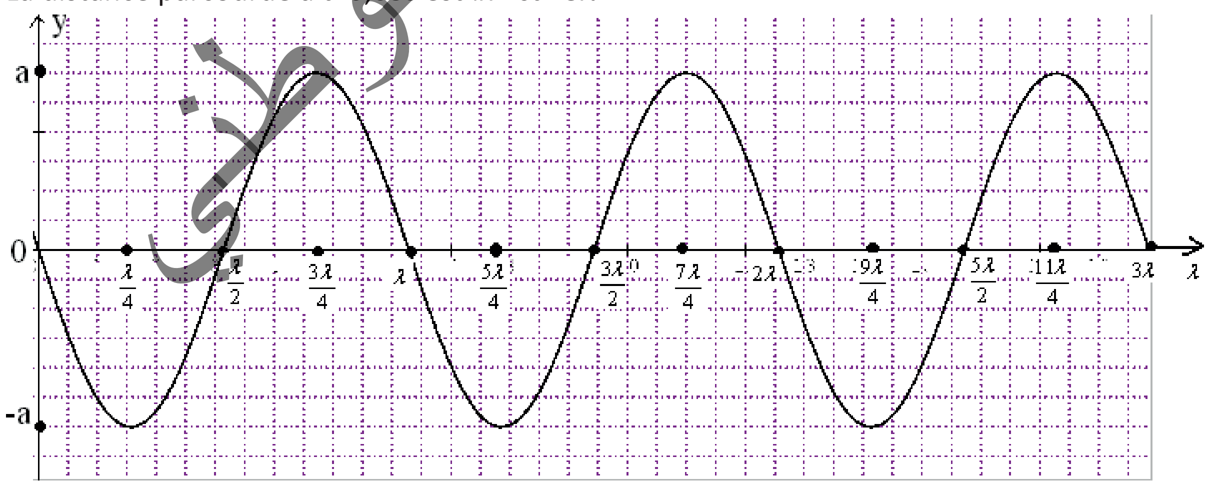
$$\Leftrightarrow 0 < k \le \frac{OO'}{\lambda} - \frac{1}{2} \Leftrightarrow 0 \le k \le 9{,}5$$ soit 9 points.

6 La représentation de la forme de la corde à l'instant $t_1 = 0{,}03\text{s}$ (Courbe).

$$y = a\cos(200\pi.0{,}03 - \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi x}{\lambda}) \qquad y = a\cos(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{2})$$

x	0	λ/4	λ/2	3λ/4	λ
y	0	-a	0	+a	0

La distance parcourue à t=0,03s est :x =ct =3λ



Exercices

Exercice 1

On éclaire un disque noir ayant une tache blanche à l'aide d'un stroboscope dont les éclairs ont une fréquence N_e variable. Le disque tourne à la vitesse de 3600tr/min

1- Décrire l'observation si N_e prend les valeurs 61Hz, 58Hz, 180Hz, 120Hz, 30Hz, 20Hz.

2 -On donne au disque une nouvelle vitesse de rotation et on fait varier la fréquence du stroboscope. Trouver la vitesse de rotation du disque sachant que 50Hz est la plus grande valeur de la fréquence qui permet d'observer une tache unique et immobile.

Exercice 2

Un ventilateur comporte 4 pales identiques .Il tourne à la vitesse constante de N tours par seconde .Il est éclairé par un stroboscope électronique à la fréquence Ne .

1-quelle relation doivent vérifier N et Ne pour que le ventilateur paraisse immobile,

2-On peint l'une des pales en rouge .

Répondre à la même question.

Exercice 3

Un disque noir D sur lequel est peint un secteur blanc tourne à la vitesse constante de N =1800tours /minute. Le disque est observé à l'aide d'un stroboscope mécanique constitué d'un disque D' comportant 4 trous régulièrement espacés et tournant à vitesse constante devant une source lumineuse .Quelle est la plus grande vitesse de rotation du disque D' qui permet de voir le secteur blanc immobile ?

Exercice 4

Un disque blanc D portant un secteur noir tourne à la fréquence N .Ce disque est observé à l'aide d'un stroboscope mécanique constitué d'un disque D'comportant 4 trous régulièrement espacés et tournant à la vitesse angulaire constante de 10tours /seconde devant une source lumineuse .

1-Calculer la fréquence N_e et la période T_e des éclairs .

2-Quelle doit être la vitesse de rotation en tours par seconde du disque D pour que le secteur paraisse immobile ?

3-Le disque D tourne à la vitesse de 41tours /seconde. Expliquer le phénomène observé.En déterminer tous les paramètres.

4_Le disque D tournant à la fréquence N, on l'éclaire à l'aide d'un stroboscope électronique .Quelle doit être la fréquence N'_e des éclairs pour que l'on observe 3 secteurs immobiles régulièrement repartis.

Exercice 5

2.1 Une pointe S entretenue par un vibreur de fréquence frappe verticalement en un point O de la surface
d'eau en produisant des vibrations sinusoïdales de même fréquence et de même amplitude a=5mm.

2.1.1 On éclaire la surface de l'eau à l'aide d'un stroboscope de fréquence variable. La plus grande fréquence
des éclairs pour laquelle la surface de l'eau parait immobile est fe=25 Hz.

a) Déduire la fréquence des ondes à la surface de l'eau.

b) Qu'observe t-on lorsque fe=25Hz ?

c) On maintient cette fréquence et on mesure la distance séparant 6 crêtes consécutives et on trouve d=12cm.

Déterminer la longueur d'onde l et la vitesse de propagation C des ondes à la surface de l'eau.

2.2 a) Etablir l'équation du point O en prenant pour origine des temps t=0s lorsque la pointe passe par sa
position d'équilibre allant dans le sens positif ascendant.

b) Etablir dans le même repère, l'équation d'un point M tel que OM=6,6cm et comparer les mouvements de M et O.

c) Représenter l'état vibratoire de la surface de l'eau le long de l'axe (ox) à l'instant t=0,16s

Exercice 6

L'extrémité d'une corde élastique est animée d'un mouvement vibratoire sinusoïdal transversal de fréquence 65Hz. Le premier point de la corde à partir de la source O qui vibre en opposition de phase avec O est à l'abscisse OM = 30cm.

1-Calculer la célérité des ondes le long de la corde .

2-Chercher les abscisses des points qui vibrent en phase avec M

Exercice 7

Une source S est animée d'un mouvement vibratoire de fréquence N = 50Hz .Les vibrations se propagent le long d'une corde avec une célérité C=10m/s.

1-Quelle est la longueur d'onde ?

2-Comparer le mouvement d'un point M situé à 20cm de S à celui de S.

Exercice 8

On crée à la surface de l'eau d'une cuve des ondes circulaires de longueur d'onde λ=1cm. On éclaire la surface de l'eau avec un stroboscope.

1- La plus grande fréquence des éclairs pour laquelle la surface de l'eau parait immobile est N_e=15Hz.

Quelle est la fréquence du vibreur ?

Calculer la célérité des ondes à la surface de l'eau .

2 - Quel sera l'aspect de la surface de l'eau en éclairage stroboscopique de fréquence N'_e = 30Hz.

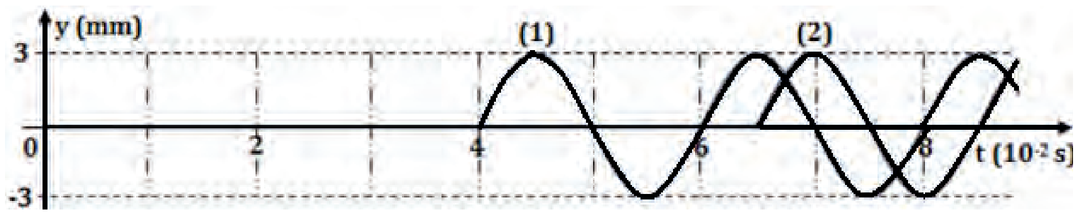
3- Quel sera l'aspect de la surface de l'eau en éclairage stroboscopique de fréquence N''_e =16Hz.preciser le sens et la célérité de la propagation apparente.

Exercice 9

Une corde élastique assez longue et de faible raideur est tendue horizontalement entre l'extrémité libre S d'une lame vibrante et un support fixe à travers une pelote de coton.

1) En imposant à S des vibrations sinusoïdales verticales de fréquence N et d'amplitude faible **a** , la corde parait floue sous forme d'une bandelette rectangulaire de largeur 2a. Interpréter ce fait observé.

2) A fin d'étudier le mouvement de deux points M1 et M2 de la corde, situés au repos respectivement aux abscisses x1=40 cm et x2 =65cm, on utilise la méthode d'analyse optique. On obtient les chronogrammes 1 et 2



a- Justifier l'allure des chronogrammes obtenus.
b- Déterminer graphiquement la période temporelle T des vibrations et la durée Δt mise par le front d'onde pour passer de M1 à M2.
c- En déduire la fréquence N des vibrations et la célérité v de l'onde.
3) Sachant que le mouvement de S débute à un instant pris comme origine des temps, à partir de sa position d'équilibre prise comme origine des élongations y.
a- Déterminer l'équation horaire de S.
b- Comment vibrent M1 et M2 par rapport à la source ?
c- Déterminer les élongations de S, M1 et M2 à l'instant t= 0,06s. En déduire le dessin de l'aspect de la corde à cet instant. a- Justifier l'allure des chronogrammes obtenus.
b- Déterminer graphiquement la période temporelle T des vibrations et la durée Δt mise par le front d'onde pour passer de M1 à M2.
c- En déduire la fréquence N des vibrations et la célérité v de l'onde.
3) Sachant que le mouvement de S débute à un instant pris comme origine des temps, à partir de sa position d'équilibre prise comme origine des élongations y.
a- Déterminer l'équation horaire de S.
b- Comment vibrent M1 et M2 par rapport à la source ?
c- Déterminer les élongations de S, M1 et M2 à l'instant t= 0,06s. En déduire le dessin de l'aspect de la corde à cet instant.

Exercice10

L'extrémité O d'une longue corde vibrante tendue horizontalement est animée d'un mouvement vibratoire, sinusoïdal, transversal d'équation horaire : $y_0 = 4.10^{-3}\sin 200\pi t$ (y_0 en m ; t en s) La célérité des ondes le long de la corde est $V=20m.s^{-1}$. On néglige l'amortissement et la réflexion des ondes a l'extrémité de la corde.
1 . a Déterminer la fréquence du mouvement de O.
b- Calculer la longueur d'onde λ
2-Écrire l'équation horaire du mouvement d'un point M de la corde d'abscisse OM=x. Application numérique : x=25cm.
3-Soit P un point de la corde tel que OP=55cm. Déterminer :
a- le nombre de points de la corde, entre O et P qui vibrent en opposition de phase avec le point O.
b- La position de ces points par rapport au point O
4-a Ecrire l'équation cartésienne de la courbe représentant l'aspect de la corde à l'instant $t=3.5.10^{-2}s$.
-b Représenter l'aspect de la corde à cet instant.

Exercice 11

Une lame vibrante est animée d'un mouvement sinusoïdal d'amplitude a et de fréquence N=10Hz. Elle est munie d'une pointe qui frappe verticalement la surface de l'eau en un point O.
Le mouvement de la lame débute à l'instant t=0 à partir de sa position d'équilibre .L'extrémité de la lame va dans le sens positif avec une vitesse verticale $Vo=0.628m.s^{-1}$
1-Décrire les phénomènes observés à la surface de l'eau.
2-La célérité de propagation des ondes à la surface de l'eau est V=0,40m/s.
a-Ecrire l'équation horaire du mouvement de O et celle d'un point M à la distance d=14cm de O
b-Comparer les mouvements vibratoires de M et O.

Exercice 12

Une lame vibrante est animée d'un mouvement sinusoïdal de fréquence N.

Elle est munie d'une pointe qui frappe verticalement la surface libre d'une nappe d'eau au repos en un point S.

La source commence à vibrer à l'instant t=0s.

On néglige l'amortissement et réflexion des ondes.

1. Définir une onde.
2. Décrire ce qu'on observe a la surface de l'eau, en lumière ordinaire.
3. L'analyse du mouvement d'un point M1 situé a la distance x1 de S donne le diagramme suivant

3.1 Déterminer :

- La fréquence N
- L'instant t1
- La distance x1x1 sachant que la célérité de propagation $V=0.25 m\cdot s^{-1}$.

3.2 Calculer la longueur d'onde λ.

3.3 Déterminer l'équation horaire du mouvement du point M1

3.4 Déduire l'équation horaire du mouvement de la source S.

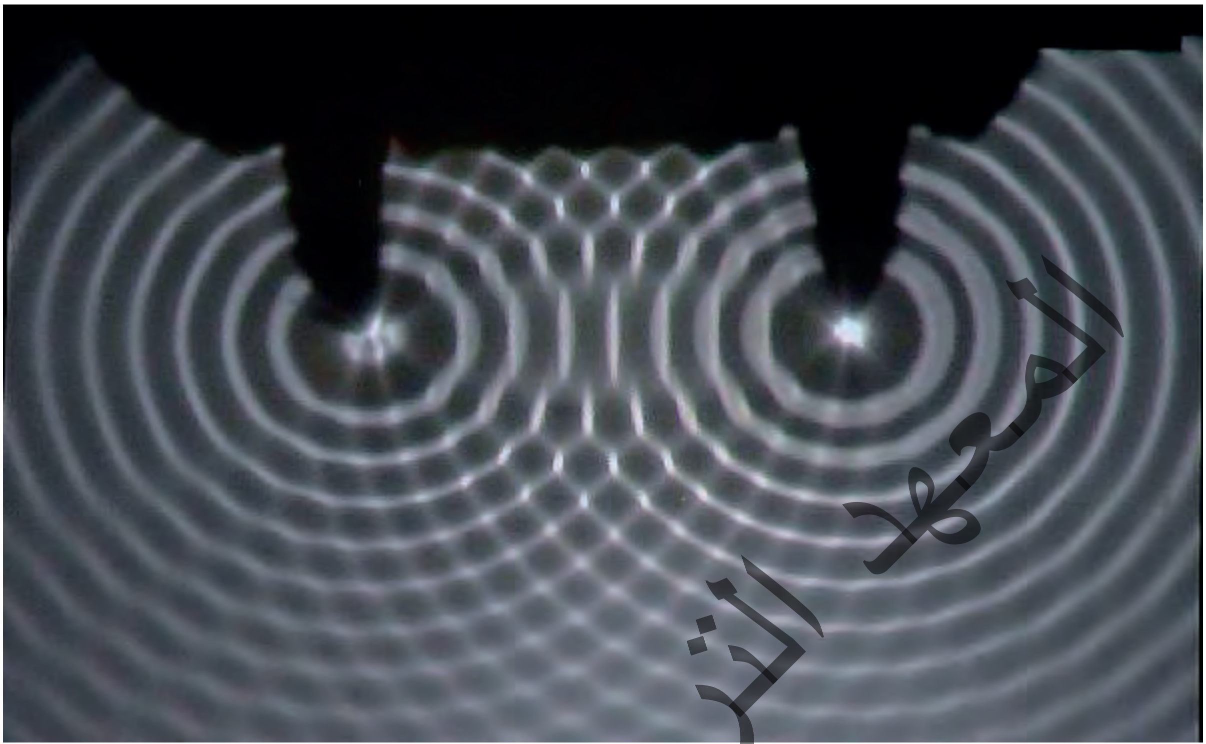
4. Établir l'équation horaire du mouvement d'un point MM de la surface de l'eau situé à la distance xx de S.
5. Tracer l'aspect d'une coupe de la surface de l'eau par un plan vertical passant par S a un instant $t2=9\cdot 10^{-2}s$
6. On éclaire la surface d'eau à l'aide d'un stroboscope de fréquence réglable .Ne.

$10Hz \leq Ne \leq 100Hz$

6.1 Qu'observe-t-on en immobilité apparente.

6.2 Déterminer les fréquences Ne pour lesquelles on observe l'immobilité apparente de la surface de l'eau.

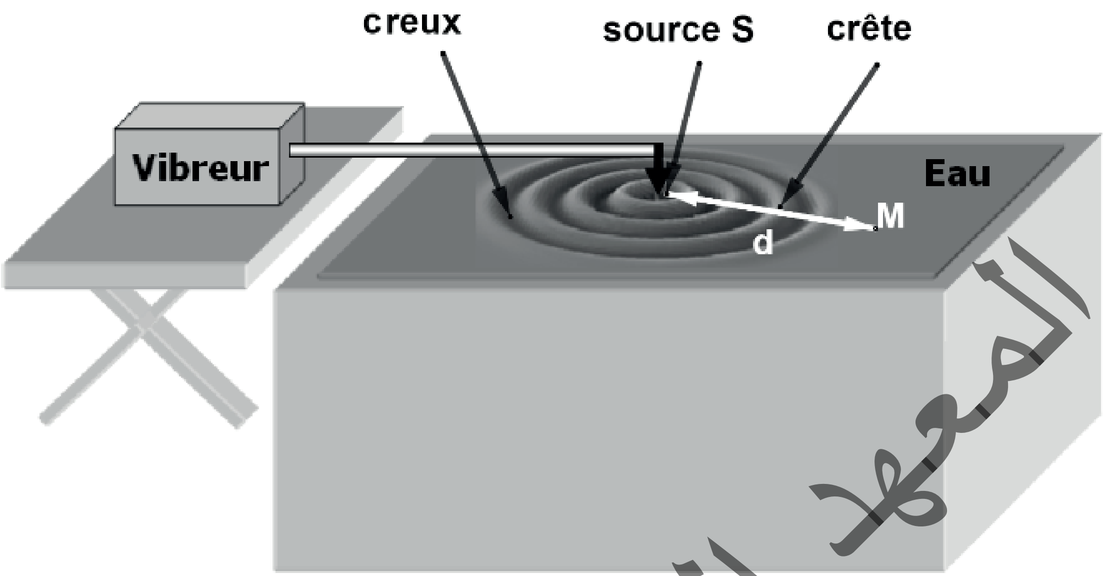
Chapitre XI: Interférence mécanique à la surface d'un liquide



OBJECTIFS

- Savoir établir l'équation de vibration d'un point du liquide :
  * recevant une seule onde
  * recevant deux ondes
- Savoir préciser les positions des points vibrant avec amplitude maximale et celles des points vibrant avec amplitude nulle
- Déterminer le nombre de points de même nature vibratoire entre les sources

I- Propagation d'une onde transversale à la surface de l'eau

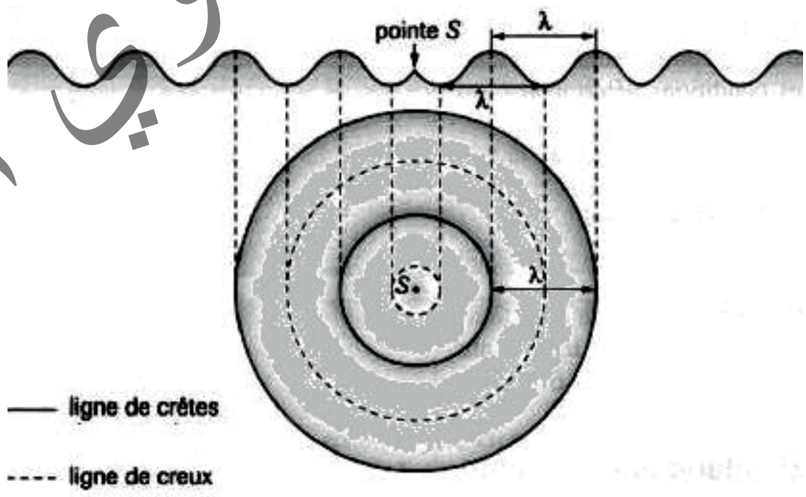


Une pointe liée à un vibreur, s'enfonçant périodiquement en un point **S** de la surface d'une cuve remplie d'eau, provoque des perturbations de direction verticale, ce qui génère des ondes circulaires qui se propagent horizontalement sur la surface de l'eau, il s'agit donc des ondes transversales.

Soit $y_S = a\cos(\omega t + \varphi_S)$ l'élongation de la source **S**, l'équation du mouvement d'un point **M** situé à la distance **d** de la source S est

$$y_M = a\cos\left(\omega t - \frac{2\pi . d}{\lambda} + \varphi_S\right).$$

La figure ci-contre représente une coupe longitudinale de la surface libre de l'eau montrant la propagation de l'onde circulaire à la surface de l'eau.



II- Interférence de deux ondes en un point M.

1- Expérience

1-1- Dispositif expérimental

Une fourche à deux pointes est fixée au vibreur.
Elle affleure la surface de l'eau d'une cuve de faible profondeur en deux points, S_1 et S_2

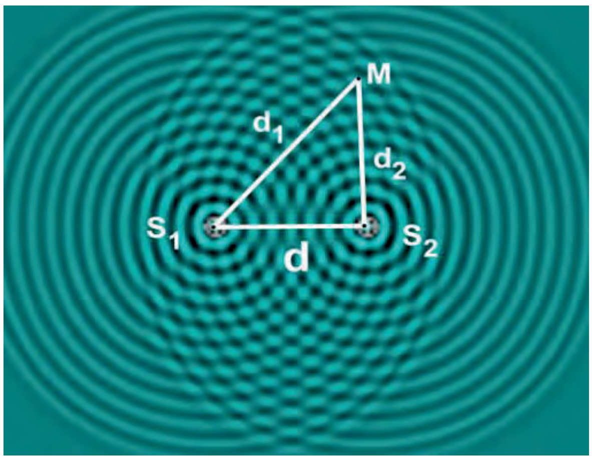
1-2- Observations

- En lumière stroboscope : le ralenti stroboscopique permet de voir les deux systèmes d'ondes circulaires progressives issues de S_1 et S_2 qui se superposent en certains points du milieu de propagation.
- En Lumière ordinaire : on observe un ensemble de lignes, ayant l'aspect d'hyperboles ; ce sont des franges d'interférence.

2- Etude théorique :

2-1- Equation du mouvement d'un point quelconque M de la surface de l'eau.

Les points S_1 et S_2 constituent deux sources de vibration cohérentes (en phase), d'élongations : $y_{S_1} = y_{S_2} = a\cos(\omega t + \varphi_S)$.



Ces vibrations se propagent sous forme d'ondes circulaire concentriques en S_1 et S_2.
La surface de l'eau, éclairée par un stroboscope de fréquence $N_e = \frac{N}{k}$; $k \in \mathbb{N}^*$, apparaît comme dans la figure ci-contre.
On se propose d'établir l'équation du mouvement d'un point **M** quelconque de la surface de l'eau, situé à une distance d_1 de S_1 et à une distance d_2 de S_2.
Le point **M** reçoit simultanément les ondes venant de S_1 et celle provenant de S_2, on dit que ces ondes se superposent ou interfèrent en ce point **M**.

Donc :

$$y_{M_1} = a\cos\left(\omega t - \frac{2\pi.d_1}{\lambda} + \varphi_S\right) = a\cos(\omega t + \varphi_1)$$, équation de l'onde provenant de **S_1.**

$$y_{M_2} = a\cos\left(\omega t - \frac{2\pi.d_2}{\lambda} + \varphi_S\right) = a\cos(\omega t + \varphi_2)$$, équation de l'onde provenant de **S_2.**

Ce qui donne l'élongation du point **M :**

$$y_M = y_{M_1} + y_{M_2} = a\cos\left(\omega t - \frac{2\pi.d_1}{\lambda} + \varphi_S\right) + a\cos\left(\omega t - \frac{2\pi.d_2}{\lambda} + \varphi_S\right).$$

Comme ; $cos(\alpha) + cos(\beta) = 2\left[cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) + cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\right]$,

il vient ; $y_M = 2a\cos\left(\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right).cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2) + \varphi_S\right)$.

On définit la différence de marches des ondes au point **M** par : $\delta = d_2 - d_1$:

3- Points particuliers de la zone d'interférence

3-1- Points vibrant avec une amplitude maximale (franges d'amplitude maximale)

Un point **M** vibre avec une amplitude maximale lorsqu'il reçoit deux ondes en phase.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = 2k\pi \Rightarrow d_2 - d_1 = k\lambda \quad avec \quad k \in \mathbb{Z}.$$

k : est appelé ordre de la frange d'interférence

Si $k = 0 \rightarrow d_2 - d_1 = 0 \Rightarrow d_2 = d_1$; l'ensemble de ces points constitue la médiatrice du $[S_1;S_2]$

Si $k \neq 0$, la relation $d_2 - d_1 = k\lambda$ définit une famille d'hyperboles de foyers **S_1** et **S_2**, appelées franges d'amplitude maximale.

3-2- Points vibrant avec une amplitude nulle (points immobiles)

Un point **M** vibre avec une amplitude nulle lorsqu'il reçoit deux ondes en opposition de phase. $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = (2k+1)\pi \Rightarrow d_2 - d_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad avec \quad k \in \mathbb{Z}$.

k : est l'ordre de la frange d'amplitude nulle, cette relation définit aussi une autre famille d'hyperboles de foyers **S_1** et **S_2** appelées franges d'amplitude nulle.

Les franges d'amplitude maximale et celles d'amplitude nulle s'alternent.

Remarque

Entre les sources **S_1** et **S_2**, le nombre d'hyperboles est limité. En effet, pour tout point de la surface de l'eau ; $|d_2 - d_1| \leq d$, donc $-d \leq d_2 - d_1 \leq d$. Avec **d** est la distance entre les deux source **d = S_1S_2**

Essentiel

- Si on provoque, en un point S de la surface d'une cuve remplie d'eau, des vibrations d'élongation $y_S = a\cos(\omega t + \varphi_S)$, l'équation du mouvement d'un point M situé à la distance d de la source S est $y_M = a\cos\left(\omega t - \frac{2\pi . d}{\lambda} + \varphi_S\right)$.
- A la surface d'une eau, on provoque, aux point S_1 et S_2, des vibrations cohérentes (en phase), d'élongations : $y_{S_1} = y_{S_2} = a\cos(\omega t + \varphi_S)$.

un point M quelconque de la surface de l'eau,
Un point M, situé à une distance d_1 de S_1 et à une distance d_2 de S_2, reçoit simultanément les ondes venant de S_1 et celles provenant de S_2,

- Equation de l'onde provenant de S_1. $y_{M_1} = a\cos\left(\omega t - \frac{2\pi . d_1}{\lambda} + \varphi_S\right) = a\cos(\omega t + \varphi_1)$
- Equation de l'onde provenant de S_2. $y_{M_2} = a\cos\left(\omega t - \frac{2\pi . d_2}{\lambda} + \varphi_S\right) = a\cos(\omega t + \varphi_2)$
- Elongation du point M : $y_M = 2a\cos\left(\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right).\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2) + \varphi_S\right)$

- Si $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = 2k\pi \Rightarrow d_2 - d_1 = k\lambda$ *avec* $k \in \mathbb{Z}$. Le point M vibre avec une amplitude maximale
- Si $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = (2k+1)\pi \Rightarrow d_2 - d_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ *avec* $k \in \mathbb{Z}$. Le point M vibre avec une amplitude nulle

Exercice résolu

On fixe l'une des extrémités d'une corde à une lame vibrant sinusoïdalement à une fréquence N=100Hz. L'autre extrémité de la corde est liée à un dispositif d'amortissement qui absorbe l'énergie et empêche la réflexion des ondes.

1 Un point M de la corde situé à 2m de l'extrémité de la lame reçoit l'onde progressive 0,1s après le début du mouvement de la lame. Déduire la célérité de l'onde produite.

2 A l'instant t=0s la lame part de sa position d'équilibre dans le sens positif. Sachant que l'amplitude des vibrations est a=5mm déterminer l'équation horaire de la source S.

3 Déterminer l'équation horaire du mouvement d'un point M situé à une distance x de la source S.

4 Représenter la forme de la corde à l'instant t=0,025s.

5 On retire la corde et on fixe à l'extrémité de la lame une fourche munie de deux pointes qui trempent légèrement en S_1 et S_2. à la surface de l'eau d'une large cuve de faible profondeur.

La célérité de propagation des ondes à la surface de l'eau est C = 2 m/s.

5.1Déterminer l'équation horaire du mouvement d'un point M de la surface de l'eau situé à d_1=10cm de S_1 et à d_2=20cm de S_2

5.2 La distance entre S1 et S2 étant d=8cm déterminer le nombre de franges d'amplitude maximale entre S_1 et S_2.

Solution

1- $C = \frac{x}{\theta} = 20 m/s$

2-

$$y_s = aCos(\omega t + \varphi)$$

$$V = -a\omega Sin(\omega t + \varphi)$$

$$\text{à } t = 0 \quad \begin{cases} V_0 = -a\omega Sin\varphi > 0 \\ y = aCos\varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

$$y_s = 5.10^{-3} Cos(200\pi t - \frac{\pi}{2})$$

3-

$$y_M = y_s(t - \theta')$$

$$y_M = 5.10^{-3} Cos(200\pi.t - \frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{\pi}{2})$$

4-

$$\lambda = \frac{V}{N} = \frac{20}{100} = 0,2m$$

$$y_M = aCos(200\pi.0,025 - \frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{\pi}{2})$$

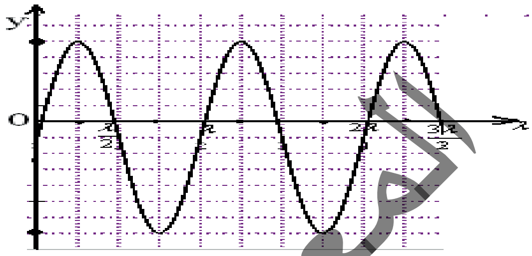
$$= aCos(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi x}{\lambda})$$

X	0	λ/4	λ/2	3 λ/4	λ
Y	0	A	0	-a	0

La distance parcourue par l'onde :

X =Vt =20.0,02=0,5m

x/ λ =0,5/0,2 =5/2 , x=2,5 λ



5- $y_M = y_1 + y_2$

5-1

$$y_1 = aCos(200\pi t - \frac{2\pi d_1}{\lambda} - \frac{\pi}{2})$$

$$y_2 = aCos(200\pi t - \frac{2\pi d_2}{\lambda} - \frac{\pi}{2})$$

$$y_M = a\left[Cos(200\pi t - \frac{2\pi d_2}{\lambda} - \frac{\pi}{2}) + Cos(200\pi t - \frac{2\pi d_1}{\lambda} - \frac{\pi}{2})\right]$$

$$CosP + Cosq = 2Cos\frac{p+q}{2}.Cos\frac{p-q}{2}$$

5-2

$$y_M = 2aCos\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)Cos\left[wt - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2) - \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\lambda = CT = \frac{C}{N} = 0,02m$$

$$A.N : y_M = -10^{-2}Cos(200\pi t - \frac{3\pi}{2})$$

$$\delta = K\lambda$$

Alors : $-S_1S_2 \le \delta \le S_1S_2 \Rightarrow -S_1S_2 \le K\lambda \le S_1S_2$.

Ce qui implique : $-\frac{S_1S_2}{\lambda} \le K \le \frac{S_1S_2}{\lambda}$. Alors ; $-\frac{d}{\lambda} \le K \le \frac{d}{\lambda}$.

Donc : $-\frac{8}{2} \le K \le \frac{8}{2} \Rightarrow -4 \le K \le 4 \Rightarrow K \in \left[-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4\right]$

Il y a 9 franges d'amplitude maximale sur S_1S_2

Exercices

Exercice 1
L’extrémité d’une corde élastique est animée d’un mouvement vibratoire sinusoïdal transversal de fréquence 65Hz. Le premier point de la corde à partir de la source O qui vibre en opposition de phase avec O est à l’abscisse OM = 30cm.
1-Calculer la célérité des ondes le long de la corde .
2-Chercher les abscisses des points qui vibrent en phase avec M

Exercice 2
Une source S est animée d’un mouvement vibratoire de fréquence N = 50Hz . Les vibrations se propagent le long d’une corde avec une célérité C =10m/s.
1-Quelle est la longueur d’onde ?
2-Comparer le mouvement d’un point M situé à 20cm de S à celui de S.

Exercice 3
On crée à la surface de l’eau d’une cuve des ondes circulaires de longueur d’onde λ=1cm.
On éclaire la surface de l’eau avec un stroboscope.
1-La plus grande fréquence des éclairs pour laquelle la surface de l’eau parait immobile est N_e=15Hz.
a- Quelle est la fréquence du vibreur ?
b- Calculer la célérité des ondes à la surface de l’eau .
2- Quel sera l’aspect de la surface de l’eau en éclairage stroboscopique de fréquence N'_e = 30Hz.
3-Quel sera l’aspect de la surface de l’eau en éclairage stroboscopique de fréquence N''_e =16Hz.preciser le sens et la célérité de la propagation apparente.

Exercice 4
Un vibreur de fréquence 20 Hz est solidaire d'une fourche portant 2 pointes qui frappent la surface de l'eau en 2 points S_1 et S_2. Les vibrations sont sinusoïdales et transversales d'amplitude 4mm ; la distance S_1S_2 vaut d = 5cm. La célérité des ondes à la surface de l'eau vaut 0,36 m/s. Soit un point M à la surface de l'eau :
1-Déterminer l'état vibratoire des points :
- M_1 : d_1=10 cm ; d_2=11,8cm
  M_2 : d_1=14,7cm ; d_2=16,5cm
- M_3 : d_1 = 8,1 cm ; d_2=5,4cm

2-Deux de ces points précédents appartiennent à une même frange d'interférence d'amplitude maximale. Lesquels?
3 - Quelle est la position du point d'intersection M_4 de cette frange avec le segment S_1S_2?
4 -Déterminer le nombre de franges d'amplitude maximale et le nombre de celles d'amplitude nulle que l' on observe à la surface.

Exercice 5
On fixe l'une des extrémités d'une corde à une lame vibrant sinusoïdalement à une fréquence N=100Hz. L'autre extrémité de la corde est liée à un dispositif d'amortissement qui absorbe l'énergie et empêche la réflexion des ondes.
1 Un point M de la corde situé à 2m de l'extrémité de la lame reçoit l'onde progressive 0,1s après le début du mouvement de la lame. Déduire la célérité de l'onde produite.

2 A l'instant t=0s la lame part de sa position d'équilibre dans le sens positif. Sachant que l'amplitude des vibrations est a=5mm déterminer l'équation horaire de la source S.
3 Déterminer l'équation horaire du mouvement d'un point M situé à une distance x de la source S.
4 Représenter la forme de la corde à l'instant t=0,025s.
5 On retire la corde et on fixe à l'extrémité de la lame une fourche munie de deux pointes qui trempent légèrement en 1 2. S et S à la surface de l'eau d'une large cuve de faible profondeur. La célérité de propagation des ondes à la surface de l'eau est C = 2 m/s.
5.1Déterminer l'équation horaire du mouvement d'un point M de la surface de l'eau situé à 1 1 2 2 d =10cm de S et à d =20cm de S
5.2 La distance entre S1 et S2 étant d=8cm déterminer le nombre de franges d'amplitude maximale entre .S1 et S2

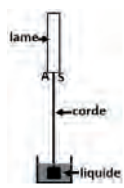
Exercice 6

On relie l'extrémité O d'une lame vibrante à une corde tendue de longueur OO'=2m. La lame vibrante subit des oscillations sinusoïdales verticales de fréquence N=100Hz et d'amplitude a=3mm. Ces vibrations se propagent le long de la corde sans amortissement ni réflexion avec une célérité c = 20m/s.
1 Calculer la longueur de l'onde λ.
2 Décrire le phénomène observé au moment où la corde est éclairée par un stroboscope dont les fréquences prennent les valeurs: Ne = 200 Hz ; Ne = 25 Hz ; Ne = 50 Hz et Ne = 102 Hz.
3 En considérant l'origine des temps l'instant où O passe par sa position d'équilibre dans le sens positif ; écrire l'équation horaire y_O du mouvement de la source O et donner l'élongation y_M d'un point M situé à la distance x de la source O.
4 Déterminer l'expression des abscisses des points qui vibrent en phase avec la source O, préciser leur nombre et la valeur de l'abscisse du point le plus proche de O.
5 Mêmes questions pour les points qui vibrent en opposition de phase avec O.
6 Représenter l'aspect de la corde à l'instant t = 0,03s.

Exercice 7

1 L'extrémité O d'une lame vibrante décrit un mouvement rectiligne sinusoïdal vertical de fréquence N=50Hz et d'amplitude a=0,5cm.
1.1 Donner son équation horaire sachant que l'on prend t=0 quand la lame passe par la position d'élongation maximale positive.
1.2 On éclaire la lame à l'aide d'éclairs très brefs, jaillissant à intervalles de temps égaux. Calculer les fréquences des éclairs pour lesquelles la lame parait unique et immobile, sachant que les fréquences des éclaires Ne sont telles que : 10Hz < Ne ≤ 50Hz.
2 La lame vibrante est maintenant reliée à un fil où les vibrations se propagent à la célérité C=5m/s. On suppose qu'il n'y a pas de réflexion ni amortissement des ondes.
2.1 Calculer la longueur d'onde λ.
2.2 Etablir l'équation de la vibration d'un point M de la corde situé à la distance 22,5cm du point O.
2.3 Quelle est l'état vibratoire du point M par rapport au point O ?
2.4 Représenter l'aspect du fil pour t=0,05s.

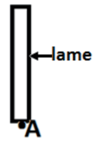
Exercice 8



Une lame d'acier est au repos en position verticale. Ses vibrations sont entretenues par un électroaimant alimenté en courant alternatif sinusoïdal de pulsation $\omega = 200\pi rd / s$ Son extrémité libre A décrit pratiquement un segment de droite horizontal de longueur 2a = 4cm.

1 Déterminer l'équation horaire du mouvement de A, sachant qu'à t=0, A passe par sa position maximale (yA=a).

2 Une corde élastique simple et fine est placée verticalement et son extrémité S est reliée en A à la lame. L'extrémité inférieure de la corde supporte une masse que l'on plonge dans un liquide. (Voir fig).2.1 Quel est le rôle du liquide?



2.2 La corde éclairée par un stroboscope de même fréquence que la lame N= 100Hz a l'aspect d'une sinusoïde de période spatiale λ=10cm.En déduire la célérité des ondes qui se propagent le long de la corde.

3 On considère le point M de la corde situé à 12,5cm de la source S.

3.1 Calculer le temps mis par l'onde pour atteindre le point M.

3.2 Déterminer l'équation du mouvement du point M.

3.3 Représenter dans le même repère les diagrammes de temps respectifs des points S et M En déduire comment ils vibrent l'un par rapport à l'autre

Exercice 9

Un vibreur impose à une corde de 30 cm de long, une perturbation sinusoïdale de période T=0,01s. La célérité V des ondes mécaniques le long de la corde est de 10 m/s et l'amplitude maximale y_0 de la perturbation est de 1 cm.

1-Donner l'équation horaire de l'extrémité du vibreur en fonction du temps, sachant qu'à l'instant initial t=0, l'amplitude du vibreur est maximale.

2-Un point M situé à une distance x=SM du vibreur est atteint par l'onde après un retard t. Exprimer t en fonction de x et V.

3-Etablir l'équation horaire y_M en fonction du temps t, de la période T, du retard t et de l'amplitude maximale y_0.

4-Tracer l'allure de la corde à l'instant t_1=0,03 s et t_2=0,035 s.

5-Tracer l'allure de la corde pour x=15cm. Comparer cette courbe à celle correspondant à l'extrémité du vibreur. Un point M est-il en phase ou en opposition de phase avec l'extrémité du vibreur ? Ce résultat était-il prévisible ?

Exercice 10

Une lame vibrante effectue des oscillations de fréquence N. son extrémité S se déplace suivant un axe vertical en mouvement rectiligne sinusoïdal sur un segment de droite de longueur 2a = 4cm.

1- On éclaire la lame à l'aide d'un stroboscope dont les éclairs ont une fréquence Ne. Donner la relation liant N et Ne pour que la lampe apparaît unique et immobile dans une position autre que celle de l'équilibre.

Si la plus grande valeur des fréquences des éclairs pour laquelle la lame paraît unique et immobile est Ne = 25 Hz. Trouver N. (On considère dans cette question que la lame apparaît unique et immobile dans une position autre que celle de l'équilibre).

2- L'extrémité S de la lame est reliée a une longue corde tendue. Ecrire l'équation horaire du mouvement de S en considérant l'origine des temps l'instant où S passe par la position d'équilibre dans le sens négatif.

3- Les vibrations se propagent le long de la corde avec une célérité C = 3 0c m/s.

3-1 Ecrire l'équation horaire du point M situé à la distance x_1 = 1,5 cm et comparer son mouvement avec celui de S.

3-2 Représenter l'aspect général de la corde aux instants : t_1 = 0,04s et t_2 = 0,06s

4 - On éclaire la corde à l'aide du stroboscope. Décrire le phénomène observé dans le cas où : Ne = 25 Hz et Ne = 26 Hz.

Exercice 11

Une corde sans raideur parfaitement élastique est attachée par son extrémité A à un diapason D animé d'un mouvement sinusoïdal transversal de fréquence N=100HZ et d'amplitude a = 1mm. La corde est tendue à l'aide d'un poids immergé dans l'eau pour éviter tout phénomène de réflexion.

La célérité des ondes est V = 20m/s.

1-. L'origine des abscisses étant l'extrémité A de la corde, l'origine des temps étant prise quand A passe par sa position d'équilibre avec une vitesse positive. Donner l'expression de l'élongation y d'un point M de la corde d'abscisse x à l'instant t en fonction de a, N, t, x et de la longueur d'onde λ .

Calculer les élongations y_1 et y_2 du point M d'abscisse x = 15cm respectivement aux instants : t_1 = 0,01s et t_2 = 0,05s.

2-. On éclaire la corde en lumière stroboscopique :

2.1- Quelles sont les valeurs de la fréquence Ne des éclairs si l'on veut observer une corde apparemment immobile ? On précise que Ne>20Hz.

2.2- Décrire ce que l'on observe lorsque Ne = 99hz. On donnera le sens apparent ainsi que la valeur de sa vitesse V_a.

3-. On remplace la corde précédente par une fourche. Les deux points O_1 et O_2 de la fourche sont distantes de d = 12cm trempent légèrement à la surface de l'eau.

Etablir l'équation du mouvement d'un point M situé à d_1 de O_1 et de d_2 de O_2 si on considère que : $y_{o1} = y_{o2} = a\cos\omega t$.

Déterminer le nombre de points immobiles sachant que la célérité de propagation des ondes dans l'eau est V = 10m/s

Exercice 12

On produit des ondes progressives circulaires à la surface de l'eau en utilisant une cuve à ondes. La célérité c de l'onde est mesurée et vaut c = 40 $m.s^{-1}$. Le point source S de la surface du liquide contenu dans la cuve à ondes est animé d'un mouvement vertical sinusoïdal de fréquence f = 20 Hz et d'amplitude a supposée constante a = 2 mm (on néglige l'amortissement dû aux forces de frottement).

1.1) L'élongation de S s'écrit : $y_S(t) = a \sin(\omega t + \phi)$. On suppose qu'à l'instant t = 0, ys = 0 et que S se déplace vers le haut, sens choisi comme sens positif des élongations. Déterminer la valeur de ϕ et écrire l'expression numérique de ys (t).

1.2) Calculer la longueur d'onde λ de l'onde progressive.

1.3) On considère un point M de la surface de l'eau situé à d = 12 cm du point S. Le point M vibre-t-il en phase ou en opposition de phase avec le point source S ? Justifier.

2) On réalise maintenant des interférences à la surface de l'eau. Deux points sources synchrones, notés S1 et S2, vibrant en phase et ayant même amplitude a, émettent chacun une onde progressive. On s'intéresse à la zone où les deux ondes interfèrent. En un point P de la région où se superposent les ondes issues des 2 sources, $\delta = S_2P - S_1P$ représente la différence de marche entre les deux ondes qui arrivent en P.

2.1) Donner l'état vibratoire d'un point noté P_1 de la surface de l'eau tel que: $S_1P_1 = 8$ cm et $S_2P_1 = 17$ cm en justifiant la réponse.

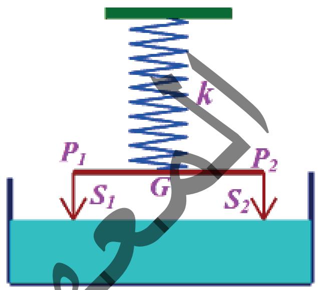
2.2) On considère le segment S_1S_2 :

Déterminer l'amplitude A du mouvement du point O milieu de ce segment.

2.3) Combien y a-t-il de points d'amplitude maximale sur le segment S1S2 sachant que, sur le segment S1S2, deux points consécutifs d'amplitude maximale sont distants de $\lambda/2$?

Exercice 13

À l'extrémité d'un ressort de raideur k= 25 N/m et de masse négligeable est suspendue par son centre de gravite une barre P_1P_2 de masse m= 50g supportant deux pointes qui affleurent la surface d'un liquide en S_1 et S_2. On donne $S_1S_2=l=60cm$. On écarte la barre de sa position d'équilibre stable d'une longueur '' a '' suivant la verticale et à cet instant pris comme origine des temps, on l'abandonne sans vitesse initiale.



1. Montrer que ce pendule élastique oscille avec une fréquence N dont-on déterminera.

2. Donner l'expression des élongations y_{S1} et y_{S2} des points S_1 et S_2.

3. Décrire l'aspect de la surface de l'eau entre S_1 et S_2.

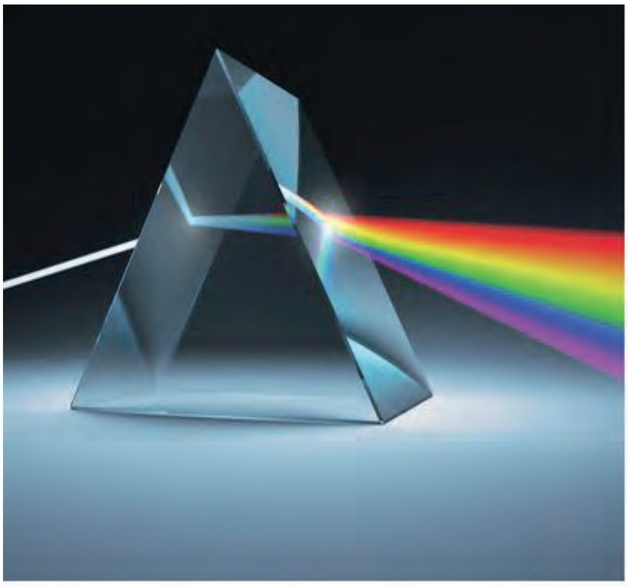
4. Donner l'expression de l'élongation d'un point M situé entre S_1 et S_2 à la distance x_1 de S_1 et x_2 de S_2.

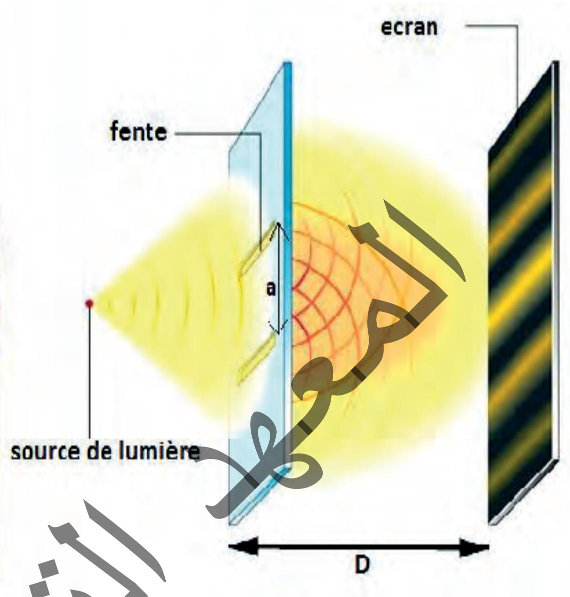
5. On mesure la distance x_2-x_1=58 cm d'un point M situé sur la frange d'amplitude maximale et la distance x'_2-x'_1=49 cm d'un point M' situé sur une frange d'amplitude maximale voisine de M.

5.1 En déduire la longueur d'onde et la célérité de la propagation qui se propage à la surface de cette eau

5.2 Déterminer le nombre et les positions des points d'amplitude maximale sur le segment $[S_1S_2]$

Chapitre XII: Interférences lumineuse «milieu tri-dimensionnel»





OBJECTIFS

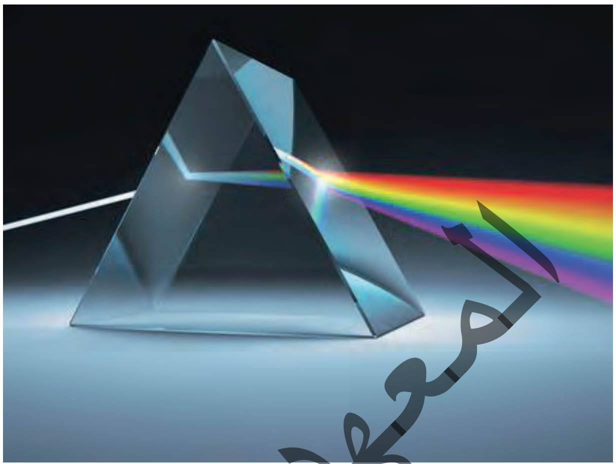
- Décrire les interférences lumineuses par les deux fentes de Young éclairées par une lumière monochromatique
- Savoir établir la différence de marche
- Savoir préciser les positions des franges brillante et celles des franges sombres
- Comprendre les interférences lumineuses par une lumière polychromatique

I- Généralités sur la lumière

1- Décomposition de la lumière blanche

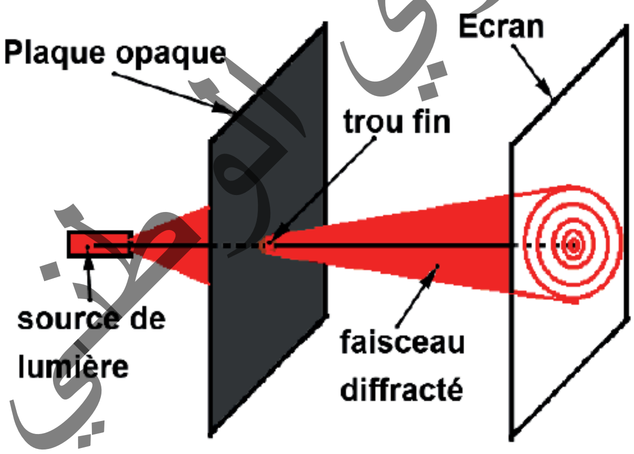
En traversant un prisme, la lumière blanche se décompose en six couleurs principales allant du violet (le plus réfracté) au rouge (le moins réfracté), ce que l'on nomme « décomposition de la lumière blanche ».

Conclusion : La lumière blanche est composée d'un ensemble de lumières appelées radiations monochromatiques. La lumière blanche est polychromatique.



2- Diffraction de la lumière

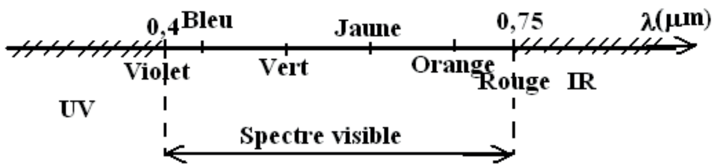
Si on éclaire une plaque opaque, percée d'un trou fin F, par un faisceau de lumière, une partie de ce faisceau arrive sur un écran E placé à une distance D du plan de la plaque.
On peut observer sur l'écran, une tache brillante entouré par des zones circulaires obscures et brillantes alternatives. (Comme les rides formées par une source ponctuelle à la surface d'un liquide) .



3- Nature de la lumière

La lumière est composée des petits corpuscules énergétiques sans masse, portant une énergie et se propageant d'une manière ondulatoire, appelés « photons ».
Chaque radiation est caractérisée, par sa longueur d'onde λ , dans le vide.

Dans le même milieu homogène, toutes les radiations se propagent à la même vitesse.



Selon la valeur de la longueur d'onde, les radiations se divisent en :

- radiations ultraviolettes $\lambda < 0,4\mu m$
- radiations visible $0,4\mu m \leq \lambda \leq 0,8\mu m$
- radiations infrarouges $\lambda > 0,8\mu m$

4- Célérité de la lumière

La célérité de la lumière, dans le vide est indépendante de sa couleur.
Elle vaut, dans le vide, **C = 3.10⁸m/s**.

Pour tout autre milieu transparent d'indice de réfraction **n**, la vitesse de la lumière est $V = \frac{C}{n}$.

5- Fréquence d'une radiation

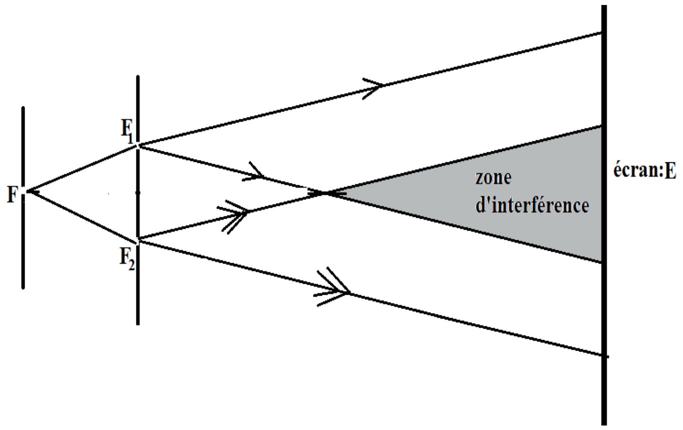
La fréquence ν d'une radiation est : $\nu = \frac{1}{T} = \frac{C}{\lambda}$.

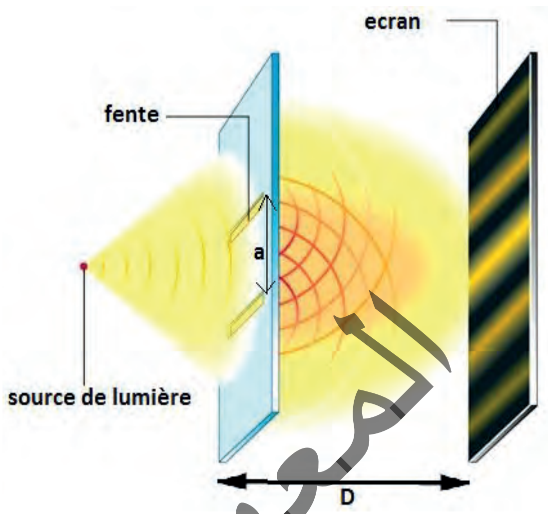
6- Energie lumineuse d'une radiation

Un photon d'une radiation de longueur d'onde λ de fréquence ν porte une énergie $E = h.\nu = \frac{h.C}{\lambda}$ tel que **h** est une constante appelée constante de Planck $h = 6,62.10^{-34}\,(S.I)$

II- Interférences lumineuses par les fentes de Young

1- Dispositif expérimental





Le dispositif de Young comporte une fente principale **F** percée dans une plaque opaque pouvant être éclairée par une lumière monochromatique.

Le faisceau diffracté issu de **F** peut éclairer deux fentes secondaires F_1 et F_2 **percées dans une deuxième plaque opaque**, situées à égale distance de **F**.

Un écran **E** est placé à une distance **D**, du plan des deux fentes F_1 et F_2.

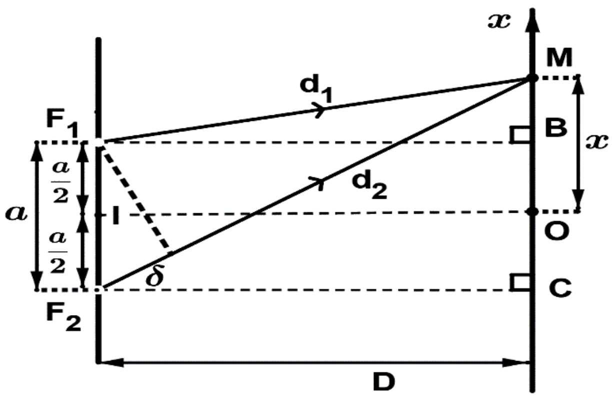
Dans la partie commune aux deux faisceaux diffractés issus de F_1 et F_2, on peut observer, sur l'écran des raies alternativement brillantes et obscures, appelées franges d'interférence.

Cette partie commune est d'ailleurs appelée zone ou champ d'interférence

Remarque :

L'expérience historique de Young, peut être répétée facilement chez soi de la façon suivante :
Dans un bristol, on perce très proprement un trou **F** à l'aide d'une épingle et dans un autre bristol, deux trous analogues F_1 et F_2 très rapproches (1mm environ).
Le trou **F** est placé devant une source lumineuse intense et les trous F_1 et F_2 contre l'œil.
A travers ces derniers, on regarde **F**. On voit alors le trou **F** barré de franges d'interférences.

2- La différence de marche



Soit **M** un point de la zone d'interférence situé à la distance d_1 de F_1 et d_2 de F_2

$d_1 = F_1M$ **:** le chemin optique suivi par la lumière issue de la fente F_1 au point **M**.

$d_2 = F_2M$ **:** le chemin optique suivi par la lumière issue de la fente F_2 au point **M**

$\delta = d_2 - d_1$: la différence de marche des rayons issus de F_1 et F_2 au point **M**

D : la distance séparant l'écran du plan de deux fentes **F_1** et **F_2**

I : milieu de $[F_1 ; F_2]$

O : projection orthogonale de **I** sur l'écran **E**

B : projection orthogonale de **F_1** sur l'écran **E**

C : projection orthogonale de **F_2** sur l'écran **E**

$OI = F_1B = F_2C = D$; l'écran est muni d'un axe **(Ox)** dirigé vers le haut.

OM = x ; O : centre de la zone d'interférence

Dans le triangle **F_2CM** rectangle en **C ;** $(F_2M)^2 = (F_2C)^2 + (CM)^2 \Rightarrow d_2^2 = D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2$

Dans le triangle **F_1BM** rectangle en **B ;** $(F_1M)^2 = (F_1B)^2 + (BM)^2 \Rightarrow d_1^2 = D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2$

Donc $d_2^2 - d_1^2 = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2$.

Ce qui donne $(d_2 - d_1)(d_2 + d_1) = 2a.x$. Dans l'expérience de Young, **x** et ***a*** sont de l'ordre de millimètre alors que **D** est de l'ordre de mètre. Donc : **x << D et a << D**

Ce qui implique ; $d_2 + d_1 \approx 2D \Rightarrow d_2 - d_1 = \delta = \frac{ax}{D}$

3- Positions des franges brillantes (franges claires) sur l'écran

Un point **M** appartient à une frange brillante lorsque : $\delta = d_2 - d_1 = k\lambda \Rightarrow \frac{ax}{D} = k\lambda$.

Donc $x = k\frac{\lambda.D}{a}$. **k** : ordre de la frange brillante avec $k \in \mathbb{Z}$

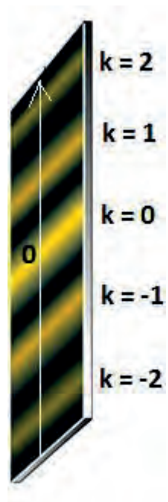
k = 0 $\Rightarrow$ x_0 = 0 : c'est la frange brillante centrale **(d'ordre 0)**

k = 1 $\Rightarrow$ $x_1 = \frac{\lambda D}{a}$: c'est la frange brillante d'ordre **1**

k = -1 $\Rightarrow$ $x_1 = -\frac{\lambda D}{a}$: c'est la frange brillante d'ordre **1** dans le sens négatif de l'axe

k = 2 $\Rightarrow$ $x_2 = \frac{2\lambda D}{a} = 2x_1$: c'est la frange brillante d'ordre **2**

4- Positions des franges sombres (franges obscures) sur l'écran



Un point **M** appartient à une frange sombre lorsque :

$\delta = d_2 - d_1 = (2k'+1)\frac{\lambda}{2}$.

Donc, $\frac{ax'}{D} = (2k'+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow x' = (2k'+1)\frac{\lambda.D}{2a}$.

K' : ordre de la frange sombre avec $k \in \mathbb{Z}$

k'=0 on a la 1ère frange obscure, sa position sur l'écran est donnée par $x'_0 = \frac{\lambda D}{2a} = \frac{1}{2}x_1$

Elle est donc intercalée entre les franges brillantes d'ordre **0** et **1**

$k'=1 \Rightarrow x'_1=\frac{3\lambda D}{2a}=\frac{\lambda D}{a}+\frac{\lambda D}{2a}=x_1+\frac{1}{2}x_1$

Cette frange obscure d'ordre **1** est donc aussi intercalée entre les franges brillantes d'ordre **1** et **2.**

Remarque

Le système d'interférences lumineuses par les fentes de Young apparait sous forme des franges brillantes et des franges sombres qui s'alternent.

5- L'interfrange i

L'interfrange **i** est la distance entre les centres de deux franges consécutives de même nature. Prenons deux franges brillantes consécutives d'ordre **k** et **k+1**

$i=x_{k+1}-x_k=\frac{(k+1)\lambda D}{a}-\frac{k\lambda D}{a}$. D'où $i=\frac{\lambda.D}{a}$. **i, D, a** et δ ***et*** λ s'expriment en **m** .

6- Ordre d'interférence :

Les positions des franges brillantes sont données par : $x=\frac{k\lambda D}{a}=k.i$.

Les positions des franges sombres est donnée par : $x=\frac{(2k+1)\lambda D}{2a}=(k+\frac{1}{2})i$

Le rapport $p=\frac{\delta}{\lambda}=\frac{ax}{D\lambda}=\frac{x}{i}$ est appelé ordre d'interférence

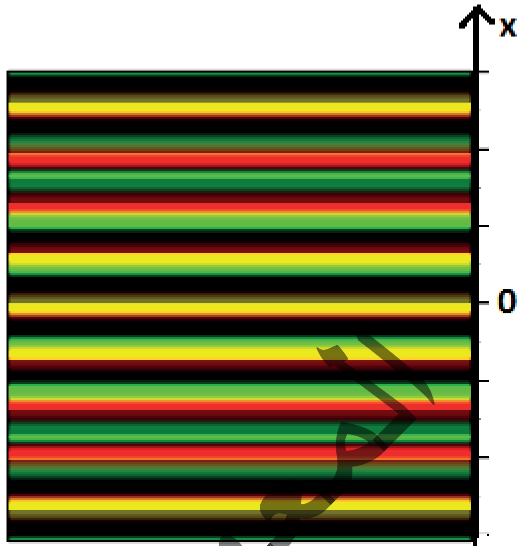
Les franges brillantes ont un ordre d'interférence entier $p=\frac{x}{i}=k$.

Les franges sombres ont un ordre d'interférence demi- entier $p=\frac{x}{i}=k+\frac{1}{2}$

La valeur de **p** nous renseigne sur le numéro de la frange considérée comptée à partir de la frange centrale pour laquelle : **p = 0 (x = 0 $\Rightarrow$ p = 0)**.

7- Interférences lumineuses par deux radiations monochromatiques

La lumière éclairant la fente F est composée deux radiations de longueurs d'onde λ_1 et λ_2.



interférences par une radiation rouge et une radiation verte dont la superposision donne une couleur jaune

7-1- Observation sur l'écran

On observe, sur l'écran, dans la zone d'interférence, deux systèmes d'interférences relatifs aux deux radiations. La frange centrale est brillante de couleur correspondant à la superposition de deux radiations. Les franges de deux systèmes sont décalées les uns par rapport aux autres autour de la frange centrale, à une certaine distance de la frange centrale on peut observer une coïncidence totale entre les franges de même nature de deux radiations

7-2- Coïncidence des franges brillantes

Les positions des franges brillantes sont tel que :

Pour $\lambda_1 \rightarrow x_1 = k_1 \frac{\lambda_1 . D}{a}$ et pour $\lambda_2 \rightarrow x_2 = k_2 \frac{\lambda_2 . D}{a}$.

La coïncidence s'observe si $x_1 = x_2$, donc $k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2 \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$.

La première coïncidence correspond aux valeurs minimales possibles de **K_1** et **K_2**.

7-3- Coïncidence des franges sombres

Les franges sombres sont telles que :

Pour $\lambda_1 \rightarrow x_1 = (2k_1 + 1)\frac{\lambda_1 . D}{2a}$ et pour $\lambda_2 \rightarrow x_2 = (2k_2 + 1)\frac{\lambda_2 . D}{2a}$. La superposition s'observe si,

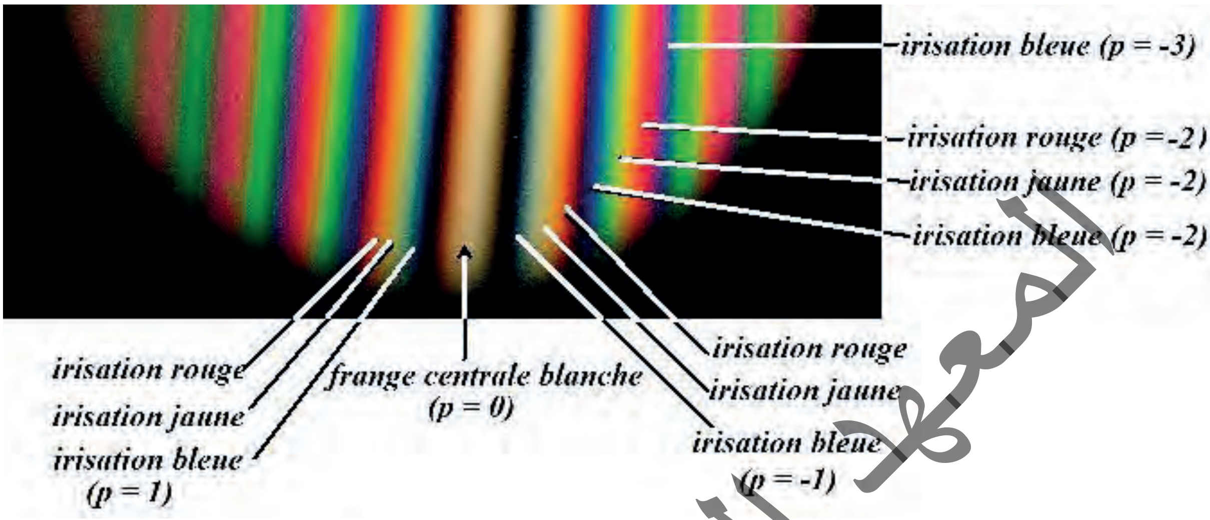
$x_1 = x_2 \Rightarrow (2k_1 + 1)\lambda_1 = (2k_2 + 1)\lambda_2 \Rightarrow \frac{(2k_1 + 1)}{(2k_2 + 1)} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$. La première superposition correspond aux valeurs minimales de **K_1** et **K_2**.

8- Interférences lumineuses par la lumière blanche

Remplaçons la source de lumière monochromatique, dans l'expérience précédente par une source de lumière blanche (arc électrique par exemple).

8-1- Observations

Sur l'écran, on observe une frange centrale brillante blanche et de part et d'autre 4 ou 5 franges brillantes irisées.
Le champ d'interférence devient rapidement d'une couleur uniforme blanchâtre.



Ces résultats s'interprètent assez facilement si l'on se souvient que la lumière blanche est formée par la superposition d'une infinité de radiations visibles dont les longueurs d'onde sont comprises entre ***0,4μm*** et ***0,8μm***.
Chaque radiation forme son propre système de franges. Or ces systèmes sont décalés les uns par rapport aux autres, car l'interfrange $\mathbf{i = \frac{\lambda D}{a}}$ dépend de la longueur d'onde.
Au centre du champ d'interférence **(x = 0)** la différence de marche ($\delta = \frac{ax}{D} = 0$) est nulle, et la relation $\delta = k\lambda$ est vérifiée pour toutes les radiations avec **k=0.**
Chaque radiation donne, au centre, une frange brillante.
La superposition de ces franges brillantes de couleurs différentes donne une frange centrale blanche.
En s'éloignant de la frange centrale, la couleur résultante en un point dépend des intensités relatives des diverses radiations en ce point.
En un même point plusieurs radiations peuvent donner des franges sombres et d'autres peuvent donner des franges brillantes. Si on s'éloigne trop de la frange centrale, l'enchevêtrement est trop complexe et l'œil perçoit une teinte blanchâtre appelée blanc d'ordre supérieur.
Ce blanc ne contient pas toutes les radiations :
Les radiations manquantes sont celles pour lesquelles : $\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ au point considéré.

8-2- Coïncidence des franges brillantes

Les longueurs d'ondes des radiations présentant des franges brillantes en un point

Pour une frange brillante, $x = k\dfrac{\lambda.D}{a} \Rightarrow \lambda = \dfrac{a.x}{k.D}$.

Les radiations visibles sont déterminées par ; $0,4\mu m \le \lambda \le 0,8\mu m$. Donc

$0,4\mu m \le \dfrac{a.x}{k.D} \le 0,8\mu m \Rightarrow \dfrac{a.x}{0,8.10^{-6}.D} \le k \le \dfrac{a.x}{0,4.10^{-6}.D}\ ;\ k \in \mathbb{Z}$, chaque valeur de K correspond à une longueur d'onde.

Essentiel

- La fréquence ν d'une radiation est : $\nu=\frac{1}{T}=\frac{C}{\lambda}$.
- Un photon d'une radiation de longueur d'onde λ de fréquence ν porte une énergie $E=h.\nu=\frac{h.C}{\lambda}$ tel que h est une constante appelée constante de Planck $h=6{,}62.10^{-34}\,(S.I)$
- Dans le dispositif de Young, la différence de marche est : $d_2-d_1=\delta=\frac{ax}{D}$
- Un point M appartient à une frange brillante lorsque : $\delta=d_2-d_1=k\pi$.

  Donc $x=k\frac{\lambda.D}{a}$.
- Un point M appartient à une frange sombre lorsque : $\delta=d_2-d_1=(2k'+1)\frac{\lambda}{2}$.

Donc, $x'=(2k'+1)\frac{\lambda.D}{2a}$.

- L'interfrange i est la distance entre les centres de deux franges consécutives de même nature. $i=\frac{\lambda.D}{a}$.
- Les franges brillantes ont un ordre d'interférence entier $p=\frac{x}{i}=k$.
- Les franges sombres ont un ordre d'interférence demi- entier $p=\frac{x}{i}=k+\frac{1}{2}$
- Lors des interférences par deux lumières monochromatiques :
- Les franges brillantes sont telles que : Pour $\lambda_1\rightarrow x_1=k_1\frac{\lambda_1.D}{a}$ et pour $\lambda_2\rightarrow x_2=k_2\frac{\lambda_2.D}{a}$

. La coïncidence s'observe si $x_1=x_2$, donc $k_1\lambda_1=k_2\lambda_2\Rightarrow\frac{k_1}{k_2}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$.

La première coïncidence correspond aux valeurs minimales de K_1 et K_2.

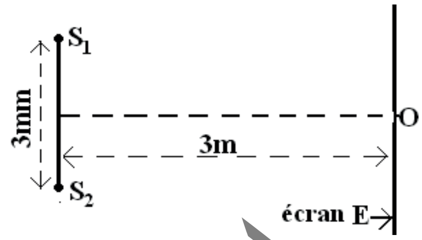
- Les franges sombres sont telles que : Pour $\lambda_1\rightarrow x_1=(2k_1+1)\frac{\lambda_1.D}{2a}$ et pour $\lambda_2\rightarrow x_2=(2k_2+1)\frac{\lambda_2.D}{2a}$.

  La superposition s'observe si, $x_1=x_2\Rightarrow(2k_1+1)\lambda_1=(2k_2+1)\lambda_2\Rightarrow\frac{(2k_1+1)}{(2k_2+1)}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$.

  La première superposition correspond aux valeurs minimales de K_1 et K_2.

Exercice résolu

1 Une Source S émettant une radiation monochromatique éclaire deux fentes S_1 et S_2 parallèles distantes de 3mm. On observe les interférences sur un écran E situé à 3m du plan des deux fentes.



Quelle est l'interfrange *i* si le milieu de la troisième frange brillante située au dessus de la frange centrale se trouve à la distance *l=3,6mm* du milieu de la troisième frange brillante située en dessous. Déduire la longueur d'onde de la radiation émise par la source S.

2 La source S émet à présent deux radiations de longueur d'onde respective λ_1=0,48µm et λ_2=0,54µm m.

2.1 Qu'observe-t-on sur l'écran E ?

2.2 A quelle distance de la frange centrale observe-t-on la première coïncidence entre franges brillantes ?

3 La source S émet de la lumière blanche.

3.1 Qu'observe-t-on sur l'écran E?

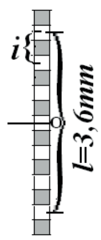
3.2 On place la fente d'un spectroscope dans le plan de l'écran E et parallèlement à la frange centrale et à 4mm de celle-ci.

Quel est le nombre des franges brillantes observées en ce point et leurs longueurs d'ondes ? On rappelle que les limites du spectre visible sont [0,4µm ; 0, 8µm].

Solution

1 La distance entre le milieu de la troisième frange brillante d'un coté et le milieu de la troisième frange brillante de l'autre coté représente six interfranges (voir figure).

$$l = 6i \Rightarrow i = \frac{l}{6} \quad \text{soit} \quad i = \frac{3,6.10^{-3}}{6} = 0,6\text{mm}$$



Calcul de la longueur d'onde :

$$i = \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{ia}{D} \quad \text{soit} \quad \lambda = \frac{0,6.10^{-3}x3.10^{-3}}{3} = 0,6.10^{-6}\text{m}$$

2.1 On observe deux systèmes de franges qui se superposent et dont les franges centrales coïncident.

De part et d'autre de la frange centrale O d'autres coïncidences peuvent être observées.

2.2 Il y'a coïncidence entre franges brillantes si et seulement si :

$$x_1 = x_2 \Leftrightarrow \frac{k_1\lambda_1 D}{a} = \frac{k_2\lambda_2 D}{a} \Leftrightarrow k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2 \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \text{ soit } \frac{k_1}{k_2} = \frac{0,54}{0,48} \Leftrightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{9}{8}$$

La première coïncidence est entre la 9éme frange brillante pour λ_1 et la 8èmefrange brillante pour λ_2. La distance à la quelle est située la première coïncidence :

$$x_1 = \frac{k_1\lambda_1 D}{a} \quad \text{soit} \quad x_1 = \frac{9x0,48.10^{-6}x3}{3.10^{-3}} = 4,32.10^{-3}\text{m}$$

3.1 On observe une frange centrale très blanche et de part et d'autre de celle-ci l'écran parait blanc d'un blanc dit sale.

3.2 Au point M défini par x=4mm, les franges brillantes sont caractérisées par :

$$x = \frac{k\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{ax}{kD} = \frac{4.10^{-3} x 3.10^{-3}}{3k} \text{ soit } \lambda = \frac{4.10^{-6}}{k}$$

D'après les limites du spectre on a : $0,4.10^{-6} \le \lambda \le 0,8.10^{-6}$

$$\text{soit } 0,4.10^{-6} \le \frac{4.10^{-6}}{k} \le 0,8.10^{-6} \Leftrightarrow \frac{1}{0,8} \le \frac{k}{4} \le \frac{1}{0,4} \Leftrightarrow 5 \le k \le 10$$

$$\Rightarrow k \in \{5,6,7,8,9,10\}$$

On observe 6 franges brillantes au point M.

Les longueurs d'ondes correspondantes à ces franges sont : $\lambda_1 = \frac{4.10^{-6}}{5} = 0,8\mu m$; $\lambda_2 = \frac{4.10^{-6}}{6} = 0,67\mu m$;

$$\lambda_3 = \frac{4.10^{-6}}{7} = 0,57\mu m \quad \lambda_4 = \frac{4.10^{-6}}{8} = 0,5\mu m$$

$$\lambda_5 = \frac{4.10^{-6}}{9} = 0,44\mu m \qquad \lambda_6 = \frac{4.10^{-6}}{10} = 0,4\mu m$$

Exercices

Exercice 1

Un pinceau de lumière monochromatique émis par un laser hélium-néon éclaire deux fentes parallèles séparées par une distance a =0,5 mm. Un écran est placé perpendiculairement au pinceau lumineux à une distance D=2 m du plan des fentes.

1- Dessiner le dispositif expérimental.

2- Interpréter la formation des franges brillantes et obscures.

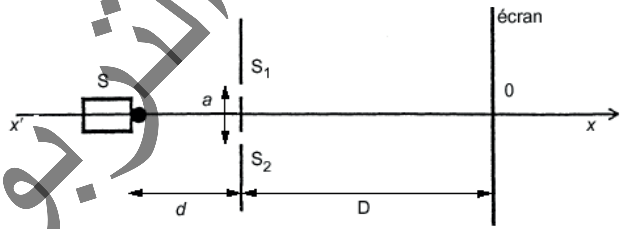
3- Définir et calculer la différence de marche aux 2 fentes d'un point M de l'écran, pour en déduire la position des franges brillantes et obscures.

4- Préciser la nature de la frange centrale appartenant au plan médiateur des 2 fentes.

5- Définir et calculer l'interfrange. Quelle est l'influence des différents paramètres sur l'interfrange? Comment doit-on modifier la distance entre les 2 fentes pour obtenir des franges plus espacées.

6- Calculer la longueur d'onde et la fréquence de la lumière émise par le laser, sachant que 6 franges sont espacées de 12,7 mm.

Exercice 2



Le dispositif comprend une plaque percée de deux trous de Young distant de : a=500µm. En utilisant comme source émettrice S un laser He-Ne, de longueur d'onde λ=633 nm on produit des interférences sur un écran. La plaque est placée à une distance d =20 cm de la source, l'écran à une distance D = 4 m de la plaque. Les deux trous de même diamètre sont placés à égale distance de la source et se comportent comme deux sources synchrones et cohérentes.

1-Expliquer le phénomène d'interférences en quelques lignes.

2-Au point O, la frange est-elle brillante ou sombre ? Justifier.

3-Les franges brillantes sont équidistantes. L'intervalle qui les sépare est appelé interfrange et noté i . On cherche à connaître les paramètres dont peut dépendre i (nature de S, a , d , D) et à en donner une expression parmi les propositions suivantes :

(a) $\frac{\lambda D}{a}$ (b) λD^2 (c) $\frac{Da}{\lambda}$ (d) $\frac{\lambda a}{D}$ (e) $\frac{\lambda d}{a}$

a - Par l'analyse dimensionnelle, éliminer une ou plusieurs propositions.

b -En réalisant plusieurs expériences, où l'on fait varier un seul paramètre en laissant les autres identiques, on effectue les constatations suivantes :

-L'utilisation d'un laser vert montre que l'interfrange diminue ;

-Si on éloigne l'écran, l'interfrange augmente ;

- La position de S sur l'axe ne modifie pas l'interfrange ;

- Les deux trous étant rapprochés de l'axe , les franges s'écartent les unes des autres. En utilisant ces résultats, trouver parmi les propositions (a), (b), (c), (d), (e), l'expression de l'interfrange i , en justifiant le raisonnement.

c - Donner la valeur de l'interfrange i obtenue avec le laser He- Ne

Exercice 3

La lumière issue d'une fente source horizontale S éclaire un plan vertical P portant 2 fentes très fines S_1 et S_2 horizontales et distantes de 3 mm. S_1 et S_2 sont équidistantes de S. Sur un écran E placé à 3 mètres du plan des fentes S_1 et S_2 , on observe des franges d'interférences.

1-Faire un schéma du dispositif.

1 - Quelle est la direction des franges observées ?

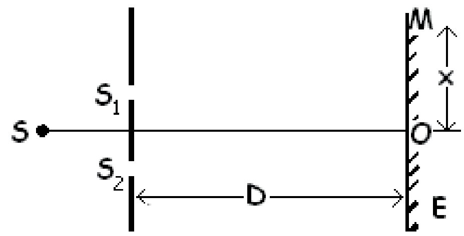
2 - Entre la $10^{ème}$ frange brillante située au dessus de la frange centrale et la $10^{ème}$ frange brillante située au dessous de la frange centrale, on mesure 11,8 mm. Quelle est la longueur d'onde de la lumière monochromatique utilisée? Quelle est sa fréquence?

3 - On remplace la source monochromatique précédente par une source qui émet 2 longueurs d'ondes : 467 nm et 700nm. Chacune de ces longueurs d'onde donne son système de franges. Que voit-on au centre de la figure d'interférences? Pourquoi? A quelle distance minimale de la frange centrale pourra-t-on observer la superposition des franges brillantes des deux radiations ?

4 - La lampe utilisée est maintenant une lampe à halogène qui émet une lumière blanche dont la composition spectrale est proche de celle qu'émet le Soleil. Que peut-on observer au centre de l'écran ?

Exercice 4

Une source lumineuse S éclaire les fentes S_1 et S_2 de Young. Un écran d'observation E est placé perpendiculairement à la droite passant par S et le milieu de S_1 et S_2 à une distance D=2m du plan des fentes S_1 et S_2.



1 La source S émet une radiation monochromatique de longueur fonde $\lambda=0{,}52\,\mu$ m.

1.1 Qu'observe-t-on sur l'écran d'observation E ?

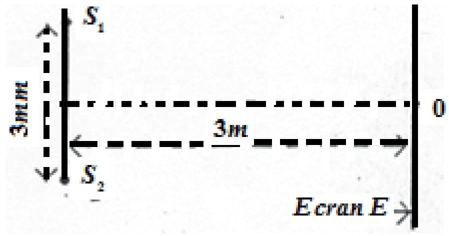
1.2 On observe le milieu de la $5^{éme}$ *frange* brillante en un point x situe, à l'abscisse x=2,6mm du milieu de la frange centrale brillante. Calculer la distance a qui épare les fentes S_1 et S_2.

1.3 Déterminer la valeur d'interfrange i et préciser la nature des franges dont les milieux sont situés aux points d'abscisses respectives x_1=1,3mm et x_2=2,08mm.

2 La source S émet à présent deux radiations de longueurs d'ondes $\lambda=0{,}52\,\mu$ m et $\lambda'=0{,}48\mu m$. *A* quelle distance de la frange centrale observe-t-on la première coïncidence entre les frangeas brillantes pour λ et λ'.

3 La source S émet maintenant la lumière blanche. Calculer les longueurs d'ondes des radiations éteintes au point P. On donne : $0{,}4\mu m \leq \lambda \leq 0{,}8\mu m$.

Exercice 5



1 Une Source S émettant une radiation monochromatique éclaire deux fentes S_1 et S_2 parallèles distantes de 3mm. On observe les interférences sur un écran E situé à 3m du plan des deux fentes.

1.1 Quelle est l'interfrange *i* si le milieu de la troisième frange brillante est située au dessus de la frange centrale se trouve à la distance d =3,6mm du milieu de la troisième frange brillante située en dessous.

1.2 En déduire la longueur d'onde de la radiation émise par la source S.

2 La source S émet à présent deux radiations de longueurs d'onde respectives $\lambda_1 = 0,48\mu m$ et $\lambda_2 = 0,54\mu m$

2.1 Qu'observe-t-on sur l'écran E ?

2.2 A quelle distance de la frange centrale observe-t-on la première coïncidence entre franges brillantes?

3 La source S émet de la lumière blanche.

3.1 Qu'observe-t-on sur l'écran E?

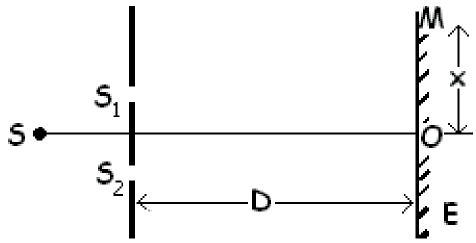
3.2 On place la fente d'un spectroscope dans le plan de l'écran E et parallèlement à la frange centrale et à 4mm de celle-ci.

Quel est le nombre des franges brillantes observées en ce point et leurs longueurs d'ondes?

On rappelle que les limites du spectre visible sont [0,4µm ; 0,8µm

Exercice 6

Une source S de lumière éclaire les fentes S_1 et S_2 de Young distantes de $\mathbf{a = 2mm}$. L'écran d'observation $\mathbf{E}$ est situé à la distance $\mathbf{D = 2m}$ des fentes (voir fig).



1 -La source S émet de la lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0,6\mu m$

1.1- Calculer la valeur de l'interfrange i.

Quelle est la nature des franges dont les milieux sont respectivement situés à $x_1 = 1,5mm$ et à $x_2 = 2,4mm$ du milieu de la frange centrale

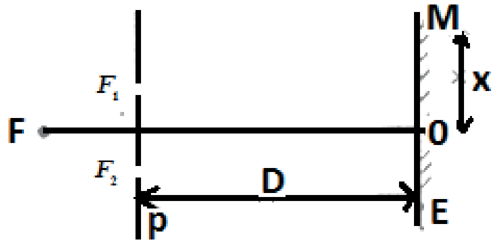
1.2- Les faisceaux issus de S_1 et S_2 ont un angle d'ouverture $\alpha = 0,005rad$. Quelle est la largeur du champ d'interférence sur l'écran.

1.3- La source S émet à présent les radiations de longueurs d'ondes respectives $\lambda_1 = 0,49\mu m$ et $\lambda_2 = 0,63\mu m$. A quelle distance de la frange centrale observe-t-on la première coïncidence entre franges brillantes.

2 -La source S émet maintenant de la lumière blanche. Déterminer les longueurs d'onde des radiations qui présentent des franges brillantes en un point situé à $\mathbf{3mm}$ de la frange centrale.

On donne : $0,4\mu m \le \lambda \le 0,8\mu m$

Exercice 7



1 On réalise l'expérience de Young à l'aide d'une fente éclairée F équidistante de deux autres fentes F_1 et F_2, parallèles, percées dans un écran P. La distance entre F_1 et F_2 est a = 0,8mm. Un écran E parallèle à P est placé à la distance D = 2,4m de P. (voir fig)

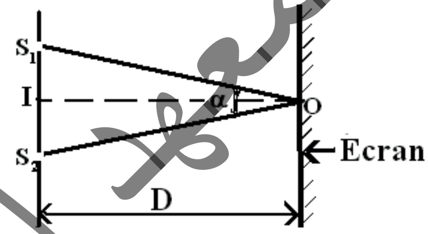
1.1 La fente F est d'abord éclairée par une lumière monochromatique de longueur d'onde λ. Qu'observe-t-on sur l'écran E ? Etablir l'expression de la différence de marche δ et la calculer au point M de l'écran E tel que OM = x = 12,6mm. Le point M étant le milieu de la $7^{ème}$ frange brillante (la frange centrale étant numéroté 0), en déduire la longueur d'onde λ de la lumière utilisée?

1.2 La fente F est maintenant éclairée en lumière blanche. Quelles sont les longueurs d'onde des radiations appartenant au spectre visible pour les quelles une frange obscure se forme au point N, sur E, à la distance ON=x= 9mm de la frange centrale? On donne pour le spectre visible:$0,4\mu m \leq \lambda \leq 0,8\mu m$.

Exercice 8

On dispose d'un dispositif d'interférence constitué de deux sources S1 et S2 et d'un écran E d'observation placé perpendiculairement à la trajectoire moyenne de la lumière et situé à la distance D=2,5m du plan des sources.

1 On éclaire le dispositif à l'aide d'une source S qui émet une lumière monochromatique de longueur d'onde λ= 0,6µm.



1.1 On observe la distance S1S2 à partir du centre O de l'écran
sous l'angle $\alpha = 8.10^{-4}$rad (voir figure). Calculer la distance a = S1S2.

1.2 Calculer l'interfrange i du phénomène d'interférence et préciser la nature des franges dont les milieux sont situés aux points d'abscisses respectives x_1 = 4,5mm et x_2 = 6mm.

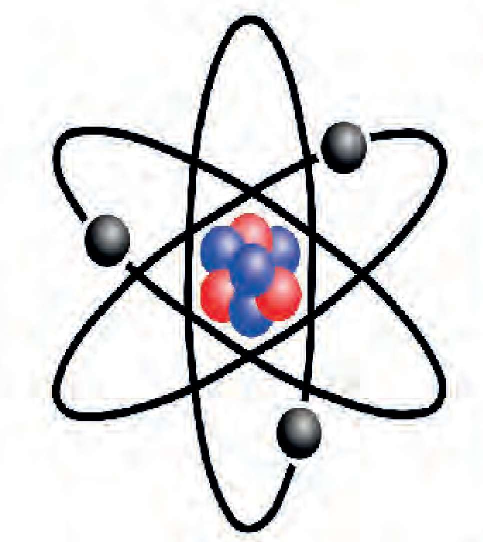
1.3 Trouver l'expression de la différence de marche δ.

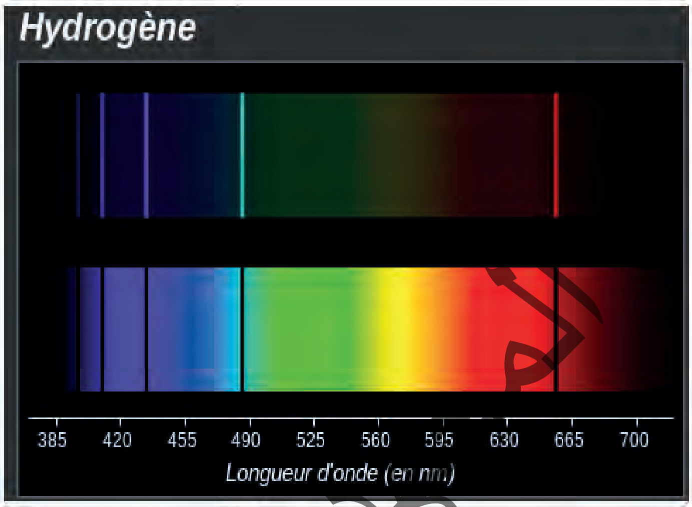
2 La source S émet simultanément deux radiations de longueurs d'onde λ1 = 0,42µm et λ2 = 0,63µm. A quelle distance du milieu de la frange centrale observe t-on la 1ère coïncidence entre les franges brillantes des deux radiations?

3 La source S émet à présent de la lumière blanche.

Soit un point P de l'écran situé à x = 5mm du milieu de la frange centrale. Trouver les longueurs d'onde des radiations qui présentent en P une frange noire. On donne les limites du spectre visible : [0,4µm ; 0,8µm].

Chapitre XIII: les niveaux d'énergie de l'atome





OBJECTIFS

- **Définir l'énergie de l'atome de l'hydrogène.**
- **Représenter le diagramme d'énergies pour quelques niveaux de l'atome d'hydrogène.**
- **Savoir calculer l'énergie qu'il faut fournir à l'atome pour passer d'un niveau p à un niveau n.**
- **Connaître les principales séries de raies d'émission de l'atome de l'hydrogène.**

I- Structure de l'atome

L'atome est le plus petit constituant séparable de la matière, il renferme deux parties : partie centrale appelée noyau et partie périphérique (les électrons).

1- Noyau (Nucléide)

Le noyau, appelé aussi nucléide, est constitué de petites particules appelées nucléons.
On distingue entre deux types de nucléons :

1-1- Les protons

- Le nombre des protons dans le noyau est appelé nombre de charge ou numéro atomique, il est noté **Z**. Les atomes de même nombre de charge **Z** constituent un élément chimique.
- Le proton porte une charge électrique positive $\mathbf{q_p = e = 1,6.10^{-19}C}$.
- La masse du proton est $\mathbf{m_p \approx 1,007276u}$; tel que **u** est l'unité des masses nucléaires $\mathbf{u = 1,66.10^{-27}kg}$

1-2- Les neutrons

- Le nombre de neutrons dans le noyau est noté **N**.
- La charge du neutron est nulle.
- La masse du neutron est $\mathbf{m_n \approx 1,008665u}$.

La somme du nombre des protons **Z** et du nombre des neutrons **N** est : **Z + N = A**.
Le nombre **A** est appelé nombre de masse ou numéro massique, c'est le nombre de nucléons.
Le nucléide se note $^{A}_{Z}X$ tel que **X** le symbole de l'élément chimique du nucléide.

Exemples:

$^{12}_{6}\mathbf{C}$: 6 protons, 12 nucléons, soit 6 neutrons

$^{16}_{8}\mathbf{O}$: 8 protons, 16 nucléons, soit 8 neutrons

$^{35}_{17}\mathbf{C\ell}$: 17protons et 35 nucléons, soit 18 neutrons

2- Electrons

- Le nombre d'électrons d'un atome est égal au nombre des protons dans son noyau **(Z)**.
- La masse de l'électron est $\mathbf{m_e = 5,5.10^{-4}\ u}$.
- La charge de l'électron est $\mathbf{q_e = -e = -1,6.10^{-19}C}$.

Les électrons sont repartis autour du noyau dans des couches (niveaux d'énergie) numérotées de l'intérieur à l'extérieur par **1, 2, 3, 4, ……** et notées par **K, L, M, N ….**
Une couche de numéro **n** peut être remplie en électrons selon la règle $\mathbf{2n^2}$

3- Isotopes

Les isotopes sont des atomes appartenant au même élément chimique (de même nombre de charge) mais de nombres de masse différents donc de nombres de neutrons différents

Exemples : ${}^{1}_{1}H$; ${}^{2}_{1}H$; ${}^{3}_{1}H$

${}^{12}_{6}C$; ${}^{13}_{6}C$; ${}^{14}_{6}C$

${}^{16}_{8}O$; ${}^{17}_{8}O$; ${}^{18}_{8}O$

II- Atome d'hydrogène

1- L'énergie de l'atome d'hydrogène

L'atome de l'hydrogène ${}^{1}_{1}\mathbf{H}$ est l'atome le plus simple, il possède un seul électron en mouvement autour du noyau constitué d'un seul proton
L'énergie attribuée à l'atome englobe :

- l'énergie potentielle $\mathbf{E_p}$ d'interaction électrostatique électron – noyau
- l'énergie cinétique $\mathbf{E_c}$ de l'électron dans son mouvement autour du noyau.

Le système électron – noyau a ainsi une énergie totale $\mathbf{E = E_c + E_p}$
Par convention l'énergie potentielle de l'atome ionisé est choisie nulle, l'électron se trouvant alors à une distance **r** infiniment grande du noyau : $\mathbf{E_{P\infty} = 0}$
Pour ioniser l'atome c'est-à-dire séparer l'électron du noyau ($\mathbf{E_{P\infty} = 0}$) sans lui communiquer de vitesse ($\mathbf{E_{C\infty}=0}$) , il faut fournir une énergie (énergie d'extraction) $\mathbf{W > 0}$.
Cette énergie s'ajoute à l'énergie **E** que possédait l'atome pour donner l'énergie $\mathbf{E_\infty}$ de l'atome ionisé : $\mathbf{E + W = E_\infty = E_{P\infty} + E_{C\infty} = 0}$. Or $\mathbf{W > 0}$, donc $\mathbf{E < 0}$
Si on adopte par convention $\mathbf{E_{P\infty} = 0}$, l'énergie **E** de l'atome est négative.
L'étude des spectres d'émission de l'atome d'hydrogène a permis de trouver les valeurs possibles de l'énergie. $E_n = -\dfrac{13.6}{n^2}(eV)$; $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \infty\}$;

1électron-Volt ; 1eV = 1,6.10^{-19}J.

n : (appelé nombre quantique principal) qui définit le numéro de la couche occupée par l'électron.
Les valeurs de l'énergie de l'atome de l'hydrogène sont quantifiées (discrètes).

Elles dépendent du nombre quantique principal **n**
Chaque valeur de **n** correspond à un niveau d'énergie.

$n=1 \rightarrow E_1 = -13,6eV$*.........Etat fondamental*

$1<n\leq 7 \rightarrow E_1 < E_n < E_\infty$*................états excités*

$n=\infty \rightarrow E_\infty = 0$*..............................Etat ionisé*

N	1	2	3	4	5	6	7	∞
E_n(eV)	- 13,6	- 3,4	- 1,51	- 0,85	- 0,54	- 0,37	- 0,28	0

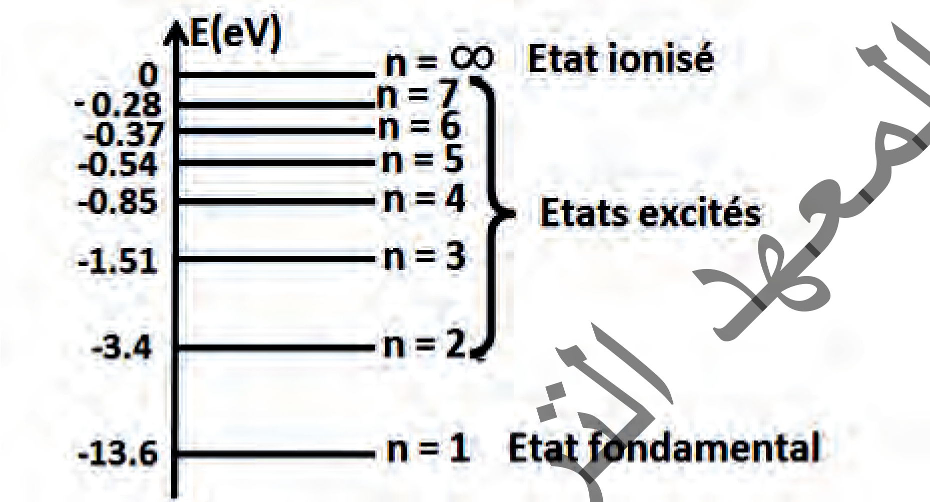


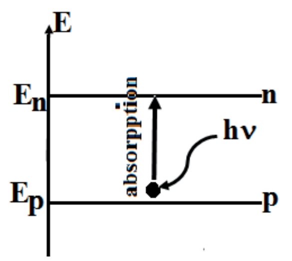
Diagramme des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène
Echelle d'énergie non respectée

2– Transitions électroniques

Une transition électronique est un déplacement de l'électron d'un niveau d'énergie à un autre.
Selon les niveaux entre lesquels se fait la transition on distingue entre :

- **L'excitation**

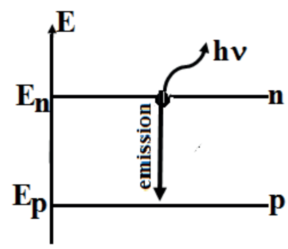
C'qui est une transition électronique d'un niveau d'énergie $\mathbf{E_P}$ plus bas vers un niveau $\mathbf{E_n}$ plus élevé telle que $\mathbf{E_P < E_n}$ **; (p < n)**.



L'excitation d'un atome résulte d'un gain (absorption) d'énergie, la plupart par absorption de photons.
La durée de l'état excité est très courte et l'atome a tendance de revenir dans son état fondamental qui est l'état le plus stable.

- **La désexcitation**

C'est une transition électronique d'un niveau d'énergie $\mathbf{E_n}$ plus élevé vers un niveau $\mathbf{E_P}$ plus bas telle que $\mathbf{E_n > E_P}$ **; (n > p)** . Cette transition s'accompagne par une perte d'énergie par émission de photons.



- **L'ionisation**

Elle correspond au passage d'un atome du niveau fondamental ou d'un niveau excité vers l'infini, l'électron se libère de l'atome.

Alors, une transition depuis un état E_n vers un état E_p se fait avec absorption d'un photon si **(p > n)** ou émission d'un photon si **(p < n)** .

La variation d'énergie de l'atome au cours d'une transition **n → p** est :

$$\left|\Delta E_{n\to p}\right| = \left|E_P - E_n\right| = 13,6\left(eV\right)\left|\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right| = h\nu_{n\to P} \ .$$

$h\nu_{n\to P}$: l'énergie du photon absorbé ou émis lors de la transition $\left(n \to p\right)$.

Donc , $h\nu_{n\to p} = h\dfrac{C}{\lambda_{n\to p}} = 13,6\left(eV\right)\left|\dfrac{1}{n^2} - \dfrac{1}{p^2}\right| \Rightarrow \dfrac{1}{\lambda_{n\to p}} = \dfrac{13,6\times 1,6.10^{-19}}{h.C}\left|\dfrac{1}{n^2} - \dfrac{1}{p^2}\right| = R_H\left|\dfrac{1}{n^2} - \dfrac{1}{p^2}\right|$.

$R_H = 1,09.10^7 \left(S.I\right)$. Constante de Rydberg.

3- Spectre d'émission de l'atome d'hydrogène

On appelle spectre d'émission l''ensemble des raies (radiations) qui peuvent être émises lors de la désexcitation d'un atome.

Ce spectre est discontinu car il est constitué de quelque longueurs d'ondes bien déterminées.

Selon le niveau d'énergie vers lequel aboutit cette excitation on distingue entre :

- **Série de LYMAN :**

Les raies de la série de **LYMAN** sont obtenues lorsque les transitions électroniques aboutissent au niveau fondamental : **p = 1 ; n = 2, 3, 4, 5, 6 et 7**

Les longueurs d'onde de cette série sont calculées par la relation $\dfrac{1}{\lambda_{n\to 1}} = R_H.\left(1 - \dfrac{1}{n^2}\right)$

- **Série de BALMER :**

Les raies de la série de **BALMER** sont obtenues lorsque les transitions électroniques aboutissent au niveau : **p = 2 ; n = 3, 4, 5, 6 et 7.**

Les longueurs d'onde de cette série sont calculées par la relation $\dfrac{1}{\lambda_{n\to 2}} = R_H.\left(\dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{n^2}\right)$

- **Série de PASCHEN :**

Les raies de la série de **PASCHEN** sont obtenues lorsque les transitions électroniques aboutissent au niveau : **p = 3 ; n = 4, 5, 6 et 7**.

Les longueurs d'onde de cette série sont calculées par la relation $\dfrac{1}{\lambda_{n\to 3}} = R_H.\left(\dfrac{1}{9} - \dfrac{1}{n^2}\right)$

- **Série de Brackett :**

Les raies de la série de **Brackett** sont obtenues lorsque les transitions électroniques aboutissent au niveau : **p = 4 ; n = 5, 6,7**

Les longueurs d'onde de cette série sont calculées par la relation $\frac{1}{\lambda_{n\to 4}} = R_H \cdot \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{n^2}\right)$

- **Série de Pfund :**

Les raies de la série de **Pfund** sont obtenues lorsque les transitions électroniques aboutissent au niveau : **p = 5 ; n = 6,7**

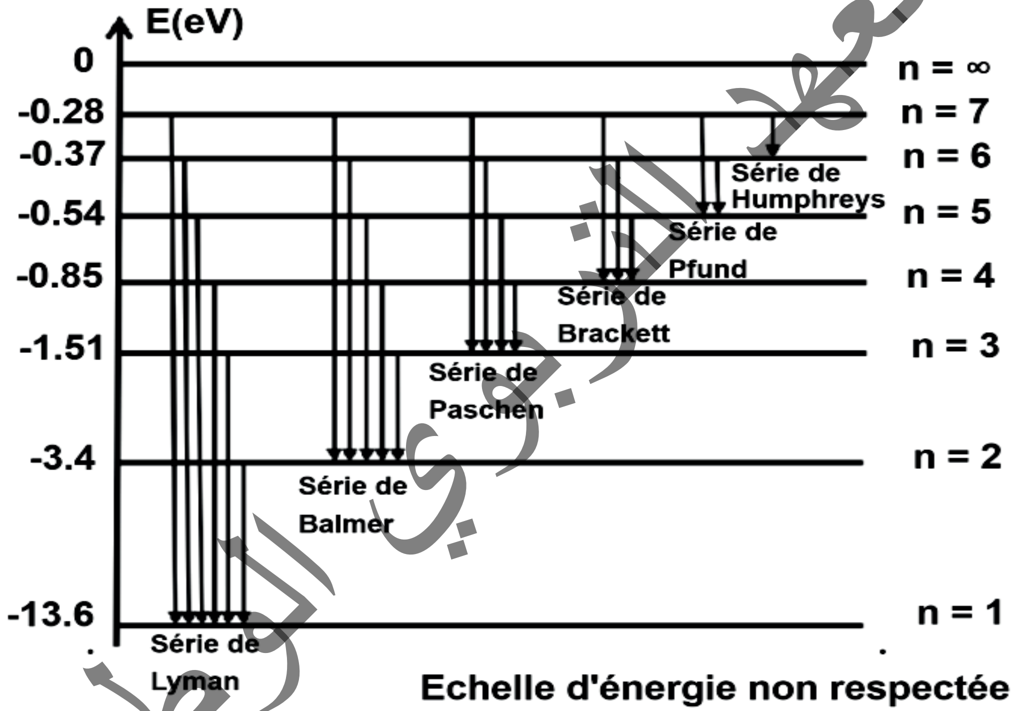
Les longueurs d'onde de cette série sont calculées par la relation $\frac{1}{\lambda_{n\to 5}} = R_H \cdot \left(\frac{1}{25} - \frac{1}{n^2}\right)$

- Série de **Humphreys :**

La série de **Humphreys** contient une seule longueur d'onde calculée par la relation :

$$\frac{1}{\lambda_{7\to 6}} = R_H \cdot \left(\frac{1}{36} - \frac{1}{49}\right) \Rightarrow \lambda_{7\to 6} = 1,44.10^{-5}\ m$$

La figure ci-contre regroupe toutes les transitions d'émission possibles de l'atome d'hydrogène.



Remarques

- Lors d'une excitation $(n \to p)$, l'atome doit absorber le même photon qu'il émet au cours de la désexcitation $(p \to n)$.
- L'atome n'absorbe qu'un photon dont l'énergie est juste égale à la différence d'énergie entre deux niveaux
- Le photon, dont l'énergie est supérieure à celle de l'ionisation, peut être absorbé et l'excès de son énergie après l'ionisation est utilisé comme énergie cinétique de l'électron.

Essentiel

- L'énergie de l'atome d'hydrogène est donnée par la relation :

$E_n = -\frac{13.6}{n^2}(eV)$; $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \infty\}$; 1électron-Volte ; 1eV = $1{,}6.10^{-19}$J.

- $n=1 \rightarrow E_1 = -13{,}6eV$.........*Etat fondamental*
- $1 < n \leq 7 \rightarrow E_1 < E_n < E_\infty$...............*états excités*
- $n = \infty \rightarrow E_\infty = 0$.............................*Etat ionisé*
- L'excitation est une transition électronique d'un niveau d'énergie E_P plus bas vers un niveau E_n plus élevé. Elle se fait par absorption de photons.
- La désexcitation est une transition électronique d'un niveau d'énergie E_n plus élevé vers un niveau E_P plus bas. Elle s'accompagne par une émission de photons.
- L'ionisation correspond au passage d'un atome du niveau fondamental ou d'un niveau excité vers l'infini, l'électron se libère de l'atome.
- La variation d'énergie de l'atome au cours d'une transition est :

$|\Delta E_{n\rightarrow p}| = |E_P - E_n| = h\nu_{n\rightarrow P}$.

- Donc , $h\nu_{n\rightarrow p} = h\frac{C}{\lambda_{n\rightarrow p}} \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{n\rightarrow p}} = R_H\left|\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right|$;

$R_H = 1{,}09.10^7\,(S.I)$. Constante de Rydberg.

- Série de LYMAN : Les longueurs d'onde de cette série sont calculées par la relation

$\frac{1}{\lambda_{n\rightarrow 1}} = R_H.\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ n = 2, 3, 4, 5, 6 et 7

- Série de BALMER : Les longueurs d'onde de cette série sont calculées par la relation

$\frac{1}{\lambda_{n\rightarrow 2}} = R_H.\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}\right)$ n = 3, 4, 5, 6 et 7

- Série de PASCHEN : Les longueurs d'onde de cette série sont calculées par la relation

$\frac{1}{\lambda_{n\rightarrow 3}} = R_H.\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{n^2}\right)$ n = 4, 5 6 et7

- Série de Brackett : Les longueurs d'onde de cette série sont calculées par la relation

$\frac{1}{\lambda_{n\rightarrow 4}} = R_H.\left(\frac{1}{16} - \frac{1}{n^2}\right)$ n = 5, 6,7

Exercice résolu

Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation :

$$E_n = \frac{-13,6}{n^2} \text{ (en eV).}$$

1. Calculer les valeurs correspondant aux 4 niveaux d'énergie les plus bas.
2. Placer les niveaux sur le diagramme ci-contre.
3. Quel est le niveau fondamental ?
4. On considère la transition du niveau 3 vers le niveau 2.

a. Représenter cette transition sur le diagramme. S'agit-il d'une radiation émise ou absorbée ?

b. Calculer la longueur d'onde correspondant à cette transition.

c. A quel domaine de la lumière appartient la radiation correspondante ?

5. L'atome absorbe un photon de longueur d'onde $\lambda = 121,7\text{nm}$.

a. Quelle transition entraîne cette absorption ?

b. Représenter cette transition sur le diagramme.

Données : $\mathbf{h = 6,62\ 10^{-34}\ J.s}$, $\mathbf{c = 3\ 10^{8}\ m.s^{-1}}$

1eV correspond à $\mathbf{1,60\ 10^{-19}\ J}$, 1nm correspond à $\mathbf{10^{-9} m}$

Solution

Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation : $E_n = \frac{-13,6}{n^2}$ (en eV).

1. Les valeurs correspondant aux 4 niveaux d'énergie les plus bas.

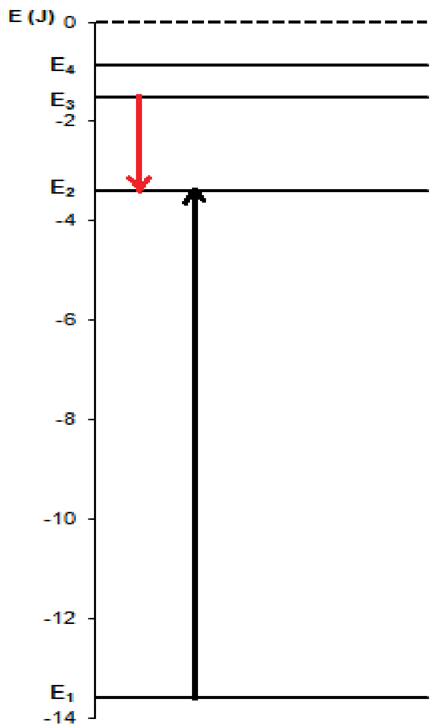
$E_1 = \frac{-13,6}{1^2}$ **A.N.** $\mathbf{E_1 = -13,6eV}$

$E_2 = \frac{-13,6}{2^2}$ **A.N.** $\mathbf{E_2 = -3,40eV}$

$E_3 = \frac{-13,6}{3^2}$ **A.N.** $\mathbf{E_3 = -1,51eV}$

$E_4 = \frac{-13,6}{4^2}$ **A.N.** $\mathbf{E_4 = -0,85eV}$

2. Voir le diagramme ci-contre.



3. Niveau fondamental : E_1

4. On considère la transition du niveau 3 vers le niveau 2.

a. Voir le diagramme ci-dessus. La radiation est émise.

b. La longueur d'onde correspondant à cette transition. $\mathbf{\Delta E = E_2 - E_3}$ **A.N.** $\mathbf{\Delta E = -1{,}89\ eV}$

Conversion en Joule : $\mathbf{\Delta E = -3{,}02\times10^{-19} J}$ **Rq :** $\mathbf{\Delta E < 0}$; il s'agit bien d'une émission d'énergie.

D'après la relation de Planck-Einstein : $|\Delta E| = \dfrac{h.C}{\lambda}$ soit $\lambda = \dfrac{h.C}{|\Delta E|}$

A.N. $\lambda = \dfrac{6{,}62.10^{-34}.3.10^{8}}{3{,}02.10^{-19}} = 6{,}57.10^{-7} m$ soit $\lambda = 657 nm$

c. Il s'agit d'une radiation rouge du domaine du visible.

5. L'atome absorbe un photon de longueur d'onde λ = 121,7nm.

a. Calcul de l'énergie correspondante : $|\Delta E| = \dfrac{h.C}{\lambda}$ **A.N.** $|\Delta E| = \dfrac{6{,}62.10^{-34}.3.10^{8}}{122.10^{-9}} = 1{,}63.10^{-18} J$

soit $|\Delta E|$ **=10,2eV** Comme il s'agit d'une absorption donc ΔE = + 10,2eV. La seule transition possible donnant cette énergie est du niveau 1 vers le niveau 2 : $\mathbf{\Delta E = -3{,}40 + 13{,}6 = 10{,}2 eV}$.

b. Voir le diagramme.

Effet photoélectrique

Exercices

Exercice1

L'énergie d'ionisation de l' atome d'hydrogène est de 13,6eV .Quelle est la longueur d'onde maximale que l'on peut utiliser pour ioniser cet atome .

Exercice 2

Les énergies des différents niveaux de l'atome de l'hydrogène sont donnés par la formule

E_n= -13,6/n^2 (eV).

a- Calculer les énergies correspondant à n=1, 2,3….∞.et représenter le diagramme des niveaux d'énergies de l'atome d'hydrogène.

b- Quelle est l'énergie minimale que l'on doit fournir à un atome d'hydrogène pour qu'il passe de l'état fondamental à un état excité .

c- Cette énergie apportée à l'atome par une radiation lumineuse monochromatique .Calculer sa longueur d'onde .On donne : C=3.10^8m/s; h =$6,62.10^{-34}$Js.

d- Calculer la longueur d'onde de la radiation susceptible d'ioniser l'atome de l'hydrogène.

Exercice 3

Les niveaux d 'énergie quantifiés de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation

E_n =-13,6/n^2 (eV).

a- Quelle est l'énergie d'ionisation d'un atome d'hydrogène

b- Quelle est l'énergie cinétique minimale d'un électron capable de provoquer par choc l'excitation d'un atome d'hydrogène de son état fondamental (n=1) à son premier niveau excité (n= 2).

c- L'atome d'hydrogène précédemment excité revient à l'état fondamental avec émission d'une onde lumineuse . Quelle est sa longueur d'onde .

d- Etablir la relation littérale donnant la fréquence des ondes lumineuses émises lorsque des atomes d'hydrogène préalablement excités passent d'un état d'énergie caractérisé par n>2 à l'état d'énergie caractérisé par n = 2.calculer la plus grande longueur d'onde des ondes lumineuses émises dans ce cas . On donne h= $6,62.10^{-34}$Js; e =$1,6.10^{-19}$C;

C = 3.10^8m/s

Exercice 4

Données : célérité de la lumière dans le vide :3 10^8 m/s; constante de Plank : h=6,62 10^{-34}Js ; charge élémentaire : e = 1,6 10^{-19} C.

On rappelle que l'énergie d'un atome d'hydrogène est quantifiée et ne peut prendre que les valeurs suivantes : E_n = - E_0/ n² avec E_0 = 13,6 eV et n = 1, 2, 3....

1 - Représenter sur un diagramme les niveaux d'énergie en électron - volts de l'atome d'hydrogène pour n compris entre 1 et 5. Préciser ce qu'on appelle état fondamental et état excité. S'aider de ce diagramme pour justifier le caractère discontinu du spectre d'émission de l'atome d'hydrogène.

2 - Qu'appelle-t-on énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène ? Quelle est sa valeur ?

3 - L'atome d'hydrogène passe du niveau d'énergie correspondant à n=5 au niveau n=3.
- Calculer la longueur d'onde de la radiation émise.

- A quelle domaine de radiation cette longueur d'onde appartient-elle ?

4 - L'atome d'hydrogène étant dans un état correspondant au niveau n=3, il reçoit un photon d'énergie 0,5 eV. Le photon est-il absorbé ?

5 - L'atome d'hydrogène étant dans un état correspondant au niveau n=3, il reçoit un photon d'énergie 2 eV. Montrer que l'électron est arraché. Calculer son énergie cinétique en eV.

Exercice 5

La série des raies visibles de l'hydrogène (série de Balmer) est donnée par la relation :
$1/\lambda = R_H(1/2^2 - 1/n^2)$.

1 – Déterminer en nm les longueurs d'ondes des radiations visibles émises.

2-calculer en eV les énergies des niveaux pour lesquels les transitions conduiront à ces radiations visibles.

Exercice 6

Les énergies des différents niveaux, exprimés en électron-volt, sont données par la formule :
$E_n = -13{,}6/n^2$

1) Calculer les énergies correspondant à n=1, 2, 3n=1, 2, 3 et ∞ représenter le diagramme des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène.

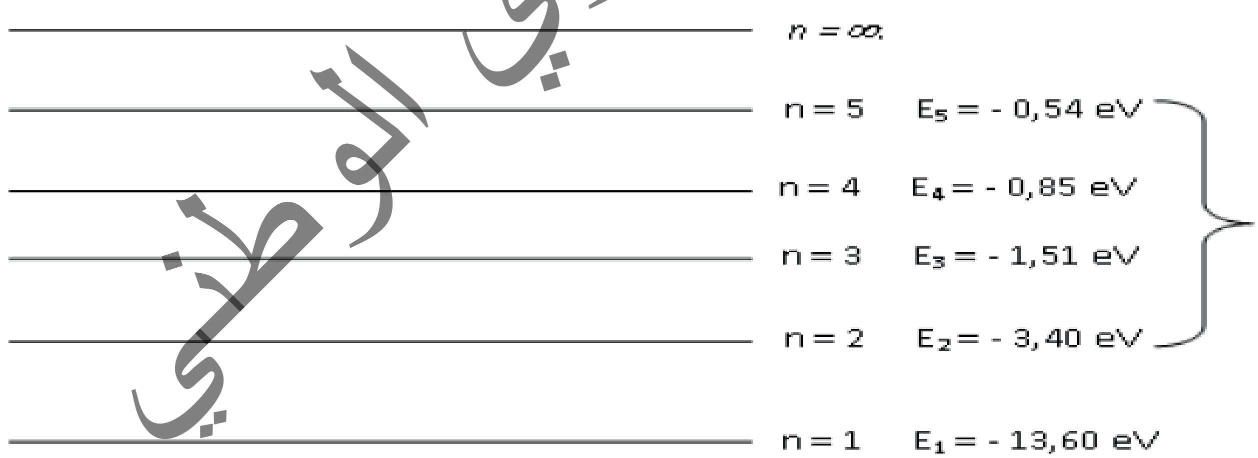
2) Quelle est l'énergie minimale que l'on doit fournir à un atome d'hydrogène pour qu'il passe de l'état fondamental à un état excité ?
La transcrire sur le diagramme.

3) Cette énergie est apportée à l'atome par une radiation lumineuse monochromatique.
Calculer sa longueur d'onde.

4) Calculer la longueur d'onde de la radiation susceptible d'ioniser l'atome d'hydrogène

Exercice 7

Diagramme d'énergie de l'atome d'hydrogène obtenu à partir de la formule $E_n = -13{,}6/n^2$ est :



1) Quel est le nom du nombre noté "n" qui apparaît dans le diagramme ?

2) Quant dit-on qu'un atome est dans son état fondamental ?
Quel est l'état fondamental de l'atome d'hydrogène ?
Le noter sur schéma.

3) Considérons une population d'atomes d'hydrogène au repos, sans apport d'énergie de la part extérieur.

Dans quel état se trouvent les atomes (ou du moins l'immense majorité) ?

4) Que représente le niveau noté : n = ∞ ?

Noter son nom sur le schéma.
5) Quelle énergie minimale, en eV, faut-il fournir à un atome d'hydrogène pour l'ioniser lorsqu'il est dans son état fondamental ?
6) Un atome d'hydrogène à la configuration électronique telle que : n=3
Est-il dans son état fondamental ?
Comment s'appelle un tel état?
Le représenter par un petit point sur le diagramme précédent
7) L'atome d'hydrogène peut-il se trouver dans un état situé entre les niveau n=1 et n=2 ?
8) L'atome d'hydrogène est excité sur le niveau : n=3n=3
Comment peut-on exciter cet atome ?
Montrons qu'en se désexcitant vers le niveau 2, il émet un photon de longueur d'onde : λ=656.1nm.
Cette radiation est-elle située dans les X, les UV, le visible ou l'IR ?
Représenter par une flèche, sur le diagramme précédent, la transition correspondant à cette dés excitation.
9) Une radiation émise par l'atome d'hydrogène a une égale à : E=+2.54eV
cette radiation émise par l'atome d'hydrogène fait partie de la série de balmer ((retour au niveau n=2.)
Déterminer la transition électronique correspondant à l'émission de cette radiation.
La noter sur le schéma.
Calculer la longueur d'onde correspondante.
10) Une lampe à décharge à hydrogène émet-elle un spectre continu de radiation ou un spectre discontinu ?

Exercice 8

La mécanique quantique montre que l'état fondamental de l'atome d'hydrogène est caractérisé par une énergie E1=−13.6 ev et chaque niveau excité n >1 est définie par une énergie $E_n = \frac{-E_o}{n^2}$ (n est un entier naturel positif)) avec E_0=13.6 ev

1) A quoi correspond l'énergie E_0 ?
2) Quelle relation simple existe entre l'énergie de transition ΔE d'un niveau n à un niveau p et la longueur d'onde du photon émis ou absorbé.
(Traiter chaque cas à part)
3) a) Montrer que pour une transition d'un niveau pp à un niveau n tel que p >n, on peut écrire la relation $\frac{1}{\lambda} = R_H(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2})$
b) Vérifier que RHRH (appelée constante de Rydberg) vaut RH=$1.10 \cdot 10^{+7} m^{-1}$
c) Dans la série de Balmer (le retour au niveau n=2) l'atome H émet 1 spectre contenant 4 raies visibles, on se propose de calculer deux longueurs d'ondes de 2 raies de ce spectre correspondant à p=3(λ3.2) et p=4(λ4.2).
Sans faire de calcul, et en utilisant ΔE, comparer $\lambda_{3.2}$ et $\lambda_{4.2}$ puis calculer leurs valeurs.
4) L'atome H est dans son état fondamental (n=1), on l'excite à l'aide d'un photon incident d'énergie W=130.8ev. Que se passe-t-il ?
Calculer (en ev) l'énergie cinétique Ec de l'électron de H éjecté.

Chapitre XIV: Effet photoélectrique

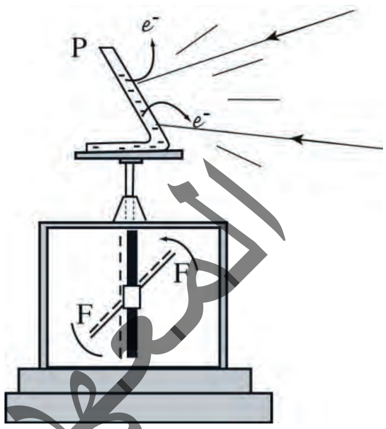
OBJECTIFS

- **Définir le phénomène de l'effet photoélectrique.**
- **Savoir la définition du seuil photoélectrique.**
- **Définir le potentiel d'arrêt.**
- **Connaître les lois de l'effet photoélectrique.**
- **Comprendre l'interprétation de l'effet photoélectrique.**

I- Notion de l'effet photoélectrique

1 - Expérience de Hertz

Sur le plateau d'un électroscope on pose une lame de zinc. On électrise l'ensemble, et on éclaire la lame de zinc par la lumière d'un arc électrique ou celle d'une lampe à vapeur de mercure à ampoule en quartz



- Chargeons l'électroscope positivement et éclairons la lame, on constate que l'électroscope ne se décharge pas.
- Chargeons l'électroscope négativement et éclairons la lame : l'électroscope se décharge
- Recommençons l'expérience précédente après avoir intercalé entre la source et la plaque une lame de verre ordinaire, le phénomène ne se produit plus.

2 - Interprétation

La décharge de l'électroscope portant initialement une charge négative s'explique par une émission d'électrons par la lame de zinc exposée à la lumière d'un arc électrique.

L'impossibilité de la décharge de l'électroscope portant initialement une charge positive s'explique par le fait que la lame de zinc ne peut pas émettre des électrons ; ceux –ci sont attirés par la charge positive du métal.

L'impossibilité de la décharge avec l'interposition d'une lame de verre ordinaire (verre opaque au rayonnement ultraviolet) montre que l'émission d'électrons par le zinc n'est possible que lorsque ce métal est éclairé par une lumière riche en rayonnement ultraviolet.

3 - Conclusion

Eclairé convenablement par la lumière d'un arc électrique, le zinc émet des électrons : c'est l'effet photoélectrique.

L'expérience montre que cette émission d'électrons n'est pas propre au zinc.

Elle est possible avec tout autre métal éclairé par une lumière convenable.

4- Définition de l'effet photoélectrique

Par définition, l'effet photoélectrique est l'émission d'électrons par un métal exposé à un rayonnement électromagnétique convenable

II- Etude de l'effet photoélectrique

1 - Cellule photoélectrique

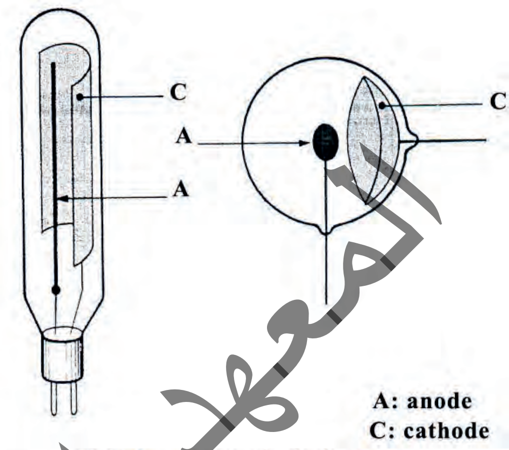
Les expériences qualitatives précédentes, réalisées dans l'air, ne permettent pas une étude complète du phénomène.

Pour dégager les lois de cette émission électronique nous placerons le métal dans le vide.

Pour cela nous emploierons une cellule photoélectrique constituée d'une ampoule de verre transparente aux ultraviolets et absolument vide.

A l'intérieur, une plaque métallique **C**, appelée cathode, sert de support à un métal pur (métal alcalin en général) déposé en couche mince.

Face à **C** une autre électrode métallique **A**, en forme de tige ou d'anneau, est appelée anode.

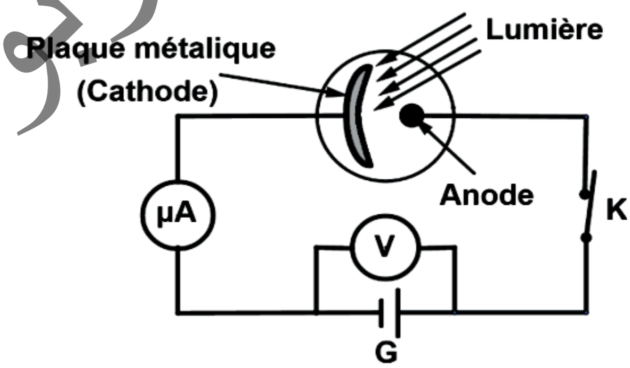


Cellules photo - émissives

La cathode peut recevoir un flux lumineux et émettre des électrons par effet photoélectrique.

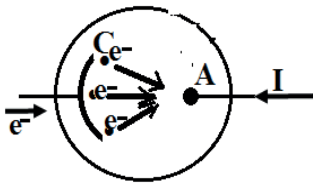
L'application d'une tension U_{AC} entre les deux électrodes permet soit d'accélérer les électrons émis **($U_{AC} > 0$)** soit de les freiner **($U_{AC} < 0$)**.

Dans le montage de la figure ci-contre, un voltmètre permet de mesurer U_{AC} et un microampèremètre permet de mesurer l'intensité I du courant qui traverse le circuit.



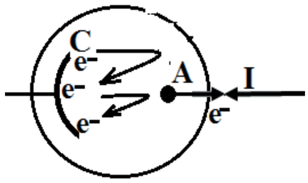
Cette intensité est proportionnelle au nombre d'électrons qui atteignent l'anode.

- **$U_{AC} > 0$:** les électrons émis par la cathode **C** sont accélérés par le champ électrique crée entre l'anode et la cathode.
Ils se dirigent, vers l'anode et donnent naissance, dans le circuit extérieur, à un courant électrique**.**



$U_{AC} > 0$

- **$U_{AC} < 0$:** les électrons sont freinés par le champ électrique, selon leur vitesse d'émission, certains peuvent atteindre l'anode et donner naissance à un courant d'intensité **I**, d'autres peuvent retourner vers la cathode.



$U_{AC} < 0$

2- Seuil photoélectrique et énergie d'extraction

2-1- La fréquence et la longueur d'onde seuil

Si l'on applique une tension **U_{AC}** positive, entre l'anode et la cathode de la cellule photoélectrique, on détectera un courant électrique passant à travers la cellule dès que l'on éclaire convenablement sa cathode par une radiation monochromatique.

Précisément, on constate que lorsque la fréquence ν de la radiation utilisée est inférieure à une valeur limite ν_0, le microampèremètre ne détecte plus de courant.

Cela implique que l'effet photoélectrique n'est possible que lorsque, $\nu \geq \nu_0$ ou de manière équivalente $\lambda \leq \lambda_0$.

On appelle fréquence seuil la fréquence minimale $\nu_0 = \frac{C}{\lambda_0}$ que doit avoir une radiation monochromatique pour pouvoir arracher les électrons d'un métal.
Alors λ_0 est la longueur d'onde seuil, c'est la longueur d'onde maximale que peut avoir une radiation monochromatique pour pouvoir arracher les électrons d'un métal.

Des expériences utilisant des cellules photoélectriques permettent d'établir le tableau ci-dessous

Métal	CS	K	Na	Ba	Zn	M0	Cu	W
$\lambda_0(nm)$	650	540	520	500	370	300	290	270

Nous remarquons que pour le zinc $\lambda_0 = 370nm$, le seuil est bien dans l'ultraviolet.

- **1ére loi de l'effet photoélectrique :** L'émission photoélectrique ne se produit que si la fréquence de la radiation monochromatique tombant sur le métal est supérieure à une fréquence limite ν_0 caractéristique du métal ; cette émission est instantanée

2-2- Energie d'extraction

Pour extraire un électron d'un métal, il faut lui fournir une énergie minimale **E_0** appelée travail ou énergie d'extraction, cette énergie minimale peut être fournie à l'électron par un photon de fréquence ν_0, Alors : $E_0 = h\nu_0$.

On appelle énergie d'extraction, l'énergie minimale $E_0 = h\nu_0$ à fournir à un métal pour arracher ses électrons.

3- Caractéristique (U, I) d'une cellule photoélectrique

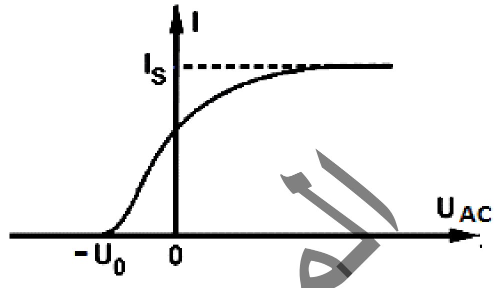
3-1- La courbe de la caractéristique

Eclairons une cellule photoélectrique par un faisceau monochromatique de fréquence déterminée $\nu > \nu_0$ et de puissance constante **P**.

La puissance **P** du faisceau est l'énergie transportée par le faisceau par unité de temps

Faisons varier la tension **U_{AC}** et traçons la caractéristique tension-courant de la cellule en relevant une série de couples de mesure **(U_{AC}, I)**.

En traçant la courbe représentative de **I = f(U_{AC})**, on trouve une courbe de la forme générale de la figure ci-contre



3-2- Intensité de saturation

Lorsque la tension **U_{AC}** augmente, le nombre d'électrons qui atteignent l'anode augmente. Donc l'intensité **I** augmente. Si tous les électrons émis par la cathode sont captés par l'anode l'intensité du courant atteint une valeur maximale appelée intensité de saturation **I_S**.

3-3- Potentiel d'arrêt

Lorsque la tension **U_{AC} = 0**, l'intensité n'est pas nulle : même sans tension accélératrice, certains des électrons émis parviennent à rejoindre l'anode.

Pour annuler l'intensité du courant, une tension négative **U_{AC} = - U_0** est nécessaire ; il s'agit de freiner les électrons éjectés de la cathode afin que même ceux ayant la plus grande vitesse d'émission ne parviennent pas à atteindre l'anode.

U_0 est appelée tension ou potentiel d'arrêt.

4- Energie cinétique de sortie de la cathode et le potentiel d'arrêt

L'application du théorème de l'énergie cinétique, à un électron se déplaçant de la cathode **C** vers l'anode **A**, donne la relation :

$$\frac{1}{2}mV_A^2 - \frac{1}{2}mV_C^2 = qU_{CA}.\ \text{Or}\ q = -e\ \text{ et }\ U_{CA} = -U_{AC} \Rightarrow \frac{1}{2}mV_A^2 - \frac{1}{2}mV_C^2 = eU_{AC}$$

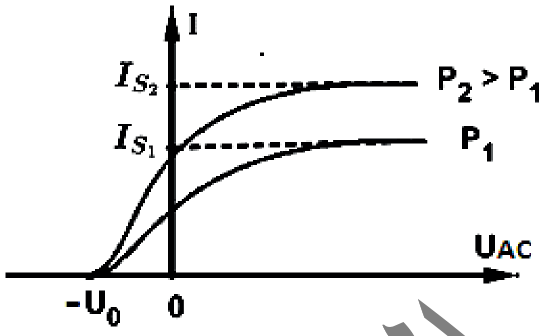
Lorsque **I = 0** et **U_{AC} = - U_0** ; les électrons possédant la vitesse d'éjection maximale **$V_c = V_{max}$** ont une vitesse **V_A** nulle lorsqu'ils arrivent au voisinage de l'anode, il vient alors :

$$\frac{1}{2}mV_{max}^2 = eU_0$$

La mesure de la tension d'arrêt permet de connaître l'énergie cinétique maximale des électrons émis par la cathode.

5- Influence de la puissance transportée par le faisceau lumineux

Conservons la même cellule sans modifier la fréquence ν et faisons varier la puissance **P** du faisceau incident en interposant un diaphragme à ouverture variable ou en agissant sur l'éclat de la source lumineuse. Pour chaque valeur de la puissance nous obtenons une caractéristique différente. En particulier l'intensité de saturation croit avec la puissance transportée par le faisceau lumineux. On peut expérimentalement établir le résultat suivant :

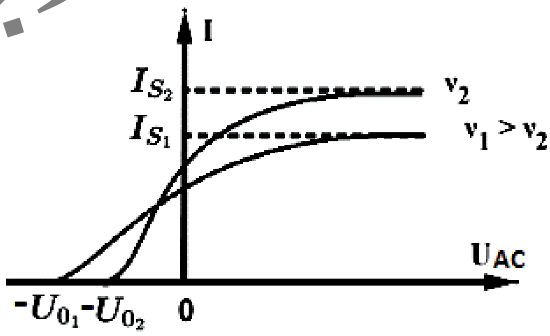


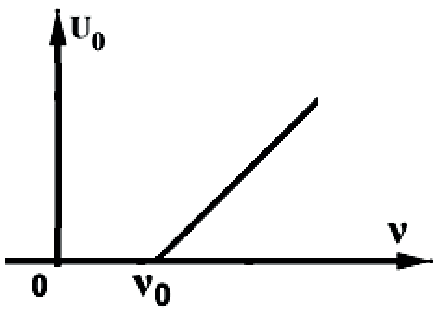
- **$2^{éme}$ loi de l'effet photoélectrique :** L'intensité du courant de saturation est proportionnelle à la puissance transportée par le faisceau lumineux reçu par le cathode.

Nous constatons, par contre que le potentiel d'arrêt $\mathbf{U_0}$ et par conséquent la vitesse maximale des électrons émis ne dépend pas de la puissance du faisceau incident.

6- Influence de la fréquence du faisceau incident

Eclairons la même cellule (même métal) avec des faisceaux de fréquences différentes supérieures à la fréquence seuil.
Pour chaque fréquence ν, nous obtenons une caractéristique différente, en particulier une tension d'arrêt $\mathbf{U_0}$ différente.
La vitesse et l'énergie cinétique maximale des électrons émis augmentent avec la fréquence du rayonnement incident.
Pour un métal donné, la représentation graphique des couples **(ν , U_0)** donne une droite
Pour $\nu \geq \nu_0$, $\mathbf{U_0}$ est fonction croissante de ν .
Les résultats précédents se traduisent par la loi expérimentale suivante :





- **$3^{éme}$ loi de l'effet photoélectrique :** L'énergie cinétique maximale des électrons émis par la cathode est indépendante de la puissance du faisceau monochromatique incident.

Elle ne dépend que de la fréquence ν de la radiation monochromatique incidente et croit de façon affine avec cette fréquence.

III- Interprétation de l'effet photoélectrique

1- Hypothèse d'Einstein

La théorie ondulatoire de la lumière est en contradiction avec certains faits expérimentaux :
Une radiation intense devrait communiquer une plus grande vitesse aux électrons éjectés.
Par exemple, en concentrant le faisceau lumineux sur une petite surface de la cathode, l'énergie cinétique maximale des électrons émis devrait augmenter et, par conséquent, la tension d'arrêt devrait croître également, Or, nous avons constaté qu'une plus grande puissance du faisceau ne faisait qu'augmenter le nombre d'électrons émis, mais ne modifiait pas le potentiel d'arrêt ($2^{éme}$ loi)
Selon la théorie ondulatoire, on devrait s'attendre à une puissance seuil et non à une fréquence seuil.
En 1905, A. Einstein donna une explication de ces phénomènes et interpréta les lois de l'effet photoélectrique.
Il émet les hypothèses suivantes :

- L'énergie lumineuse émise, se propage et elle est absorbée sous forme de grains d'énergie appelés photons.
- Chaque photon correspondant à une radiation électromagnétique de fréquence λ possède l'énergie : $E = h\nu$

h est une constante universelle appelée constante de Planck, les photons se propagent à la célérité de la lumière.
La constante de Planck a pour valeur **h= 6,62.10^{-34} Js.**

2 - Interprétation des lois de l'effet photoélectrique

- **Première loi :** l'effet photoélectrique ne se produit qu'avec un rayonnement de fréquence $\nu \geq \nu_0$. Un électron dans un métal n'est pas libre, il est soumis à toutes les actions dues aux ions métalliques constituant le réseau cristallin et, aux autres électrons libres de ces ions.

Ces forces se compensent à peu près pour des électrons éloignés de la surface, du métal, mais si un électron arrive au voisinage de cette surface, il est soumis à une force d'attraction qui va l'empêcher de sortir du métal.
Pour l'extraire, il faut lui fournir une énergie minimale E_0 encore appelée travail ou énergie d'extraction, cette énergie minimale peut-être fournie à l'électron par un photon de fréquence ν_0, c'est l'énergie d'extraction : $E_0 = h\nu_0$.
L'effet photoélectrique ne peut se produire que si le photon incident possède au mois l'énergie minimale $E_0 = h\nu_0$: il s'agit là de l'effet de seuil.
Une multitude de photons d'énergie $h\nu < h\nu_0$ cumulant leurs énergies ne peuvent réaliser l'extraction alors qu'un seul photon d'énergie $h\nu > h\nu_0$ est capable de le faire.

- **$2^{ème}$ loi :** l'intensité du courant de saturation I_S est proportionnelle à la puissance du faisceau incident.

Soit **n** le nombre de photons tombant sur la cathode pendant une durée Δt et $h\nu$ l'énergie d'un photon : la puissance **P** reçue par la cathode vaut : $P = \dfrac{n.h.\nu}{\Delta t}$.

Sur **n** photons incidents possédant l'énergie suffisante seuls **n'** photons sont efficaces, c'est-à-dire capables d'extraire **n'** électrons.

Le rapport $\dfrac{n'}{n} = r$ est appelé rendement quantique de la cellule.

Pour une cellule donnée, ce rendement n'est fonction que de la fréquence ν du rayonnement incident. Ainsi $P = \dfrac{n'.h.\nu}{r.\Delta t}$.

L'intensité de saturation est liée au nombre d'électrons éjectés du métal pendant la durée Δt par la relation : $I_s = \dfrac{Q}{\Delta t}$ tel que **Q = n'e.** Ce qui donne : $I_s = \dfrac{n'.e}{\Delta t}$.

D'où $P = \dfrac{I_S.h.\nu}{e.r} \Rightarrow I_S = \dfrac{P.e.r}{h.\nu}$.

L'intensité du courant de saturation est bien proportionnelle à la puissance transportée par le faisceau incident.

- **$3^{ème}$ loi :** la tension d'arrêt U_0 est fonction affine de la fréquence ν du rayonnement incident.

Soit un photon efficace possédant l'énergie $E > E_0$. Si nous considérons le système (photon-électron émis-cristal) comme un système isolé, nous pouvons appliquer le principe de conservation de l'énergie : $E_{photon} = E_{Ce^-} + E_{(extraction)} + E_{C(cristal)}$

L'énergie cinétique de recul de la cathode est tout à fait négligeable compte tenu de sa masse

et : $E_{photon} = \dfrac{1}{2} m V_{max}^2 + E_0$; $\dfrac{1}{2} m V_{max}^2 = h\nu - h\nu_0 = h(\nu - \nu_0)$

Or $\dfrac{1}{2} m V_{max}^2 = eU_0 \Leftrightarrow U_0 = \dfrac{h}{e}(\nu - \nu_0)$

Le potentiel d'arrêt U_0 est donc une fonction affine de la fréquence ν.

IV -Applications de l'effet photoélectrique

1- Emplois divers de la cellule photoélectrique

Les cellules photoélectriques permettent de convertir des variations de flux lumineux en signaux électriques.

Donnons quelques applications : mise en marche de dispositifs mécaniques tels que portes de garages, escaliers roulants, avertisseurs d'incendie ….

2- Photomultiplicateur

C'est un appareil qui permet de déceler ou de compter des photons, même un par un. Ces détecteurs ont permis à la physique nucléaire d'accomplir d'énormes progrès dans l'étude des énergies de particules.

3- Cellules photovoltaïques ou photopiles

Ce sont des dispositifs qui transforment directement les radiations électromagnétiques en courant électrique et ce sans nécessiter un générateur.

Les cellules solaires utilisées dans les satellites artificiels, dans certaines installations électriques locales sont des photopiles.

Essentiel

- Par définition, l'effet photoélectrique est l'émission d'électrons par un métal exposé à un rayonnement électromagnétique convenable
- On appelle fréquence seuil la fréquence minimale $\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}$ que doit avoir une radiation monochromatique pour pouvoir arracher les électrons d'un métal et λ_0 est la longueur d'onde seuil
- On appelle énergie d'extraction, l'énergie minimale $E_0 = h\nu_0$ à fournir à un métal pour arracher ses électrons.
- L'énergie cinétique maximale de sortie de la cathode : $\frac{1}{2}mV_{max}^2 = eU_0$
- La puissance lumineuse P reçue par la cathode : $P = n.h.\nu$ où n le nombre de photons reçus par la cathode par seconde
- Le rendement quantique d'une cellule photoélectrique $r = \frac{n'}{n}$ où n' est le nombre photons efficace qui arrachent des électrons.
- La puissance lumineuse : $P = \frac{I_S.h.\nu}{e.r}$.
- Le courant de saturation : $I_S = \frac{P.e.r}{h.\nu}$
- Le potentiel d'arrêt : $U_0 = \frac{h}{e}(\nu - \nu_0)$

Exercice résolu

La longueur d'onde de seuil est 375 nm ; un effet photoélectrique est observé si la longueur d'onde de la lumière est inférieure à 375 nm. Dans le cas présent (absence des radiations de longueur d'onde inférieure à 420 nm) il n'y a pas d'effet photoélectrique.

Une cellule photoélectrique possède une photocathode au césium. Elle est éclairée par une radiation monochromatique de longueur d'onde λ = 0,425 µm. La puissance captée par la photocathode est P = 1 W. Les mesures donnent alors:

- intensité du courant de saturation I_{sat} = 2 mA,
- potentiel d'arrêt U_0 = 1 V.

Déterminer :

1. La fréquence et l'énergie des photons incidents;
2. L'énergie cinétique maximale de sortie des électrons photo-émis;
3. La valeur du travail d'extraction W_s du césium;
4. La fréquence et la longueur d'onde de seuil;
5. Le nombre de photons captés par seconde;
6. Le nombre d'électrons émis par seconde. Conclure.

Solution

1.La fréquence ν et l'énergie E des photons incidents :

$$\lambda = 0{,}425\ \mu m = 4{,}25\ 10^{-7}\ m\ ;\ \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\ 10^{8}}{4{,}25\ 10^{-7}} = 7{,}06\ 10^{14}\ Hz.$$

$$E = h\nu = 6{,}6\ 10^{-34}.7{,}06\ 10^{14} = 4{,}67\ 10^{-19}\ J.$$

2.On utilise le théorème de l'énergie cinétique $E_{cA} - E_{cC}$ = travail de la force électrique + travail du poids.

Or le travail du poids de l'électron est négligeable par rapport au travail de la force électrique.

Le travail de la force électrique s'exprime par : $q.U_{CA}$

D'où : $E_{cA} - E_{cC} = q.U_{CA}$

Prenons le cas où $U_{AC} = -U_0$: Dans ce cas particulier, les électrons sont freinés et ne peuvent pas atteindre l'anode A. On aura donc $v_A = 0\ m.s^{-1}$ et donc $E_{cA} = 0\ J$.

De plus pour l'électron, on a q = $-$e. Donc $0 - E_{cC} = (-e).U_{CA} = (-e).(-U_{AC})$

donc $-E_{cC} = (-e)\ (-(-U_0)) = -e\,U_0$ Finalement $E_{cC} = e\,U_0$

A.N. : $E_{cC} = 1{,}6.10^{-19}\ .1 = 1{,}6.10^{-19}\ J$

3.On peut désormais utiliser la relation $E_{phot} = W_S + E_{c\,e^-}$ soit $W_S = E_{phot} - E_{c\,e^-}$

$$W_S = 4{,}67.10^{-19} - 1{,}6.10^{-19} = 3{,}07.10^{-19} J\ \text{ou}\ 1{,}92\ eV$$

4.Fréquence et la longueur d'onde de seuil :

$$\nu_s = \frac{W_s}{h} = \frac{3{,}07\ 10^{-19}}{6{,}62\ 10^{-34}} = 4{,}64\ 10^{14}\ \text{Hz.}$$

Longueur d'onde seuil dans le vide $\lambda_s = \frac{c}{\nu_s} = \frac{3\ 10^{8}}{4{,}64\ 10^{14}} = 6{,}46\ 10^{-7}\text{m} = 646\ \text{nm}$.

5.Nombre N de photons captés par seconde : P= Nh▯/▯t

$$N = P\,\Delta t/(h\nu) = \frac{1.1}{6{,}62\ 10^{-34}\ .4{,}64\ 10^{14}} = 3{,}25\ 10^{18}\ \text{Photons.}$$

6. Nombre d'électrons émis par seconde : $I_{sat} = \frac{n\,e}{\Delta t}$

$$n = \frac{I_{sat}\Delta t}{e} = \frac{2\ 10^{-3}.1}{1{,}6\ 10^{-19}} = 1{,}25\ 10^{16}\ \text{électrons.}$$

Le rendement quantique $\rho = \frac{n}{N} = 3{,}84\ 10^{-3}$.

La probabilité qu’ un photon interagir avec succès avec un électron est très faible.

Exercices

Exercice 1

Une cellule photoélectrique reçoit un rayonnement lumineux monochromatique de longueur d'onde 0,483µm. Elle est branchée dans un circuit série comprenant un générateur de tension continue réglable et un ampèremètre. On augmente progressivement la tension et on constate que le courant à travers l'ampèremètre diminue. Pour des tensions supérieures à 0,87 V l'intensité de courant est nulle.

a- Représenter le schéma du montage.

b- Calculer le travail d'extraction d'un électron. Exprimer le en eV.

c- Calculer la fréquence seuil et la longueur d'onde seuil. On donne :$h = 6{,}62\ .10^{-34}$js $e = 1{,}6\ .10^{-19}$ C , $c = 3\ .10^{8}$ m/s.

Exercice 2

1- La photocathode en Cs d'une cellule photoélectrique reçoit un rayonnement lumineux monochromatique de longueur d'onde 430 nm et de puissance 1 mW. Sa fréquence de seuil est $4{,}6 \cdot 10^{14}$ Hz.

a - Calculer en J puis en eV le travail d'extraction d'un électron de la photocathode.

b - Quelle est l'énergie cinétique maximale des électrons émis en J, puis en eV?

c - Calculer le potentiel d'arrêt de la photocathode pour ce rayonnement.

2 - Calculer la vitesse maximale d'impact d'un électron sur l'anode si la ddp entre l'anode et la photocathode est 10 V.

3- Le rendement quantique de la cellule $\eta = 0{,}03$. Calculer l'intensité du courant de saturation obtenu avec ce rayonnement.

Exercice 3

Une cellule photoélectrique reçoit un rayonnement lumineux monochromatique de longueur d'onde 0,483 µm. Elle est branchée dans un circuit série comprenant un générateur de tension continue réglable et un ampèremètre. On augmente progressivement la tension et on constate que le courant à travers l'ampèremètre diminue. Pour des tensions supérieures à 0,87 V l'intensité de courant est nulle.

a- Représenter le schéma du montage.

b- Calculer le travail d'extraction d'un électron. Exprimer le en eV.

c- Calculer la fréquence seuil et la longueur d'onde seuil.

On donne: $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Js , $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C , $c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s.

Exercice 4

On éclaire la cathode d'une cellule photoélectrique à vide avec une lumière monochromatique dont chaque photon transporte une énergie de 2,75 eV.

a- Calculer la valeur de la longueur d'onde de cette lumière.

b- Calculer la valeur de la vitesse d'expulsion d'un électron du métal de la cathode sachant que le travail d'extraction vaut 2,25 eV.

c- Pour augmenter cette vitesse d'expulsion faut-il changer la longueur d'onde de la lumière incidente ou la puissance lumineuse? Justifier la réponse.

Exercice5

1- Qu'est-ce que l'effet photoélectrique? Décrire l'expérience historique qui a permis de mettre ce phénomène en évidence.

2- Pourquoi la théorie ondulatoire de la lumière ne permet-elle pas d'interpréter le phénomène observé.
3- Expliquer la notion de potentiel d'arrêt et établir son expression en fonction de la fréquence des photons utilisés.
4- Application: :
On éclaire une cellule photoélectrique avec un faisceau de lumière monochromatique de longueur d'onde 526 nm et de puissance 0,25 W.

a- Calculer la vitesse des électrons photo-émis, si le travail d'extraction vaut 2,2 eV.
b- Quelle est l'intensité du courant de saturation, si le rendement quantique de la cellule vaut 0,8%?

On donne: $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C; $h = 6{,}62\cdot10^{-34}$ Js; $C = 3\cdot10^{8}$ m/s; $m_{é} = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg

Exercice 6
1- La photocathode en Cs d'une cellule photoélectrique reçoit un rayonnement lumineux monochromatique de longueur d'onde 430 nm et de puissance 1 mW. Sa fréquence de seuil est $4{,}6\cdot10^{14}$ Hz.
a - Calculer en J puis en eV le travail d'extraction d'un électron de la photocathode.
b - Quelle est l'énergie cinétique maximale des électrons émis en J, puis en eV?
c - Calculer le potentiel d'arrêt de la photocathode pour ce rayonnement.
2 - Calculer la vitesse maximale d'impact d'un électron sur l'anode si la ddp entre l'anode et la photocathode est 10 V.
3- Le rendement quantique de la cellule $\eta = 0{,}03$.
Calculer l'intensité du courant de saturation obtenu avec ce rayonnement.

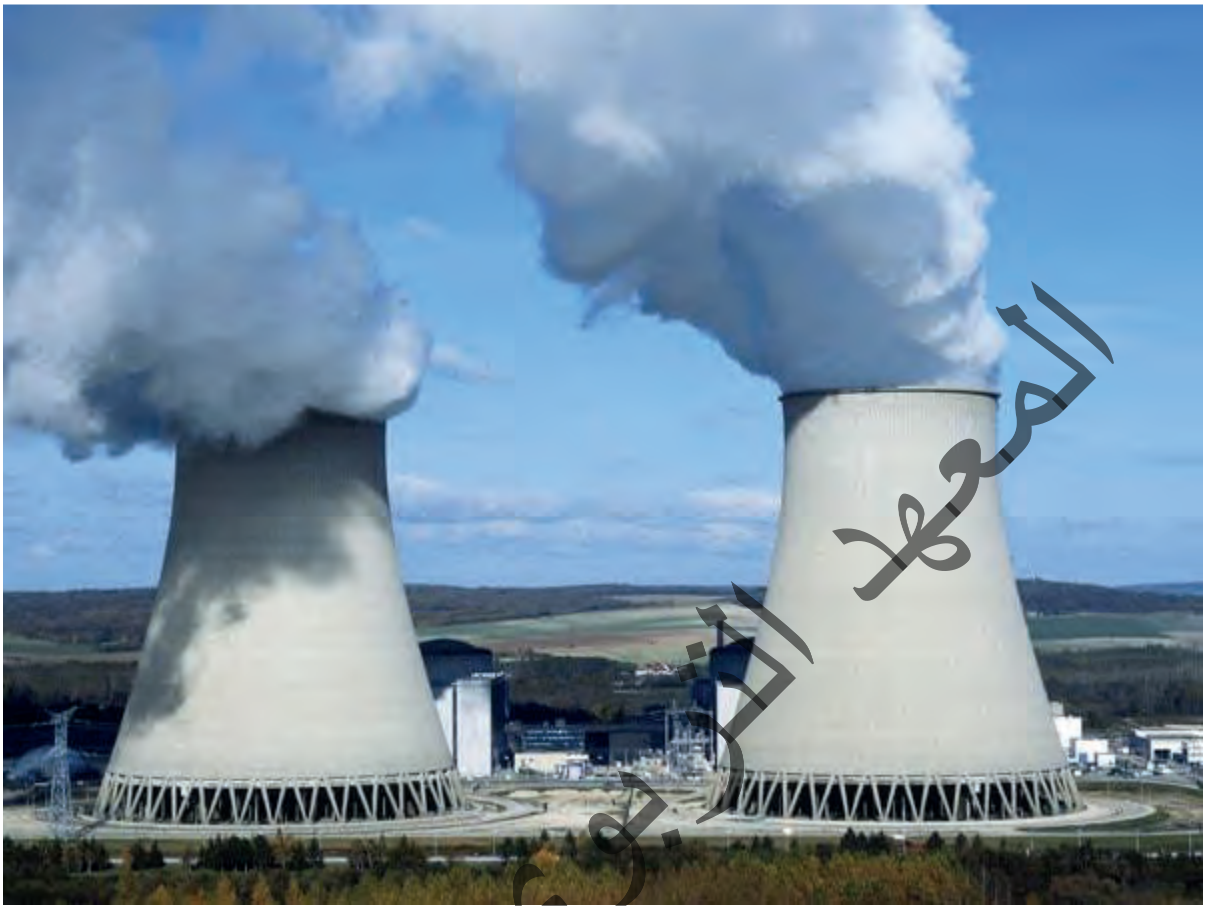
Exercice 7
La cathode d'une cellule photoélectrique est caractérisée par un travail d'extraction de 2,5 eV. On l'éclaire avec de la lumière monochromatique de longueur d'onde 400 nm
1 - Calculer l'énergie cinétique des électrons photo émis, ainsi que le potentiel d'arrêt.
2 - On applique une différence de potentiel $V_A - V_C = 10$ V entre cathode et anode. Calculer l'énergie cinétique des électrons lors de leur arrivée sur l'anode.
3 - Pour cette tension, la cellule est saturée ($I = I_S$). Sachant que la puissance du faisceau lumineux vaut 400 mW et le courant de saturation 50 mA, calculer le rendement de la cellule.
$h = 6{,}62\cdot10^{-34}$Js ; $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C ; $C = 3\cdot10^{8}$ m/s

Exercice 8
On envoie un faisceau de lumière monochromatique de puissance 1W et de longueur d'onde 0,489 µm sur une cellule photoélectrique pour laquelle le travail d'extraction vaut 2,1 eV.
a)Déterminer la longueur d'onde seuil de la cellule.
b)Calculer l'énergie cinétique d'électrons émis.
c)Quelle tension faut-il appliquer à cette cellule pour annuler le courant ?
Préciser la polarité .
d)Déterminer l'intensité de saturation, sachant que 2% des photons incidents produisent l'effet photoélectrique. On donne : $h = 6{,}62\cdot10^{-34}$Js ; $c = 3\cdot10^{8}$ m/s ; $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C

Exercice 9
1-Expliquer les termes suivants:
a)seuil photoélectrique
b)courant de saturation
c)potentiel d'arrêt.
Décrire le montage permettant l'étude de l'intensité du courant photoélectrique.

1-Comment doit-on modifier l'expérience de l'effet photoélectrique pour avoir:
a)un courant de saturation d'intensité double?
b)un seuil photoélectrique plus faible?
c)un potentiel d'arrêt plus grand ?
2-Le travail d'extraction d'un électron de la cathode vaut W_0 = 1,60eV. Déterminer la longueur d'onde λ_0 qui correspond au seuil photoélectrique du métal de la cathode C.
3-On éclaire la cellule par une radiation de longueur d'onde λ = 500nm. La tension entre anode A et cathode C vaut U_{AC} = 7,00V.
Déterminer **:**
a) La valeur Vc de la vitesse maximale des électrons émis par C.
b) La valeur de la vitesse V_A à l'arrivée sur l'anode A des électrons émis par la cathode à une vitesse $v=4,5\times10^5\,m/s$.
4-Quelle tension maximale U'_{AC} permettrait d'annuler le courant photoélectrique, lorsque les électrons sont émis avec la vitesse $v=4,5\times10^5\,m/s$?

Chapitre XV: Réactions nucléaires



OBJECTIFS

- Définir l'énergie de liaison du noyau
- Connaître les principales réactions nucléaires
- Définir la radioactivité
- Connaître les différents types de radioactivité
- Savoir utiliser la loi de décroissance radioactive
- Savoir déterminer l'activité d'une substance radioactive
- connaître la période radioactive.

I- Généralités

1 - Dimensions du noyau (nucléide)

Les expériences montrent que le noyau a une forme sphérique de rayon **r** ; le rayon **r** est donné en fonction du nombre de nucléons **A** par la relation : $\mathbf{r = r_0 A^{\frac{1}{3}}}$ avec $\mathbf{r_0 = 1{,}2.10^{-15} m}$

2- Masse du nucléide

Le noyau représente quasiment toute la masse de l'atome, la masse des électrons étant le plus souvent considérée comme négligeable par rapport à la masse totale du noyau.
L'unité de masse, le kilogramme, connue jusqu' à présent ne convient pas pour la physique nucléaire car les masses atomiques sont très petites.
Pour cela on utilise de nouvelles unités :

- Unité de masse atomique **u** : $\mathbf{1u = \dfrac{m\left({}^{12}_{6}C\right)}{12}}$
- Le $\dfrac{\mathbf{MeV}}{\mathbf{c^2}}$ qui revient à donner l'énergie de masse en **MeV** au lieu de la masse.

$$\mathbf{1u = 1{,}661.10^{-27}\ kg = 931.5\ MeV/\ c^2}$$

La masse du noyau vaut approximativement **m = A.u**.
Les valeurs des masses des particules de l'atome sont les suivantes :

Particule	Masse en kg	Masse en u	Masse en MeV/c²
Proton	$\mathbf{1{,}672.10^{-27}}$	**1,007**	**938,2**
Neutron	$\mathbf{1{,}674.10^{-27}}$	**1,009**	**939,5**
Electron	$\mathbf{9{,}110.10^{-31}}$	$\mathbf{5{,}5.10^{-4}}$	**0,51**

3- Cohésion nucléaire

Comment les nucléons peuvent-ils rester ensemble alors que les protons chargés positivement se repoussent ? Il est nécessaire qu'une autre force attractive, équilibre cette répulsion, sinon le noyau n'existerait pas.
La force gravitationnelle est attractive, mais son intensité est trop faible par rapport à la force électrique pour jouer ce rôle.
Il y a donc une autre force fondamentale qui lie les nucléons à l'intérieur du noyau :
C'est l'interaction forte découverte par **YUKAWA en 1935**, l'interaction forte est la force à très courte portée **(10^{-14} m)** qui assure la cohésion des noyaux.

II- Energie du noyau

1- Défaut de masse

Prenons l'exemple d'un noyau de deutérium $^{2}_{1}H$, isotope de l'hydrogène, il est formé d'un proton et d'un neutron.

L'expérience montre que la masse d'un nucléide de deutérium, exprimée en unités de masse atomique, vaut : **$m(^{2}_{1}H)$= 2,01345u,** celle du proton et celle du neutron sont respectivement :

m_p = 1,007276u, et m_n = 1,008665 u.

Si nous additionnons les masses du proton et du neutron, nous obtenons :

$m_p + m_n$ = 2,015941u.

Nous observons que la masse du noyau de deutérium est inférieure à la somme des masses de ses composants !

Ce phénomène est général.

La masse d'un noyau est toujours inférieure à la somme des masses des nucléons qui le constituent.

Lors de la formation d'un noyau, il y' a donc une « perte » de masse appelée défaut de masse.

Par définition, le défaut de masse d'un noyau est égal à la différence entre la masse des nucléons qui le composent et sa masse.

Le défaut de masse est une valeur positive, notée $\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{noy}$

2 - Relation d'Einstein

Dans la théorie de la relativité restreinte, Einstein a postulé que la masse est une des formes que peut prendre l'énergie : la masse et l'énergie sont donc équivalentes.

Cette équivalence est donnée par la relation d'Einstein **$E = mc^2$** où **m** est la masse du système et **C** est la célérité de la lumière dans le vide.

Tout système au repos à une énergie de masse. Considérons un système dont la masse varie, son énergie de masse doit donc changer.

A toute variation de masse d'un système au repos correspond une variation d'énergie de masse donnée par la relation: $\Delta E = \Delta m.C^2$

ΔE et Δm représentent respectivement les variations de l'énergie et celles de la masse du système.

Cette relation est algébrique :

- Si la masse du système augmente ($\Delta m > 0$) l'énergie de masse du système augmente ($\Delta E > 0$).
- Si la masse du système diminue ($\Delta m < 0$) l'énergie de masse du système diminue également ($\Delta E < 0$)

La théorie de la relativité nous apprend que l'énergie totale d'un système est la somme : de deux termes : son énergie de masse et son énergie cinétique.

Lorsque l'on considère un système isolé, son énergie totale est constante. Dans le cas de la diminution de son énergie de masse, il y a nécessairement augmentation de son énergie cinétique.

3 - L'énergie de liaison

Le défaut de masse lors de la formation d'un nucléide est converti en énergie qui sert à maintenir les nucléons ensemble c'est l'énergie de liaison : $E_\ell = \Delta m.C^2$.

L'énergie de liaison est une grandeur positive car la masse des nucléons séparés est supérieure à la masse du noyau.

L'énergie de liaison est d'autant plus grande que les noyaux ont un nombre de nucléons plus élevé.

Pour pouvoir comparer les stabilités des noyaux, il faut rapporter cette énergie de liaison au nombre de nucléons dans le nucléide .

On définit l'énergie de liaison par nucléon : $E_{\ell/A} = \dfrac{E_\ell}{A}$.

Remarque :

Plus un noyau est lourd, plus son énergie de liaison est grande. Mais cela n'implique pas qu'il soit stable.

Ainsi l'énergie de liaison de l'uranium **238** est $E_\ell(^{238}_{92}U)$ **= 1802 Mev** et celle du fer **56** est $E_\ell(^{56}_{26}Fe)$ **= 4922 Mev**.

Pour juger de la stabilité d'un nucléide il faut considérer l'énergie de liaison par nucléons :

$$E_{\ell/A} = \frac{E_\ell}{A} = \frac{\Delta m.C^2}{A} = \frac{\left[Zm_p + (A-Z)m_n - m_{noy}\right].C^2}{A}$$

Pour $^{238}_{92}U$; $E_{\ell/A}\left(^{238}_{92}U\right) = \dfrac{E_\ell}{A} = 7{,}57 Mev / nucléon$

pour $^{56}_{26}Fe$; $E_{\ell/A}\left(^{56}_{26}Fe\right) = \dfrac{E_\ell}{A} = 8{,}79 Mev / nucléon$.

Donc le fer **56** est plus stable que l'uranium **238**

Un nucléide est d'autant plus stable que son énergie de liaison par nucléon est grande.

III- Réactions nucléaires

1- Généralités

1-1- Définition

La réaction nucléaire est une transmutation au cours de laquelle un ou plusieurs noyau(x) appelé(s) noyau(x) mère(s) se transforme(nt) en donnant un ou plusieurs noyau(x) appelé(s) noyau(x) fils ou descendant(s) : ***noyaux mères*** $\longrightarrow$ ***noyaux fils (descendants)***

1-2- Lois de conservation

Dans toutes les réactions nucléaires, deux lois doivent être vérifiées.

- *Lois de conservation des nombres de charge :* La somme des nombres de charge des noyaux mères est égale à la somme des nombres de charge des noyaux fils

$\sum Z_{noyaux\ mères} = \sum Z_{noyaux\ fils}$

- *Loi de conservation des nombres de masse :* La somme des nombres de masse des noyaux mères est égale à la somme des nombres de masse des noyaux fils

$\sum A_{noyaux\ mères} = \sum A_{noyaux\ fils}$

Exemple : Soit la réaction nucléaire ${}_{Z}^{A}X + {}_{Z'}^{A'}X' \longrightarrow {}_{Z_1}^{A_1}Y_1 + {}_{Z_2}^{A_2}Y_2$.

Donc $\begin{cases} \textit{la loi de conservation de nombres de charge : } Z+Z' = Z_1+Z_2 \\ \textit{la loi de conservation de nombres de masse : } A+A' = A_1+A_2 \end{cases}$

On distingue entre deux types de réactions nucléaires : réactions nucléaires spontanées et réactions nucléaires provoquées

Remarque :

Chaque particule élémentaire a une écriture symbolique

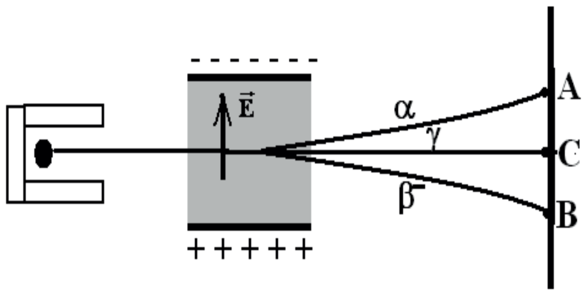
$\textit{proton} \rightarrow {}_{1}^{1}p \quad ; \quad \textit{neutron} \rightarrow {}_{0}^{1}n \quad ; \quad \textit{électron} \rightarrow {}_{-1}^{0}e \quad \textit{et} \quad \textit{positron} \rightarrow {}_{1}^{0}e$

2- Réactions nucléaires spontanées (radioactivités)

2-1- Mise en évidence

- **Expérience**

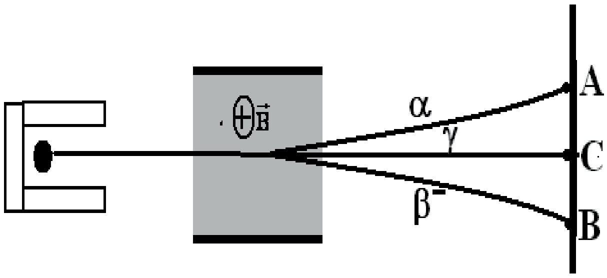
Une substance radioactive telle que le sel de radium est placée au fond d'une cavité étroite percée dans un cylindre de plomb à parois épaisses.



Le rayonnement émis par la substance est canalisé par le tube de plomb.

Lorsqu'on soumet ce rayonnement à l'action d'un champ électrique uniforme $\vec{E}$, on observe sur l'écran trois points d'impact **A, B, C .**

On obtient le même résultat que précédemment lorsqu' on remplace le champ électrique par un champ magnétique uniforme $\vec{B}$.



- **Analyse**

➢ Les particules qui arrivent en **A** sont chargées positivement car elles sont déviées dans le sens du champ. Elles ont été identifiées à des noyaux d'hélium $^{4}_{2}\mathbf{He}$

➢ Les particules qui arrivent en **B** sont chargées négativement car elles sont déviées en sens opposé du champ. Ces particules ont été étudiées et identifiées à des électrons $^{-1}_{0}\mathbf{e}$

➢ Les particules qui arrivent au point **C** ne sont pas chargées puisqu'elles ne sont pas déviées. Ces sont des photons.

L'étude des particules émises par certains éléments radioactifs artificiels révèle l'existence d'une autre particule déviée dans le sens du champ. Cette particule est de masse égale à celle de l'électron mais de charge apposée, on l'appelle positon : $^{1}_{0}\mathbf{e}$

2-2- Définition

Certains noyaux d'atomes naturels, ou artificiels, sont instables et se transforment spontanément. Le noyau instable est dit radioactif, sa transformation est appelée désintégration ou réaction nucléaire spontanée.

L'ensemble des particules émises par un échantillon radioactif constitue le rayonnement radioactif.

La radioactivité est la propriété spécifique de certains noyaux instables de se transformer spontanément en émettant un rayonnement.

La radioactivité est :

✓ Une propriété du noyau.

✓ Spontanée.

✓ Indépendante des conditions physiques.

✓ Indépendante du composé auquel appartient le noyau.

2-3- Les types de radioactivité

- ***La radioactivité*** (α)

Les particules α sont des noyaux d'hélium symbolisés par ${}^{4}_{2}He$

Au cours d'une émission α, l'équation de la désintégration s'écrit : ${}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He(\alpha)$.

Exemple : L'uranium **238** est un noyau radioactif de α :

${}^{238}_{92}U \longrightarrow {}^{234}_{90}Th + {}^{4}_{2}He(\alpha)$ le noyau fils est le thorium

- ***La radioactivité*** (β^-)

β^- est une particule qui à une masse et une charge identiques à celles de l'électron, il s'agit d'un électron.

Au cours d'une émission β^- , l'équation de la désintégration s'écrit : ${}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e(\beta^-)$

Tout se passe comme si un neutron du noyau se transforme en un proton selon l'équation :

${}^{1}_{0}n \longrightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e(\beta^-)$

Exemple : Le cobalt **60** est radioactif de β^- selon l'équation :

${}^{60}_{27}Co \longrightarrow {}^{60}_{28}Ni + {}^{0}_{-1}e(\beta^-)$; le noyau fils est le nickel

- ***La radioactivité*** (β^+)

β^+ est une particule qui a la même masse qu'un électron et une charge positive égale à la valeur absolue de celle de l'électron appelé positron.

Au cours d'une émission β^+ , la désintégration s'accompagne de la libération d'un positron ${}^{0}_{1}e$

L'équation générale d'une émission β^+ s'écrit : ${}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}_{Z-1}^{A}Y + {}^{0}_{1}e(\beta^+)$.

Tout ce passe comme si un proton du noyau se transforme en un neutron selon l'équation :

${}^{1}_{1}p \longrightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{0}_{1}e(\beta^+)$.

Exemple : Le bismuth 208 est un noyau radioactif β^+ :

${}^{208}_{83}Bi \longrightarrow {}^{208}_{82}Pb + {}^{0}_{1}e(\beta^+)$ le noyau fils est le plomb

- ***Le rayonnement*** (γ)

C'est une particule électriquement neutre, sa masse est nulle et sa vitesse est égale à celle de la lumière. γ est un photon.

Les atomes obtenus lors des radioactivités α ; β^+ ou β^- sont généralement excités.

Le retour à l'état fondamental d'un atome excité s'accompagne d'une libération d'énergie sous forme de rayonnement lumineux ; C'est la désexcitation γ .

Si Y^* est le noyau fils d'atome excité ; l'équation de la désexcitation s'écrit : $Y^* \longrightarrow Y + \gamma$

3- Réactions nucléaires provoquées

Les réactions nucléaires provoquées sont dues au bombardement d'un noyau par une autre particule ou par un autre noyau.

Elles dépendent de plusieurs facteurs :

- ✓ la nature du noyau cible.
- ✓ la nature du projectile (neutron ou nucléide) et de son énergie cinétique.

Les réactions nucléaires provoquées sont très nombreuses et très variées.

Nous allons donner quelques exemples :

3-1- Réactions de transmutation

C'est une réaction nucléaire au cours de laquelle deux noyaux interagissent pour former deux autres nouveaux noyaux avec éventuellement création de particules élémentaires.

Exemple : $^{14}_{7}N + ^{4}_{2}He \longrightarrow ^{17}_{8}O + ^{1}_{1}H$

3-2- Réactions de fission

Certains noyaux atomiques massifs ont la propriété de se scinder en deux fragments, en général inégaux, lorsque diverses particules viennent les choquer.

Quand cette scission est provoquée par un neutron, la réaction porte le nom « fission ». $^{A}_{Z}X + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{A_1}_{Z_1}X_1 + ^{A_2}_{Z_2}X_2 + k\,^{1}_{0}n$

La fission est une réaction :

- ✓ provoquée
- ✓ qui se produit en chaîne
- ✓ exothermique

Exemples : $^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{148}_{57}La + ^{85}_{35}Ba + 3\,^{1}_{0}n$

$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{140}_{54}Xe + ^{94}_{38}Sr + 2\,^{1}_{0}n$

3-3- Réactions de fusion

On peut libérer de l'énergie aussi en unissant de petits noyaux pour en former de plus gros.

Ces réactions sont appelées fusions nucléaires.

La fusion est une réaction :

- ✓ provoquée.
- ✓ exothermique.

Exemples : $^{2}_{1}H + ^{3}_{1}H \longrightarrow ^{4}_{2}He + ^{1}_{0}n$

$^{2}_{1}H + ^{2}_{1}H \longrightarrow ^{3}_{1}He + ^{1}_{1}p$

Remarque :

- ✓ *L'énergie nucléaire est produite essentiellement par les réactions nucléaires de fission ou fusion.*
- ✓ *L'énergie produite par une réaction nucléaire est donnée par la relation :* $\mathbf{E} = \left(\sum \mathbf{m}_{\text{noyaux fils}} - \sum \mathbf{m}_{\text{noyaux mères}}\right).\mathbf{c}^2$

IV- Lois de décroissance radioactive

1- Le nombre de noyaux radioactifs non désintégrés restants

Soit un échantillon contenant $\mathbf{N_0}$ noyaux radioactifs non désintégrés à la date **t = 0**
Soit **N** le nombre de noyaux identiques non désintégrés restants à la date **t**.
Soit **dN** la variation du nombre de noyaux radioactifs non désintégrés pendant une durée élémentaire **dt.**
(dN < 0) car le nombre de noyaux radioactifs non désintégrés diminue au cours du temps.
Donc le nombre de noyaux radioactifs non désintégrés à l'instant **t + dt** est **N + dN**.
Alors le nombre de noyaux désintégrés pendant la durée **dt** est **N - (N + dN) = - dN**
Des expériences, permettant le comptage des particules émises par les noyaux radioactifs, montrent que :

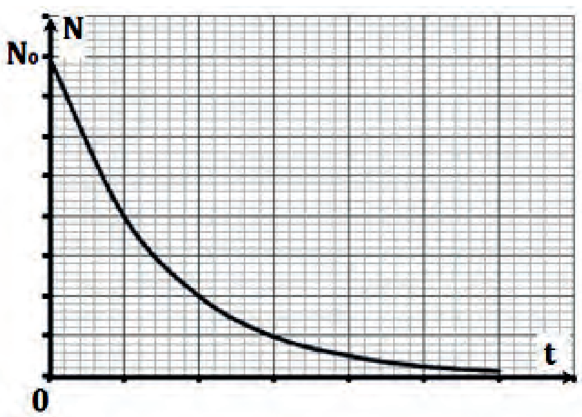
- **(- dN)** est proportionnel à **dt**
- **(- dN)** est proportionnel à **N**
- **(- dN)** dépend de la nature des noyaux radioactifs (élément chimique et isotope).

On peut écrire donc : $dN = -\lambda N dt \Rightarrow \dfrac{dN}{N} = -\lambda dt$.

En intégrant entre **t = 0** et **t** d'une part et $\mathbf{N_0}$ et **N** d'autre part, on trouve :

$\int_{N_0}^{N} \dfrac{dN}{N} = \int_0^t -\lambda dt \Rightarrow \left[ln(N)\right]_{N_0}^{N} = \left[-\lambda t\right]_0^t \Rightarrow ln\left(\dfrac{N}{N_0}\right) = -\lambda t$. il vient : $N = N_0 e^{-\lambda t}$

λ : s'appelle constante radioactive qui dépend de la nature des noyaux désintégrés
Le nombre de noyaux radioactifs décroît suivant une loi exponentielle en fonction du temps.
La courbe représentative des variations de nombre de noyaux non désintégrés est de la forme :



D’autre par

- La quantité de matière des noyaux radioactifs non désintégrés à un instant **t** est :

$$n=\frac{N}{\mathcal{N}}=\frac{N_0}{\mathcal{N}}e^{-\lambda t}=n_0e^{-\lambda t} \quad avec \quad \begin{cases} n : \text{nombre de moles à un instant } (t) \\ n_0 : \text{nombre de moles à l'instant } (t=0) \\ \mathcal{N} : \text{nombre d'Avogadro} \end{cases}$$

- La masse totale des noyaux radioactifs non désintégrés à un instant **t** est :

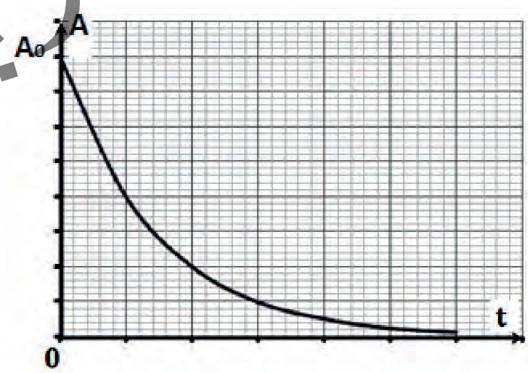
- $$m=n\times M=M\times n_0e^{-\lambda t}=m_0e^{-\lambda t} \quad avec \quad \begin{cases} m : \text{la masse à un instant } (t) \\ m_0 : \text{la masse à l'instant } (t=0) \\ M : \text{la masse molaire} \end{cases}$$

2- Activité radioactive

L'activité **A** d'une substance radioactive est le nombre de désintégrations par unité de temps, elle renseigne sur la rapidité de désintégration à un instant **(t)** :

$$A=-\frac{dN}{dt}=\lambda.N_0e^{-\lambda t}=\lambda.N=A_0e^{-\lambda t}$$

- L'activité **A** est exprimée en becquerel **(Bq). 1 Bq = 1** désintégration/seconde.
- On peut exprimer **A** en Curie avec **1 curie = $3,7.10^{10}$Bq**
- L'activité **A** peut être définie comme vitesse de disparition des noyaux radioactifs
- L'activité d'une substance radioactive décroît suivant une loi exponentielle en fonction du temps
- La courbe représentative des variations de l’activité d’un échantillon radioactif est de la forme

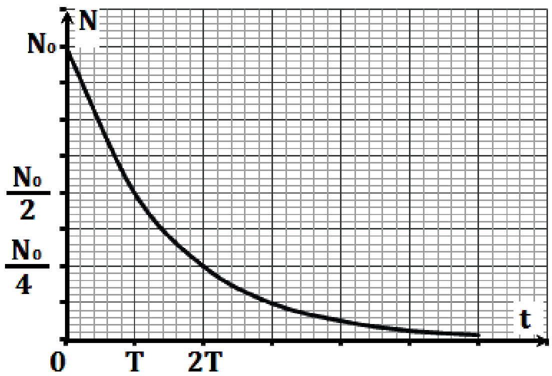


3- La période radioactive ou temps de demi-vie

C'est la durée **T** au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans un échantillon radioactif se désintègre.

$$t=T\rightarrow N=\frac{N_0}{2}\Rightarrow\frac{N_0}{2}=N_0e^{-\lambda T}\Rightarrow T=\frac{\ln 2}{\lambda}.$$

La période radioactive peut être déterminée graphiquement



VI- Applications

La radioactivité est un moyen extraordinaire pour explorer l'être humain et son environnement. Elle est également indispensable pour l'industrie, l'art et l'espace.

1- Dans le domaine de la santé

Depuis 1934, la radioactivité artificielle permet de créer à volonté des atomes radioactifs. Cette découverte a ouvert de nouvelles possibilités d’analyses et de traitements médicaux :

- diagnostics des cancers par le biais de scintigraphies et tomographies, autorisant des examens poussés d’organes en fonctionnement (cœur, cerveau, poumons, os, reins) ;
- traitement des tumeurs grâce à la radiothérapie, qui emploie les rayonnements des radionucléides pour détruire les cellules cancéreuses.

La radioactivité fait aussi progresser la recherche scientifique, notamment par l’usage des "traceurs". En suivant le parcours de ces radionucléides injectés dans l’organisme, on comprend le métabolisme des organes et on teste de nouveaux médicaments.

Les chercheurs utilisent aussi la médecine nucléaire pour comprendre le fonctionnement des organes. Par exemple, les techniques mises en œuvre pour l’étude du cerveau révèlent directement les zones de celui-ci impliquées dans la vision, la mémorisation, l’apprentissage des langues ou le calcul mental.

2- Exploration de la Terre et de son histoire

Les radionucléides possèdent de nombreux usages en géologie, océanographie ou climatologie. Ils ont notamment permis de déterminer l’âge de la Terre et de découvrir l’histoire du climat. La radioactivité est aussi un moyen de prévoir les éruptions volcaniques et les séismes, et de suivre à la trace les courants océaniques.

3- Production de l’énergie nucléaire

Aujourd’hui, la grande part de l’électricité des pays développées est produite dans des centrales nucléaires qui fonctionnent grâce à la particularité de certains atomes radioactifs. Ces derniers dégagent une forte chaleur en se désintégrant. C’est le cas de l’uranium et du plutonium, utilisés comme combustibles dans les centrales, qui se désintègrent par fission nucléaire. Découvert en 1938, ce principe fournit une énergie abondante à partir d’une petite quantité de combustible.

4- Protéger le patrimoine

La muséographie exploite les propriétés des atomes radioactifs pour identifier, dater et traiter toutes sortes de pièces et de vestiges. Elle permet entre autres :

- l’authentification des œuvres et de leur provenance,

- la datation des pièces grâce au carbone 14 et à la thermoluminescence,
- la consolidation des objets fragiles par irradiation,
- l'identification des techniques et matériaux caractérisant les œuvres,
- la désinfection des sites ou pièces attaqués par des parasites.

5- Les usages agricoles et industriels

Dans les secteurs agricole et agroalimentaire, la radioactivité est utilisée par exemple pour la protection des cultures contre les insectes ou la conservation des aliments. Dans l'industrie, on l'utilise pour des tâches variées (contrôle des soudures, détection de fuites ou d'incendies, etc.).

Risques liés à la radio activité

L'homme peut être exposé à la radioactivité de manière externe ou interne, pour une durée plus ou moins longue et de manière plus ou moins forte. Les risques encourus lors d'une exposition à la radioactivité dépendent de tous ces facteurs mais aussi de la radiosensibilité de chaque individu, du type de rayonnement et des radionucléides mis en cause. Ainsi, selon la dose reçue, une exposition peut provoquer des effets immédiats tels que des brûlures et des nausées, ou des effets aléatoires à long terme tels que certains cancers.

Nous pouvons être exposés de différentes manières à la radioactivité. Quel que soit le type d'exposition, la radioactivité peut présenter un risque pour l'organisme si l'exposition est intense et / ou prolongée.

Comment peut-on être exposé à la radioactivité ?

L'exposition à la radioactivité peut se faire de plusieurs manières :

- Lorsque l'on est en présence d'une source de radioactivité ou que celle-ci se trouve en contact direct avec la peau. On parle alors d'irradiation ou d'exposition externe.
- En inhalant ou en avalant des substances radioactives, ou bien lorsque ces substances pénètrent dans l'organisme par une plaie ou par la peau. On parle alors de contamination ou d'exposition interne.

En quoi l'exposition à la radioactivité peut-elle présenter un risque pour l'organisme ?

Chaque jour, les cellules de notre corps subissent des dizaines de milliers de lésions au niveau de leur ADN, porteur de l'information génétique. Ces lésions sont liées à notre métabolisme, par exemple lorsque nous digérons ou que nous respirons. Notre mode de vie soumet également nos cellules à des agressions extérieures telles que la pollution atmosphérique, la fumée de cigarette ou encore le rayonnement solaire auquel nous sommes naturellement exposé. Tout comme ces différents facteurs, la radioactivité, qu'elle soit naturelle ou artificielle, engendre également des lésions cellulaires.

Notre organisme est habitué à réparer ces lésions en permanence. Par exemple, lorsque notre corps utilise l'oxygène que nous respirons, se forment naturellement des radicaux libres dangereux pour nos cellules. Mais notre organisme répare naturellement les lésions qu’ils peuvent causer.

Toutefois, si l’exposition à l’un de ces phénomènes est intense et / ou prolongée, les mécanismes de réparation mobilisés par l’organisme peuvent devenir insuffisants. Il arrive aussi que ces mécanismes soient défaillants et ne puissent répondre à une telle agression. Dans un cas comme dans l’autre, si notre corps ne parvient plus à réparer les cellules lésées, celles-ci peuvent être détruites. Certaines cellules peuvent aussi survivre avec leur ADN lésé : elles ne meurent pas mais se caractérisent par une mutation génétique ; c'est-à-dire une modification irréversible des gènes de cette cellule.

« Il peut se former jusqu’à 150000 cassures sur les 2 mètres d’ADN que contient chaque cellule. Si ces cassures étaient irréversibles, la vie serait tout simplement impossible ! »

Une exposition intense et / ou prolongée à la radioactivité, qu’elle soit naturelle ou artificielle, peut donc présenter des risques pour l’organisme car elle peut entraîner une mutation des cellules, voire une destruction.

Essentiel

- Le défaut de masse est une valeur positive, notée $\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{noy}$
- La relation d'Einstein : $E = m.C^2$
- L'énergie de liaison : $E_\ell = \Delta m.C^2$.
- L'énergie de liaison par nucléon : $E_{\ell/A} = \frac{E_\ell}{A}$.
- Au cours d'une émission α, l'équation de la désintégration s'écrit :

$$^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He(\alpha) \; .$$

- Au cours d'une émission β^- , l'équation de la désintégration s'écrit :

$$^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e(\beta^-)$$

- Lorsqu'un neutron du noyau se transforme en un proton il se forme une particule (β^-) selon l'équation : $^{1}_{0}n \longrightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e(\beta^-)$.
- Au cours d'une émission β^+, l'équation de la désintégration s'écrit :

$$^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{1}e(\beta^+) \; .$$

- Lorsqu'un proton du noyau se transforme en un neutron il se forme une particule (β^+) selon l'équation : $^{1}_{1}p \longrightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{0}_{1}e(\beta^+)$.
- Si Y^* est le noyau fils d'atome excité ; l'équation de la désexcitation s'écrit :

$$Y^* \longrightarrow Y + \gamma$$

- Réactions de fission : Lorsqu'un noyau fissile est bombardé par un neutron.

$$^{A}_{Z}X + {}^{1}_{0}n \longrightarrow {}^{A_1}_{Z_1}X_1 + {}^{A_2}_{Z_2}X_2 + k\,{}^{1}_{0}n$$

- Lors d'une réaction de fusion deux petits noyaux interagissent pour former un gros noyau.
- *L'énergie produite par une réaction nucléaire est donnée par la relation :*
$E = \left(\sum m_{noyaux\ fils} - \sum m_{noyaux\ mères}\right).c^2$
- Le nombre de noyaux radioactifs restants à un instant t est : $N = N_0 e^{-\lambda t}$
- La quantité de matière des noyaux radioactifs restants à un instant t est : $n = n_0 e^{-\lambda t}$
- La masse totale des noyaux radioactif restants à un instant t est : $m = m_0 e^{-\lambda t}$
- L'activité radioactive est : $A = \lambda.N = A_0 e^{-\lambda t}$
- La période radioactive ou temps de demi-vie est la durée T au bout de laquelle la moitié des noyaux initialement présents dans un échantillon radioactif se désintègre.
$T = \frac{\ln 2}{\lambda}$.

Exercice résolu

Donnés :

1u = 1 ,66.10^{-27}kg = 931,5Mev/c^2 ; h = 6,62.10^{-34}J.s ; C = 3.10^8m/s

Noyau ou particule	$^{4}_{2}He$	$^{210}_{84}Po$	$^{206}_{82}Pb$	$^{0}_{1}n$	$^{1}_{1}p$
Masse (en u)	4,0015	209,9368	205,9295	1,0087	1,0073

1- Le noyau de polonium $^{210}_{84}Po$ se désintègre spontanément en un noyau de plomb $^{206}_{82}Pb$ avec émission d'une particule $^{A}_{Z}X$.

1-1- Qu'est-ce qu'un noyau radioactif ?

1-2- Préciser la composition du noyau de polonium 210.

1-3-1- Ecrire l'équation de cette désintégration.

1-3-2- Identifier la particule émise, en précisant les lois utilisées.

1-4-1-

Déterminer, en MeV, l'énergie W libérée au cours de la désintégration d'un noyau de Po (210)

1-4-2- Sous quelles formes cette énergie est-elle libérée ? On considère que le noyau fis est dans son état fondamental.

2-1- Définir l'énergie de liaison E_l d'un noyau.

2-2- Rappeler l'expression du défaut de masse d'un noyau $^{A}_{Z}X$.

2-3-Déterminer, en MeV, l'énergie de liaison E_l(Po) du noyau de polonium 210.

3- On donne la loi de décroissance radioactive : $N = N_0 e^{-\lambda t}$

3-1- Donner la signification de chacun des termes suivants : N(t), N_0 et λ .

3-2-

Pour un échantillon de polonium 210, un détecteur de radioactivité associé à un compte

t(jours)	0	40	80	120	160	200	240
$\dfrac{N}{N_0}$	1	0,82	0,67	0,55	0,45	0,37	0,30
$-ln\left(\dfrac{N}{N_0}\right)$							

ur permet d'effectuer les mesures regroupées dans le tableau ci-après :

3-2- Compléter le tableau et tracer la courbe : $-ln\left(\dfrac{N}{N_0}\right) = f(t)$,

avec l'échelle : $\{$***Abscisse : 1carreau → 20 jours et Ordonnée : 1carreau → 0,1***$\}$

3-3-1- Etablir l'expression de $-ln\left(\dfrac{N}{N_0}\right) = f(t)$. Est elle en accord avec la représentation graphique précédente ? Justifier la réponse.

3-3-2- Déterminer graphiquement la valeur de λ .

Solution

1-1- Un élément radioactif est un élément qui se transforme spontanément en émettant un rayonnement radioactif au cours d'une réaction appelée désintégration.

1-2- La composition du noyau ${}^{210}_{84}Po$: 84 protons et 126 neutrons.

1-3-1- L'équation de la désintégration : ${}^{210}_{84}Po \longrightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{A}_{Z}x$.

1-3-2- En appliquant les lois de conservation ; $\begin{cases} 210 = 206 + A \\ 84 = 82 + Z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 4 \\ Z = 2 \end{cases}$, la particule émise est le noyau d'hélium (α), donc ${}^{210}_{84}Po \longrightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{A}_{2}He(\alpha)$.

1-4-1- L'énergie libérée : $W = \Delta m.C^2 = \left| m\left({}^{210}Pb\right) + m(\alpha) - m(Po) \right|.C^2$.

Donc $W = \left|205,9745 + 4,015 - 209,9829\right| u.C^2 = 5,4 MeV$

1-4-2- Cette énergie est, généralement, libérée sous forme d'énergie cinétique du noyau fils et la particule émise.

2- 1- L'énergie de liaison E_ℓ est l'énergie qui résulte de la transformation du défaut de masse lors de la formation du noyau en énergie, elle sert à maintenir les constituants du noyau ensemble.

2-2- Le défaut de masse : $\Delta m = Z.m_p + (A - Z).m_n - m\left({}^{A}_{Z}X\right)$.

2-3- $E_\ell\left({}^{210}Po\right) = \Delta m.C^2 = \left(84 \times 1,0073 + 126 \times 1,0087 - 209,9368\right) u.C^2 = 1,65.10^3\, MeV$.

3-1- $N(t)$: nombre de noyaux radioactifs présents (non désintégrés) à l'instant t.

N_0 : nombre de noyaux radioactifs présent à t = 0.

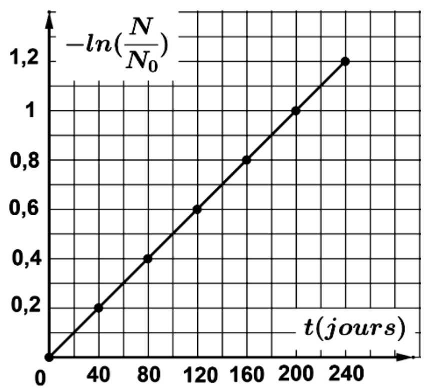
λ : la constante radioactive qui dépend de la nature du noyau radioactif.

3-2- Le tableau

t (jours)	0	40	80	120	160	200	240
$\frac{N}{N_0}$	1	0,82	0,67	0,55	0,45	0,37	0,30
$-ln\left(\frac{N}{N_0}\right)$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2

3-3- La courbe $-ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = f(t)$ voir figure ci-dessous

3-3-1- $N = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow e^{-\lambda t} = \frac{N}{N_0}$, donc $-ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = \lambda t$, c'est une fonction linéaire dont la représentation graphique est une droite passant par l'origine ce qui est en accord avec la courbe.



3-3-2- D'après la courbe $t = 40\, jours \rightarrow -ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = 0,2$.

Donc $\lambda = -ln\left(\frac{N}{N_0}\right).\frac{1}{t} = 5.10^{-3}\, jour^{-1} = 5,787.10^{-8}\, s^{-1}$

Exercices

Exercice 1

Le polonium $^{210}_{84}Po$ est un isotope radioactif. L'atome de polonium se désintègre en émettant une particule α. L'élément fils est le plomb.
1-Ecrire l'équation de désintégration.
2- Calculer en joule et en MeV l'énergie émise au cours de cette désintégration.
3- La période du nucléide $^{210}_{84}Po$ est T=136jours. Calculer la masse du polonium 210 restant au bout de 414jours dans un échantillon qui en contenait initialement 20g.
Masse de l'atome de polonium 210 : 210,0482u Masse de l'atome de plomb : 206 ,0385u
Masse de la particule α : 4,0039u Célérité de la lumière $c=3.10^8$m/s
$1u=1,67.10^{-27}$kg

Exercice2

On considère l'émission β^- liée à la désintégration du nucléide $^{210}_{83}Bi$. Sachant que le noyau fils est le polonium $^{210}_{84}Po$,
1-Ecrire l'équation de désintégration
2-Le polonium est radioactif. Il émet une particule α en se transformant en Pb.
2-.1 - Ecrire l'équation de désintégration.
2.2 - Calculer en joule et en MeV l'énergie libérée au cours de cette désintégration.
On donne :m_{Po}=209,9829u; m_{Pb}=205,9745u.

Exercice 3

L'uranium $^{238}_{92}U$ subit plusieurs désintégrations successives x de types α et y de types β ; A la fin de ces désintégrations on obtient du radium $^{226}_{88}Ra$.
1- Déterminer les valeurs de x et y ;
2 -La première désintégration est de type α.
2.1- Ecrire l'équation de cette désintégration de $^{238}_{92}U$. Quelle est la composition du noyau obtenu ?
2.2- Calculer l'énergie libérée au cours de cette désintégration ;
3-On considère la demi-vie d'un élément radioactif.
3.1- Donner la définition de ce terme.
3.2- Etablir la loi de désintégration $N=N_0e^{-\lambda t}$ et en déduire l'expression de la demi-vie en fonction de λ ;
3.3- Calculer la constante de désintégration radioactive λ de $^{238}_{92}U$ sachant que sa période est $T=4,5.10^9$ans.
Masse du noyau d'uranium : 238,086u Masse du noyau du radium : 225,977u
Masse du noyau de thorium : 234,0781u Masse de la particule α : 4,0039u

Exercice 4

La méthode potassium- argon permet de dater les roches dont la teneur en potassium est significative dans une gamme d'âges de trois milliards d'années à quelquesdizaines de milliers d'années. Les roches volcaniques contiennent l'isotope 40 du potassium ; ce dernier est radioactif et se désintègre en argon 40 avec une demi-vieou période **$t_{1/2}$= 1,4 10^9**ans. L'argon est un gaz qui est en général retenu par la roche.

Lors d'une éruption la roche perd l'argon 40 : c'est le dégazage. A la date de l'éruption la lave ne contient donc plus d'argon. Au cours du temps l'argon 40 s'accumule à nouveau dans la roche alors que le potassium 40 disparaît peu à peu. On considère les masses des atomes de potassium 40 et d'argon 40 identiques.

1-Qu'appelle-t-on isotopes **?** $^{40}_{19}\mathbf{K}$ Que signifie les nombres 19 et 40 ? Quelle est la composition du noyau de potassium 40 ? Quel nombre caractérise l'élément chimique ?

2-L'analyse d'un échantillon de basalte montre qu'il contient m=1,4 mg de potassium 40 et une masse m'=0,2 mg d'argon 40. On prend l'origine des dates au moment de l'éruption volcanique.

a - Ecrire l'équation de désintégration du potassium 40 en argon 40 (Z=18).

b - Quelle était la masse m_0 de potassium 40 à la date de l'éruption ? Justifier.

c - Exprimer le nombre de noyaux de potassium 40, noté N en fonction de la constante radioactive, du temps et du nombre de noyaux initiaux noté $\mathbf{N_0}$.

d - Etablir l'expression entre la constante radioactive et la demi-vie . Exprimer N(t) en fonction de $\mathbf{N_0}$ et $\mathbf{t_{½}}$.

e- Exprimer l'âge de la roche en fonction de m_0, m et $\mathbf{t_{½}}$. Faire le calcul.

Exercice 5

1-On considère les réactions nucléaires suivantes :

$$(1)\ {}^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{A_1}_{Z_1}\mathrm{X}_1 + {}^{0}_{1}\mathrm{e}$$

$$(2)\ {}^{A_1}_{Z_1}\mathrm{X}_1 + {}^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{A_2}_{Z_2}\mathrm{X}_2$$

$$(3)\ {}^{A_2}_{Z_2}\mathrm{X}_2 + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{A_3}_{Z_3}\mathrm{X}_3$$

$$(4)\ {}^{A_3}_{Z_3}\mathrm{X}_3 \rightarrow {}^{A_4}_{Z_4}\mathrm{X}_4 + {}^{0}_{1}\mathrm{e}$$

$$(5)\ {}^{A_4}_{Z_4}\mathrm{X}_4 + {}^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow 2\,{}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

-Déterminer les symboles des noyaux X_1, X_2, X_3 et X_4. Indiquer les lois utilisées.

1-Ecrire l’équation de la réaction globalement équivalente aux cinq réactions proposées. Nommer et définir ce type de réaction.

2-On s’intéresse à présent au noyau d’hélium résultant des réactions nucléaires précédentes.

a - Calculer le défaut de masse du noyau d’hélium, en u puis en kg.

b - En déduire l’énergie de liaison et l’énergie de liaison par nucléon de ce noyau en MeV.

3-Déterminer la valeur E en Joules puis en MeV de l’énergie libérée par la réaction globale déterminée à la question 2. Données : Masses :

Neutron : m_n = 1,00866 u ; Proton : m_p = 1,00728 u ; Hélium : m_{He}=4,00151 u

La masse du positron est supposée négligeable par rapport à celle des noyaux.

1 u = 1,66 10^{-27} kg ; 1 eV = 1,60 10^{-19} J ; c = 2,99.10^{8} m.s^{-1}.

Les 10 premiers éléments de la classification périodique des éléments : H : Z = 1 ;
He : Z = 2 ; Li : Z = 3 ; Be : Z = 4 ; B : Z = 5 ; C : Z = 6 ; N : Z = 7 ; O : Z = 8 ; F Z= 9; Ne : Z = 10

Exercice 6

Le carbone 14 est produit dans la haute atmosphère où les protons du rayonnement cosmique percutent les molécules qui composent l'air. Les réactions nucléaires qui résultent de ces chocs produisent des neutrons secondaires. Ces neutrons ont une forte probabilité de réagir avec l'azote de l'air **(** ^{14}**N)**pour donner un proton et un isotope du carbone : le carbone 14.

Dans le milieu naturel la production du carbone 14 et sa disparition par désintégration radioactive s'équilibrent. On estime qu'il y a environ $\mathbf{10^{-12}}$fois moins d'atomes de carbone 14 que d'atomes de carbone stable **(** ^{12} **C).** Il en résulte une radioactivité faible du carbone.... Lors de la mort de l'organisme cet équilibre est rompu. Les atomes de carbone 14 disparaissent peu à peu."

Données : numéro atomique C : Z=6 ; N: Z=7.

La demi vie du carbone 14 est T=5730 ans ; lors de la désintégration du carbone 14 on détecte des particules$\square^-$**.**

masse atomique molaire C=12 g/mol

N_A= 6,02 10^{23} mol^{-1}.

A partir du texte répondre aux questions :

1-Donner la composition des noyaux des deux isotopes du carbone ainsi que celui de l'azote.

2-Ecrire la réaction nucléaire qui produit le carbone 14 dans l'atmosphère.

3-Après avoir défini l'activité A d'un échantillon, déterminer l'activité d'un échantillon contenant 1 g de carbone lorsqu'il se trouve à l'équilibre.

4-Définir la particule$\square^-$**.**Ecrire la réaction nucléaire de désintégration du carbone 14.

5-Donner la loi de décroissance radioactive des noyaux de carbone 14.

6-Dans la grotte de Chauvet (Ardèche) on a récupéré des fragments de charbon de bois qui avaient permis de réaliser les gravures pariétales. Le nombre **N_{ch}** d'atomes de carbone 14 dans 2 g de charbon a donné **Nch= 2,110^9**atomes. Calculer l'âge attribué à ces gravures.

Exercice 7

Première partie : fission de l'uranium

Parmi les réactions, très variées, de fission de l'atome d'uranium 235 bombardé par des neutrons lents, on considère la réaction suivante :

235 $\;{}_{92}U + {}_{0}^{1}n \rightarrow {}^{139}{}_{x}Xe + {}^{94}{}_{38}Sr + y{}_{0}^{1}n$

1-Compléter l'équation en calculant x et y.

2-À partir du tableau placé à la fin de l'énoncé, calculer :

a- l'énergie E, en joules puis en MeV, libérée par la fission d'un noyau d'uranium 235,

b- l'énergie E', en joules, libérée par la fission d'une masse M = 1 kg d'uranium 235.

Deuxième partie : Fusion de l'hydrogène

L'hydrogène possède trois isotopes stables**${}^1{}_1H$, ${}^2{}_1H$ et ${}^3{}_1H$,**

- Ecrire les différentes réactions qui, à partir de deux noyaux d'isotopes identiques ou différents, conduisent à la formation d'un noyau d'hélium accompagné ou non d'une ou plusieurs particules

- Parmi ces possibilités, on s'intéresse à celle qui produit un neutron en plus du noyau d'hélium. A partir des données de l'énoncé :

a- encadrer la réaction correspondante parmi celles écrites dans le document réponse.

b- calculer l'énergie E, en joules, accompagnant la production d'un noyau d'hélium,

c - calculer l'énergie E' libérée par la fusion totale d'une masse M = 1 kg de mélange contenant le même nombre d'atomes des deux isotopes.

noyau ou particule	${}^{235}{}_{92}U$	${}^{139}{}_{x}Xe$	${}^{94}{}_{38}Sr$	${}^{1}{}_{0}n$	${}^{2}{}_{1}H$	${}^{3}{}_{1}H$	${}^{4}{}_{2}He$
masse **(u)**	**235,04**	**138,91**	**93,91**	**1,00**	**2,01**	**3,01**	**4,00**

Exercice 8

Un réacteur de centrale nucléaire fonctionne à l'uranium enrichi (3% d'uranium 235 fissile et 97% d'uranium 238 non fissile).1 On considère le noyau d'uranium 235Donner la composition du noyau d'uranium ${}^{235}_{92}\mathbf{U}$. .

2 Les produits de fission de l'uranium ${}^{235}_{92}\mathbf{U}$.sont radioactifs et se transmutent en d'autres produits, eux mêmes radioactifs. Parmi ces déchets, on trouve le césium 137, radioactif ß–

2.1 Écrire l'équation de la désintégration d'un noyau de césium 137, le noyau fils étant formé dans un état excité.
2.2 Calculer l'énergie libérée au cours de cette désintégration en joule et en MeV.
2.3 Quelle est la nature du rayonnement émis lors de la désexcitation du noyau fils ?
3 La demi-vie du césium 137 est T = 30 ans.
3.1 Définir la demi-vie d'un noyau radioactif.
3.2 À un instant choisi comme origine des dates, on dispose d'un échantillon de césium 137 de masse m_0. Donner l'expression littérale de la masse m de césium 137 restant à l'instant de date t en fonction de m_0 et de T.

3. 3 Montrer qu'à la date t = nT, la masse restante vaut : $\mathbf{m} = \mathbf{m_0} \mathrm{x} \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2^n}}$.

En déduire la durée approximative au bout de laquelle la masse restante de césium 137 est égale à 0,1% de sa masse initiale.

Eléments	*iode I*	*xénon Xe*	*césium Cs*	*baryum Ba*	*lanthane La*	*Uranium U*
N^{0}atomique Z	*53*	*54*	*55*	*56*	*57*	*92*

masse m(Cs)= 136,90709u; masse m(U)=236,75378u ; masse m(Ba)= 136,87511u ; m(□$^-$) = 0,00055 u 1eV=1,6.10^{-19}J ; 1MeV=10^{6}eV ;1u=1,67.10^{-27}kg et C=3 .10^{8}m/s.

Exercice 9

La découverte de la radioactivité artificielle a permis d'associer à chaque élément un certain nombre de radio-isotopes possédant les mêmes propriétés chimiques que l'élément stable. Ces radioéléments sont souvent utilisés en médecine.

□□□On obtient du sodium 24 en bombardant par des neutrons du sodium ^{23}Na
1.1 . Ecrire la réaction de formation du sodium 24.
2. Le sodium 24 est radioactif par émission β^- et sa période est de 15h. Ecrire l'équation de désintégration du sodium 24.
3. On injecte dans le sang d'un individu 10 *cm*^{3}d'une solution contenant initialement du sodium 24 à la concentration de 10^{-3} mol.l^{-1}.
Quel est le nombre de moles de sodium 24 introduites dans le sang ? Combien en restera-t-il au bout de 6h ?
4. Au bout de 6h, on prélève 10 *cm*^{3}du sang du même individu. On trouve alors 1,5 10^{-8} mol de sodium 24. En supposant que le sodium 24 est réparti uniformément dans le sang et que l'on peut négliger la décroissance par élimination biologique, calculer le volume sanguin.

Exercice 10

Le radium fut découvert par Marie Curie et son mari Pierre en 1898 par extraction de la pechblende. Il est fortement radioactif et de ce fait est utilisé dans la lutte contre le cancer.

Le noyau de radium 226 est représenté symboliquement par. $^{226}_{88}Ra$

1- Donner le nom et la signification du nombre 88 et du nombre 226.
Lorsqu'il se désintègre, il se transforme en un noyau de radon en éjectant une particule alpha (noyau d'hélium $^{4}_{2}He$). Le radon est noté symboliquement. $^{y}_{x}Rn$

2- Ecrire l'équation de désintégration du radium 226 en précisant les valeurs de ***x*** et ***y***

La masse des noyaux est donnée en unité de masse atomique (u) : 1 *u* = 1,66054.10^{-27} *kg*
m(Ra) = 225,97701 *u*
m(He) = 4,00150 *u*
m(Rn) = 221,97029 *u*

Célérité de la lumière dans le vide : c = 3,00.10^{8} $m.s^{-1}$

1 eV = 1,60.10^{-19} J

3- Ecrire l'expression littérale, en fonction des données, de l'énergie libérée par la désintégration du radium 226.
Calculer la valeur de cette énergie en Joules puis la convertir en MeV
On rappelle que l'activité d'un échantillon est donnée par la relation **A(*t*) = λ.N(*t*)**, où **λ** représente la constante radioactive et **N** le nombre de noyaux radioactifs.

Données : Constante radioactive du radium 226 : λ = 1,4.10^{-11} s^{-1}

Masse molaire du radium 226 : M = 226 $g.mol^{-1}$

Constante d'Avogadro : N_A= 6,02.10^{23} mol^{-1}

4- Exprimer **N** en fonction de **M**, $\mathbf{N_A}$ et la masse ***m*** de l'échantillon ne contenant que du radium 226.

5- A t=0, on considère que la masse $\boldsymbol{m_0}$ de radium 226 est d'un gramme. Calculer $\mathbf{N_0}$.

6- En déduire l'activité $\mathbf{A_0}$ du radium contenu dans l'échantillon.

7- Combien de noyaux radioactifs restera-t-il au bout de 50 ans ?

8- A l'aide de la courbe ci-jointe, retrouver la valeur de λ (pour cela, vous donnerez la ou les valeurs numériques extraites de la courbe et les calculs nécessaires).

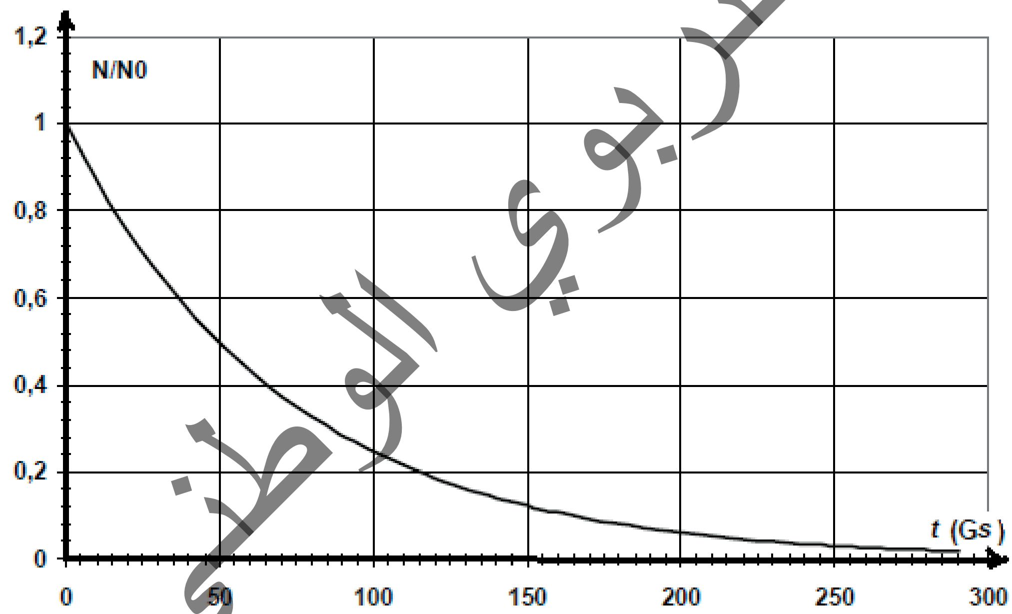


Table des matières